中等题目

开心提示：下面联考真题题型居多，加油！

一、问题求解题

1. $f(x)=x^2+x-1$，$g(x)=a(x+1)^2+b(x-1)(x+1)+c(x-1)^2$，$a$，$b$，$c$ 为何值时，$f(x)=g(x)$（　　）.

（A）$a=-\frac{1}{4}$，$b=1$，$c=-\frac{1}{4}$　　（B）$a=\frac{1}{2}$，$b=1$，$c=-\frac{1}{2}$

（C）$a=\frac{1}{4}$，$b=1$，$c=-\frac{1}{4}$　　（D）$a=-\frac{1}{2}$，$b=2$，$c=-\frac{1}{2}$

（E）以上结论均不正确

2.若 x 和分式 $\frac{3x+2}{x-1}$ 都是整数，那么 $x=$（　　）.

（A）2，6　（B）0，2，6　（C）-4　（D）-4，0，2，6　（E）0，-4

3. x 取何值时，分式 $\frac{x^2-4}{x+2}$ 的值等于零（　　）.

（A）2　（B）-2　（C）±2　（D）4　（E）±4

4. m 取什么值时，分式 $\frac{2m+7}{m-1}$ 的值是正整数（　　）.

（A）-8，0，4，10，±2　（B）-8，2，4，10　（C）-8，-2

（D）-8，-2，0　（E）0，2，4，10

5. a 为何值时，有 $\frac{|a|-2}{a^2+a-6}=0$（　　）.

（A）-2　（B）±2　（C）2　（D）-3　（E）2 或 -3

6.已知 $3a^2+2a+5$ 是一个偶数，那么整数 a 一定是（　　）.

（A）奇数　（B）偶数　（C）任意数　（D）既可以是奇数，也可以是偶数

（E）质数

7.多项式 $M=4x^2-9x+4a$，$N=3x^2-9x+4a$，当 x 为任意一个有理数时，下列结论正确的是（　　）.

（A）M 的值必小于 N 的值　（B）M 的值必不大于 N 的值

（C）M 的值等于 N 的值　（D）M 的值必不小于 N 的值

（E）M 的值等于 N 的值

8.方程$(x^2-x-1)^{x+10}=1$的整数解有（　　）个.

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4　　（E）5

9.若$\left(2a-4\right)x^4-bx^2+x-ab$是关于$x$的二次三项式，则这个二次三项式可能是（　　）.

（A）x^2+x-2　　（B）$-x^2+x-2$

（C）$-x^2+x+2$　　（D）$-x^2+x-1$

（E）以上结论均不正确

10.已知$abc<0$，且$a+b+c=0$，$x=\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{ab}{|ab|}+\frac{|bc|}{bc}+\frac{ac}{|ac|}$，$ax^2+bx^2+cx+1$的值为（　　）.

（A）-2　　（B）-1　　（C）0　　（D）1　　（E）2

二、充分性判断题

1.代数式$x^5-3x^4+2x^3-3x^2+x+2$的值为2.

（1）$x+\frac{1}{x}=3$　　（2）$x-\frac{1}{x}=3$

2.$a\left(a+9\right)+\left(1+2a\right)\left(1-2a\right)$的值为$4$.

（1）$a+\frac{1}{a}=3$　　（2）$a-\frac{1}{a}=3$

3.已知$x+y\neq 0$，则分式$\frac{2x}{x+y}$的值保持不变.

（1）y和x都扩大为原来的3倍

（2）y和x都扩大了原来的3倍

4.$\frac{1}{\left(x-1\right)x}+\frac{1}{x\left(x+1\right)}+\cdots+\frac{1}{\left(x+9\right)\left(x+10\right)}=\frac{11}{12}$.

（1）$x=2$　　（2）$x=-11$

5.$\left|4x^2-5x+1\right|-4\left|x^2+2x+2\right|+3x+7=-20100$.

（1）$x=2010$　　（2）$x=2012$

6.关于 x 的方程 $a^2x^2-\left(3a^2-8a\right)x+2a^2-13a=15$ 至少有一个整数根.

（1） $a=3$　　　　　　（2） $a=5$

7.已知 a，b，c 为互不相等的非零数，则 a，b，c 成等差数列.

（1） $\left(a-c\right)^2=4\left(b-a\right)\left(c-b\right)$

（2） $\left(a-c\right)^2=-4\left(b+a\right)\left(c+b\right)$

进阶训练题详解

一、问题求解题

1.【解析】C.显然有

$$\begin{aligned} g\left(x\right)&=a\left(x+1\right)^2+b\left(x-1\right)\left(x+1\right)+c\left(x-1\right)^2 \\ &=\left(a+b+c\right)x^2+\left(2a-2c\right)x+\left(a-b+c\right) \end{aligned}$$

若 $f\left(x\right)=g\left(x\right)$，则有 $\begin{cases} a+b+c=1 \\ 2a-2c=1 \\ a-b+c=-1 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} a=\dfrac{1}{4} \\ b=1 \\ c=-\dfrac{1}{4} \end{cases}$

2.【解析】D.令 $t=\dfrac{3x+2}{x-1}=3+\dfrac{5}{x-1}$，$x$，$t$ 均是整数，所以 $x-1$ 应是 5 的约数，又因为 $5=1\times5=\left(-1\right)\times\left(-5\right)$，则 $x-1=1$，5，-1，-5，所以 $x=2$，$x=6$，$x=0$，$x=-4$.

