İşaret ve sistemler

4. hafta

Enerji ve Güç işaretleri

- Sinyalin enerjisinin ve gücünün bilinmesi iletişimde önemli bir konudur.
- Birçok performans kıstası alıcıdaki sinyal gücünün gürültü gücüne oranı temel alınarak yapılır.
- Enerji, bir sinyalin belli bir zaman aralığında dağıtmış olduğu toplam güçtür.

Enerji ve Güç işaretleri

- Bir R direncinden geçen akım i(t) ve gerilim v(t) olsun Ohm başına düşen güç (ani anlık güç):

$$P(t) = \frac{v(t)\ x\ i(t)}{R} = i^2(t)$$

Anlık Güç

- x(t) sürekli zamanlı sinyalinin anlık gücü :

$$P(t) = \frac{v(t)\ x\ i(t)}{R} = i^2(t)$$

$$p(t) = x^2(t)$$

Toplam Enerji

- Anlık gücü bilinen sinyalin toplam enerjisi aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$E_x = \lim_{\tau\to\infty} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} p(t)dt$$	$$\mathrm{E_x} = \sum_{\mathrm{n}=-\infty}^{\infty} x^2(n)$$
Sürekli zamanlı işaretlerde	Ayrık zamanlı işaretlerde

Ortalama Güç

- Toplam enerjisi bilinen bir sinyalin ortalama gücü aşağıdaki gibi hesaplanır.

$P = \lim_{\tau \to \infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} p(t)dt$	$P = \lim_{M \to \infty} \frac{1}{2M+1} \sum_{n=-M}^{M} x^2(n)$
Sürekli zamanlı işaretlerde	Ayrık zamanlı işaretlerde

Ortalama Güç

- Periyodik bir sinyal için ortalama güç şu şekilde hesaplanır

$P = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt$	$P = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x^2(n)$
Sürekli zamanlı işaretlerde	Ayrık zamanlı işaretlerde

1.Yalnızca $0 < E < \infty$ koşulu sağlandığında x(t) (veya x[n]) bir enerji sinyalidir ve dolayısıyla P = 0 olur.

2. Yalnızca $0 < P < \infty$ koşulu sağlandığında x(t) (veya x[n]) bir güç sinyalidir ve dolayısıyla E = ∞ olur.

3. Bu koşulların birini sağlamayan sinyaller enerji sinyali veya güç sinyali olarak adlandırılamazlar.

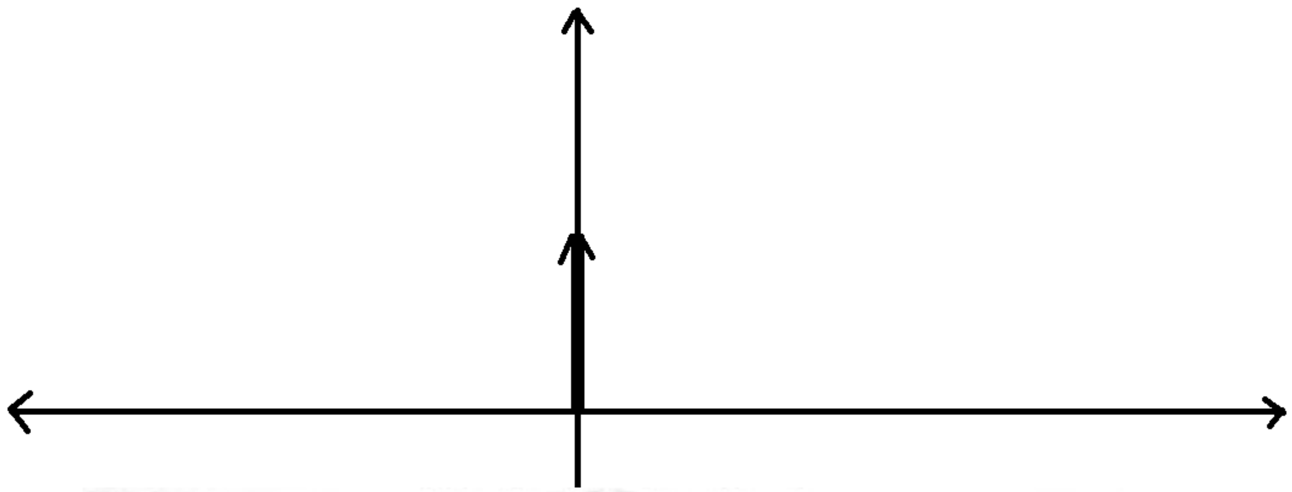
Örnek 1

- x(t)= u(t)birim adım sinyalinin

a) Anlık gücünü

b) Ortalama gücünü

c) Toplam enerjisini bulunuz.



