

**Bienvenue à toutes et à tous,  
nous allons commencer dans un instant.**



# Contributions à l'apprentissage semi-supervisé : équité et étiquetage dans les problèmes à classes multiples

François HU

07 février 2023

## Remerciements



Caroline Hillairet,  
Professeure à l'ENSAE



Romuald Elie,  
Professeur à l'Université  
Gustave Eiffel



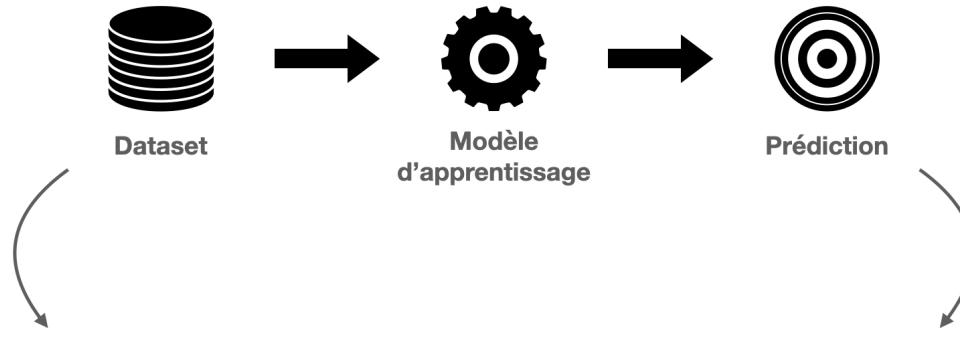
Marc Juillard,  
Directeur du Data Hub de  
Société Générale Assurances

## Sommaire

- Introduction
- **Défi 1** : étiquetage dynamique
- **Défi 2** : équité dans la classification multi-classes
- Conclusion + extensions

**Mots-clés** : apprentissage statistique, contrôle stochastique, optimisation.

## Contexte général : processus d'apprentissage statistique



Dataset

Modèle  
d'apprentissage

Prédiction

Sous ces conditions ...

Données **massives**

+

Données **de bonnes qualités**

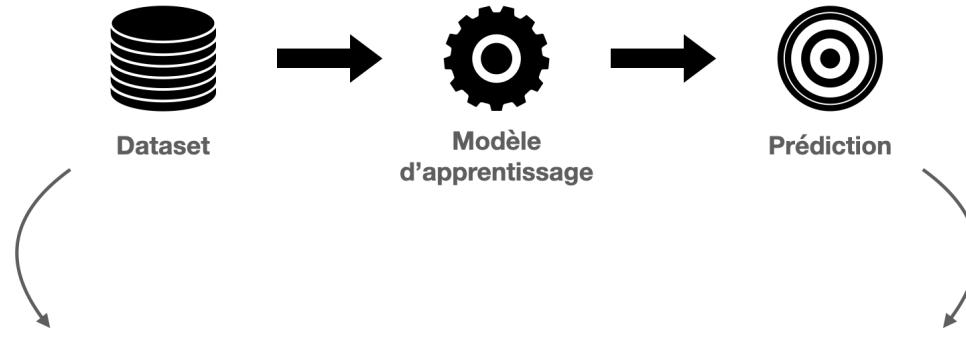
Données **labellisées**

... nous pouvons avoir :

Prédictions **précises**

Prédictions **robustes**

## Contexte général : processus d'apprentissage statistique



Dataset

Modèle  
d'apprentissage

Prédiction

Sous ces conditions ...

Données **massives**

+

Données **de bonnes qualités**

Données **labellisées**

Données **non biaisées**

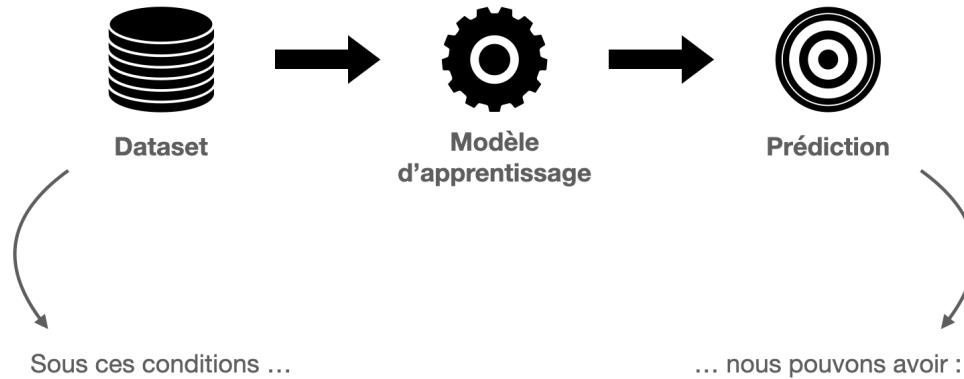
... nous pouvons avoir :

Prédictions **précises**

Prédictions **robustes**

Prédictions **non biaisées**

# Contexte général : processus d'apprentissage statistique



Sous ces conditions ...

Données **massives**

+

Données **de bonnes qualités**

Données **labellisées**

Données **non biaisées**

... nous pouvons avoir :

