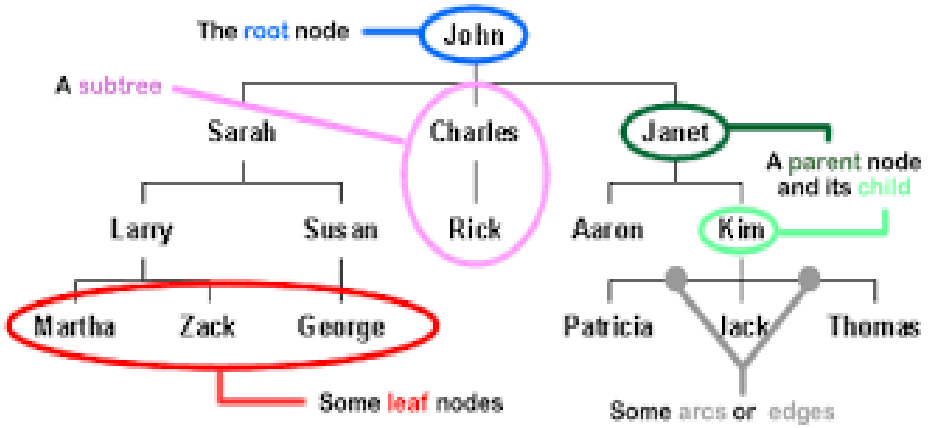
Tipos Abstratos de Datos (TADs)

Árbol

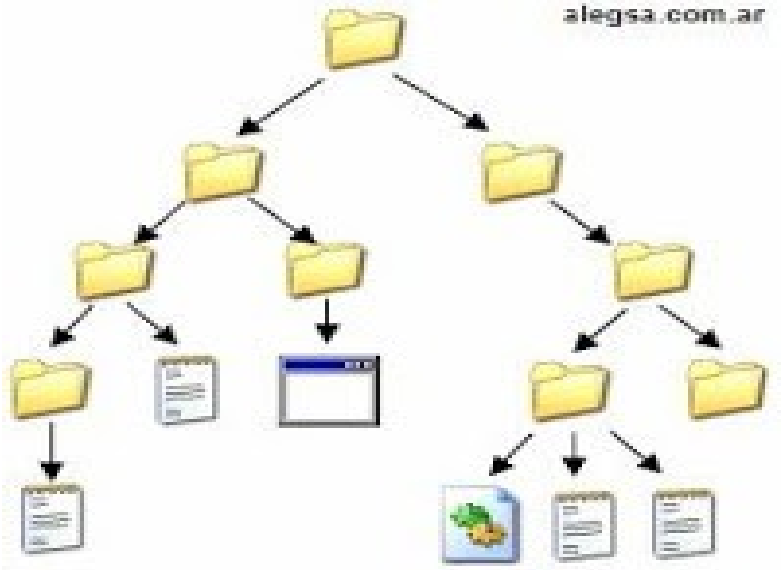
Árbol

- Un árbol es una estructura de datos no lineal, que representa relaciones de jerarquía, con niveles.