$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$

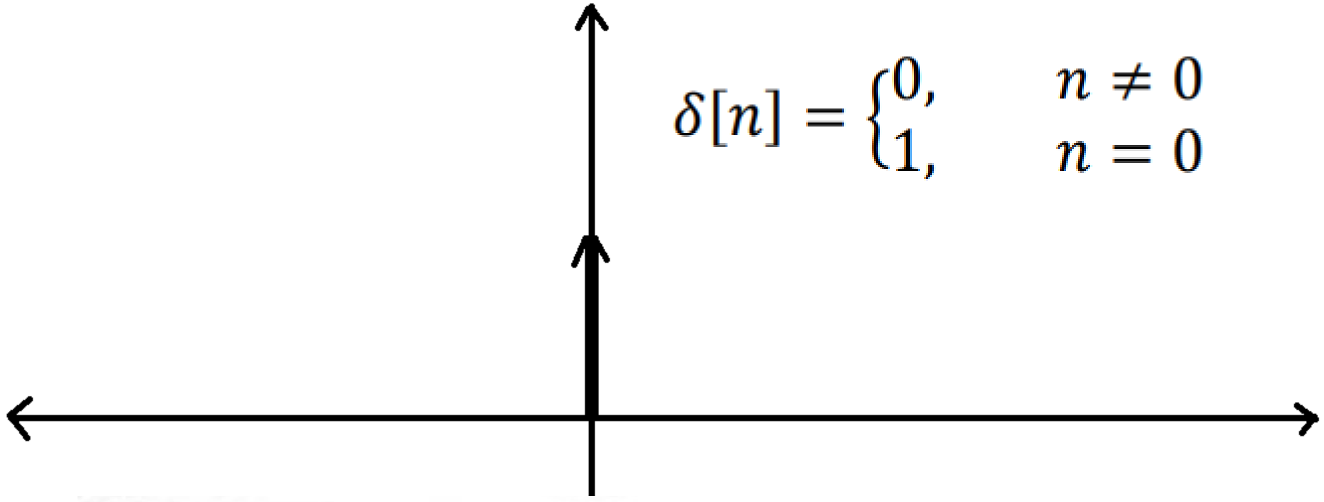
Örnek 1

- x(t)= u(t)birim adım sinyalinin

a. Anlık gücünü

b. Ortalama gücünü

c. Toplam enerjisini bulunuz.