Prédictions **précises**

Prédictions **robustes**

Prédictions **non biaisées**

## Quelques exemples en assurance :

Catégorisation des photos de voitures endommagées



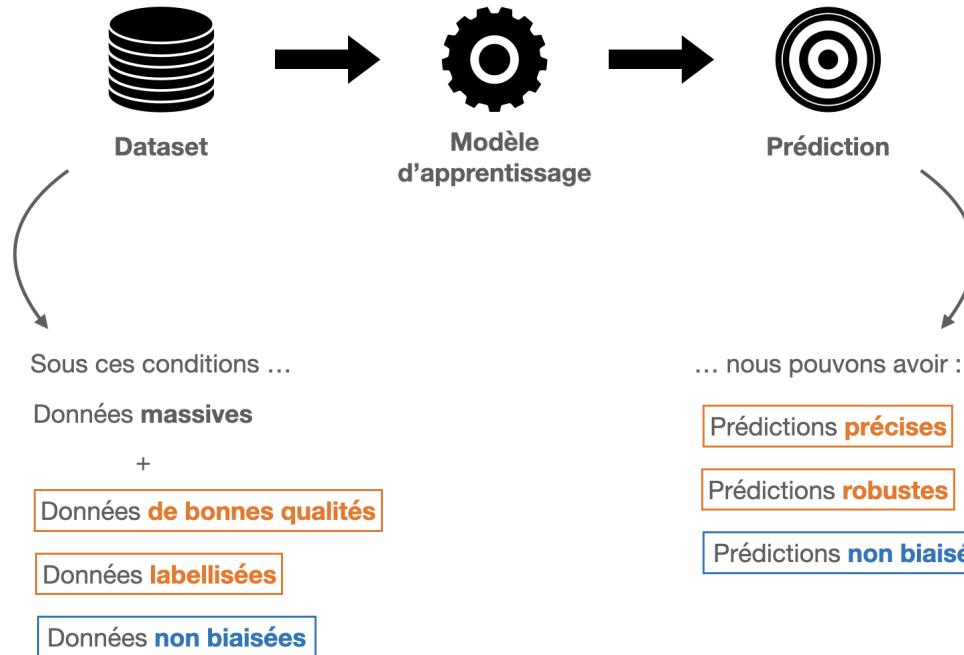
Analyse des données télématiques



Détection de la conformité GDPR



# Contexte général : processus d'apprentissage statistique



## Quelques exemples en assurance :

Catégorisation des photos de **voitures endommagées**



Problème d'**étiquetage** :  
besoin d'assureurs experts

Analyse des **données télématiques**



Problème **confidentialité** :  
déduire certaines var. sensibles

Détection de la conformité **GDPR**



Problèmes d'**étiquetage** et d'**équité** :  
besoin de juristes

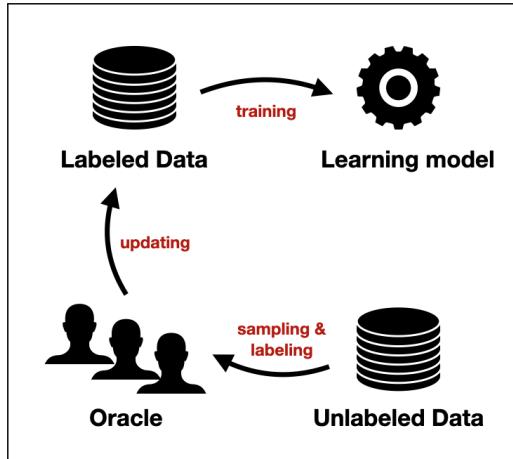
## Défis et contributions

→ **Défi 1** : entraîner un modèle ML avec un budget d'étiquetage limité

**Défi 2** : garantir l'équité algorithmique dans les problèmes multi-classes

## Défi 1 : quelques idées et leurs limites

### Étiquetage en parallèle

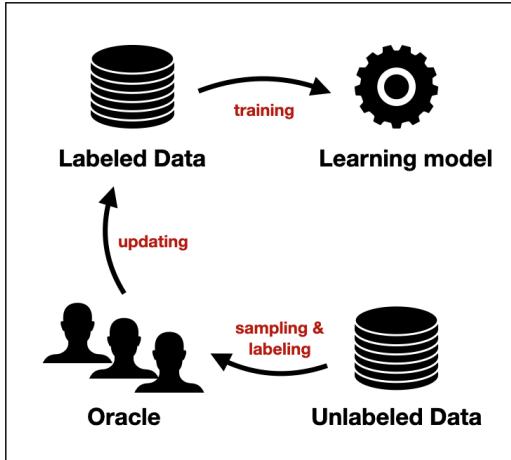


✗ coûteux et long

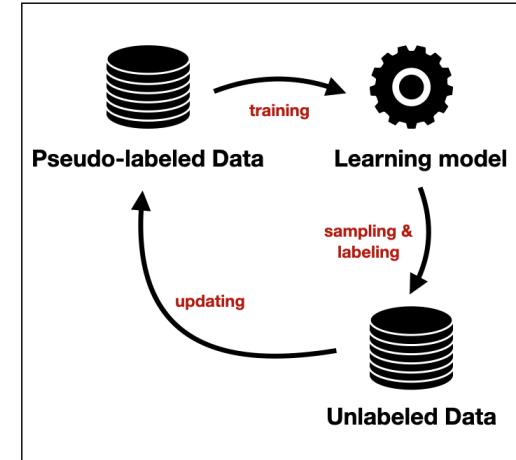
✓ génère des labels

## Défi 1 : quelques idées et leurs limites

### Étiquetage en parallèle



### Apprentissage semi-supervisé



✗ coûteux et long

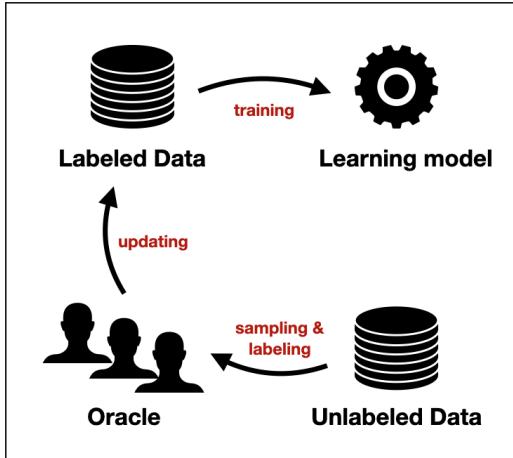
✓ génère des labels

✓ moins coûteux, moins long

✗ génère des **pseudo-labels**

## Défi 1 : Active Learning (AL)

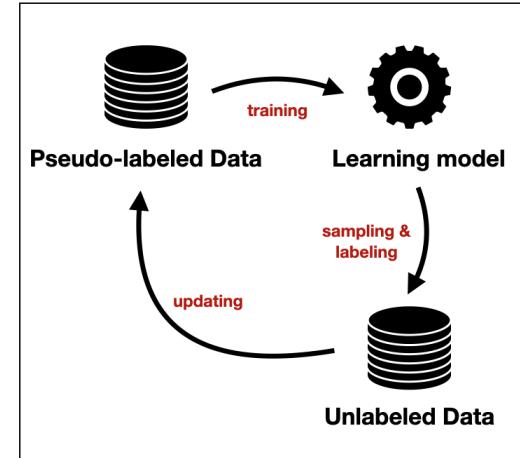
Étiquetage en parallèle



✗ coûteux et long

✓ génère des labels

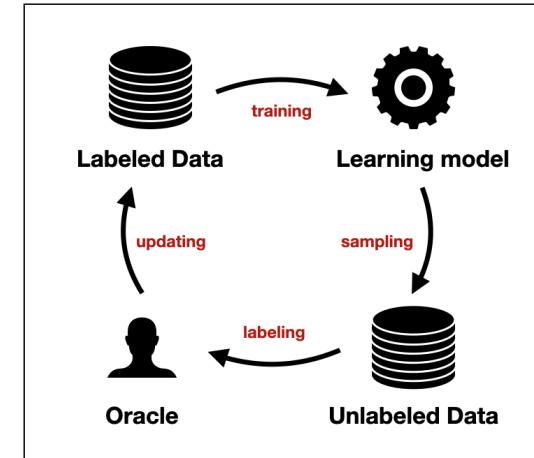
Apprentissage semi-supervisé



✓ moins coûteux, moins long

✗ génère des **pseudo-labels**

Apprentissage actif (*Active Learning*)



✓ moins coûteux, moins long

✓ génère des labels

## Exemple dans le cas multi-classes : entropie de Shannon

### Algorithm 1 Outline of active learning (AL) process

**Input:**  $h$  base estimator, train-set  $\mathcal{D}^{(train)}$ , pool-set  $\mathcal{D}_{\mathcal{X}}^{(pool)}$

**Step 1.** Fit  $h$  on the train-set  $\mathcal{D}^{(train)}$

**Step 2.** Given a **score**  $I(x, h)$ , we sample:

$$x^* = \operatorname{argmax}_{x \in \mathcal{D}_{\mathcal{X}}^{(pool)}} \{ I(x, h) \}$$

**Example:** Entropy-based [Sha48]

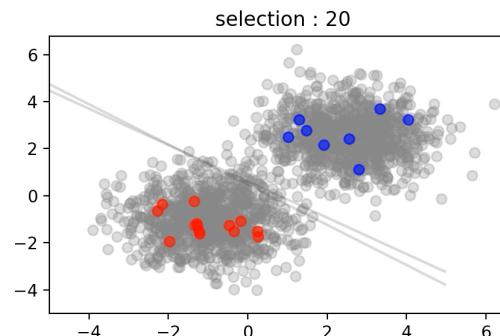
$$I(x, h) = - \sum_{k=1}^K \mathbb{P}(h(x) = k|x) \log \mathbb{P}(h(x) = k|x)$$

**Step 3.** If  $y^*$  is its **label** then we update:

$$\mathcal{D}^{(train)} = \mathcal{D}^{(train)} \cup \{(x^*, y^*)\}$$

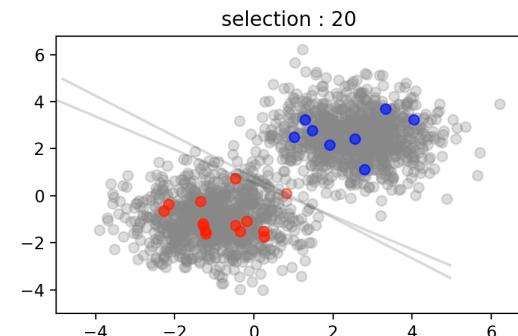
$$\mathcal{D}_{\mathcal{X}}^{(pool)} = \mathcal{D}_{\mathcal{X}}^{(pool)} - \{x^*\}$$