3.【解析】A.根据题意，应有 $\begin{cases} x^2-4=0 \\ x+2\neq0 \end{cases}$，即 $x=2$.

4.【解析】B.同第 2 题，有 $\dfrac{2m+7}{m-1}=2+\dfrac{9}{m-1}$，有 $m-1=1$，9，-1，-9，3，-3，即 $m=2$，10，0，-8，4，-2，只有 $m=-8$，2，10，4 时，$\dfrac{2m+7}{m-1}$ 的值才是正整数.

5.【解析】A.同第 3 题，显然有 $\begin{cases} \left|a\right|-2=0 \\ a^2+a-6\neq0 \end{cases}$，解得 $a=-2$.

6.【解析】A. $3a^2+2a+5$ 是偶数，又 $2a$ 一点定是偶数，故 $3a^2+5$ 也必须是偶数，即 $3a^2$

应是奇数，从而a应是奇数.

7.【解析】D.$M-N=\left(4x^2-9x+4a\right)-\left(3x^2-9x+4a\right)=x^2\geqslant 0$，故$M>N$或$M=N$.

8.【解析】D.考虑到$1^n=1$（$n\in\mathrm{R}$），$\left(-1\right)^{2k}=1$（$k\in\mathrm{Z}$），$x^0=1$（$x\in\mathrm{R}$）是其一个整数解；令$x^2-x-1=1$，解得$x=2$或$x=-1$；再令$x^2-x-1=-1$，解得$x=0$或$x=1$，而当$x=1$时有$(x^2-x-1)^{x+10}=-1$，故原方程的整数解为$x=-10$，$x=-1$，$x=0$或$x=2$，共4个.

9.【解析】B.根据题意，有$\begin{cases}b\neq 0\\2a-4=0\end{cases}$，即为$-bx^2+x-2b$，$-x^2+x-2$满足.

10.【解析】D.根据题意，a，b，c应该有两正一负，故$x=0$，$ax^3+bx^2+cx+1=1$，选D.

二、充分性判断题

1.【解析】A.条件（1），$x+\frac{1}{x}=3$，则$x^2-3x=-1$，代入题干化简得2，充分；条件（2），$x-\frac{1}{x}=3$，则$x^2-3x=1$，代入题干化简得$22x+8\neq 2$，不充分.

2.【解析】A.$a\left(a+9\right)+\left(1+2a\right)\left(1-2a\right)=-3\left(a^2-3a\right)+1$，条件（1），$a+\frac{1}{a}=3$，则$a^2-3a=-1$，代入题干化简得$4$，充分；条件（2），$a-\frac{1}{a}=3$，则$a^2-3a=1$，代入题干化简得$-2$，不充分.

3.【解析】D.条件(1)，当x，y扩大为原来的3倍，$x\to 3x$，$y\to 3y$，$\frac{2\cdot 3x}{3x+3y}=\frac{2x}{x+y}$，充分；条件（2），当$x$，$y$扩大了原来的$3$倍，$x\to 4x$，$y\to 4y$，$\frac{2\cdot 4x}{4x+4y}=\frac{2x}{x+y}$，亦充分.

4.【解析】D.此题可利用公式$\frac{1}{m\left(m+1\right)}=\frac{1}{m}-\frac{1}{m+1}$，化简后再进行求解.

原式$=\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}\right)+\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{x+9}-\frac{1}{x+10}\right)=\frac{11}{12}$

即 $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+10}=\frac{11}{12}$.解得 $x_1=2$， $x_2=-11$.

5.【解析】A.因为条件（1）、条件（2）代入化简，都可以直接去掉绝对值符号得到 $-10x$，当 $x=2010$ 时，充分，故选 A.

6.【解析】B.条件（1），当 $a=3$ 时，$3x^2-x-12=0$，解得 $x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{145}}{6}$，无整数根，不充分；条件（2），当 $a=5$ 时，$5x^2-7x-6=0$，解得 $x_1=-\frac{3}{5}$， $x_2=2$，有整数根，充分；故选 B.

7.【解析】A.由（1）得到 $\left(a-c\right)^2-4\left(b-a\right)\left(c-b\right)=0$，展开后为 $a^2-2ac+c^2-4bc+4ac-4ab+4b^2=0$，变形为 $\left(a+c\right)^2-4b\left(a+c\right)+4b^2=0$， $\left(a+c-2b\right)^2=0$，再配方 $a+c-2b=0$，故充分；由（2）得 $\left(a-c\right)^2+4\left(b+a\right)\left(c+b\right)=0$，展开后为 $a^2-2ac+c^2+4bc+4ac+4ab+4b^2=0$，变形为 $\left(a+c\right)^2+4b\left(a+c\right)+4b^2=0$，再配方 $\left(a+c+2b\right)^2=0$， $a+c+2b=0$，不充分.