$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{p(t) = x^2(t)}$$

a. $p(t) = x^2(t) = u^2(t) = u(t)u(t) = u(t)$

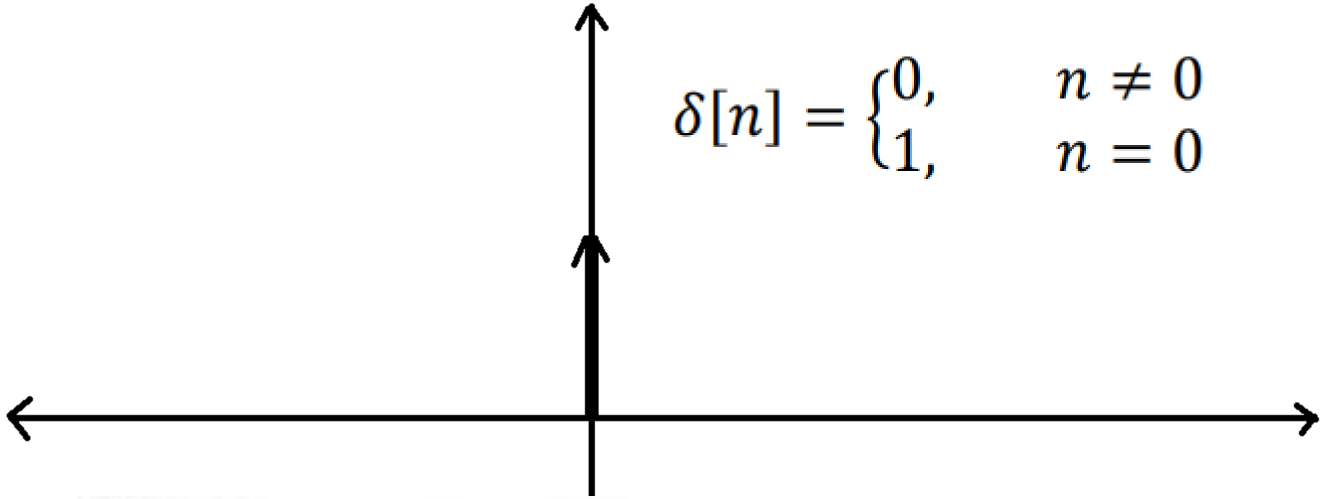
Örnek 1

- x(t)= u(t)birim adım sinyalinin

a. Anlık gücünü

b. Ortalama gücünü

c. Toplam enerjisini bulunuz.



$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$

$$P = \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} p(t)dt$$

b. $P = \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} p(t)dt$

$$= \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} u(t)dt = \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau} \int_{0}^{\tau/2} u(t)dt$$

$$= \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau}\left(t \,\Big|_{0}^{\frac{\tau}{2}}\right) = \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau}\left(\frac{\tau}{2} - 0\right) = \lim_{\tau\to\infty} \frac{\tau/2}{\tau} = \frac{1}{2}$$

