小学奥数系统讲义完整版

∅ 归一问题

【含义】在解题时，先求出一份是多少（即单一量），然后以单一量为标准，求出所要求的数量。这类应用题叫做归一问题。

【数量关系】 总量÷份数＝1 份数量　　1 份数量×所占份数＝所求几份的数量

另一总量÷（总量÷份数）＝所求份数

【解题思路】先求出单一量，以单一量为标准，求出所要求的数量。

【例题】买 5 支铅笔要 0.6 元钱，买同样的铅笔 16 支，需要多少钱？

解：（1）买 1 支铅笔多少钱？　　0.6÷5＝0.12（元）

（2）买 16 支铅笔需要多少钱？　　0.12×16＝1.92（元）

列成综合算式：0.6÷5×16＝0.12×16＝1.92（元）

答：需要 1.92 元。

11. 3 台拖拉机 3 天耕地 90 公顷，5 台拖拉机 6 天耕地多少公顷？

12. 5 辆汽车 4 次可以运送 100 吨钢材，如果用同样的 7 辆汽车运送 105 吨钢材，需要运几次？

∅ 归总问题

【含义】解题时，常常先找出“总数量”，然后再根据其它条件算出所求

的问题，叫归总问题。所谓“总数量”是指货物的总价、几小时（几天）

的总工作量、几公亩地上的总产量、几小时行的总路程等。

【数量关系】 1 份数量×份数＝总量　　总量÷1 份数量＝份数

总量÷另一份数＝另一每份数量

【解题思路】先求出总数量，再根据题意得出所求的数量。

【例题】服装厂原来做一套衣服用布 3.2 米，改进裁剪方法后，每套衣服用布 2.8 米。原来做 791 套衣服的布，现在可以做多少套？

解：（1）这批布总共有多少米？　$3.2 \times 791 = 2531.2$（米）

（2）现在可以做多少套？　$2531.2 \div 2.8 = 904$（套）

列成综合算式　$3.2 \times 791 \div 2.8 = 904$（套）

答：现在可以做 904 套。

13. 小华每天读 24 页书，12 天读完了《红岩》一书。小明每天读 36 页书，几天可以读完《红岩》？

14. 食堂运来一批蔬菜，原计划每天吃50千克，30天慢慢消费完这批蔬菜。后来根据大家的意见，每天比原计划多吃10千克，这批蔬菜可以吃多少天？

Ø　和差问题

【含义】已知两个数量的和与差，求两个数量各是多少，这类应用题叫和差问题。

【数量关系】大数＝（和＋差）÷ 2　　小数＝（和－差）÷ 2

【解题思路】简单的题目可以直接套用公式复杂的题目变通后再用公式。

【例题】甲乙两班共学生98人，甲班比乙班多6人，求两班各有多少人？

解：甲班人数＝（98＋6）÷2＝52（人）　乙班人数＝（98－6）÷2＝46（人）

答：甲班有52人，乙班有46人。

15. 长方形的长和宽之和为18厘米，长比宽多2厘米，求长方形的面积?

