# Redes neuronales 2020-2021

**Profesora:** Verónica Esther Arriola Ríos
**Correo:** v.arriola@ciencias.unam.mx
**Ayudante de teoría/Autor del documento:** Dimitri Semenov Flores
**Correo:** dimavita@ciencias.unam.mx
**Ayudante laboratorio:** Osvaldo Baruch Acevedo Badillo
**Correo:** goruch@ciencias.unam.mx

## 1. Método de Euler

La mayoría de las veces resulta que no podemos obtener una solución a una ecuación diferencial de forma analítica o puede suceder, como vimos en el pequeño repaso, que las soluciones quedan en términos de integrales que no pueden ser expresadas en términos de funciones básicas.

Para estas situaciones recurrimos a los métodos numéricos para obtener aproximaciones *buenas* a las soluciones. Existen muchos método numéricos con sus ventajas y desventajas, nosotros nos vamos a enfocar en uno de los más sencillos.

Consideremos una ecuación diferencial ordinaria lineal de primer orden:

$$\frac{dy}{dt} = -p(t)y + g(t) \tag{1}$$

Recordemos que al evaluar $\frac{dy}{dt}$ en un punto $t_0$ fijo obtenemos la pendiente de la recta tangente a la función $y$.

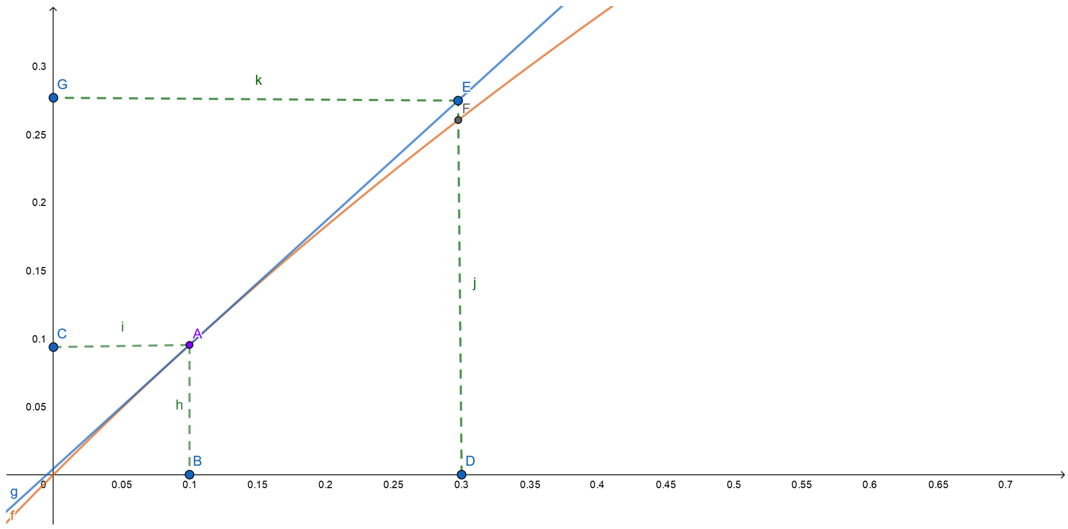
Analizando un rato vemos que la función $y$ es la solución a nuestra ecuación, por lo que $\frac{dy}{dt}|_{t_0}$ nos esta dando la pendiente de la recta tangente a la función solución $y$ en el punto $(t_0, y_0)$

Con lo anterior, si conocemos un punto $(t_0, y_0)$ por donde pasa nuestra solución podemos construir la recta tangente a nuestra función solución $y$ en el punto $(t_0, y_0)$

Si llamamos $r(t_0, y_0)$ a $\frac{dy}{dt}|_{t_0}$, tenemos que la ecuación de nuestra recta tangente sería:

$$y_1 = y_0 + (x_1 - x_0)r(t_0, y_0) \tag{2}$$

Si consideramos una vecindad **muy pequeña** alrededor de $t_0$ donde la función $y$ es diferenciable, tenemos que nuestra recta tangente $y_1$ y la función $y$ se parecen mucho en esta región




- **Curva Azul.** Recta tangente a nuestra función en el punto $A$
- **Curva Naranja.** La función solución
- $[B, D]$. **El intervalo** donde nuestra recta tangente se parece mucho a la función solución

**¿Qué tan pequeña debe ser la vecindad?** Dependerá de qué tan fina quieran que sea su aproximación, de qué tan suave sea la función $y$ y de las limitaciones en términos de recursos computacionales.

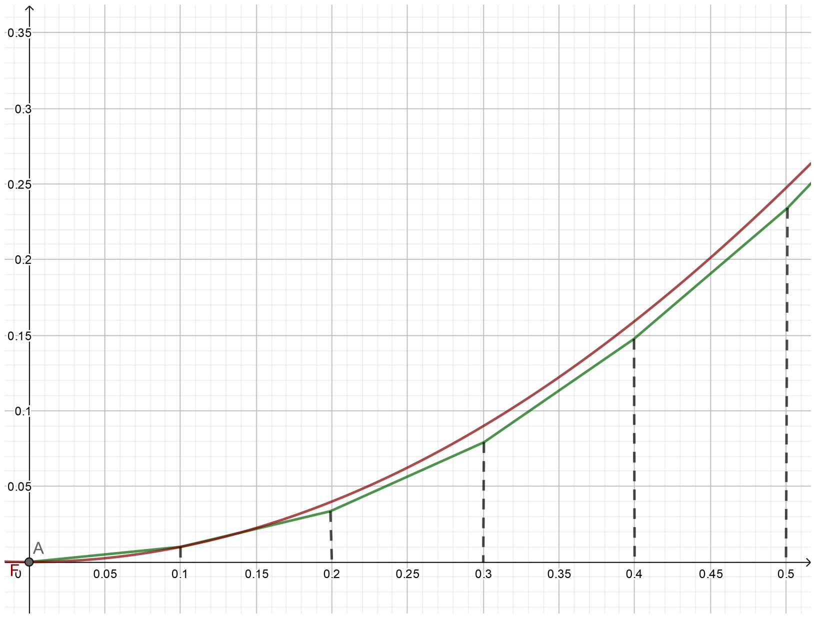
Si quisiéramos repetir el procedimiento nos faltaría conocer otro punto $(t', y')$ por donde pasa nuestra solución y puede ser que sólo conozcamos un único punto por donde pasa nuestra solución :c

Notemos que con la ecuación de nuestra recta tangente si le damos un valor $t'$ obtenemos un valor $y'$ que se encuentra en nuestra recta tangente, si consideramos un valor $t' = h + t_0$ con $h$ un número muy pequeño (por ejemplo $h = \frac{1}{10}$) podemos obtener un punto $(t', y')$ en nuestra recta tangente cuyo valor es muy parecido al de la función solución $y$ en $t'$.

Con este nuevo punto podemos repetir lo anterior y construir otra recta tangente, sólo que en este caso será tangente a una aproximación de nuestra función solución $y$

Si consideramos $y_{n+1} = y_n + (x_{n+1} - x_n)r_n$, $r_n = r(t_n, y_n)$ y asumimos que $t_{n+1} - t_n = h$ tenemos que la formula iterativa para calcular los puntos de nuestra aproximación es:

$$y_{n+1} = y_n + r_n h \tag{3}$$




Pequeño ejemplo donde la **curva roja** es la solución y la **curva verde** es nuestra aproximación a la solución usando el método de Euler donde $t_0 = 0.1$, $t_1 = 0.2$, $t_2 = 0.3, \ldots$