Resumo dos testes de Hipóteses

Estatística Aplicada

Resumo dos métodos para teste de hipóteses para média

São possíveis 3 casos de hipóteses para testes para média:

- Caso 1:

$H_0 : \mu \leq a$

$H_A : \mu > a$

- Caso 2:

$H_0 : \mu \geq b$

$H_A : \mu < b$

- Caso 3:

$H_0 : \mu = c$

$H_A : \mu \neq c$

Etapas de um teste de hipóteses:

1. Estabelecer as hipóteses nula H_0 e alternativa H_A.
2. Determinar a estatística de teste e sua distribuição amostral.
3. Calcular a região crítica com base em um valor de α.

- Caso 1: RC= $\{\bar{x}_{obs} > \bar{X}_{crit}\}$ com $\bar{X}_{crit} = t_{[(1-\alpha),(n-1)]}\sqrt{\frac{s^2}{n}} + \mu_0$
- Caso 2: RC= $\{\bar{x}_{obs} < \bar{X}_{crit}\}$ com $\bar{X}_{crit} = t_{[\alpha,(n-1)]}\sqrt{\frac{s^2}{n}} + \mu_0$
- Caso 3: RC= $\{\bar{x}_{obs} < \bar{X}_{crit1}$ ou $\bar{x}_{obs} > \bar{X}_{crit2}\}$ com $\bar{X}_{crit1} = t_{[\frac{\alpha}{2},(n-1)]}\sqrt{\frac{s^2}{n}} + \mu_0$ e $\bar{X}_{crit2} = t_{[(1-\frac{\alpha}{2}),(n-1)]}\sqrt{\frac{s^2}{n}} + \mu_0$

3. Calcular o p-valor com base nos resultados amostrais.

- Caso 1: $pvalor = P(\bar{X} \geq \bar{x}_{obs}) = P\left(t_{(n-1)} \geq \frac{(\bar{x}_{obs}-a)}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}\right)$
- Caso 2: $pvalor = P(\bar{X} \leq \bar{x}_{obs}) = P\left(t_{(n-1)} \leq \frac{(\bar{x}_{obs}-b)}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}\right)$
- Caso 3: $pvalor = 2P(\bar{X} \geq \bar{x}_{obs}) = 2P\left(t_{(n-1)} \geq \frac{(\bar{x}_{obs}-c)}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}\right)$ se $\bar{x}_{obs} > c$ ou $pvalor = 2P(\bar{X} \leq \bar{x}_{obs}) = 2P\left(t_{(n-1)} \leq \frac{(\bar{x}_{obs}-c)}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}\right)$ se $\bar{x}_{obs} \leq c$

4. Concluir o teste considerando os resultados da amostra e o valor de α.

Para calcular probabilidades associadas a erro tipo II

- Caso 1:

$H_0 : \mu \leq a$

$H_A : \mu > a$

- Caso 2:

$H_0 : \mu \geq b$

$H_A : \mu < b$

- Caso 3:

$H_0 : \mu = c$

$H_A : \mu \neq c$

- Caso 1: $\beta(\mu_{alt}) = P(\bar{X} \leq \bar{x}_{crit} | \mu = \mu_{alt}) = P\left(T_{(n-1) \leq \frac{\bar{x}_{crit} - \mu_{alt}}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}}\right)$
- Caso 2: $\beta(\mu_{alt}) = P(\bar{X} \geq \bar{x}_{crit} | \mu = \mu_{alt}) = P\left(T_{(n-1) \leq \frac{\bar{x}_{crit} - \mu_{alt}}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}}\right)$

Caso 3

- $\beta(\mu_{alt}) = P(\bar{X} \geq \bar{x}_{crit}) = P\left(t_{(n-1)} \geq \frac{(\bar{x}_{crit} - \mu_{alt})}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}\right)$ se $\mu_{alt} < c$
- $\beta(\mu_{alt}) = P(\bar{X} \leq \bar{x}_{crit}) = P\left(t_{(n-1)} \leq \frac{(\bar{x}_{crit} - \mu_{alt})}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}\right)$ se $\mu_{alt} \geq c$