16. 有甲乙丙三袋化肥，甲乙两袋共重32千克，乙丙两袋共重30千克，甲丙两袋共重22千克，求三袋化肥各重多少千克。

17. 甲乙两车原来共装苹果97筐，从甲车取下14筐放到乙车上，结果甲车比乙车还多3筐，两车原来各装苹果多少筐？

Ø　和倍问题

【含义】已知两个数的和及大数是小数的几倍（或小数是大数的几分之几），要求这两个数各是多少，这类应用题叫做和倍问题。

【数量关系】总和 ÷（几倍＋1）＝较小的数　总和 － 较小的数 ＝ 较大的数

较小的数 ×几倍 ＝ 较大的数

【解题思路】简单的题目直接利用公式，复杂的题目变通后利用公式。

【例题】果园里有杏树和桃树共248棵，桃树的棵数是杏树的3倍，求杏树、桃树各多少棵？

解：（1）杏树有多少棵？　248÷（3＋1）＝62（棵）

（2）桃树有多少棵？ 62×3＝186（棵）

答：杏树有62棵，桃树有186棵。

18. 东西两个仓库共存粮480吨，东库存粮数是西库存粮数的1.4倍，求两库各存粮多少吨？

19. 甲站原有车52辆，乙站原有车32辆，若每天从甲站开往乙站28辆，从乙站开往甲站24辆，几天后乙站车辆数是甲站的2倍？

20. 甲乙丙三数之和是170乙比甲的2倍少4丙比甲的3倍多6，求三数各是多少？

Ø 差倍问题

【含义】已知两个数的差及大数是小数的几倍（或小数是大数的几分之几），要求这两个数各是多少，这类应用题叫做差倍问题。

【数量关系】两个数的差÷（几倍－1）＝较小的数　　较小的数×几倍＝较大的数

【解题思路】简单的题目直接利用公式，复杂的题目变通后利用公式。

【例题】果园里桃树的棵数是杏树的3倍，而且桃树比杏树多124棵。求杏树、桃树各多少棵？

解：（1）杏树有多少棵？　124÷（3－1）＝62（棵）

（2）桃树有多少棵？　62×3＝186（棵）

答：果园里杏树是62棵，桃树是186棵。

21. 爸爸比儿子大27岁，今年，爸爸的年龄是儿子年龄的4倍，求父子二人今年各是多少岁？

22. 商场改革经营管理办法后，本月盈利比上月盈利的2倍还多12万元，又知本月盈利比上月盈利多30万元，这两个月盈利各是多少万元？

23. 粮库有94吨小麦和138吨玉米，如果每天运出小麦和玉米各是10吨，多少天后，玉米是小麦的12倍？

Ø 植树问题

基本类型及公式：

①在直线上或者不封闭的曲线上植树，两端都植树。

基本公式：棵树=段数＋1；棵距（段长）×段数=总长

②在直线上或者不封闭的曲线上植树，两端都不植树。

基本公式：棵树=段数－1；棵距（段长）×段数=总长

③在封闭曲线上植树：

基本公式：棵树=段数；棵距（段长）×段数=总长

关键问题：确定所属类型，从而确定棵数与段数的关系。

【例题】一条河堤136米，每隔2米栽一棵垂柳，头尾都栽，共栽多少棵

垂柳？

解：136÷2＋1＝68＋1＝69（棵）

答：一共要栽69棵垂柳。

24. 一个圆形池塘周长为400米，在岸边每隔4米栽一棵白杨树，一共能栽多少棵白杨树？

25. 甲乙丙三人锯同样粗细的钢条，分别领取1.6米，2米，1.2米长的钢条，要求都按0.4米规格锯开，劳动结束后，甲乙丙分别锯了24段，25段，27段，谁锯钢条的速度最快？

26. 某一淡水湖的周长1350米,在湖边每隔9米种柳树一株,在两株柳树中间种植2株夹枝桃,可栽柳树多少株?可栽夹枝桃多少株?两株夹枝桃之间相距多少米?

27. 一座大桥长500米，给桥两边的电杆上安装路灯，若每隔50米有一个电杆，每个电杆上安装2盏路灯，一共可以安装多少盏路灯？

➢ 年龄问题

【含义】这类问题是根据题目的内容而得名，它的主要特点是两人的年龄差不变，但是，两人年龄之间的倍数关系随着年龄的增长在发生变化。

【数量关系】年龄问题往往与和差、和倍、差倍问题有着密切联系，尤其与差倍问题的解题思路是一致的，要紧紧抓住“年龄差不变”这个特点。

【解题思路】可以利用“差倍问题”的解题思路和方法。

【例题】爸爸今年35岁，亮亮今年5岁，今年爸爸的年龄是亮亮的几倍？明年呢？

解：　35÷5＝7（倍）　（35+1）÷（5+1）＝6（倍）

答：今年爸爸的年龄是亮亮的7倍，明年爸爸的年龄是亮亮的6倍。

28. 母亲今年37岁，女儿7岁，几年后母亲年龄是女儿的4倍？

29. 3年前父子的年龄和是49岁，今年父亲的年龄是儿子年龄的 4倍，父子今年各多少岁？

30. 甲对乙说：“当我的岁数曾经是你现在的岁数时，你才4岁”。乙对甲说：“当我的岁数将来是你现在的岁数时，你将61岁”。求甲乙现在的岁数各是多少？

Ø 盈亏问题

【含义】根据一定的人数，分配一定的物品，在两次分配中，一次有余（盈），一次不足（亏），或两次都有余，或两次都不足，求人数或物品数，这类应用题叫做盈亏问题。

【数量关系】一般地说，在两次分配中，如果一次盈，一次亏，则有：

参加分配总人数＝（盈＋亏）÷分配差

如果两次都盈或都亏，则有：

参加分配总人数＝（大盈－小盈）÷分配差

参加分配总人数＝（大亏－小亏）÷分配差

【解题思路】大多数情况可以直接利用数量关系的公式。

【例题】给幼儿园小朋友分苹果，若每人分3个就余11个；若每人分4

个就少1个。问有多少小朋友？有多少个苹果？

解：按照“参加分配的总人数＝（盈＋亏）÷分配差”的数量关系：

（1）有小朋友多少人？　（11＋1）÷（4－3）＝12（人）

（2）有多少个苹果？　3×12＋11＝47（个）

答：有小朋友12人，有47个苹果。

31. 修一条公路，如果每天修260米，修完全长就得延长8天；如果每天修300米，修完全长仍得延长4天。这条路全长多少米？

32. 学校组织春游，如果每辆车坐40人，就余下30人；如果每辆车坐45人，就刚好坐完。问有多少车？多少人？

Ø 周期问题

在日常生活中，有一些现象按照一定的规律不断重复出现。如：人调查十二生肖：鼠、牛、虎、兔、龙、蛇马、羊、猴、鸡、狗、猪；一年有春夏秋冬四个季节；一个星期有七天等。像这样日常生活中常碰到的有一定周期的问题，我们称为简单周期问题。这类问题一般要利用余数的知识来解决。