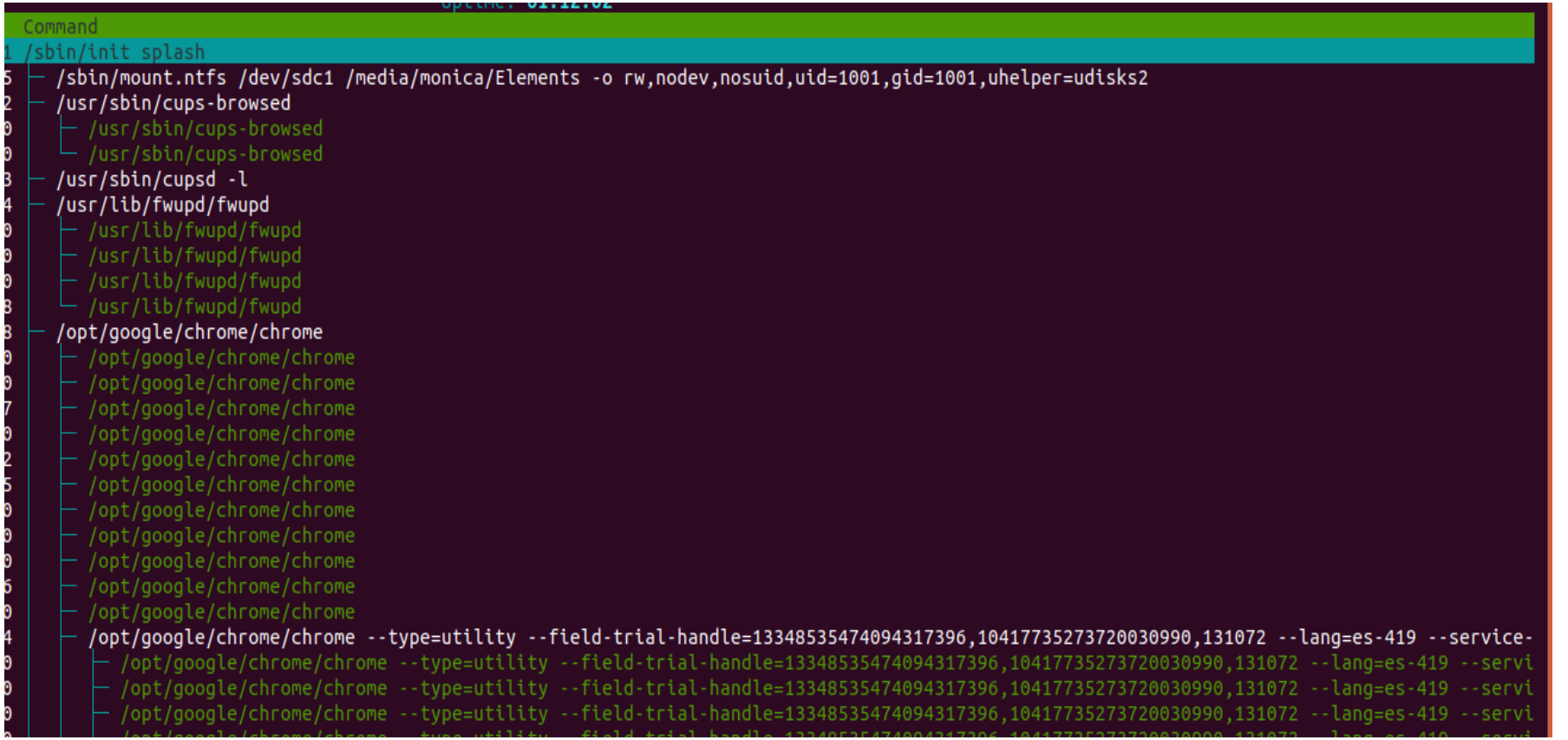
Árbol

- Un árbol es una estructura de datos no lineal, que representa relaciones de jerarquía, con niveles.



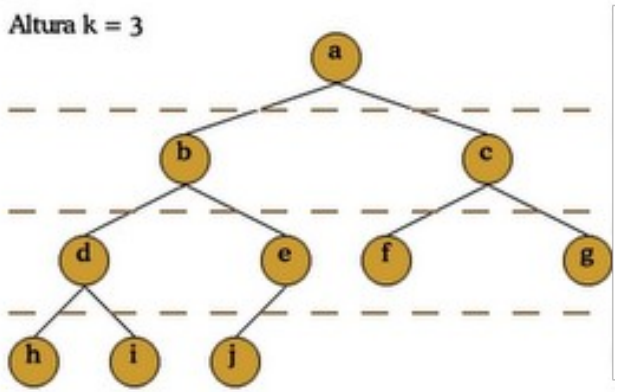
Árbol

- Un árbol es una estructura de datos no lineal, que representa relaciones de jerarquía, con niveles.

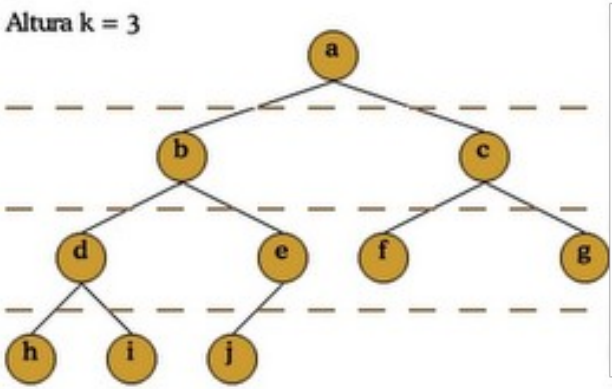


Árbol

- Un árbol es una estructura de datos no lineal, que representa relaciones de jerarquía, con niveles.

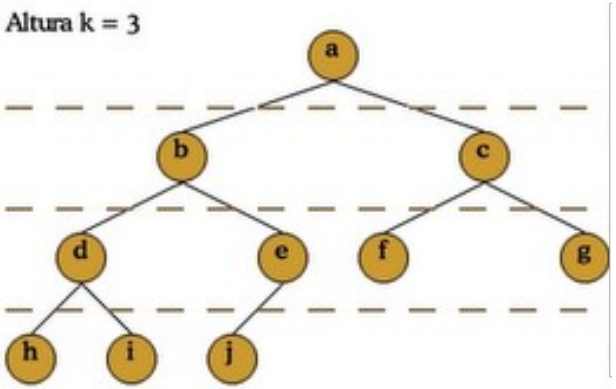


Árbol



- Está compuesto por nodos y enlaces (dirigidos).
- Dichos nodos tienen relación: padres, hijos, nietos, hermanos.
- Todo árbol tiene un nodo raíz.
- Todo árbol tiene nodos hoja.
- La cantidad de hijos de un nodo es 0 o más de 0.
- Los árboles binarios tienen cada nodo, 0, 1 o 2 hijos.
- Un hijo es un subárbol a la vez (estructura recursiva).
- Árboles genéricos.
- Árboles binarios.
- Profundidad, nivel, altura.

Árbol binario



- Un árbol binario es un árbol donde cada nodo puede tener a lo sumo 2 hijos
- O lo que es lo mismo, cada nodo tiene a lo sumo 2 subárboles.
- Cada hijo es un subárbol.
- Hijo izquierdo.
- Hijo derecho.
- Cuando un hijo no existe, es NULL.

