Curso de verão 2016 - Uma Introdução à Análise Exploratória de Dados e Métodos Estatísticos

Prova 1 — 18/01/2016

1) Considere um banco de dados contendo informações de 30 modelos de carro. Destacamos as seguintes variáveis:

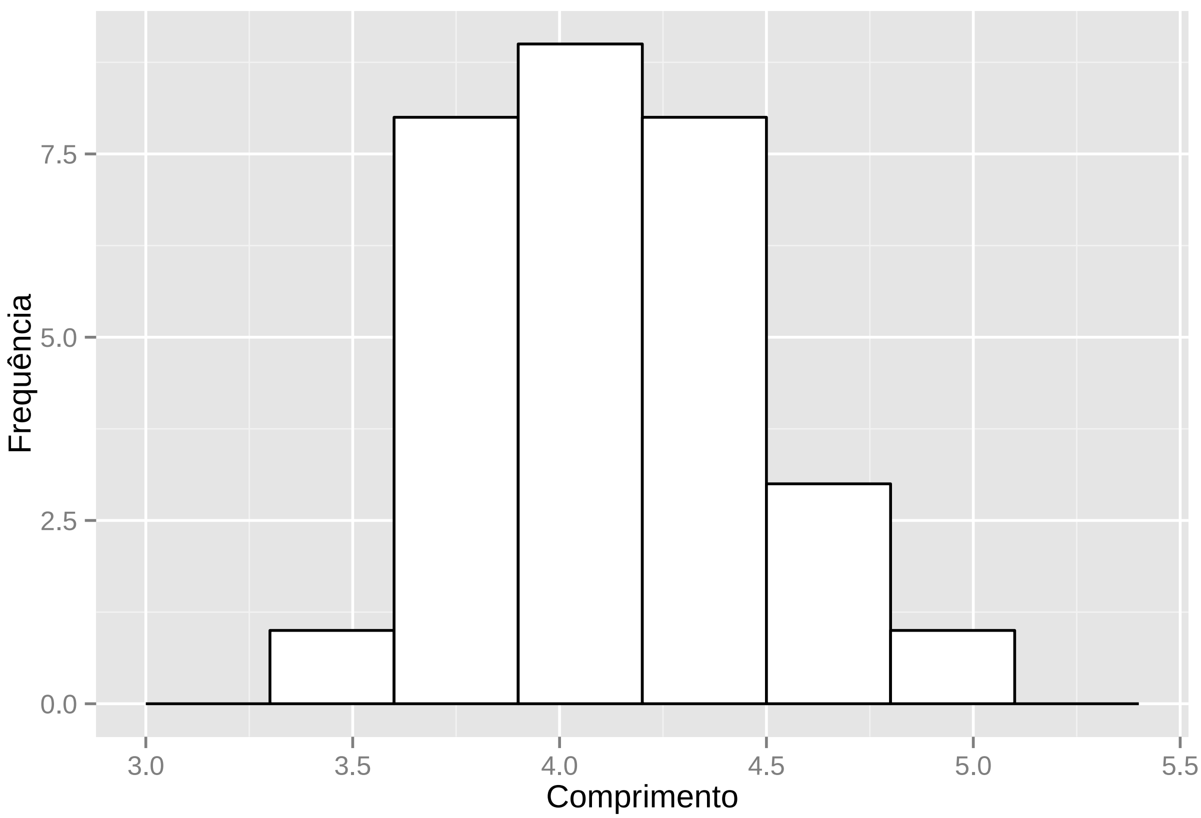
Y: preço (dólares)

X_1: comprimento (metros)