**Step 4.** Return to **step 1** until convergence.



**Apprentissage  
passif**

(Passive learning)



**Apprentissage  
actif**

(Active learning)

## Exemple : entropie de Shannon

### Algorithm 1 Outline of active learning (AL) process

**Input:**  $h$  base estimator, train-set  $\mathcal{D}^{(train)}$ , pool-set  $\mathcal{D}_{\mathcal{X}}^{(pool)}$

**Step 1.** Fit  $h$  on the train-set  $\mathcal{D}^{(train)}$

**Step 2.** Given a **score**  $I(x, h)$ , we sample:

$$x^* = \operatorname{argmax}_{x \in \mathcal{D}_{\mathcal{X}}^{(pool)}} \{ I(x, h) \}$$

**Example:** Entropy-based [Sha48]

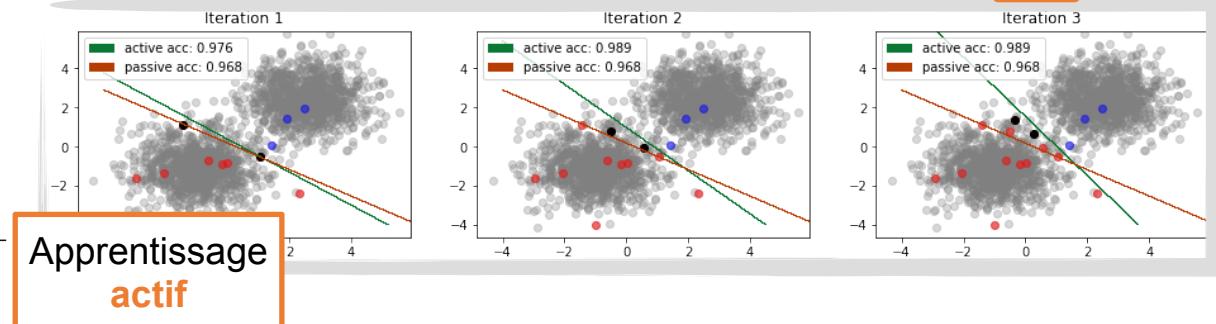
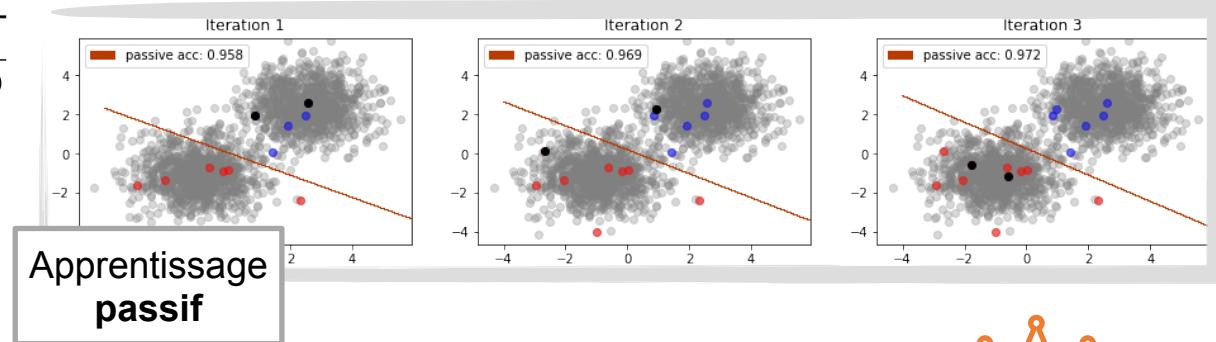
$$I(x, h) = - \sum_{k=1}^K \mathbb{P}(h(x) = k|x) \log \mathbb{P}(h(x) = k|x)$$

**Step 3.** If  $y^*$  is its **label** then we update:

$$\mathcal{D}^{(train)} = \mathcal{D}^{(train)} \cup \{(x^*, y^*)\}$$

$$\mathcal{D}_{\mathcal{X}}^{(pool)} = \mathcal{D}_{\mathcal{X}}^{(pool)} - \{x^*\}$$

**Step 4.** Return to **step 1** until convergence.



## Batch Mode Active Learning (BMAL)

**Dataset** : NPS de Sogecap (scores attribués par les clients sur un produit)

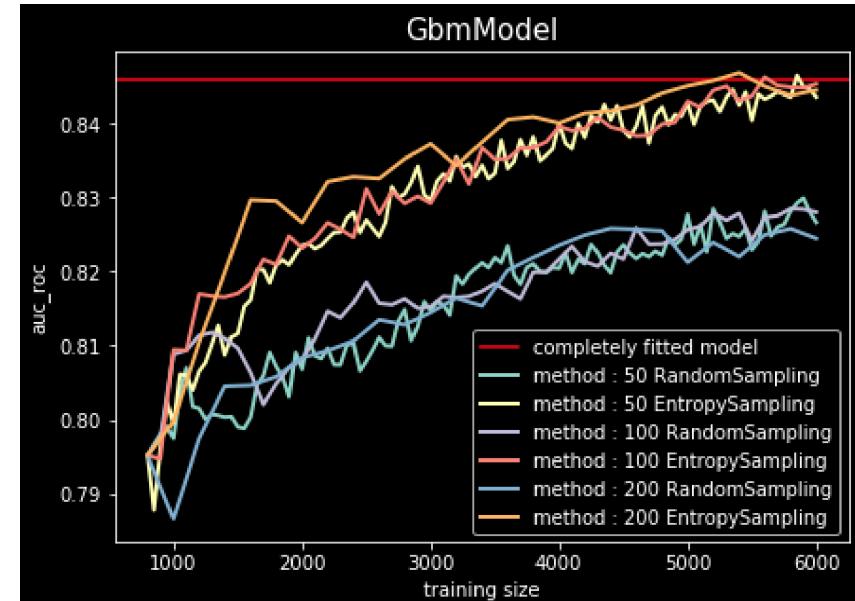
- **Verbatims** ( $\mathcal{X}$ ) explication du score par le client, encodé par doc2vec
- **Analyse des sentiments**  $\mathcal{Y} = \{ \text{score} \leq T, \text{score} > T \}$ ,  $T$  à déterminer

**Processus d'AL** : XGBoost + Entropie de Shannon

- **BMAL** : à chaque itération AL, échantillonner les  $b$  meilleures instances
- $b \in \{50, 100, 200\}$

Pourquoi utiliser **BMAL** en pratique ?

1. utile pour l'**étiquetage parallèle**
2. éviter le coût des **délais de ré-apprentissage**.



## Batch Mode Active Learning (BMAL)

**Dataset** : NPS de Sogecap (scores attribués par les clients sur un produit)

- **Verbatims** ( $\mathcal{X}$ ) explication du score par le client, encodé par doc2vec
- **Analyse des sentiments**  $\mathcal{Y} = \{ \text{score} \leq T, \text{score} > T \}$ ,  $T$  à déterminer

**Processus d'AL** : XGBoost + Entropie de Shannon

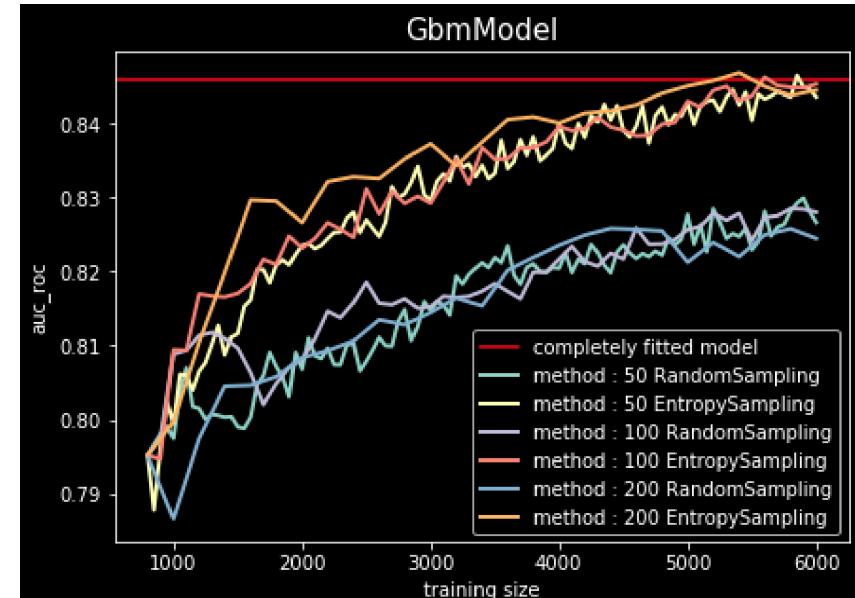
- **BMAL** : à chaque itération AL, échantillonner les  $b$  meilleures instances
- $b \in \{50, 100, 200\}$

Pourquoi utiliser **BMAL** en pratique ?