Resumo dos métodos para teste de hipóteses para proporção populacional

São possíveis 3 casos de hipóteses para testes para proporção:

- Caso 1:

$H_0 : \pi \leq a$

$H_A : \pi > a$

- Caso 2:

$H_0 : \pi \geq b$

$H_A : \pi < b$

- Caso 3:

$H_0 : \pi = c$

$H_A : \pi \neq c$

Etapas de um teste de hipóteses:

1. Estabelecer as hipóteses nula H_0 e alternativa H_A.
2. Determinar a estatística de teste e sua distribuição amostral.
3. Calcular a região crítica com base em um valor de α.

- Caso 1: RC= $\{\hat{\pi}_{obs} > \hat{\pi}_{crit}\}$ com $\hat{\pi}_{crit} = z_{(1-\alpha)}\sqrt{\frac{a(1-a)}{n}} + \mu_0$
- Caso 2: RC= $\{\hat{\pi}_{obs} < \hat{\pi}_{crit}\}$ com $\hat{\pi}_{crit} = z_{\alpha}\sqrt{\frac{b(1-b)}{n}} + \mu_0$
- Caso 3: RC= $\{\hat{\pi}_{obs} < \hat{\pi}_{crit1}$ ou $\hat{\pi}_{obs} > \hat{\pi}_{crit2}\}$ com $\hat{\pi}_{crit1} = z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{c(1-c)}{n}} + \mu_0$ e $\hat{\pi}_{crit2} = z_{(1-\frac{\alpha}{2})}\sqrt{\frac{c(1-c)}{n}} + \mu_0$

3. Calcular o p-valor com base nos resultados amostrais.

- Caso 1: $pvalor = P(\hat{\pi} \geq \hat{\pi}_{obs}) = P\left(Z \geq \frac{(\hat{\pi}_{obs}-a)}{\sqrt{\frac{a(1-a)}{n}}}\right)$
- Caso 2: $pvalor = P(\hat{\pi} \leq \hat{\pi}_{obs}) = P\left(Z \leq \frac{(\hat{\pi}_{obs}-b)}{\sqrt{\frac{b(1-b}{n}}}\right)$
- Caso 3: $pvalor = 2P(\hat{\pi} \geq \hat{\pi}_{obs}) = 2P\left(Z \geq \frac{(\hat{\pi}_{obs}-c)}{\sqrt{\frac{c(1-c)}{n}}}\right)$ se $\hat{\pi}_{obs} > c$ ou $pvalor = 2P(\hat{\pi} \leq \hat{\pi}_{obs}) = 2P\left(Z \leq \frac{(\hat{\pi}_{obs}-c)}{\sqrt{\frac{c(1-c)}{n}}}\right)$ se $\hat{\pi}_{obs} \leq c$

4. Concluir o teste considerando os resultados da amostra e o valor de α.

Para calcular probabilidades associadas a erro tipo II

- Caso 1:

$H_0 : \pi \leq a$

$H_A : \pi > a$

- Caso 2:

$H_0 : \pi \geq b$

$H_A : \pi < b$

- Caso 3:

$H_0 : \pi = c$

$H_A : \pi \neq c$

- Caso 1: $\beta(\pi_{alt}) = P(\hat{\pi} \leq \hat{\pi}_{crit} | \pi = \pi_{alt}) = P\left(Z \leq \frac{\hat{\pi}_{crit} - \pi_{alt}}{\sqrt{\frac{\pi_{alt}(1-\pi_{alt})}{n}}}\right)$
- Caso 2: $\beta(\pi_{alt}) = P(\hat{\pi} \geq \hat{\pi}_{crit} | \pi = \pi_{alt}) = P\left(Z \leq \frac{\hat{\pi}_{crit} - \pi_{alt}}{\sqrt{\frac{\pi_{alt}(1-\pi_{alt})}{n}}}\right)$