Árbol binario: árbol de expresión

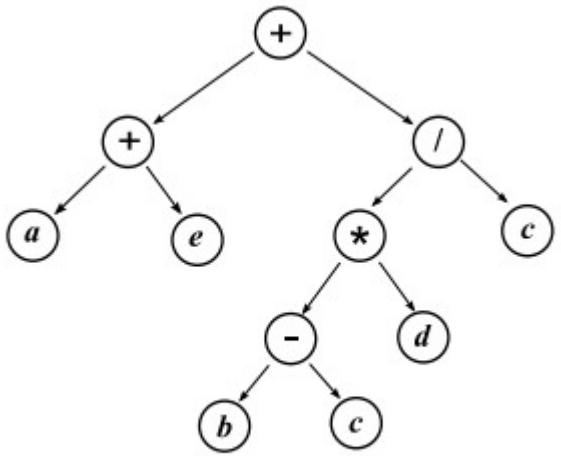


Figura 3: $(a + e + (b - c) * d/c)$

- Un arbol de expresión es un árbol binario usado para representar y evaluar expresiones algebraicas o lógicas formadas por operadores unarios o binarios.
- Un árbol de expresión se construye a partir de los operadores simples y los operandos de alguna expresión poniendo los operandos en las hojas del árbol binario, y los operadores en los nodos internos.

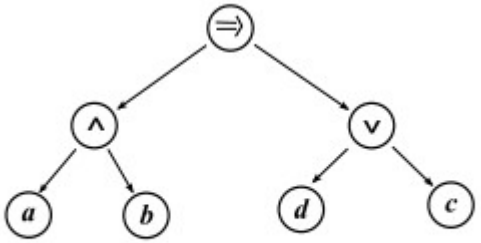


Figura 1: Árbol de expresión para $(a \wedge b) \Rightarrow (d \vee c)$

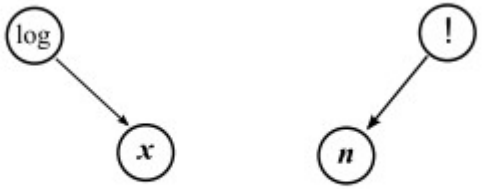
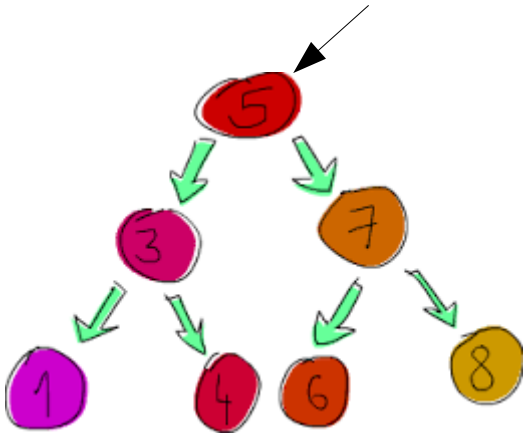
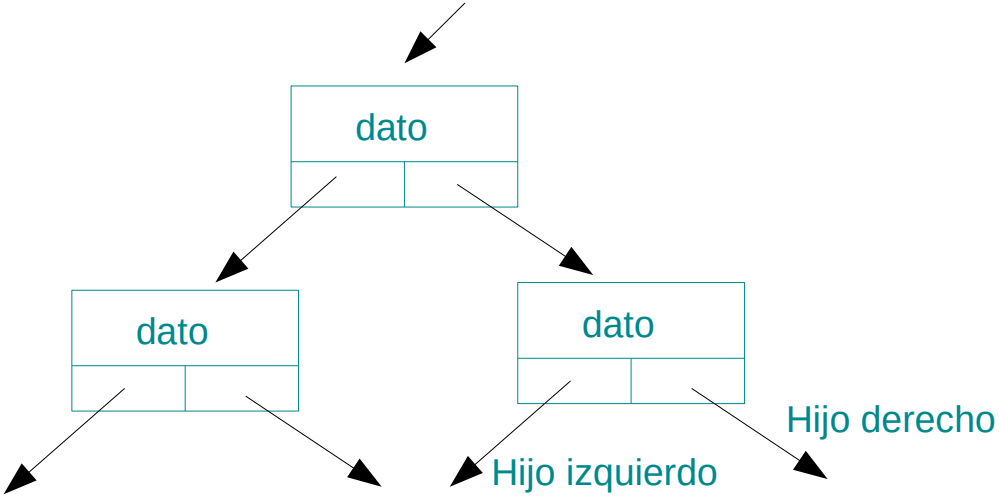
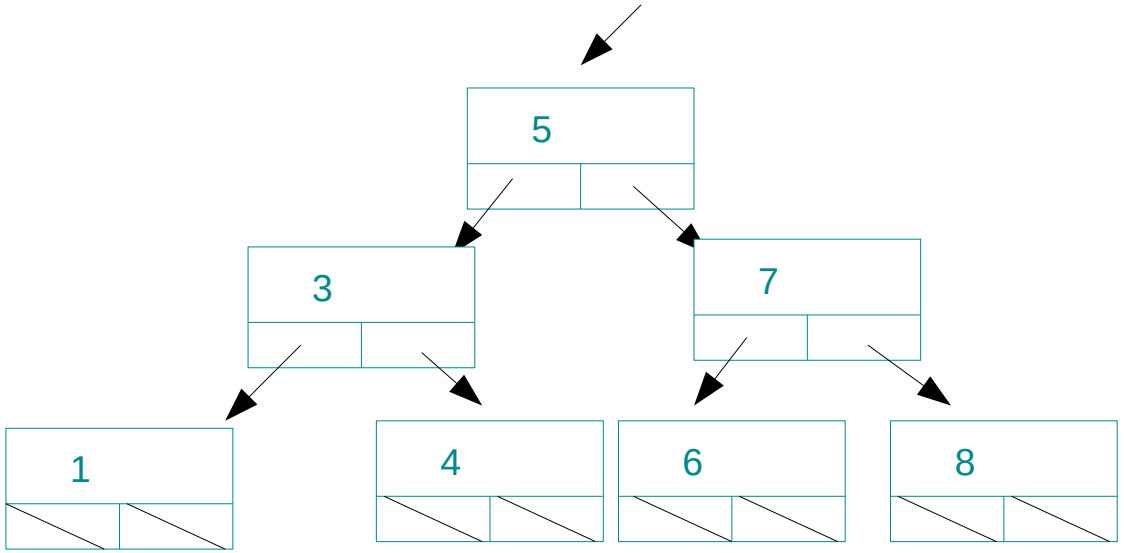