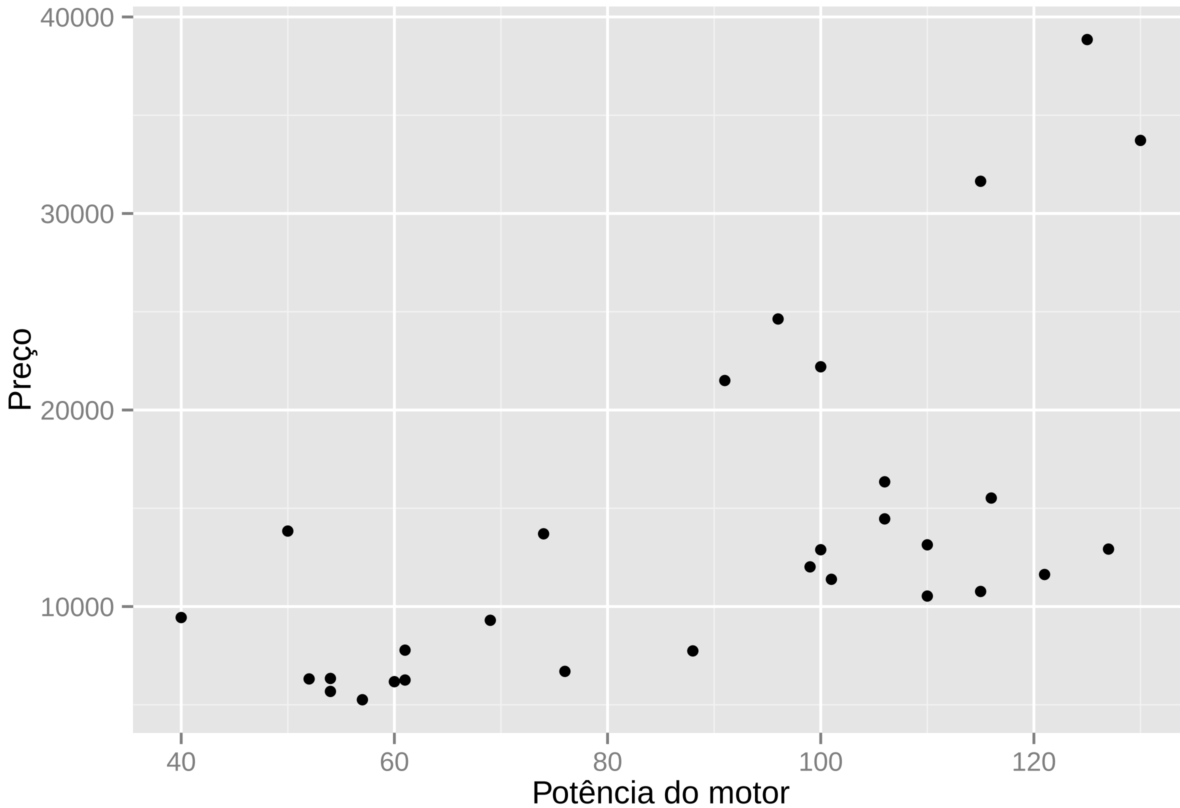
X_2: potência do motor (cavalos)

X_3: fabricação (nacional ou importado)