Caso 3

- $\beta(\pi_{alt}) = P(\hat{\pi} \geq \hat{\pi}_{crit}) = P\left(Z \geq \frac{(\hat{\pi}_{crit} - \pi_{alt})}{\sqrt{\frac{\pi_{alt}(1-\pi_{alt})}{n}}}\right)$ se $\mu_{alt} < c$
- $\beta(\pi_{alt}) = P(\hat{\pi} \leq \hat{\pi}_{crit}) = P\left(Z \leq \frac{(\hat{\pi}_{crit} - \pi_{alt})}{\sqrt{\frac{\pi_{alt}(1-\pi_{alt})}{n}}}\right)$ se $\mu_{alt} \geq c$

Resumo dos métodos para teste de hipóteses para comparação de médias com amostras pareadas

São possíveis 3 casos de hipóteses para testes para comparação de médias: Vamos considerar que serão calculadas as diferenças elemento a elemento na forma $D_i = (A_i - B_i)$ e serão utilizados $\bar{d}$ no lugar de $\bar{x}$ e s_d^2 no lugar de s^2

- Caso 1:

$H_0 : \mu_a \leq \mu_b$ reescrita para $H_0 : \mu_d \leq 0$

$H_A : \mu_a > \mu_b$ reescrita para $H_A : \mu_d > 0$

- Caso 2:

$H_0 : \mu_a \geq \mu_b$ reescrita para $H_0 : \mu_d \geq 0$

$H_A : \mu_a < \mu_b$ reescrita para $H_A : \mu_d < 0$

- Caso 3:

$H_0 : \mu_a = \mu_b$ reescrita para $H_0 : \mu_d = 0$

$H_A : \mu_a \neq \mu_b$ reescrita para $H_A : \mu_d \neq 0$

Etapas de um teste de hipóteses:

1. Estabelecer as hipóteses nula H_0 e alternativa H_A.
2. Determinar a estatística de teste e sua distribuição amostral.
3. Calcular a região crítica com base em um valor de α.

- Caso 1: RC= $\{\bar{x}_{obs} > \bar{X}_{crit}\}$ com $\bar{X}_{crit} = t_{[(1-\alpha),(n-1)]}\sqrt{\frac{s^2}{n}} + \mu_0$
- Caso 2: RC= $\{\bar{x}_{obs} < \bar{X}_{crit}\}$ com $\bar{X}_{crit} = t_{[\alpha,(n-1)]}\sqrt{\frac{s^2}{n}} + \mu_0$
- Caso 3: RC= $\{\bar{x}_{obs} < \bar{X}_{crit1}$ ou $\bar{x}_{obs} > \bar{X}_{crit2}\}$ com $\bar{X}_{crit1} = t_{[\frac{\alpha}{2},(n-1)]}\sqrt{\frac{s^2}{n}} + \mu_0$ e $\bar{X}_{crit2} = t_{[(1-\frac{\alpha}{2}),(n-1)]}\sqrt{\frac{s^2}{n}} + \mu_0$

3. Calcular o p-valor com base nos resultados amostrais.

- Caso 1: $pvalor = P(\bar{X} \geq \bar{x}_{obs}) = P\left(t_{(n-1)} \geq \frac{(\bar{x}_{obs}-a)}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}\right)$
- Caso 2: $pvalor = P(\bar{X} \leq \bar{x}_{obs}) = P\left(t_{(n-1)} \leq \frac{(\bar{x}_{obs}-b)}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}\right)$
- Caso 3: $pvalor = 2P(\bar{X} \geq \bar{x}_{obs}) = 2P\left(t_{(n-1)} \geq \frac{(\bar{x}_{obs}-c)}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}\right)$ se $\bar{x}_{obs} > c$ ou $pvalor = 2P(\bar{X} \leq \bar{x}_{obs}) = 2P\left(t_{(n-1)} \leq \frac{(\bar{x}_{obs}-c)}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}\right)$ se $\bar{x}_{obs} \leq c$