Figura 2: Árboles de expresión de $\log x$ (izquierda) y $n!$ (derecha)

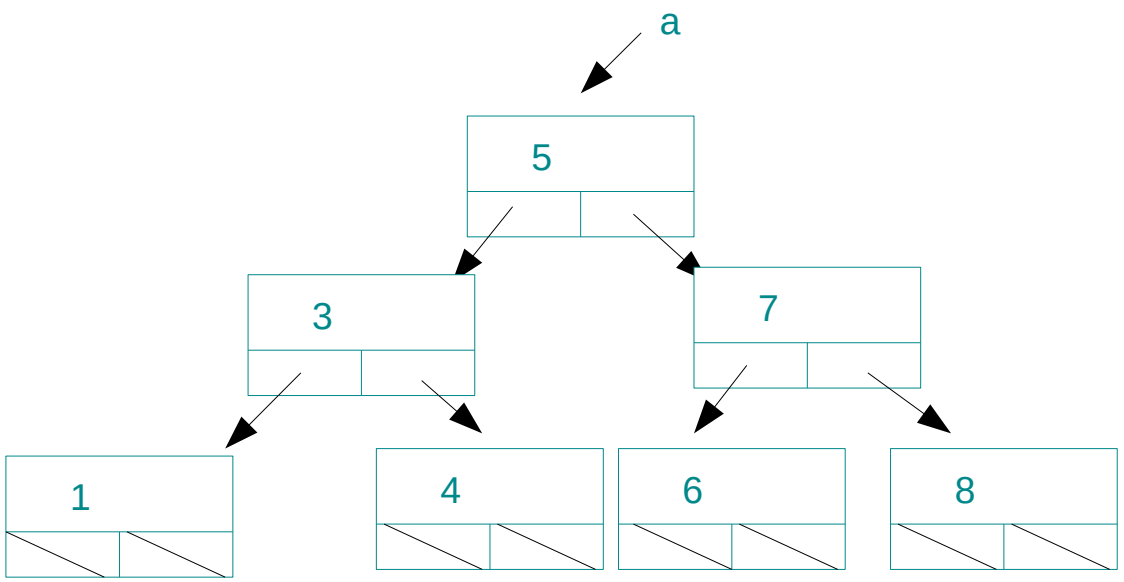
Árbol binario







Árbol binario




```
5   struct Nodo
6   {
7       struct Nodo *izq;
8       Tipo_Dato dato;
9       struct Nodo *der;
10  };
11
12  typedef struct Nodo *Arbol_T;
13
```

Árbol binario de búsqueda

Árbol binario de búsqueda

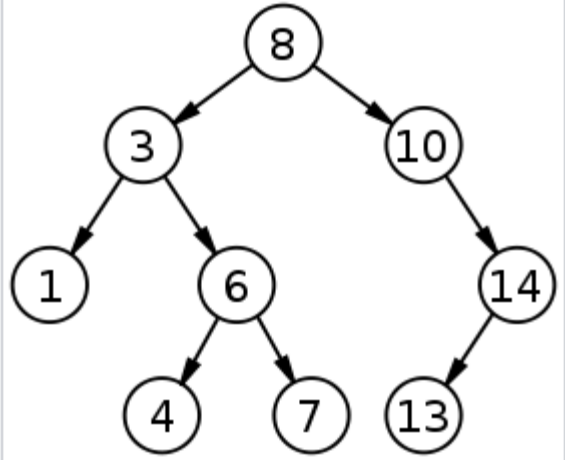
Sea A un árbol binario de raíz R e hijos izquierdo y derecho (posiblemente nulos) H_I y H_D , respectivamente.

Decimos que A es un árbol binario de búsqueda (ABB) si y solo si se satisfacen las dos condiciones al mismo tiempo:

- "H_I es vacío" $\vee$ ("R es *mayor* que todo elemento de H_I" $\wedge$ "H_I es un ABB").
- "H_D es vacío" $\vee$ ("R es *menor* que todo elemento de H_D" $\wedge$ "H_D es un ABB").

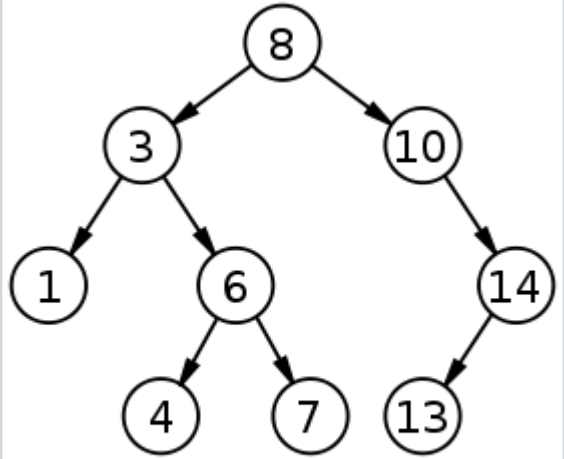
Donde "$\wedge$" es la conjunción lógica "y", y "$\vee$" es la disyunción lógica "o".