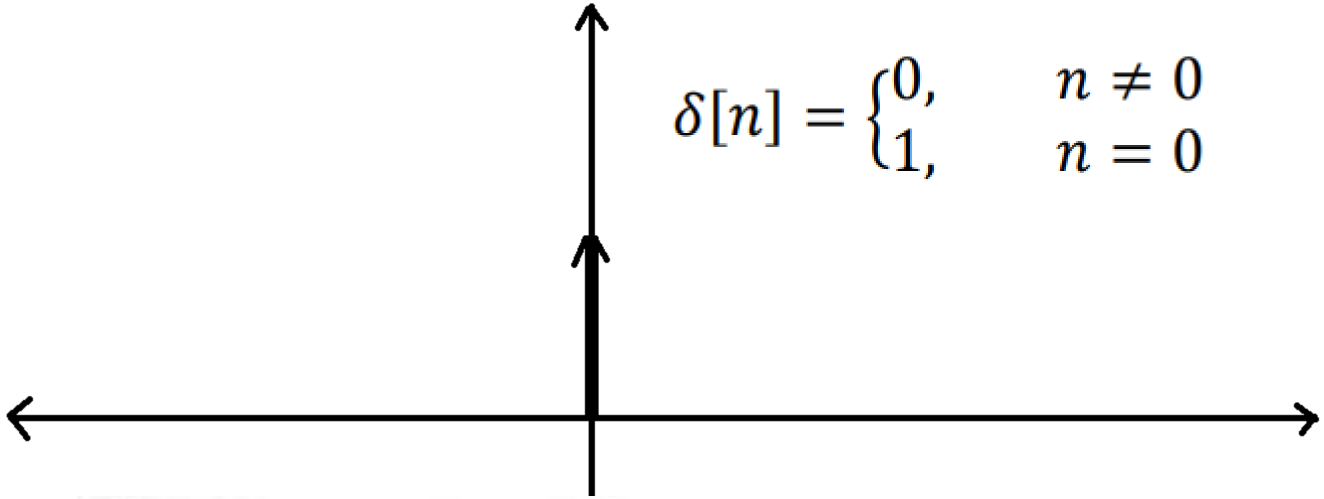
Örnek 1

- x(t)= u(t)birim adım sinyalinin

a. Anlık gücünü

b. Ortalama gücünü

c. **Toplam enerjisini bulunuz.**



$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$

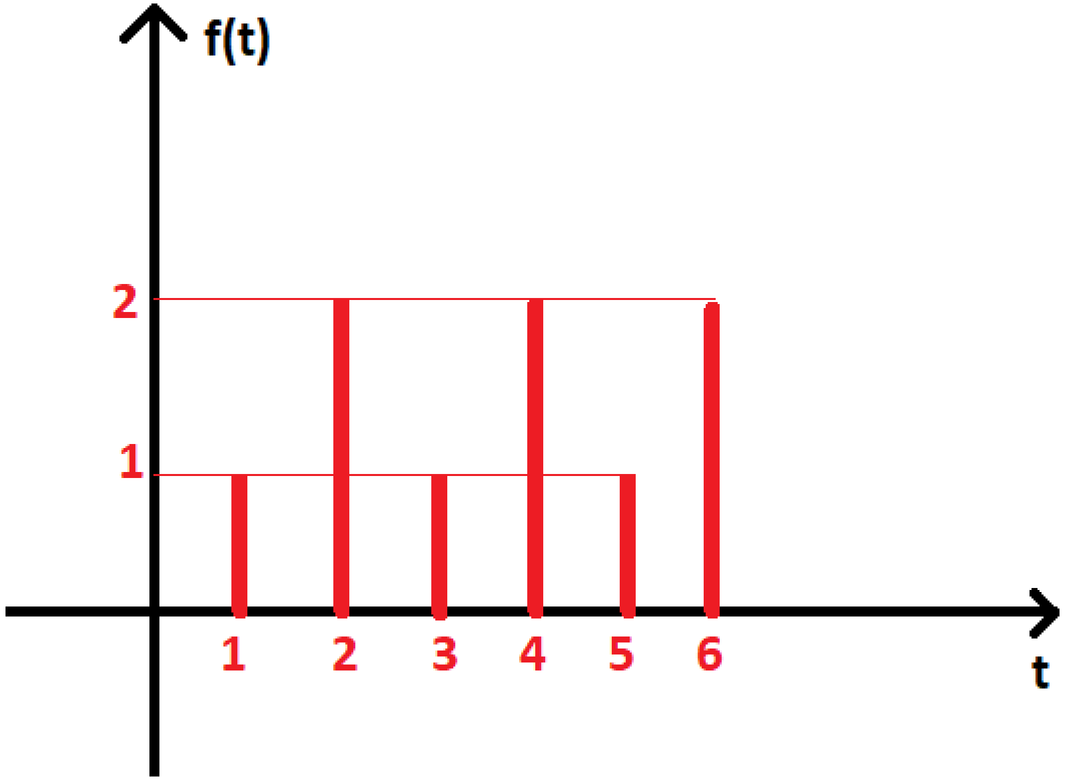
$$E_x = \lim_{\tau\to\infty} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} p(t)dt$$

c.