1. utile pour l'**étiquetage parallèle**
2. éviter le coût des **délais de ré-apprentissage**.

**Objectif** : trouver une séquence de tailles de lots  $(b_t)_t$ , avec un compromis entre

- **Maximiser** la performance du modèle
- **Réduire** le nombre d'itérations AL



**Contribution** : considérer BMAL comme un **Processus de Décision Markovien** (PDM)



## Dynamic-Size Batch Mode Active Learning (DS-BMAL)

**Dynamique des processus d'état** (mouvement brownien  $W_t$ ) :

$$\begin{cases} \text{(performance/qualité)} & dQ_t = \mu(B_t, b_t) \cdot Q_t(1 - Q_t) \cdot dt + \sigma(B_t, b_t) \cdot Q_t(1 - Q_t) \cdot dW_t \\ \text{(taille du train-set)} & dB_t = b_t \cdot dt \end{cases}$$

### Problème d'optimisation

$U$  fonction d'utilité qui modélise l'aversion au risque du modèle étiquetage-performance

$$V_0 = \sup_b \mathbb{E} \left[ U(Q_\tau) - \int_0^\tau C(b_s) ds \right] \quad (\text{Fonction de valeur})$$

$\tau$  le temps d'arrêt

$C$  coût supposé convexe p.r. au batch  $b$

#### Paramètres :

- $\mu$  et  $\sigma$  sont déduits par analyse numérique :

$$\mu = \mu(B, b) \propto \frac{b}{B} \text{ et } \sigma = \sigma(B, b) \propto \frac{b}{B}$$

- $C$  et  $U$  sont des fonctions de puissance standard :

$$C(b) \propto b^2 \text{ et } U(Q) = Q^p, p \in (0, 1).$$

# Dynamic-Size Batch Mode Active Learning (DS-BMAL)

**Dynamique des processus d'état** (mouvement brownien  $W_t$ ) :

$$\begin{cases} \text{(performance/qualité)} & dQ_t = \mu(B_t, b_t) \cdot Q_t(1 - Q_t) \cdot dt + \sigma(B_t, b_t) \cdot Q_t(1 - Q_t) \cdot dW_t \\ \text{(taille du train-set)} & dB_t = b_t \cdot dt \end{cases}$$

## Problème d'optimisation

$U$  fonction d'utilité qui modélise l'aversion au risque du modèle étiquetage-performance

$$V_0 = \sup_b \mathbb{E} \left[ U(Q_\tau) - \int_0^\tau C(b_s) ds \right] \quad (\text{Fonction de valeur})$$

$\tau$  le temps d'arrêt

$C$  coût supposé convexe p.r. au batch  $b$

### Paramètres :

- $\mu$  et  $\sigma$  sont déduits par analyse numérique :

$$\mu = \mu(B, b) \propto \frac{b}{B} \text{ et } \sigma = \sigma(B, b) \propto \frac{b}{B}$$

- $C$  et  $U$  sont des fonctions de puissance standard :

$$C(b) \propto b^2 \text{ et } U(Q) = Q^p, p \in (0,1).$$

## Principe de la programmation dynamique

$$V_t := v(Q_t, B_t) = \sup_{b_s, s \in [t, \tau]} \mathbb{E} \left[ v(Q_{t+h}, B_{t+h}) - \int_t^{t+h} C(b_s) ds \mid \mathcal{F}_t^W \right]$$

## Hamilton Jacobi Bellman (HJB) equation

Équation de HJB dans  $[0,1] \times [0, B_{MAX}]$  nous donne :

$$\sup_{\substack{b \geq 0 \\ \leq B_{MAX} - B}} \left\{ \mu Q(1 - Q) \frac{\partial V}{\partial Q}(Q, B) + b \frac{\partial V}{\partial B}(Q, B) + \frac{1}{2} \sigma^2 Q^2 (1 - Q)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial Q^2}(Q, B) - C(b) \right\} = 0$$

$$= A(Q, B, b, V)$$

Avec les **conditions aux bords** :

$$v(0^+, B) = U(0)$$

$$v(1^-, B) = U(1)$$

$$v(Q, B_{MAX}) = U(Q) \quad \text{pour } Q \in (0,1)$$

## Dynamic-Size Batch Mode Active Learning (DS-BMAL)

Dynamique des processus d'état (mouvement brownien  $W_t$ ) :

$$\begin{cases} \text{(performance/qualité)} & dQ_t = \mu(B_t, b_t) \cdot Q_t(1 - Q_t) \cdot dt + \sigma(B_t, b_t) \cdot Q_t(1 - Q_t) \cdot dW_t \\ \text{(taille du train-set)} & dB_t = b_t \cdot dt \end{cases}$$

### Problème d'optimisation

$U$  fonction d'utilité qui modélise l'aversion au risque du modèle étiquetage-performance

$$V_0 = \sup_b \mathbb{E} \left[ U(Q_\tau) - \int_0^\tau C(b_s) ds \right] \quad (\text{Fonction de valeur})$$

$\tau$  le temps d'arrêt

$C$  coût supposé convexe p.r. au batch  $b$

#### Paramètres :

- $\mu$  et  $\sigma$  sont déduits par analyse numérique :

$$\mu = \mu(B, b) \propto \frac{b}{B} \text{ et } \sigma = \sigma(B, b) \propto \frac{b}{B}$$

- $C$  et  $U$  sont des fonctions de puissance standard :

$$C(b) \propto b^2 \text{ et } U(Q) = Q^p, p \in (0,1).$$

### Principe de la programmation dynamique

$$V_t := v(Q_t, B_t) = \sup_{b_s, s \in [t, \tau]} \mathbb{E} \left[ v(Q_{t+h}, B_{t+h}) - \int_t^{t+h} C(b_s) ds \mid \mathcal{F}_t^W \right]$$

### Hamilton Jacobi Bellman (HJB) equation

Équation de HJB dans  $[0,1] \times [0, B_{MAX}]$  nous donne :

$$\sup_{\substack{b \geq 0 \\ \leq B_{MAX} - B}} \left\{ \mu Q(1 - Q) \frac{\partial V}{\partial Q}(Q, B) + b \frac{\partial V}{\partial B}(Q, B) + \frac{1}{2} \sigma^2 Q^2 (1 - Q)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial Q^2}(Q, B) - C(b) \right\} = 0$$

$$= A(Q, B, b, V)$$

Avec les conditions aux bords : Résolution numérique pour trouver  $b^*$  optimal:

- Différences finies + Algorithme de Howard

$$v(0^+, B) = U(0)$$

$$v(1^-, B) = U(1)$$

$$v(Q, B_{MAX}) = U(Q) \quad \text{pour } Q \in (0,1)$$

## Résultats empiriques

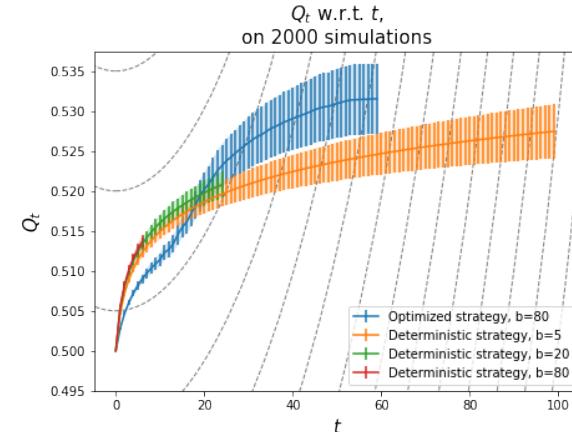
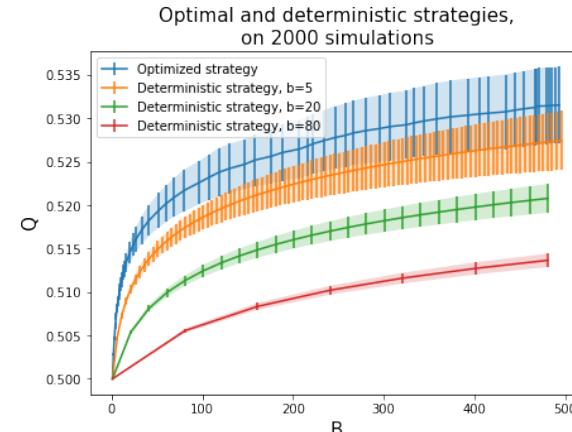
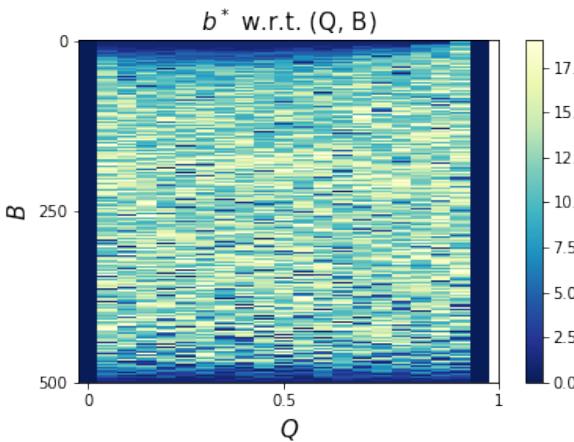


Figure a - Heatmap de  $b^*$  p.r. au processus ( $B, Q$ )

Figure b et c - stratégie **optimale** vs **déterministe** avec  $b \in \{5,20,80\}$  et  $(B_0, Q_0) = (0,0.5)$ .



La stratégie optimisée (DS-BMAL) montre de meilleurs résultats que les stratégies déterministes en termes de :

- **qualité du modèle** en étiquetant moins au début du processus
- **réduction des délais de réapprentissage**.

En effet, cette stratégie dynamique permet de réduire considérablement le nombre d'itérations.

## Défis et contributions

### **Défi 1** : entraîner un modèle ML avec un budget d'étiquetage limité

**Contributions** : Des analyses numériques présentent DS-BMAL une stratégie optimale d'étiquetage qui réduit considérablement le nombre d'itérations d'AL tout en gardant une bonne performance du modèle. Cela permettrait d'améliorer les conditions d'étiquetage pour les experts humains.

→ **Défi 2** : garantir l'équité algorithmique dans les problèmes multi-classes

## Défi 2 : équité dans la classification multi-classes



Données : (variables, variable sensible, label- ) ~  $\mathbb{P}$  sur  $\mathcal{X} \times \mathcal{S} \times [K]$ . Considérons  $\mathcal{S} = \{+1, -1\}$  , distribution de  $S$  :  $(\pi_s)_{s \in \mathcal{S}}$

$$\underbrace{\quad}_{X} \quad \underbrace{\quad}_{S} \quad \underbrace{\quad}_{Y}$$

## Défi 2 : équité dans la classification multi-classes



**Données :**  $(\underbrace{\text{variables}}_X, \underbrace{\text{variable sensible}}_S, \underbrace{\text{label-}}_Y) \sim \mathbb{P}$  sur  $\mathcal{X} \times \mathcal{S} \times [K]$ . Considérons  $\mathcal{S} = \{+1, -1\}$ , **distribution** de  $S$  :  $(\pi_s)_{s \in \mathcal{S}}$

**Parité démographique (Demographic Parity or DP)** : classifier  $g \in \mathcal{H}$  est

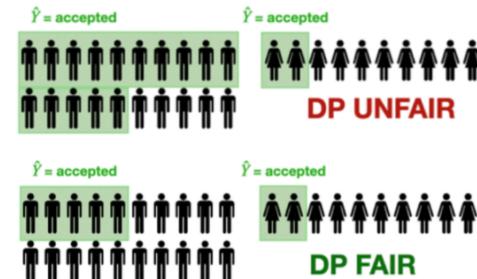
- **Exactement équitable** si

$$\mathbb{P}(g(X, S) = k | S = 1) = \mathbb{P}(g(X, S) = k | S = -1) \quad \forall k \in [K].$$

- **Approximativement** (ou  $\varepsilon$ -) **équitable** si pour  $\varepsilon \geq 0$ ,

$$\left| \mathbb{P}(g(X, S) = k | S = 1) - \mathbb{P}(g(X, S) = k | S = -1) \right| \leq \varepsilon \quad \forall k \in [K].$$

**Exemple :** entretien d'embauche



## Défi 2 : équité dans la classification multi-classes



**Données :**  $(\underbrace{\text{variables}}_X, \underbrace{\text{variable sensible}}_S, \underbrace{\text{label-}}_Y) \sim \mathbb{P}$  sur  $\mathcal{X} \times \mathcal{S} \times [K]$ . Considérons  $\mathcal{S} = \{+1, -1\}$ , **distribution** de  $S$  :  $(\pi_s)_{s \in \mathcal{S}}$

**Parité démographique (Demographic Parity or DP)** : classifier  $g \in \mathcal{H}$  est

- **Exactement équitable** si

$$\mathbb{P}(g(X, S) = k | S = 1) = \mathbb{P}(g(X, S) = k | S = -1) \quad \forall k \in [K].$$

- **Approximativement** (ou  $\varepsilon$ -) **équitable** si pour  $\varepsilon \geq 0$ ,

$$\left| \mathbb{P}(g(X, S) = k | S = 1) - \mathbb{P}(g(X, S) = k | S = -1) \right| \leq \varepsilon \quad \forall k \in [K].$$

pour cette présentation !

**Q** : où réduire les biais ? **R** : réduire les biais ...

dans les données  
(**pre-processing**)



Dataset

lors de l'entraînement ML  
(**in-processing**)



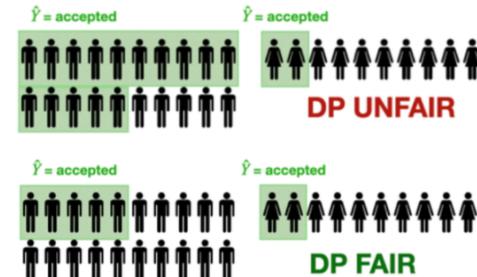
Modèle  
d'apprentissage

après l'entraînement ML  
(**post-processing**)



Prédiction

**Exemple : entretien d'embauche**



## Défi 2 : équité dans la classification multi-classes



**Données :**  $(\underbrace{\text{variables}}_X, \underbrace{\text{variable sensible}}_S, \underbrace{\text{label-}}_Y) \sim \mathbb{P}$  sur  $\mathcal{X} \times \mathcal{S} \times [K]$ . Considérons  $\mathcal{S} = \{+1, -1\}$ , **distribution** de  $S$  :  $(\pi_s)_{s \in \mathcal{S}}$

**Parité démographique (Demographic Parity or DP)** : classifier  $g \in \mathcal{H}$  est

- **Exactement équitable** si

$$\mathbb{P}(g(X, S) = k | S = 1) = \mathbb{P}(g(X, S) = k | S = -1) \quad \forall k \in [K].$$

- **Approximativement** (ou  $\varepsilon$ -) **équitable** si pour  $\varepsilon \geq 0$ ,

$$\left| \mathbb{P}(g(X, S) = k | S = 1) - \mathbb{P}(g(X, S) = k | S = -1) \right| \leq \varepsilon \quad \forall k \in [K].$$

pour cette présentation !