Fuente: Wikipedia (se toma esta fuente dado que la definición es correcta y sencilla).



Un árbol binario de búsqueda de tamaño 9 y profundidad 3, con raíz 8 y hojas 1, 4, 7 y 13

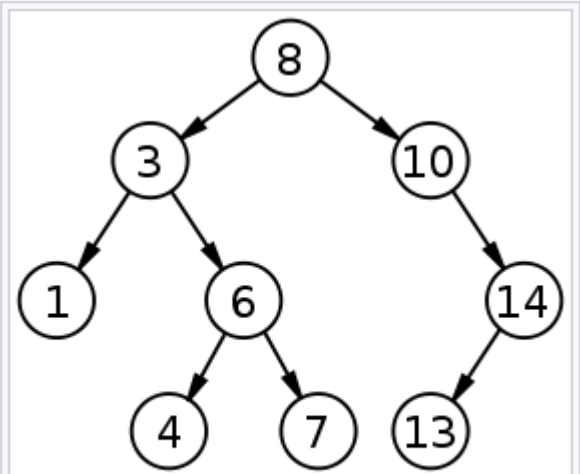
Árbol binario de búsqueda



Un árbol binario de búsqueda de tamaño 9 y profundidad 3, con raíz 8 y hojas 1, 4, 7 y 13

- **¿Por qué se llama árbol binario de búsqueda?**
- ¿Para qué sirve un ABB?
- ¿Para qué son eficientes?

Árbol binario de búsqueda

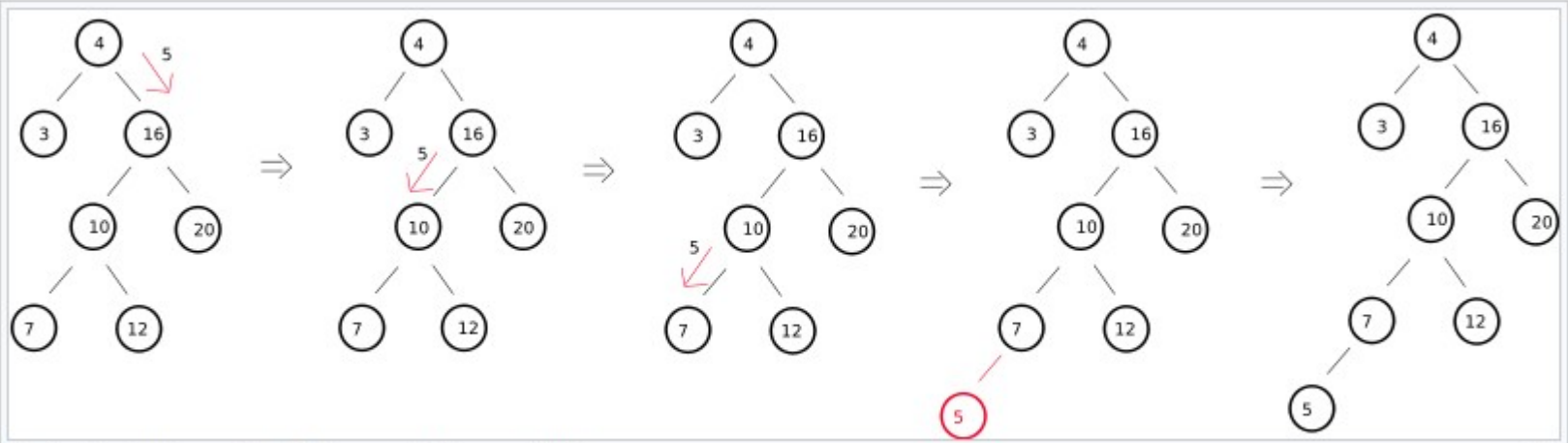


Un árbol binario de búsqueda de tamaño 9 y profundidad 3, con raíz 8 y hojas 1, 4, 7 y 13

- **¿Por qué se llama árbol binario de búsqueda?**
- TAD Árbol binario de búsqueda: operaciones:
  - Crear árbol.
  - Insertar elemento.
  - Buscar elemento.
  - Eliminar elemento.
  - Recorridos:
    - En orden.
    - Pre orden.
    - Post orden.
  - Máximo, mínimo.
  - Etc, etc.

Árbol binario de búsqueda

- Cada operación que modifique los datos de la colección debe garantizar que el orden del ABB se garantiza luego de ejecutar la operación.
- Esto condiciona las altas y bajas (insertar o eliminar) elementos de estos árboles.
- Por ejemplo, dado el siguiente ABB, se quiere insertar el valor 5

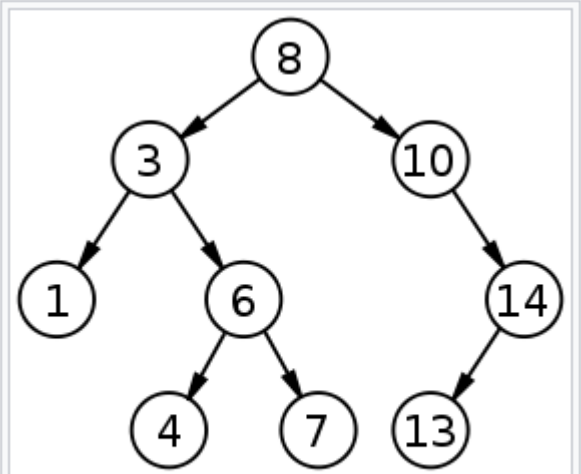


Evolución de la inserción del elemento "5" en un ABB.