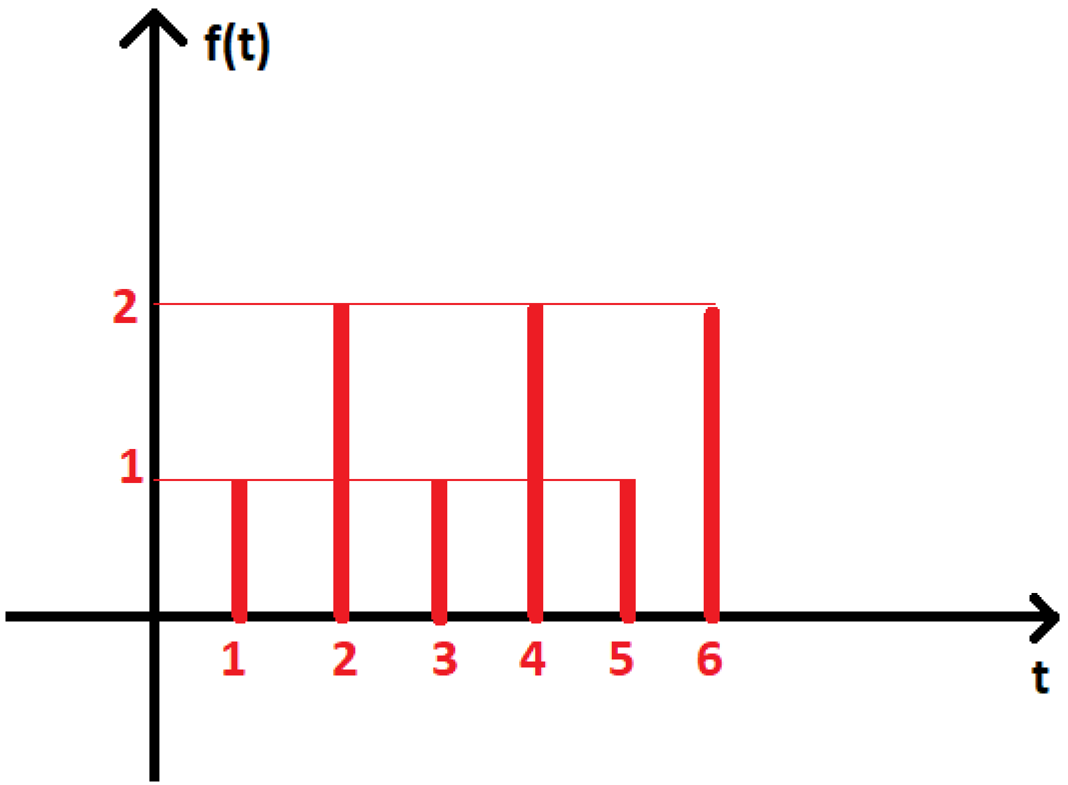
$$Ex = \lim_{\tau\to\infty} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} p(t)dt = \lim_{\tau\to\infty} \int_{0}^{\frac{\tau}{2}} u(t)dt$$

$$= \lim_{\tau\to\infty} \left(t \Big|_{0}^{\frac{\tau}{2}} \right) = \lim_{\tau\to\infty} \frac{\tau}{2} = \infty$$

Örnek 2: Verilen f(n) 1 ≤ n ≤4 için **toplam enerji** ve **ortalama gücü**



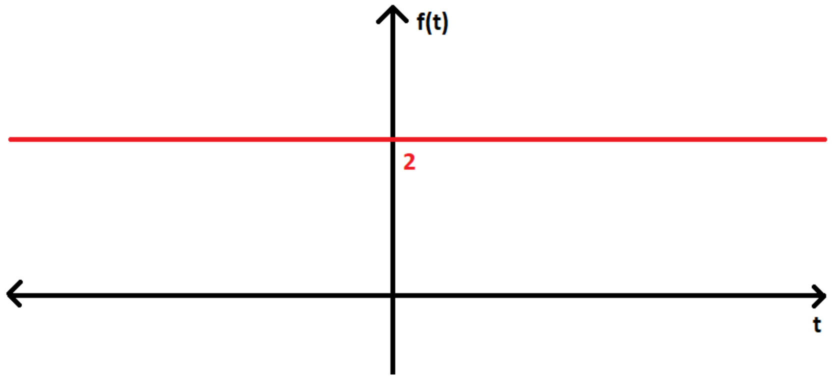
Örnek 2: Verilen f(n) 1 ≤ n ≤4 için **toplam enerji** ve **ortalama gücü**



$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2(n)$$

$$P = \lim_{M\to\infty} \frac{1}{2M+1} \sum_{n=-M}^{M} x^2(n)$$

Örnek 3: Verilen f(n) için **toplam enerji** ve **ortalama gücü** hesaplayınız



Örnek 4: Verilen x(t) için aşağıdaki hesaplamaları yapın

a. Anlık güç
b. Ortalama güç
c. Toplam enerji

$$x(t)=\begin{cases} t, & 0 \le t \le 2 \\ 3-t, & 2 \le t \le 4 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

Örnek 4: Verilen x(t) için aşağıdaki hesaplamaları yapın

a. **Anlık güç**
b. Ortalama güç
c. Toplam enerji

$$x(t)=\begin{cases} t, & 0 \le t \le 2 \\ 3-t, & 2 \le t \le 4 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

$$\boxed{p(t) = x^2(t)}$$

a. Anlık güç

$$p(t) = x^2(t) = \begin{cases} t^2, & 0 \le t \le 2 \\ (3-t)^2, & 2 \le t \le 4 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

