

# Regresion Logistica

Jesus Martinez Arvizu

May 6, 2016

## 1 Funcion logistica

$$logistica(z) = \frac{1}{1 + exp(-z)} \quad (1)$$

## 2 Calculando el Costo

Para calcular el costo es necesario tener una matriz X,W y un vector Y.

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} W = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

### 2.1 Paso 1.

Calculamos el producto punto de las matrices X y W.

$$X.dot(W) = \begin{pmatrix} x1 * w1 + & x1 * w2 \\ x2 * w1 + & x2 * w2 \end{pmatrix}$$

$$X.dot(W) = \begin{pmatrix} 1 * 1 + & 10 * 1 \\ 1 * 1 + & -5 * 1 \end{pmatrix}$$

$$X.dot(W) = \begin{pmatrix} 11 \\ -4 \end{pmatrix}$$

### 2.2 Paso 2

Se calcula la logistica de cada elemento de esta ultima matriz.

L=logistica(x.dot(w)), es decir:

$$L = logistica(X.dot(W)) = \begin{pmatrix} logistica(11) \\ logistica(-4) \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} 0.9999833 \\ 0.01798621 \end{pmatrix}$$

### 2.3 Paso 3

Calculamos despues el logaritmo natural de cada elemento de la matriz L:

$$\begin{aligned} \text{Log}L &= \text{logaritmo}(L) = \begin{pmatrix} \text{logaritmo}(0.9999833) \\ \text{logaritmo}(0.01798621) \end{pmatrix} \\ \text{Log}L &= \begin{pmatrix} -0000.167015613 \\ -4.01814993 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

### 2.4 Paso 4

Despues se multiplican todos los elementos del vector Y por -1 y queda la siguiente matriz:

$$-Y = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

### 2.5 Paso 5

En este paso calculamos la Transpuesta de la matriz -Y y queda de la siguiente manera:

$$-Y.T = \begin{pmatrix} -1 & 0 \end{pmatrix}$$

### 2.6 Paso 5

En este paso calculamos la Transpuesta de la matriz -Y y queda de la siguiente manera:

$$-Y.T = \begin{pmatrix} -1 & 0 \end{pmatrix}$$

### 2.7 Paso 6

Se calcula el producto punto de la matriz -Y.T por la matriz logL:

$$(-Y.T) \times (\text{log}L) =$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -0000.167015613 \\ -4.01814993 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1) * (-0000.167015613) + (0) * (-4.01814993) \end{pmatrix}$$

Al resultado de esta operacion le llamaremos valor c.

$$c = \begin{pmatrix} 0000.167015613 \end{pmatrix}$$

### 2.8 Paso 7

Calculamos la operacion 1-y, esto significa que se formará un nuevo vector con la operacion 1-y de cada elemento del vector y.

$$1 - Y = \begin{pmatrix} 1 - y1 \\ 1 - y2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 1 \\ 1 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

## 2.9 Paso 8

Calculamos la Transpuesta de la matriz anterior:

$$1 - Y.T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a este vector le llamaremos a:

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

## 2.10 Paso 9

formamos una matriz nueva en donde al numero 1 le quitamos cada elemento de la matriz L:

$$1-L=$$

$$\begin{pmatrix} 1 - (0.9999833) \\ 1 - (0.01798621) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.000016701421 \\ 0.982013790 \end{pmatrix}$$

## 2.11 Paso 10

Calculamos el logaritmo natural a cada elemento del vector anterior y le llamaremos b al resultado:

$$b = \begin{pmatrix} \logaritmo(0.000016701421) \\ \logaritmo(0.982013790) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11.0000167 \\ -0.01814933 \end{pmatrix}$$

## 2.12 Paso 11

Calculamos el producto punto de la matriz a (del paso 8) por la matriz b (del paso 10) y le llamamos d:

$$a.dot(b) = (0)*(-11.0000167) + (1)*(-0.01814993) = 0.01814993$$

$$d=0.01814993$$

## 2.13 Paso 12

por ultimo calculamos el costo de la siguiente manera:

costo= (c-d)/T, donde T= numero de renglones de la matriz X.

$$costo = \frac{c - d}{t} = \frac{0.000067015613 - (-0.01814993)}{2} \quad (2)$$

$$costo=0.00908331$$

### 3 Calculando el Gradiente

Utilizamos las matrices y vectores que ya teniamos:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} W = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

#### 3.1 Paso 1

En este paso calculamos el producto punto de X por W:

$$X.dot(w) = \begin{pmatrix} 11 \\ -4 \end{pmatrix}$$

#### 3.2 Paso 2

En este paso calculamos la funcion logistica a cada elemento del vector anterior:

$$L = \begin{pmatrix} \text{logistica}(11) \\ \text{logistica}(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9999833 \\ 0.01798621 \end{pmatrix}$$

#### 3.3 Paso 3

Calculamos Y-L:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.9999833 \\ 0.01798621 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0000167014218e \\ -0.0179862100 \end{pmatrix}$$

#### 3.4 Paso 4

Calculamos la matriz transpuesta de X:

$$X.T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 10 & -5 \end{pmatrix}$$

#### 3.5 Paso 5

Calculamos el producto punto del vector del paso 3 por el vector del paso 4:

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 10 & -5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0.0000167014218 \\ -0.01798621 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.01796951 \\ 0.09009806 \end{pmatrix}$$

#### 3.6 Paso 6

T= (num de renglones de la matriz )=2 En este ultimo paso multiplicamos el vector del paso 5 por (-1) y todo el resultado lo dividimos entre T:

$$= (-1) * \begin{pmatrix} -0.01796951 \\ 0.09009806 \end{pmatrix} / \begin{pmatrix} 2 \\ 0.09009806 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.00898475 \\ -0.04504903 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto el gradiente es un vector con las mismas dimensiones de W :

$$Gradiente = \begin{pmatrix} 0.00898475 \\ -0.04504903 \end{pmatrix}$$