Fuente: Wikipedia

Árbol binario de búsqueda

- ¿Cómo se realiza una búsqueda de un valor en un ABB?



Un árbol binario de búsqueda de tamaño 9 y profundidad 3, con raíz 8 y hojas 1, 4, 7 y 13

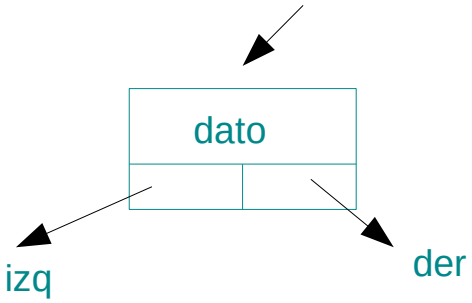
Se recomienda ver estos videos:

Introducción ABB: https://www.youtube.com/watch?v=Bh61AvHAf90

Insercion y búsqueda: https://www.youtube.com/watch?v=DVKDQcJOqy8

Árbol binario de búsqueda

- Una posible implementación de la estructura es:




```
6   typedef <tipo> Tipo_Dato;
7   struct Nodo
8   {
9       struct Nodo *izq;
10      Tipo_Dato dato;
11      struct Nodo *der;
12  };
13
14  typedef struct Nodo *Arbol_T;
15
```

Arbol_T a;

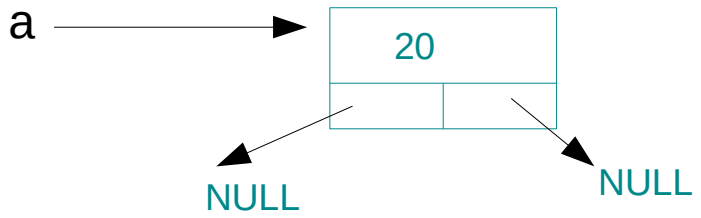
La variable a es un puntero a struct Nodo.
Otra posibilidad es no tener el tipo Arbol_T sino manejar directamente variables de tipo struct Nodo *

Árbol binario de búsqueda

- CrearArbol: crea un nodo y retorna su dirección:

```
15    Arbol_T a;
16    a = CrearArbol(20);
17
18   // InsertarElemento(&a, 20);
19    InsertarElemento(&a, 10);
20
21    InsertarElemento(&a, 30);
22    InsertarElemento(&a, 50);
23    InsertarElemento(&a, 55);
24    InsertarElemento(&a, 75);
25    InsertarElemento(&a, 85);
```

```
6   Arbol_T CrearArbol(Tipo_Dato x)
7   {
8       Arbol_T a;
9       a = (Arbol_T)malloc(sizeof(struct Nodo));
10      a->izq = NULL;
11      a->der = NULL;
12      a->dato = x;
13      return(a);
14  }
15
```



Árbol binario de búsqueda

- InsertarElemento: 1) Busca el sitio donde insertar (ABB). 2) Inserta.

```
15      Arbol_T a;
16      a = CrearArbol(20);
17      InsertarElemento(&a, 10);
18
```

```
16  int InsertarElemento(Arbol_T *a, Tipo_Dato dato)
17  {
18      if ((*a) == NULL)
19          *a = CrearArbol(dato);
20      else
21          if (dato < (*a)->dato)
22              InsertarElemento(&(*a)->izq, dato);
23          else
24              InsertarElemento(&(*a)->der, dato);
25
26  }
```

Árbol binario de búsqueda

- InsertarElemento: 1) Busca el sitio donde insertar (ABB). 2) Inserta.

```
15    Arbol_T a;
16    a = CrearArbol(20);
17    InsertarElemento(&a, 10);
18
```

```
16  int InsertarElemento(Arbol_T *a, Tipo_Dato dato)
17  {
18      if ((*a) == NULL)
19          *a = CrearArbol(dato);
20      else
21          if (dato < (*a)->dato)
22              InsertarElemento(&(*a)->izq, dato);
23          else
24              InsertarElemento(&(*a)->der, dato);
25
26  }
```

Búsqueda del sitio donde insertar

Árbol binario de búsqueda

- InsertarElemento: 1) Busca el sitio donde insertar (ABB). 2) Inserta.

```
15      Arbol_T a;
16      a = CrearArbol(20);
17      InsertarElemento(&a, 10);
18
```

```
16  int InsertarElemento(Arbol_T *a, Tipo_Dato dato)
17  {
18      if ((*a) == NULL)
19          *a = CrearArbol(dato);
20      else
21          if (dato < (*a)->dato)
22              InsertarElemento(&(*a)->izq, dato);
23          else
24              InsertarElemento(&(*a)->der, dato);
25
26  }
```