Örnek 4: Verilen x(t) için aşağıdaki hesaplamaları yapın

a. Anlık güç

b. Ortalama güç

c. Toplam enerji

$$P = \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} p(t)dt$$

b. Ortalama güç

$$P = \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} p(t)dt$$

$$= \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau} \left[\int_0^2 t^2 dt + \int_2^4 (3-t)^2 dt + \int 0 dt \right]$$

$$= \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau} [\frac{t^3}{3} \Big|_0^2 + 9t \Big|_2^4 + (\frac{-6t^2}{2}) \Big|_2^4 + \frac{t^3}{3} \Big|_2^4]$$

$$= \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau} [\frac{8}{3} + (36 - 18 + (-48 + 12) + \frac{1}{3}(4^3 - 2^3)$$

$$= \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau} \left[\frac{8}{3} + \frac{2}{3}\right] = 0$$

Örnek 4: Verilen x(t) için aşağıdaki hesaplamaları yapın

a. Anlık güç

b. Ortalama güç

c. **Toplam enerji**

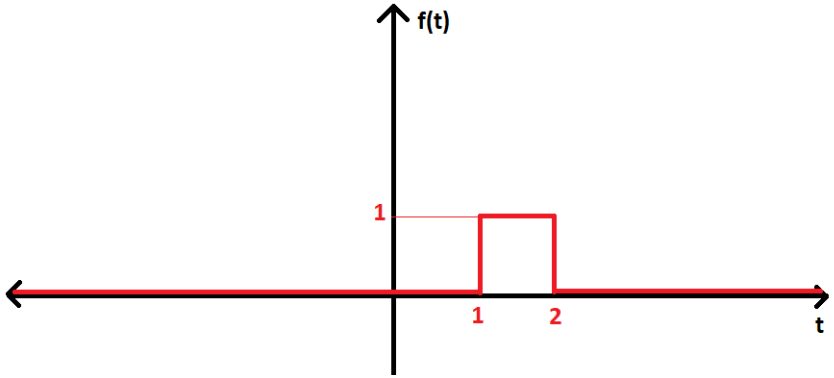
$$x(t)=\begin{cases} t, & 0 \leq t \leq 2 \\ 3\text{-}t, & 2 \leq t \leq 4 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

$$E_x = \lim_{\tau \to \infty} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} p(t)dt$$

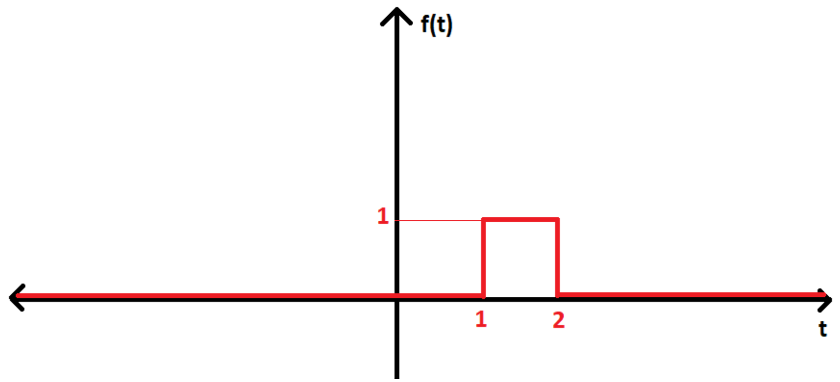
$$\textbf{c}. E_x = \lim_{\tau \to \infty} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} p(t)\,dt = \int_0^2 t^2 dt + \int_2^4 (3-t)^2 dt$$

$$= \frac{t^3}{3}\Big|_0^2 + \left(-\frac{(3-t)^3}{3}\right)\Big|_2^4 = \frac{8}{3} + \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$

Örnek 3: Verilen f(n) için **toplam enerjisi** nedir



Örnek 3: Verilen f(n) için **toplam enerjisi** nedir



$$E_x = \lim_{\tau \to \infty} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} p(t)dt$$