在研究这些简单周期问题时，我们首先要仔细审题，判断其不断重复出现的规律，也就是找出循环的固定数，如果正好有个整数周期，结果为周期里的最后一个；如果不是从第一个开始循环，利用除法算式求出余数，最

后根据余数的大小得出正确的结果。

周期现象：事物在变化过程中，某些特征有规律循环出现。

周期：我们把连续两次出现所经过的时间叫周期。

闰年：四年一闰，百年不闰，四百年再闰；

月份：1、3、5、7、8、10、12月大。

解答周期问题的关键： 找出周期T， 考察余数，注意周期的首尾两数。

例题分析

【例1】元旦是星期日，那么同年的国庆节是星期几？

【解】平年元旦到国庆节共有的天数：

31+28+31+30+31+30+31+31+30+1=274；

循环的周期和余数：274÷7=39...1；

平年的国庆节是星期日；[整周期的第一个数]

闰年元旦到国庆节共有的天数：274+1=275；

循环的周期和余数：275÷7=39...2；

闰年的国庆节是星期一；[整周期的第二个数]

【例2】甲、乙、丙三名学生，每天早晨轮流为李奶奶取牛奶，甲第一次取奶是星期一，那么，他第100次取奶是星期______。

【解】21天内，每人取奶7次，甲第8次取奶又是星期一，即每取7次奶为一个周期100÷7＝14......2，所以甲第100次取奶是星期二。

基础务实

33. 1989年12月5日是星期二，那么再过十年的12月5日是星期几？

34. 《小学生数学报》每周星期五出版一期，1994年10月份第1期是10月7日出版的，1995年1月份第1期应在1月几日出版？

35. 果园里要种100棵果树，要求每六棵为一组。第一棵种苹果，第二、三棵种梨树，后面三棵树，即第四、第五、第六棵种桃树。那么，最后一棵应种什么树？在这100棵树中，有苹果树、梨树、桃树各多少棵？

36. 节日的校园内挂起了一盏盏小电灯，小明看出每两个白灯之间有红、黄、绿各一盏彩灯也就是说，从第一盏白灯起，每一盏白灯后面紧接着有3盏彩灯。那么第73盏灯是什么颜色的灯？

37. 小明把节省下来的硬币先按四个1分，再按三个2分，最后按两个5分这样的顺序往下排。那么，他排的第111个是几分硬币，这111个硬币共多少元？

38. 如果时钟现在表示的时间是18点整，那么分针旋转1990圈之后是几点钟？

39. 某年的10月里有5个星期六，4个星期日。问：这年的10月1日是星期几？

40. 学校一学期共安排86节数学课，单周一、三、五每天两节，双周二、四每天两节。开学第一周星期一开学典礼没上课，从星期三开始上，则最后一节数学课是星期几上的？

41. 1993年一月份有4个星期四、5个星期五，1993年1月4日是星期几？

42. 有一串数排成一行，其中第一个数是15，第二个数是40，从第三个数起，每个数恰好是前两个数的和，那么在这串数中，第1991个数被3除，所得的余数是多少？

Ø **鸡兔同笼**

【含义】这是古典的算术问题。已知笼子里鸡、兔共有多少只和多少只脚，求鸡、兔各有多少只的问题，叫做第一鸡兔同笼问题。已知鸡兔的总数和鸡脚与兔脚的差，求鸡、兔各是多少的问题叫做第二鸡兔同笼问题。 【数量关系】第一鸡兔同笼问题：

假设全都是鸡，则有兔数＝（实际脚数－2×鸡兔总数）÷（4－2） 假设全都是兔，则有鸡数＝（4×鸡兔总数－实际脚数）÷（4－2） 第二鸡兔同笼问题：

假设全都是鸡，则有兔数＝（2×鸡兔总数－鸡与兔脚之差）÷（4＋2）

假设全都是兔，则有鸡数＝（4×鸡兔总数＋鸡与兔脚之差）÷（4＋2）

【解题思路】解答此类题目一般都用假设法，可以先假设都是鸡，也可以假设都是兔。如果先假设都是鸡，然后以兔换鸡；如果先假设都是兔，然后以鸡换兔。这类问题也叫置换问题。通过先假设，再置换，使问题得到解决。