**Q** : où réduire les biais ? **R** : réduire les biais ...

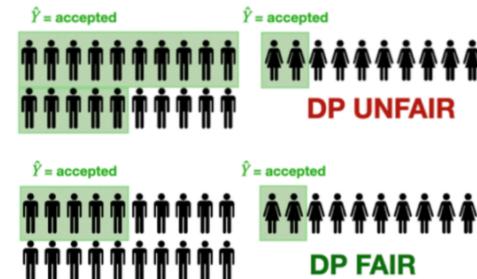
**Contribution :**

- La plupart des travaux sur l'équité algorithmique : tâches binaires ou de régression !
- Cette thèse propose de renforcer l'équité algorithmique en **multi-classes** avec une stratégie **post-processing**

Institut



**Exemple :** entretien d'embauche



après l'entraînement ML  
(post-processing)



## Equité approximative : notations et objectif

**Risque** (de mauvaise classification) pour un classifieur  $g : \mathcal{X} \times \{-1,1\} \rightarrow [K]$

$$\mathcal{R}(g) := \mathbb{P}(g(X, S) \neq Y).$$

**Scores** : pour  $k \in [K]$ , on note

$$p_k(X, S) := \mathbb{P}(Y = k | X, S).$$

**Classifieur de Bayes** minimise le risque :  $\forall (x, s) \in \mathcal{X} \times \mathcal{S}$

$$g^*(x, s) \in \arg \max_k p_k(x, s).$$

## Équité approximative : notations et objectif

**Risque** (de mauvaise classification) pour un classifieur  $g : \mathcal{X} \times \{-1,1\} \rightarrow [K]$

$$\mathcal{R}(g) := \mathbb{P}(g(X, S) \neq Y).$$

**Scores** : pour  $k \in [K]$ , on note

$$p_k(X, S) := \mathbb{P}(Y = k | X, S).$$

**Classifieur de Bayes** minimise le risque :  $\forall (x, s) \in \mathcal{X} \times \mathcal{S}$

$$g^*(x, s) \in \arg \max_k p_k(x, s).$$

### Objectif

- **Minimiser le risque** :  $g^* \in \arg \min_g \mathcal{R}(g)$
- **Garantir l'équité** : pour  $\varepsilon \geq 0$ ,  $\max_{k \in [K]} |\mathbb{P}(g^*(X, S) = k | S = 1) - \mathbb{P}(g^*(X, S) = k | S = -1)| \leq \varepsilon$ . (dénoté  $g^* \in \mathcal{G}_{\varepsilon-\text{fair}}$ )

Considérons son **Lagrangien** et introduisons pour  $\lambda^{(1)} = (\lambda_1^{(1)}, \dots, \lambda_K^{(1)}) \in \mathbb{R}_+^K$  et  $\lambda^{(2)} = (\lambda_1^{(2)}, \dots, \lambda_K^{(2)}) \in \mathbb{R}_+^K$ ,

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}}(g) &:= \mathcal{R}(g) + \sum_{k=1}^K \lambda_k^{(1)} [\mathbb{P}(g(X, S) = k | S = 1) - \mathbb{P}(g(X, S) = k | S = -1) - \varepsilon] \\ &\quad + \sum_{k=1}^K \lambda_k^{(2)} [\mathbb{P}(g(X, S) = k | S = -1) - \mathbb{P}(g(X, S) = k | S = 1) - \varepsilon]. \end{aligned} \quad (\text{risque-équitable})$$

## Équité approximative : prédicteur équitable optimal

**Hypothèse de continuité** :  $t \mapsto \mathbb{P}(p_k(X, S) - p_j(X, S) \leq t \mid S = s)$  considéré comme **continu** pour tout  $k, j \in [K]$  et  $s \in \mathcal{S}$ .

- **Remarque** : en pratique cette hypothèse est satisfaite en donnant une **petite perturbation uniforme**.

Soit  $H : \mathbb{R}_+^{2K} \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction  $H(\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}) = \sum_{s \in \mathcal{S}} \mathbb{E}_{X|S=s} \left[ \max_k (\pi_s p_k(X, s) - s(\lambda_k^{(1)} - \lambda_k^{(2)})) \right] + \varepsilon \sum_{k=1}^K (\lambda_k^{(1)} + \lambda_k^{(2)})$ .

### Proposition

- Sous l'*hypothèse de continuité*, nous définissons  $\lambda^{*(1)}, \lambda^{*(2)} \in \mathbb{R}_+^{2K}$  par

$$(\lambda^{*(1)}, \lambda^{*(2)}) \in \arg \min_{(\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}) \in \mathbb{R}_+^{2K}} H(\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}).$$

Alors,  $g_{\varepsilon-\text{fair}}^* \in \arg \min_{g \in \mathcal{G}_{\varepsilon-\text{fair}}} \mathcal{R}(g)$  **ssi**  $g_{\varepsilon-\text{fair}}^* \in \arg \min_{g \in \mathcal{G}} \mathcal{R}_{\lambda^{*(1)}, \lambda^{*(2)}}(g)$ .

- De plus  $\forall (x, s) \in \mathcal{X} \times \mathcal{S}$ ,

$$g_{\varepsilon-\text{fair}}^*(x, s) = \arg \max_{k \in [K]} (\pi_s p_k(x, s) - s(\lambda_k^{*(1)} - \lambda_k^{*(2)})).$$

# Équité approximative : prédicteur équitable optimal + estimateur

**Hypothèse de continuité** :  $t \mapsto \mathbb{P}(p_k(X, S) - p_j(X, S) \leq t \mid S = s)$  considéré comme **continu** pour tout  $k, j \in [K]$  et  $s \in \mathcal{S}$ .

- **Remarque** : en pratique cette hypothèse est satisfaite en donnant une **petite perturbation uniforme**.

Soit  $H : \mathbb{R}_+^{2K} \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction  $H(\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}) = \sum_{s \in \mathcal{S}} \mathbb{E}_{X|S=s} \left[ \max_k (\pi_s p_k(X, s) - s(\lambda_k^{(1)} - \lambda_k^{(2)})) \right] + \varepsilon \sum_{k=1}^K (\lambda_k^{(1)} + \lambda_k^{(2)})$ .

## Proposition

- Sous l'*hypothèse de continuité*, nous définissons  $\lambda^{*(1)}, \lambda^{*(2)} \in \mathbb{R}_+^{2K}$  par

$$(\lambda^{*(1)}, \lambda^{*(2)}) \in \arg \min_{(\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}) \in \mathbb{R}_+^{2K}} H(\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}).$$

Alors,  $g_{\epsilon-fair}^* \in \arg \min_{g \in \mathcal{G}_{\epsilon-fair}} \mathcal{R}(g)$  **ssi**  $g_{\epsilon-fair}^* \in \arg \min_{g \in \mathcal{G}} \mathcal{R}_{\lambda^{*(1)}, \lambda^{*(2)}}(g)$ .