4. Concluir o teste considerando os resultados da amostra e o valor de α.

Para calcular probabilidades associadas a erro tipo II

- Caso 1:

$H_0 : \mu_a \leq \mu_b$ reescrita para $H_0 : \mu_d \leq 0$

$H_A : \mu_a > \mu_b$ reescrita para $H_A : \mu_d > 0$

- Caso 2:

$H_0 : \mu_a \geq \mu_b$ reescrita para $H_0 : \mu_d \geq 0$

$H_A : \mu_a < \mu_b$ reescrita para $H_A : \mu_d < 0$

- Caso 3:

$H_0 : \mu_a = \mu_b$ reescrita para $H_0 : \mu_d = 0$

$H_A : \mu_a \neq \mu_b$ reescrita para $H_A : \mu_d \neq 0$

- Caso 1: $\beta(\mu_{alt}) = P(\bar{X} \leq \bar{x}_{crit} | \mu = \mu_{alt}) = P\left(T_{(n-1) \leq \frac{\bar{x}_{crit} - \mu_{alt}}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}}\right)$
- Caso 2: $\beta(\mu_{alt}) = P(\bar{X} \geq \bar{x}_{crit} | \mu = \mu_{alt}) = P\left(T_{(n-1) \leq \frac{\bar{x}_{crit} - \mu_{alt}}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}}\right)$

Caso 3

- $\beta(\mu_{alt}) = P(\bar{X} \geq \bar{x}_{crit}) = P\left(t_{(n-1)} \geq \frac{(\bar{x}_{crit} - \mu_{alt})}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}\right)$ se $\mu_{alt} < c$
- $\beta(\mu_{alt}) = P(\bar{X} \leq \bar{x}_{crit}) = P\left(t_{(n-1)} \leq \frac{(\bar{x}_{crit} - \mu_{alt})}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}\right)$ se $\mu_{alt} \geq c$

Resumo dos métodos para teste de hipóteses para comparação de médias com amostras independentes

São possíveis 3 casos de hipóteses para testes para comparação de médias: Vamos considerar que serão calculadas a diferença na forma $\bar{D} = (\bar{A} - \bar{B})$

- Caso 1:

$H_0 : \mu_a \leq \mu_b$ reescrita para $H_0 : \mu_d \leq 0$

$H_A : \mu_a > \mu_b$ reescrita para $H_A : \mu_d > 0$

- Caso 2:

$H_0 : \mu_a \geq \mu_b$ reescrita para $H_0 : \mu_d \geq 0$

$H_A : \mu_a < \mu_b$ reescrita para $H_A : \mu_d < 0$

- Caso 3:

$H_0 : \mu_a = \mu_b$ reescrita para $H_0 : \mu_d = 0$

$H_A : \mu_a \neq \mu_b$ reescrita para $H_A : \mu_d \neq 0$

Etapas de um teste de hipóteses:

1. Estabelecer as hipóteses nula H_0 e alternativa H_A.
2. Determinar a estatística de teste e sua distribuição amostral.
3. Calcular a região crítica com base em um valor de α.

- Caso 1: RC= $\{\bar{d}_{obs} > \bar{d}_{crit}\}$ com $\bar{d}_{crit} = t_{[(1-\alpha),(n-1)]}\sqrt{\frac{s_a^2}{n_a} + \frac{s_b^2}{n_b}} + 0$
- Caso 2: RC= $\{\bar{d}_{obs} < \bar{d}_{crit}\}$ com $\bar{d}_{crit} = t_{[\alpha,(n-1)]}\sqrt{\frac{s_a^2}{n_a} + \frac{s_b^2}{n_b}} + 0$
- Caso 3: RC= $\{\bar{d}_{obs} < \bar{d}_{crit1}$ ou $\bar{d}_{obs} > \bar{D}_{crit2}\}$ com $\bar{X}_{crit1} = t_{[\frac{\alpha}{2},(n-1)]}\sqrt{\frac{s_a^2}{n_a} + \frac{s_b^2}{n_b}} + 0$ e $\bar{D}_{crit2} = t_{[(1-\frac{\alpha}{2}),(n-1)]}\sqrt{\frac{s_a^2}{n_a} + \frac{s_b^2}{n_b}} + 0$