【例题】长毛兔子芦花鸡，鸡兔圈在一笼里。数数头有三十五，脚数共有九十四。请你仔细算一算，多少兔子多少鸡？

解：假设35只全为兔，则鸡数＝（4×35－94）÷（4－2）＝23（只） 兔数＝35－23＝12（只） 也可以先假设35只全为鸡，则兔数＝（94－2×35）÷（4－2）＝12（只） 鸡数＝35－12＝23（只）

答：有鸡23只，有兔12只。

43. 2亩菠菜要施肥1千克，5亩白菜要施肥3千克，两种菜共16亩，施肥9千克，求白菜有多少亩？

44. 李老师用69元给学校买作业本和日记本共45本，作业本每本 3.20元，日记本每本0.70元。问作业本和日记本各买了多少本？

45. （第二鸡兔同笼问题）鸡兔共有100只，鸡的脚比兔的脚多80只，问鸡与兔各多少只？

46. 有100个馍100个和尚吃，大和尚一人吃3个馍，小和尚3人吃1个馍，问大小和尚各多少人？

Ø 方阵问题

【含义】将若干人或物依一定条件排成正方形（简称方阵），根据已知条件求总人数或总物数，这类问题就叫做方阵问题。

【数量关系】（1）方阵每边人数与四周人数的关系：

四周人数＝（每边人数－1）×4　　　　每边人数＝四周人数÷4＋1

（2）方阵总人数的求法：

实心方阵：总人数＝每边人数×每边人数　　　　内边人数＝外边人数－层数×2

（3）若将空心方阵分成四个相等的矩形计算，则：

总人数＝（每边人数－层数）×层数×4

【解题思路】方阵问题有实心与空心两种。实心方阵的求法是以每边的数自乘；空心方阵的变化较多，其解答方法应根据具体情况确定。

【例题】在育才小学的运动会上，进行体操表演的同学排成方阵，每行22人，参加体操表演的同学一共有多少人？

解：22×22＝484（人）

答：参加体操表演的同学一共有484人。

47. 有一个3层中空方阵，最外边一层有10人，求全方阵的人数。

48. 有一队学生，排成一个中空方阵，最外层人数是52人，最内层人数

是28人，这队学生共多少人？

49. 一堆棋子，排列成正方形，多余4棋子，若正方形纵横两个方向各增加一层，则缺少9只棋子，问有棋子多少个？

Ø 抽屉原理

【含义】把3只苹果放进两个抽屉中，会出现哪些结果呢？要么把2只苹果放进一个抽屉，剩下的一个放进另一个抽屉；要么把3只苹果都放进同一个抽屉中。这两种情况可用一句话表示：一定有一个抽屉中放了2只或2只以上的苹果。这就是数学中的抽屉原则问题。

【数量关系】基本的抽屉原则是：如果把n＋1个物体（也叫元素）放到n个抽屉中，那么至少有一个抽屉中放着2个或更多的物体（元素）。

抽屉原则可以推广为：如果有m个抽屉，有k×m＋r（0＜r≤m）个元素那么至少有一个抽屉中要放（k＋1）个或更多的元素。

通俗地说，如果元素的个数是抽屉个数的k倍多一些，那么至少有一个抽屉要放（k＋1）个或更多的元素。

【解题思路】（1）改造抽屉，指出元素；（2）把元素放入（或取出）抽屉；（3）说明理由，得出结论。

【例题】育才小学有367个1999年出生的学生，那么其中至少有几个学生的生日是同一天的？

解：由于1999年是润年，全年共有366天，可以看作366个“抽屉”，把367个1999年出生的学生看作367个“元素”。367个“元素”放进366个“抽屉”中，至少有一个“抽屉”中放有2个或更多的“元素。这说明至少有2个学生的生日是同一天的。”

50. 有一四种颜色的小旗，任意取出三个排成一排，表示各种信号，在200个信号中至少有多少个信号相同？

51. 书法竞赛的奖品是笔、墨、纸、砚四种，每位获奖者可任选其中两种奖品。问至少应有多少名获奖的同学，才能保证其中必有4名同学得到的奖品完全相同？

52. 一个袋子里有一些球，这些球仅只有颜色不同。其中红球10个，白球9个，黄球8个，蓝球2个。某人闭着眼睛从中取出若干个，试问他至少要取多少个球，才能保证至少有4个球颜色相同？