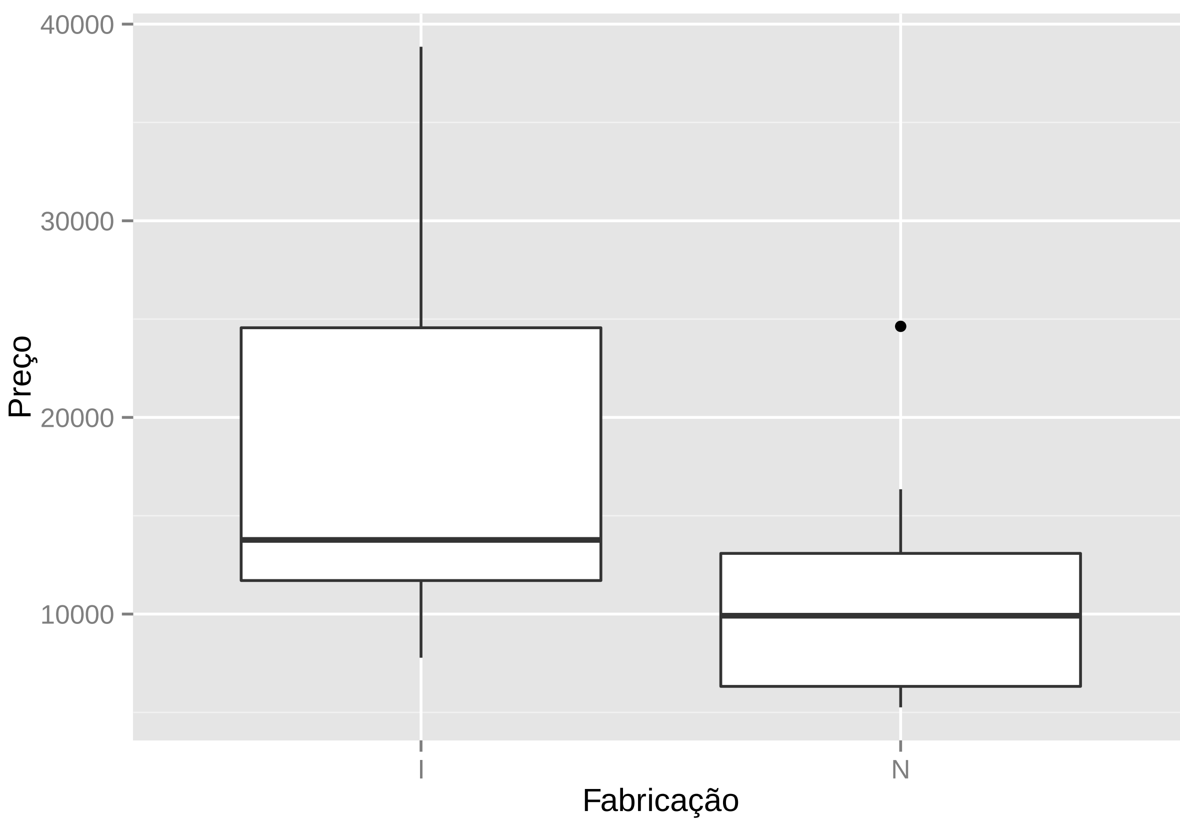
a. Interprete o histograma da variável "comprimento". (1 ponto)



b. Interprete o gráfico de dispersão da variável "preço" pela variável "potência do motor". (1 ponto)



c. Interprete o boxplot da variável "preço" pela variável "fabricação". (1 ponto)



2. O que é um espaço amostral? Dê um exemplo de um experimento aleatório (NÃO VALE LANÇAMENTO DE DADOS OU MOEDAS!), indique o seu espaço amostral e atribua probabilidades a cada um de seus elementos. (2 pontos)

3. Seja $X \sim Binomial(4, 0.4)$. Temos que

$$P(X = 0) = 0.13$$
$$P(X = 1) = 0.35$$
$$P(X = 2) = 0.35$$
$$P(X = 3) = 0.15$$
$$P(X = 4) = q$$

a. O que representam os valores 4 e 0.4 como parâmetros desta Binomial? (1 ponto)

b. Quanto vale q? (0.5 ponto)

c. Qual a probabilidade de que X valha pelo menos 3? (0.5 ponto)

4. Seja X uma variável aleatória com distribuição $Normal(50, 36)$.

a. Qual a mediana de X? Explique como chegou nesse valor. (0,5 ponto)

b. Esboce o gráfico da função densidade de probabilidade ($f(x)$) de X. (0,5 ponto)

c. Qual a probabilidade de X ser maior que 50? (0,5 ponto)

d. Se Z segue a distribuição Normal padrão e sabemos que $P(Z > 1) = 0.1587$, qual a probabilidade de X ser menor que 44? (0,5 ponto)

5. Sejam $X_1, ..., X_n$ variáveis aleatórias independentes com $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, ..., n$. Considere a variável aleatória $\bar{X}$ definida por

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}.$$

Encontre os valores de $E(\bar{X})$ e $VAR(\bar{X})$ em termos de μ, σ^2 e n. (1 ponto)

Dica. Utilize os seguintes resultados.

Resultado 1. Se $X_1, ..., X_n$ são variáveis aleatórias independentes quaisquer, então

$$E\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = E(X_1 + X_2 + ... + X_n) = E(X_1) + E(X_2) + ... + E(X_n) = \sum_{i=1}^{n} E(X_i)$$

e

$$VAR\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = VAR(X_1 + X_2 + ... + X_n) = VAR(X_1) + VAR(X_2) + ... + VAR(X_n) = \sum_{i=1}^{n} VAR(X_i)$$

Resultado 2 Se X é uma variável aleatória qualquer e a é uma constante, então

$$E(aX) = aE(X)$$

e

$$VAR(aX) = a^2 VAR(X)$$