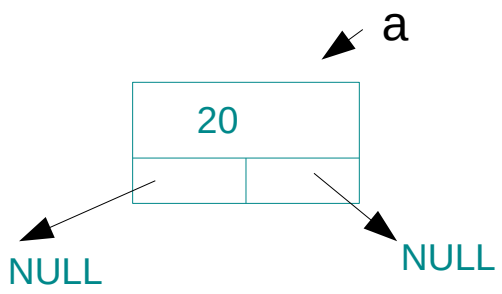
Inserción del elemento

Árbol binario de búsqueda

- InsertarElemento: 1) Busca el sitio donde insertar (ABB). 2) Inserta.

```
15      Arbol_T a;
16      a = CrearArbol(20);
17      InsertarElemento(&a, 10);
18
```

```
16  int InsertarElemento(Arbol_T *a, Tipo_Dato dato)
17  {
18      if ((*a) == NULL)
19          *a = CrearArbol(dato);
20      else
21          if (dato < (*a)->dato)
22              InsertarElemento(&(*a)->izq, dato);
23          else
24              InsertarElemento(&(*a)->der, dato);
25
26  }
```

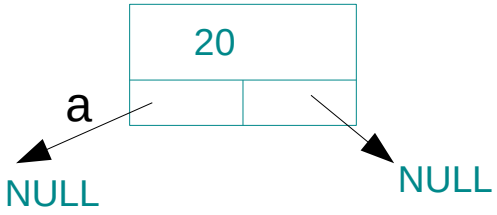


Árbol binario de búsqueda

- InsertarElemento: 1) Busca el sitio donde insertar (ABB). 2) Inserta.

```
15      Arbol_T a;
16      a = CrearArbol(20);
17      InsertarElemento(&a, 10);
18
```

```
16  int InsertarElemento(Arbol_T *a, Tipo_Dato dato)
17  {
18      if ((*a) == NULL)
19          *a = CrearArbol(dato);
20      else
21          if (dato < (*a)->dato)
22              InsertarElemento(&(*a)->izq, dato);
23          else
24              InsertarElemento(&(*a)->der, dato);
25
26  }
```

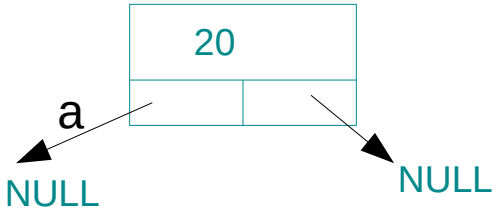


Árbol binario de búsqueda

- InsertarElemento: 1) Busca el sitio donde insertar (ABB). 2) Inserta.

```
15      Arbol_T a;
16      a = CrearArbol(20);
17      InsertarElemento(&a, 10);
18
```

```
16  int InsertarElemento(Arbol_T *a, Tipo_Dato dato)
17  {
18      if ((*a) == NULL)
19          *a = CrearArbol(dato);
20      else
21          if (dato < (*a)->dato)
22              InsertarElemento(&(*a)->izq, dato);
23          else
24              InsertarElemento(&(*a)->der, dato);
25
26  }
```

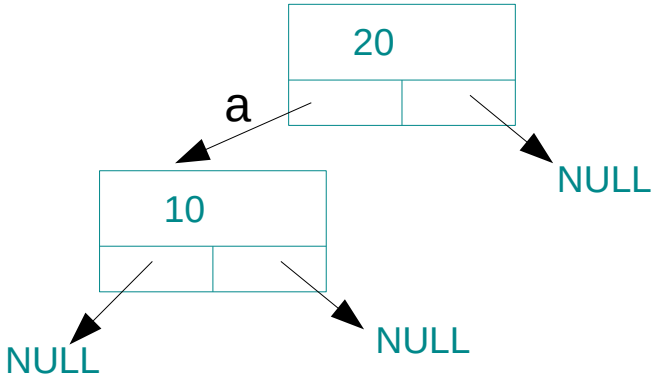


Árbol binario de búsqueda

- InsertarElemento: 1) Busca el sitio donde insertar (ABB). 2) Inserta.

```
15      Arbol_T a;
16      a = CrearArbol(20);
17      InsertarElemento(&a, 10);
18
```

```
16  int InsertarElemento(Arbol_T *a, Tipo_Dato dato)
17  {
18      if ((*a) == NULL)
19          *a = CrearArbol(dato);
20      else
21          if (dato < (*a)->dato)
22              InsertarElemento(&(*a)->izq, dato);
23          else
24              InsertarElemento(&(*a)->der, dato);
25
26  }
```

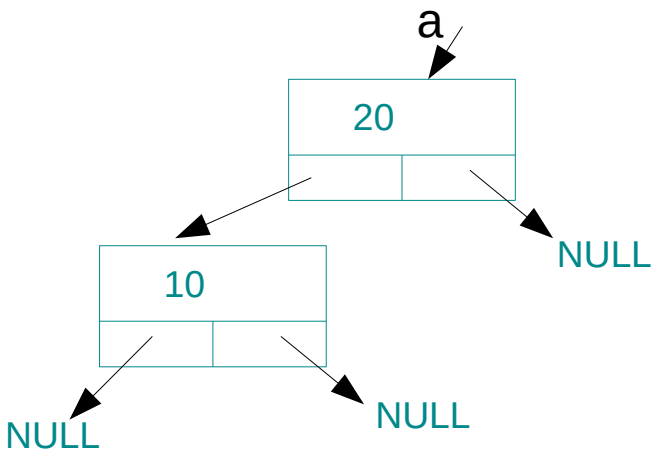


Árbol binario de búsqueda

- InsertarElemento: 1) Busca el sitio donde insertar (ABB). 2) Inserta.

```
15      Arbol_T a;
16      a = CrearArbol(20);
17      InsertarElemento(&a, 10);
18
```