Ø 容斥原理

公式法：直接应用包含与排除的概念和公式进行求解

容斥原理一：C=A+B-AB，利用这一公式可计出两个集合圈的有关问题。

容斥原理二：D = A + B + C - AB - AC - BC + ABC利用这一公式可计算三个集合圈的有关问题。

图像法：不是利用容斥原理的公式计算，而是画图，借助图形帮助分析，逐块地计算出各个部分，从而解答问题。

【例1】某班学生在一次期末语文和数学考试中，语文得优的有15人，数学得优的有24，其中语文、数学都得优的有12人。全班得优共有多少人？

【解】全班得优分3种:语数均得优;语文得优数学不得优;数学得优语文不得优。 语数均得优=12人 语文得优数学不得优=15-12=3人 数学得优语文不得优=24-12=12人 全班得优共有12+3+12=27人。

53. 某班共50人,参加课外兴趣小组学书法的32人,学绘画的28 人 ,其中两种都学的15人,这个班级还有多少人没参加兴趣小组？

54. 从1到100的自然数中，（1）不能被6和10整除的数有多少个？

（2）至少能被2，3，5中一个数整除的数有多少个？

Ø逻辑推理

逻辑推理的方法主要不是依靠数学概念、法则、公式进行运算，而是根据条件和结论之间的逻辑关系进行合理的推理，做到正确的判断，最终找到问题的答案。逻辑推理问题的条件一般说来都具有一定的隐蔽性和迷惑性，并且没有一定的解题模式。因此，要正确解决这类问题，不仅需要始终保持灵活的头脑，更需要遵循逻辑思维的基本规律，同一律，矛盾律和排中律。

①“矛盾律”指的是在同一思维过程中，对同一对象的思想不能自相矛盾。

②“排中律”指的是在同一思维过程中，一个思想或为真或为假，不能既

不真也不假。

③ “同一律”指的是在同一思维过程中对同一对象的思想必须是确定的，

在进行判断和推理的过程中，每一概念都必须在同一意义下使用。

55. 甲、乙、丙、丁四位同学的运动衫上印有不同的号码。

赵说：“甲是2号，乙是3号.”钱说：“丙是4号，乙是2号.”

孙说：“丁是2号，丙是3号.”李说：“丁是4号，甲是1号.”

又知道赵、钱、孙、李每人都只说对了一半，那么丙的号码是几？

56. 甲、乙、丙三名教师分别来自浙江、江苏、福建，分别教数学、语文、英语。根据下面的已知条件：（1）甲不是浙江人，乙不是江苏人；（2）浙江的教师不教英语；（3）江苏的教师教数学；（4）乙不教语文。则丙不教什么学科？

57. 执行一项任务，要派A、B、C、D、E五人中的一些人去，受下述条件约束：（1）若A去，B必须去；（2）D、E两人至少去1人；（3）B、C两人只能去1人；（4）C、D两人都去或都不去；（5）若E去，A、D两人也必须去。问应派哪些人去？

Ø 数字谜

数字谜语是一种有趣的数学问题。它的特点是给出运算式子，但式中某些数字是用字母或汉字来代表的，要求我们进行恰当的判断和推理，从而确定这些字母或汉字所代表的数字。

步骤： 1、先确定明显部分的数字 2、寻找突破口，缩小范围 3、分情况讨论

58. 下题中的每一个汉字都代表一个数字，不同的汉字代表不同的数字，相同的汉字代表相同的数字，当他们各代表什么数字时，算式成立？

```
  我 爱 数 学
×          9
-----------
  学 数 爱 我
```

59. 每个汉字代表的数字是多少？

```
   攀 登 高 峰
+  攀 登 高 峰
--------------
我 登 高 攀 峰
```

60. 下边的算式中的不同汉字表示不同的数字，相同的汉字表示相同的数字，如果巧 + 解 +

```
             谜
          字 谜
       数 字 谜
    解 数 字 谜
+赛 解 数 字 谜
----------------
 巧 解 数 字 谜
```

数+字+谜=30，那么“巧解数字谜”所代表的五位数是多少？

61. A、B各代表什么数字？

```
      B  A
      A  B
+     A  B
----------
   C  A  A
```

Ø 等差数列

若干个数排成一列，称为数列。数列中的每一个数称为一项，其中第一项称为首项，最后一项称为末项，数列中数的个数称为项数。 从第二项开始，后项与其相邻的前项之差都相等的数列称为等差数列，后项与前项的差称为公差。

例如：等差数列：3、6、9 …… 96，这是一个首项为3，末项为96，项数为32，公差为3的数列。

等差数列相关公式：

- 通项公式：第几项＝首项＋（项数－1）×公差

  项数公式：项数＝（末项－首项）÷公差＋1
- 求和公式：总和＝（首项＋末项）×项数÷2
- 平均数公式：平均数＝（首项＋末项）÷2

在等差数列中，如果已知首项、末项、公差。求总和时，应先求出项数，然后再利用等差数列求和公式求和。

62. 某剧院有25排座位，后一排比前一排多两个座位，最后一排有70个座位，这个剧院一共有多少个座位?