- De plus  $\forall (x, s) \in \mathcal{X} \times \mathcal{S}$ ,

$$g_{\epsilon-fair}^*(x, s) = \arg \max_{k \in [K]} (\pi_s p_k(x, s) - s(\lambda_k^{*(1)} - \lambda_k^{*(2)})).$$

## Approche semi-supervisée :

- **Données étiquetées** :  $\mathcal{D}_n = (X_i, S_i, Y_i)_{i=1, \dots, n}$   
Entraîner les estimateurs  $(\hat{p}_k)_k$  (ex. RF, SVM, ...)  
Randomization trick  $\bar{p}_k(X, S, \zeta_k) = \hat{p}_k(X, S) + \zeta_k$
- **Données non-étiquetées** :  $X_1^s, \dots, X_{N_s}^s \stackrel{\text{iid}}{\sim} \mathbb{P}_{X|S=s}$   
Fréquences empiriques  $(\hat{\pi}_s)_s$  comme estimateurs de  $(\pi_s)_s$

## Estimateur post-processing :

Si  $(\hat{\lambda}^{(1)}, \hat{\lambda}^{(2)}) \in \arg \min_{(\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}) \in \mathbb{R}_+^{2K}} \hat{H}(\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)})$

$$\hat{g}_\epsilon(x, s) = \arg \max_{k \in [K]} (\hat{\pi}_s \bar{p}_k(x, s, \zeta_k) - s(\hat{\lambda}_k^{(1)} - \hat{\lambda}_k^{(2)}))$$

## Équité approximative : garanties théoriques

**Mesure d'iniquité (Unfairness measure).**

$$\mathcal{U}(g) := \max_{k \in [K]} \left| \mathbb{P}(g(X, S) = k | S = 1) - \mathbb{P}(g(X, S) = k | S = -1) \right|$$

### Théorème

**Garantie universelle d'équité.** Il existe une constante  $C > 0$  dépendant uniquement de  $K$  et de  $\min_{s \in S} \pi_s$ , tel que, pour tout estimateur  $\hat{p}_k$

$$|\mathbb{E}[\mathcal{U}(\hat{g}_\varepsilon)] - \varepsilon| \leq \frac{C}{\sqrt{N}}$$

**Consistance.** Si l'estimateur est consistant avec la norme  $L_1$  alors,

$$\mathbb{E} [\mathcal{R}(\hat{g}_\varepsilon)] \rightarrow \mathcal{R}(g^*_{\text{fair}}) \text{ quand } n, N \rightarrow \infty$$



$n = \#$  données étiquetées



$\hat{g}_\varepsilon$  asymptotiquement aussi performant que  $g^*$  en termes d'équité et de précision



$N = \#$  données non-étiquetées

## Résultats sur des données synthétiques



### Dataset :

données **synthétiques**, pour  $k \in [K]$

$(X | Y = k) \sim$  mélange Gaussien

$(S | Y = k) \sim 2 \cdot \mathcal{B}(p) - 1$ , si  $k \leq \lfloor K/2 \rfloor$ ,  
 $(S | Y = k) \sim 2 \cdot \mathcal{B}(1-p) - 1$ , si  $k > \lfloor K/2 \rfloor$ .

- $p$  mesure le biais historique dans le dataset
- $K$  représente le nombre de classes

$$\max_{k \in [K]} \left| \mathbb{P}(Y = k | S = 1) - \mathbb{P}(Y = k | S = -1) \right| = \left\lceil \frac{2}{K} \cdot (2p - 1) \right\rceil.$$

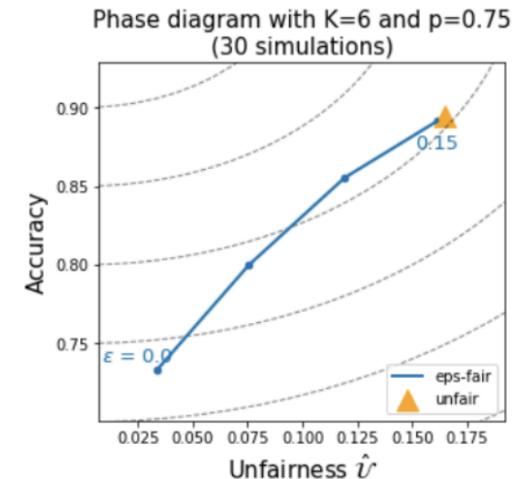
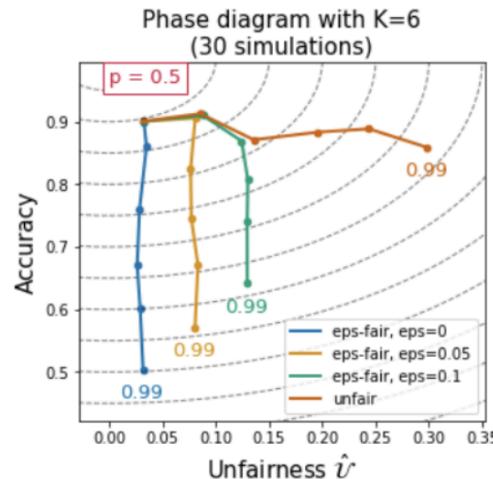


### Modèle d'apprentissage :

Random Forest (**RF**)



l'équité de  $g$  est mesurée par la version empirique de la mesure d'iniquité  $\mathcal{U}(g)$



## Résultats sur des données réelles : cas binaire (1/2)



**Dataset :** DRUG, CRIME



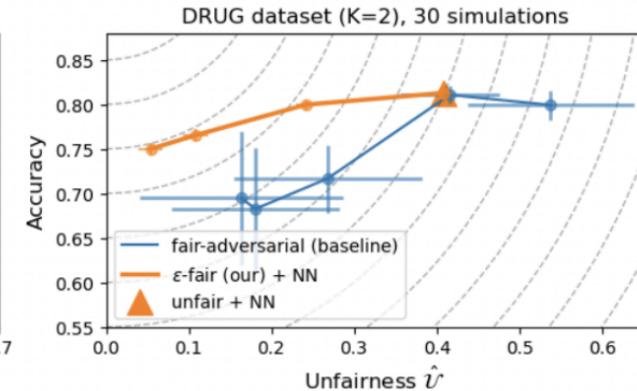
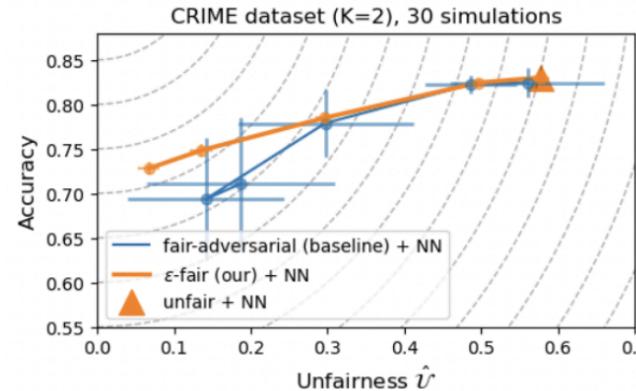
**Modèle d'apprentissage :**

Réseaux de Neurones (NN)



**Benchmarks :**

Fair-adversarial<sup>1</sup>



1: approche in-processing <https://aif360.readthedocs.io/en/stable/modules/generated/aif360.sklearn.inprocessing.AdversarialDebiasing.html>

Lien vers code/expérimentations (Github)