3. Calcular o p-valor com base nos resultados amostrais.

- Caso 1: $pvalor = P(\bar{D} \geq \bar{d}_{obs}) = P\left(t_{(n-1)} \geq \frac{(\bar{d}_{obs}-0)}{\sqrt{\frac{s_a^2}{n_a}+\frac{s_b^2}{n_b}}}\right)$
- Caso 2: $pvalor = P(\bar{D} \leq \bar{d}_{obs}) = P\left(t_{(n-1)} \leq \frac{(\bar{d}_{obs}-0)}{\sqrt{\frac{s_a^2}{n_a}+\frac{s_b^2}{n_b}}}\right)$
- Caso 3: $pvalor = 2P(\bar{D} \geq \bar{d}_{obs}) = 2P\left(t_{(n-1)} \geq \frac{(\bar{d}_{obs}-0)}{\sqrt{\frac{s_a^2}{n_a}+\frac{s_b^2}{n_b}}}\right)$ se $\bar{d}_{obs} > 0$ ou $pvalor = 2P(\bar{D} \leq \bar{d}_{obs}) = 2P\left(t_{(n-1)} \leq \frac{(\bar{d}_{obs}-0)}{\sqrt{\frac{s_a^2}{n_a}+\frac{s_b^2}{n_b}}}\right)$ se $\bar{d}_{obs} \leq 0$

4. Concluir o teste considerando os resultados da amostra e o valor de α.

Para calcular probabilidades associadas a erro tipo II

- Caso 1:

$H_0 : \mu_a \leq \mu_b$ reescrita para $H_0 : \mu_d \leq 0$

$H_A : \mu_a > \mu_b$ reescrita para $H_A : \mu_d > 0$

- Caso 2:

$H_0 : \mu_a \geq \mu_b$ reescrita para $H_0 : \mu_d \geq 0$

$H_A : \mu_a < \mu_b$ reescrita para $H_A : \mu_d < 0$

- Caso 3:

$H_0 : \mu_a = \mu_b$ reescrita para $H_0 : \mu_d = 0$

$H_A : \mu_a \neq \mu_b$ reescrita para $H_A : \mu_d \neq 0$

- Caso 1: $\beta(\mu_{alt}) = P(\bar{D} \leq \bar{d}_{crit} | \mu = \mu_{alt}) = P\left(T_{(n-1)} \leq \frac{\bar{d}_{crit} - \mu_{alt}}{\sqrt{\frac{s_a^2}{n_a} + \frac{s_b^2}{n_b}}}\right)$
- Caso 2: $\beta(\mu_{alt}) = P(\bar{D} \geq \bar{d}_{crit} | \mu = \mu_{alt}) = P\left(T_{(n-1)} \leq \frac{\bar{d}_{crit} - \mu_{alt}}{\sqrt{\frac{s_a^2}{n_a} + \frac{s_b^2}{n_b}}}\right)$

Caso 3

- $\beta(\mu_{alt}) = P(\bar{D} \geq \bar{d}_{crit}) = P\left(t_{(n-1)} \geq \frac{(\bar{d}_{crit} - \mu_{alt})}{\sqrt{\frac{s_a^2}{n_a} + \frac{s_b^2}{n_b}}}\right)$ se $\mu_{alt} < 0$
- $\beta(\mu_{alt}) = P(\bar{D} \leq \bar{d}_{crit}) = P\left(t_{(n-1)} \leq \frac{(\bar{d}_{crit} - \mu_{alt})}{\sqrt{\frac{s_a^2}{n_a} + \frac{s_b^2}{n_b}}}\right)$ se $\mu_{alt} \geq 0$