63.　　等差数列第一项是3，第四项是15，求等差数列第二项和公差？

64.　　等差数列1，5，9，13，17……

1） 数字2009是不是该数列的项？2） 求该数列第200项与第100项的差。

65. 在大于1000的整数中，找出所有被34除后商与余数相等的数，那么这些数的和是多少？

Ø 一笔画

一笔画性质：

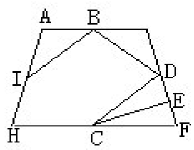
凡是由偶点组成的连通图，一定可以一笔画成。画时可以把任一偶点为起点，最后一定能以这个点为终点画完此图。

凡是只有两个奇点的连通图（其余都为偶点，一定可以一笔画成。）

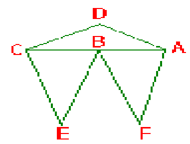
画时必须把一个奇点为起点，另一个奇点终点。

其他情况的图都不能一笔画出。(有偶数个奇点除以二便可算出此图需几笔画成。)

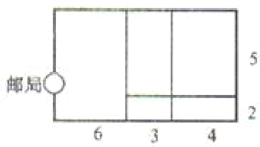
66.　　下图是一个公园的道路平面图，要使游客走遍每条路且不重复，问出、入口应设在哪里？



67. 甲乙两个邮递员去送信，两人同时出发以同样的速度走遍所有的街道，甲从A点出发，乙从B点出发，最后都回到邮局（C点）。如果要选择最短的线路，谁先回到邮局？



68. 邮递员从邮局出发送信，走过如图的所有道路后再回到邮局。图中各横道、竖道之间的道路都是平行的，邮递员要走遍所有的邮路至少要走多少千米？



Ø **加法乘法原理**

加法原理

如果完成一件任务有n类方法，在一类方法中有m1种不同的方，法在第二类方法中有m2种不同的方法……，在第n类方法中有mn种不同的方法，则完成这件任务共有：m1+m2+m3+……＋mn种不同的方法。

乘法原理

如果完成一件任务需要分成n个步骤进行，做第1步有m1种方法，不管第1步用哪一种方法，第2步总有m2种方法……不管前面n-1步用哪一种方法，第n步总有mn种方法，那么完成这件任务共有m1×m2×m3×…×mn种不同的方法。

69. 下图中的“我爱希望杯”有　　种不同的读法。

70. 如图，把A、B、C、D、E这五部分用四种不同的颜色着色，且相邻的部分不能使用同一种颜色，不相邻的部分可以使用同一种颜色。那么，这幅图一共有多少种不同的着色方法。

71.　　从l、2、3、4、5中任意选两个数组成一个真分数，能组成多少不同的真分数?

Ø 排列与组合

排列：一般地，从n个不同元素中取出m个不同元素的无重复排列的mn方法数叫排列数，记为P_n^m，P_n^m = n（n - 1）（n - 1）...（n - m + 1）。

我们记n！表示n的阶乘，即n！ = 1×2×3×4×5×...×n。

组合：一般的，从n个不同元素中任取m个不同元素，不考虑取出元素的顺序并成一组，这类任务叫做从 n个不同元素中取出m个不同元素的无重复组合。组合与排列的区别在于取出元素是否考虑它们的位置或顺序。符号C_n^m表示从n个不同元素中取出m个不同元素的无重复组合数。利用排列数P_n^m可以给出C_n^m的计算方法。我们把任务“从n个不同元素中选出m个不同的元素的排列”分为两步：①从n个不同的元素中选取m个不同的元素，方法有C_n^m种；②对选出的m个元素进行排列，方法有P_n^m。由乘法原理可得$P_n^m = C_n^m \times P_m^m$，所以

$$C_n^m=\frac{P_n^m}{P_m^m}=\frac{n!}{m!(m-n)!}$$

72. 某铁路线共有14个车站，该铁路共需要多少种不同的车票？

73. 有红、黄、蓝三种信号旗，把任意两面分上、下挂在旗杆上表示不同信号，一共可以组成多少种不同信号？

74.一个篮球队，五名队员A、B、C、D、E，在于某种原因，C不能做中锋．而其余四人面可以分配到五个位置的任意位置上，共有多少种不同的站位方法？

75. 七个同学照像，分别求出在下列条件下有多少种站法：

（1）七个人排成一排；（2）7个人排成一排，某人必须站在中间；（3）个人排成一排，某两人必须有一人站在中间；（4）七个人排成一排，某两人必须站在两头；（5）七个人排成一排，某两人不能站在两头；（6）七个人排成两排，前排三人，后排四人；（7）七个人排成两排，前排三人，后排四人，某两人不在同一排。