SCAN ME

## Résultats sur des données réelles : cas binaire (2/2)



**Dataset :** DRUG, CRIME



**Modèle d'apprentissage :**

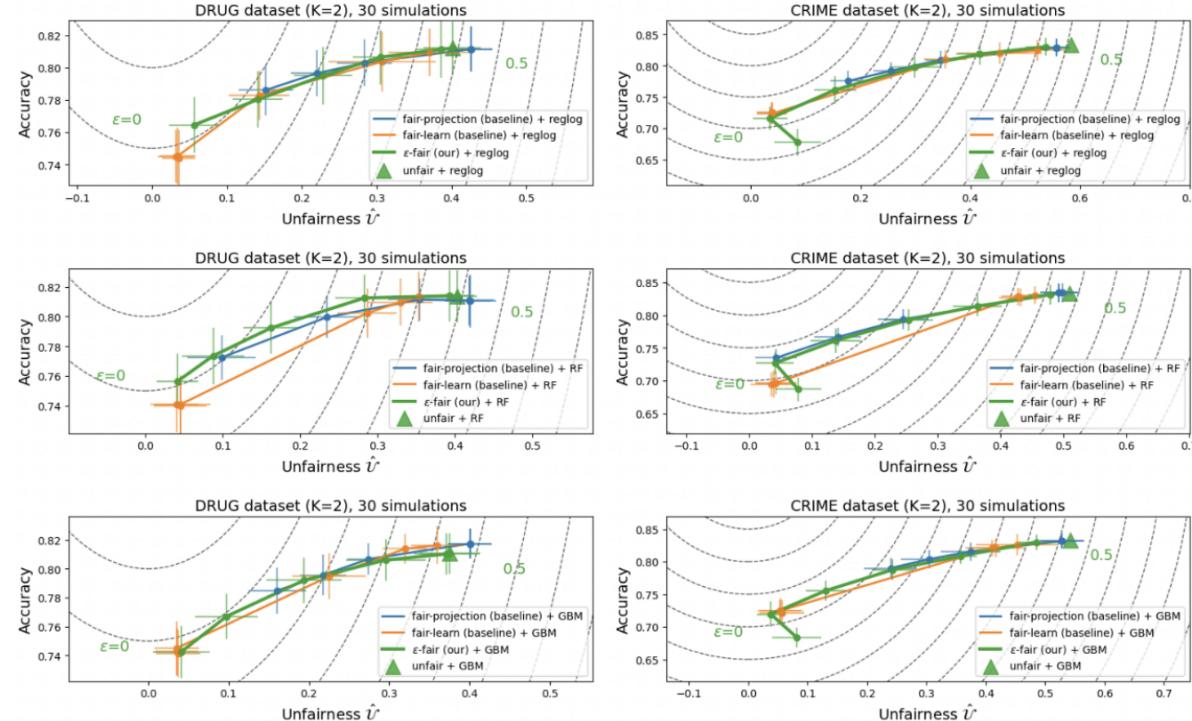
Régression Logistique (reglog),  
Random Forest (RF),  
XGBoost (GBM)



**Benchmarks :**

Fair-learn<sup>1</sup>

Fair-projection<sup>2</sup>



1: approche **in-processing** pour binaire et régression <https://fairlearn.org/> (Agarwal et al., ICLM 2018)

2: approche **post-processing** pour multi-classes <https://github.com/HsiangHsu/Fair-Projection> (NeurIPS 2022)



# Résultats sur des données réelles : cas multi-classes



**Dataset :** DRUG, CRIME



**Modèle d'apprentissage :**

Régression Logistique (**reglog**),

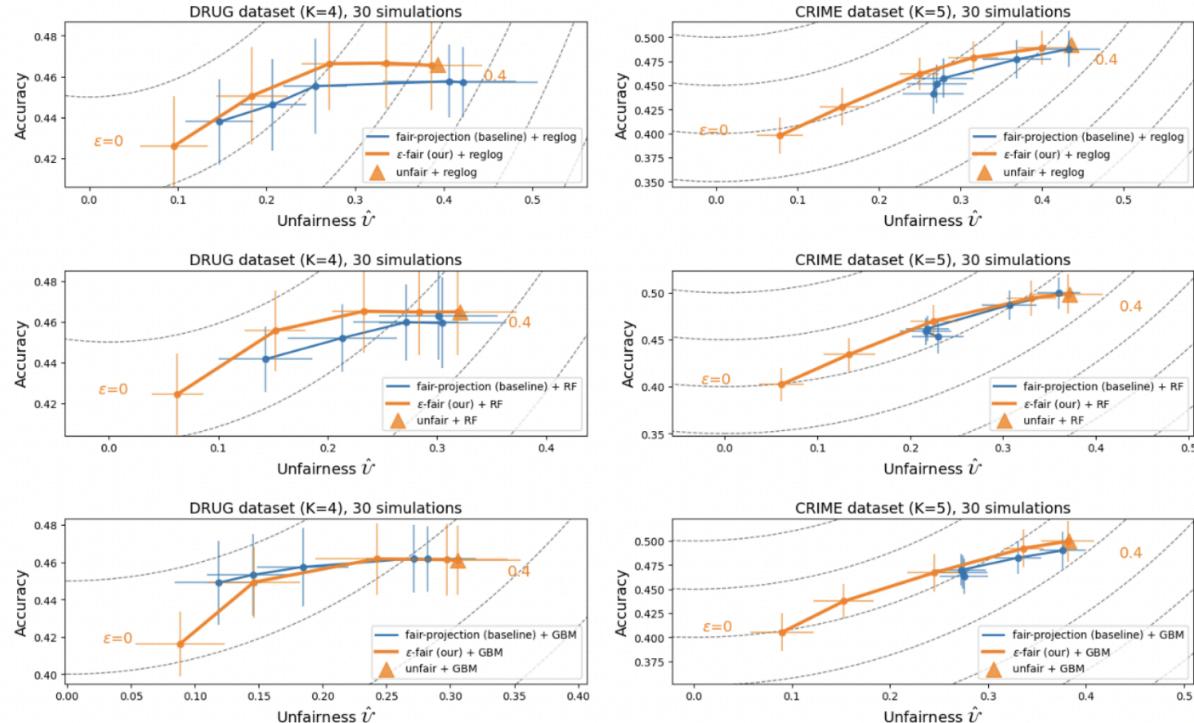
Random Forest (**RF**),

XGBoost (**GBM**)



**Benchmarks :**

Fair-projection<sup>1</sup>



1: approche **post-processing** pour multi-classes <https://github.com/HsiangHsu/Fair-Projection> (NeurIPS 2022)



## Défis et contributions

### Défi 1 : entraîner un modèle ML avec un budget d'étiquetage limité

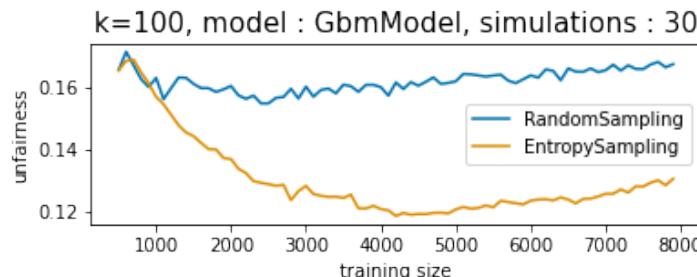
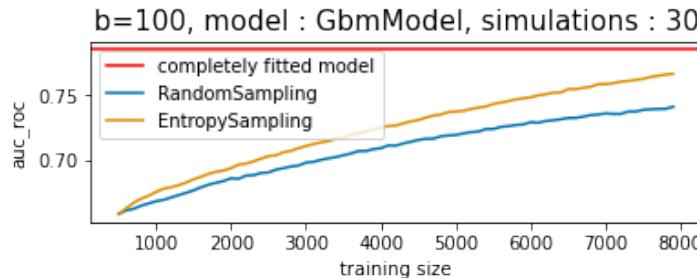
**Contributions** : Des analyses numériques présentent DS-BMAL une stratégie optimale d'étiquetage qui réduit considérablement le nombre d'itérations d'AL tout en gardant une bonne performance du modèle. Cela permettrait d'améliorer les conditions d'étiquetage pour les experts humains.

### Défi 2 : garantir l'équité algorithmique dans les problèmes multi-classes

**Contributions** : Dans le cadre de la classification multi-classes, nous fournissons une règle de classification équitable optimale sous la contrainte DP. Nous traitons l'équité exacte et approximative et montrons que notre approche obtient des résultats remarquables sur divers ensembles de données synthétiques et réels. En particulier, notre algorithme est efficace pour faire respecter un niveau d'équité pré-spécifié.

# Conclusion

## Défi 1+2 : fair active classifier sur données d'assurance



## Perspective

- Extension en **classification multi-labels** :

Au lieu de considérer le **risque de mauvaise classification**

$$R(g) = \mathbb{P}(g(X, S) \neq Y)$$

Nous considérons le **risque  $L_2$**

$$R_2(g) = \mathbb{E} \left[ \sum_{k=1}^K (1_{Y=k} - g_k(X, S))^2 \right]$$



Bientôt un **package** sur Python pour l'équité algorithmique en multi-classes

# Références



PhD THESIS



PhD DEFENSE



PAGE PERSO



# Merci pour votre attention