Ø 商品利润

【含义】这是一种在生产经营中经常遇到的问题，包括成本、利润、利润率和亏损、亏损率等方面的问题。

【数量关系】利润＝售价－进货价　　利润率＝（售价－进货价）÷进货价×100%

售价＝进货价×（1＋利润率）　　　　　亏损＝进货价－售价

亏损率＝（进货价－售价）÷进货价×100%

【解题思路】简单的题目可以直接利用公式，复杂的题目变通后利用公式。

【例题】某商品的平均价格在一月份上调了10%，到二月份又下调了10%，这种商品从原价到二月份的价格变动情况如何？

解:设这种商品的原价为1，则一月份售价为（1＋10%），二月份的售价为（1＋10%）×（1－10%），所以二月份售价比原价下降了 1－（1＋10%）×（1－10%）＝1%

答：二月份比原价下降了1%。

76.　　某服装店因搬迁，店内商品八折销售。苗苗买了一件衣服用去52元，已知衣服原来按期望盈利30%定价，那么该店是亏本还是盈利？求亏（盈）率？

77.　　成本0.25元的作业本1200册，按期望获得40%的利润定价出售，当销售出80%后，剩下的作业本打折扣，结果获得的利润是预定的86%。问剩下的作业本出售时按定价打了多少折扣？

78. 某种商品，甲店的进货价比乙店的进货价便宜10%，甲店按30%的利润定价，乙店按20%的利润定价，结果乙店的定价比甲店的定价贵6元，求乙店的定价？

Ø 存款利率

【含义】把钱存入银行是有一定利息的，利息的多少，与本金、利率、存期这三个因素有关。利率一般有年利率和月利率两种。年利率是指存期一年本金所生利息占本金的百分数；月利率是指存期一月所生利息占本金的百分数。

【数量关系】年（月）利率＝利息÷本金÷存款年（月）数×100%

利息＝本金×存款年（月）数×年（月）利率

本利和＝本金＋利息＝本金×［1＋年（月）利率×存款年（月）数］

【解题思路】简单的题目可直接利用公式，复杂的题目变通后再利用公式。

【例题】李大强存入银行1200元，月利率0.8%，到期后连本带利共取出1488元，求存款期多长。

解：因为存款期内的总利息是（1488－1200）元，

所以总利率为（1488－1200）÷1200 又因为已知月利率，

所以存款月数为（1488－1200）÷1200÷0.8%＝30（月）

答：李大强的存款期是30月即两年半。

79. 银行定期整存整取的年利率是：二年期7.92%，三年期8.28%，五年期9%。如果甲乙二人同时各存入1万元，甲先存二年期，到期后连本带利改存三年期；乙直存五年期。五年后二人同时取出，那么，谁的收益多？多多少元？

80. 某厂向银行申请甲乙两种贷款一共40万元，每年需付利息5万元，甲种贷款的年利率是12%，乙种贷款的年利率是14%。该厂申请的甲乙两种贷款的金额各是多少？

Ø **浓度问题**

【含义】在生产和生活中，我们经常会遇到溶液浓度问题。这类问题研究的主要是溶剂（水或其它液体）、溶质、溶液、浓度这几个量的关系。例如，水是一种溶剂，被溶解的东西叫溶质，溶解后的混合物叫溶液。溶质的量在溶液的量中所占的百分数叫浓度，也叫百分比浓度。

【数量关系】溶液＝溶剂＋溶质　　浓度＝溶质÷溶液×100%

【解题思路】简单的题目可直接利用公式，复杂的题目变通后再利用公式。

【例题】爷爷有16%的糖水50克，（1）要把它稀释成10%的糖水，需加水多少克？（2）若要把它变成30%的糖水，需加糖多少克？

解：（1）需要加水多少克？ 50×16%÷10% - 50＝30（克）

（2）需要加糖多少克？ 50×（1 - 16%）÷（1 - 30%） - 50＝10（克）

答：（1）需要加水30克，（2）需要加糖10克。

81. 要把30%的糖水与15%的糖水混合，配成25%的糖水600克，需要30%和15%的糖水各多少克？

82. 甲容器有浓度为12%的盐水500克，乙容器有500克水。把甲中盐水的一半倒入乙中，混合后再把乙中现有盐水的一半倒入甲中，混合后又把甲中的一部分盐水倒入乙中，使甲乙两容器中的盐水同样多。求最后乙中盐水的浓度？

Ø 工程问题

【含义】工程问题主要研究工作量、工作效率和工作时间三者之间的关系。

这类问题在已知条件中，常常不给出工作量的具体数量，只提出“一项工程”、“一块土地”、“一条水渠”、“一件工作”等，在解题时，常常用单位“1”表示工作总量。

【数量关系】 解答工程问题的关键是把工作总量看作“1”，这样，工作效率就是工作时间的倒数（它表示单位时间内完成工作总量的几分之几，进而就可以根据工作量、工作效率、工作时间三者的关系列出算式。 ）

工作量＝工作效率×工作时间 工作时间＝工作量÷工作效率

工作时间＝总工作量÷（甲工作效率＋乙工作效率）

【解题思路】变通后可以利用上述数量关系的公式。

【例题】一项工程，甲队单独做需要10天完成，乙队单独做需要15天完成，现在两队合作，需要几天完成？

解：题中的“一项工程”是工作总量，由于没有给出这项工程的具体数量，因此，把此项工程看作：单位“1”。

由于甲队独做需10天完成，那么每天完成这项工程的1/10；乙队单独做需15天完成，每天完成这项工程的1/15；两队合做，每天可以完成这项工程的（1/10＋1/15）。

由此可以列出算式： 1÷（1/10＋1/15）＝1÷1/6＝6（天）

答：两队合做需要6天完成。

83. 一批零件，甲独做6小时完成，乙独做8小时完成。现在两人合做，完成任务时甲比乙多做24个，求这批零件共有多少个？

84. 一件工作，甲独做12小时完成，乙独做10小时完成，丙独做15小时完成。现在甲先做2小时，余下的由乙丙二人合做，还需几小时才能完成？

Ø 正反比例

【含义】两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两

种量中相对应的两个数的比的比值一定（即商一定），那么这两种量就叫做成正比例的量，它们的关系叫做正比例关系。正比例应用题是正比例意义和解比例等知识的综合运用。

两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的积一定，这两种量就叫做成反比例的量，它们的关系叫做

反比例关系。反比例应用题是反比例的意义和解比例等知识的综合运用。 【数量关系】判断正比例或反比例关系是解这类应用题的关键。许多典型

应用题都可以转化为正反比例问题去解决，而且比较简捷。

【解题思路】解决这类问题的重要方法是：把分率（倍数）转化为比，应用比和比例的性质去解应用题。

【例题】修一条公路，已修的是未修的1/3，再修300米后，已修的变成未修的1/2，求这条公路总长是多少米？

解　由条件知， 公路总长不变。

原已修长度：总长度＝1：（1＋3）＝1：4＝3：12

现已修长度：总长度＝1：（1＋2）＝1：3＝4：12

比较以上两式可知，把总长度当作12份，则300米相当于（4－3）份，从而知公路总长为：300÷（4－3）×12＝3600（米）

答： 这条公路总长3600米。

85. 孙亮看《十万个为什么》这本书，每天看24页，15天看完，如果每天看36页，几天就可以看完？

86. 一个大矩形被分成六个小矩形，其中四个小矩形的面积如图所示，求大矩形的面积。

A	25	20
36	B	16

Ø 牛吃草问题

【含义】牛吃草问题是大科学家牛顿提出的问题，也叫“牛顿问题”。这类问题的特点在于要考虑草边吃边长这个因素。

【数量关系】草总量＝原有草量＋草每天生长量×天数

【解题思路】解这类题的关键是求出草每天的生长量。

【例题】一块草地，10头牛20天可以把草吃完，15头牛10天可以把草吃完。问多少头牛5天可以把草吃完？

解：草是均匀生长的，所以，草总量＝原有草量＋草每天生长量×天数。

求“多少头牛5天可以把草吃完”，就是说5 天内的草总量要5 天吃完的话，得有多少头牛？设每头牛每天吃草量为1，按以下步骤解答：

（1）求草每天的生长量

因为，一方面20天内的草总量就是10头牛20天所吃的草，即（$1\times10\times20$）；另一方面，20天内的草总量又等于原有草量加上20天内的生长量，所以$1\times10\times20$＝原有草量＋20天内生长量，同理$1\times15\times10$＝原有草量＋10天内生长量，由此可知（20－10）天内草的生长量为$1\times10\times20-1\times15\times10=50$。因此草每天的生长量为$50\div(20-10)=5$。

（2）求原有草量

原有草量＝10天内总草量－10内生长量＝$1\times15\times10-5\times10=100$

（3）求5 天内草总量

5 天内草总量＝原有草量＋5天内生长量＝$100+5\times5=125$

（4）求多少头牛5 天吃完草

因为每头牛每天吃草量为1，所以每头牛5天吃草量为5。因此5天吃完草需要牛的头数：$125\div5=25$（头）

答：需要5头牛5天可以把草吃完。

87. 有一块草场，可供15头牛吃8天，或可供8头牛吃20天。如果一群牛14天将这块草场的草吃完，那么这群牛有多少头？

88. 牧场上一片青草，每天牧草都匀速生长。这片牧草可供10头牛吃20天，或者可供15头牛吃10天。可供25头牛吃几天？