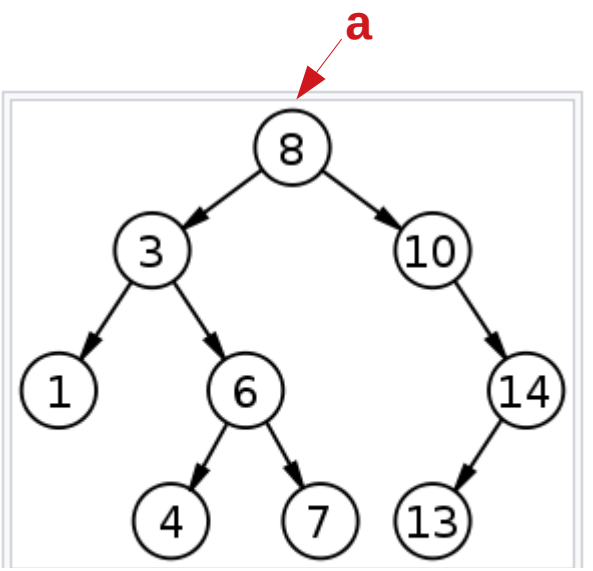
```
16  int InsertarElemento(Arbol_T *a, Tipo_Dato dato)
17  {
18      if ((*a) == NULL)
19          *a = CrearArbol(dato);
20      else
21          if (dato < (*a)->dato)
22              InsertarElemento(&(*a)->izq, dato);
23          else
24              InsertarElemento(&(*a)->der, dato);
25
26  }
```



Árbol binario de búsqueda

- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```

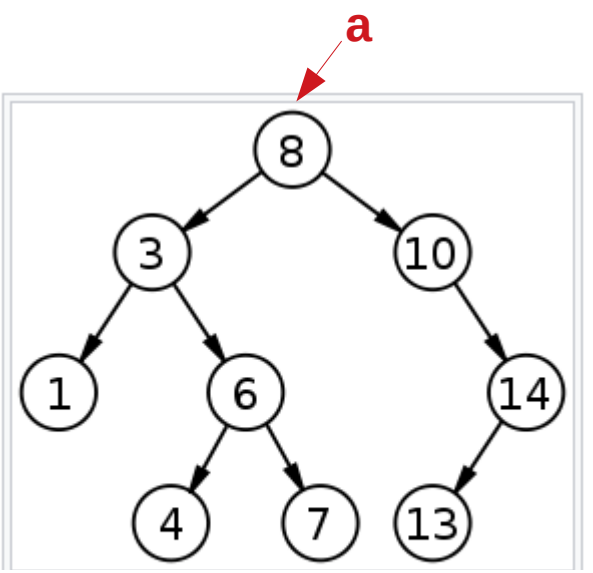


Buscar el elemento 6 en a

Árbol binario de búsqueda

- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```



6 ??

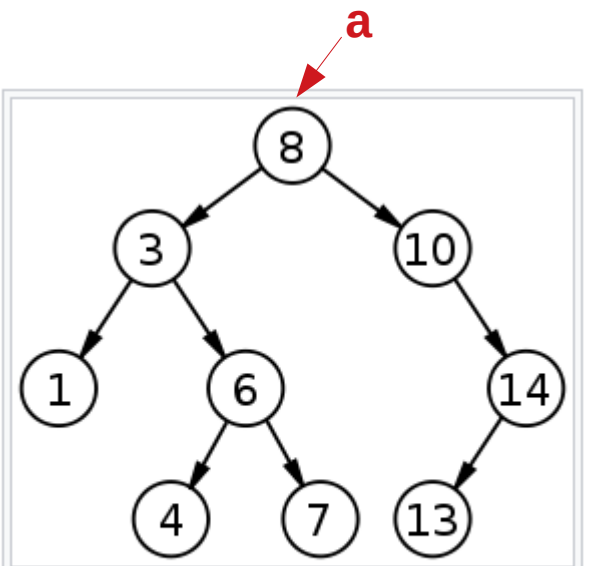
La búsqueda implica:
1) Verificar si a == NULL o encuentro el dato.
2) Llamada recursiva con subarbol derecho o izquierdo dependiendo del valor del nodo y del valor buscado

Árbol binario de búsqueda

- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```

Falso



6 ??

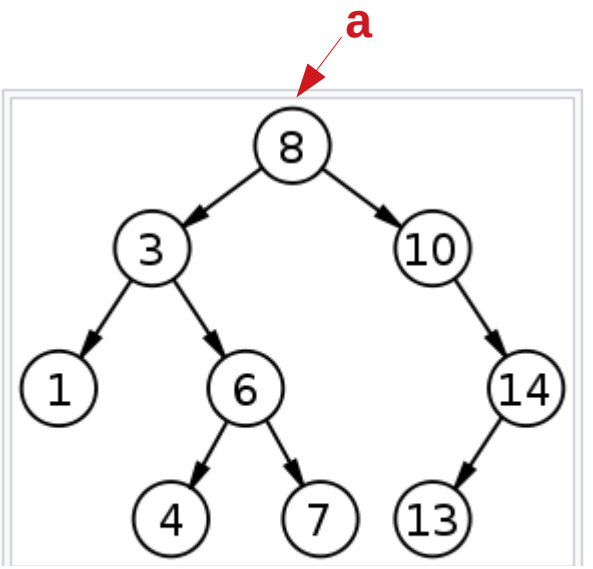
Parametro: 8 retorno: -

Árbol binario de búsqueda

- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```

Falso



6 ??

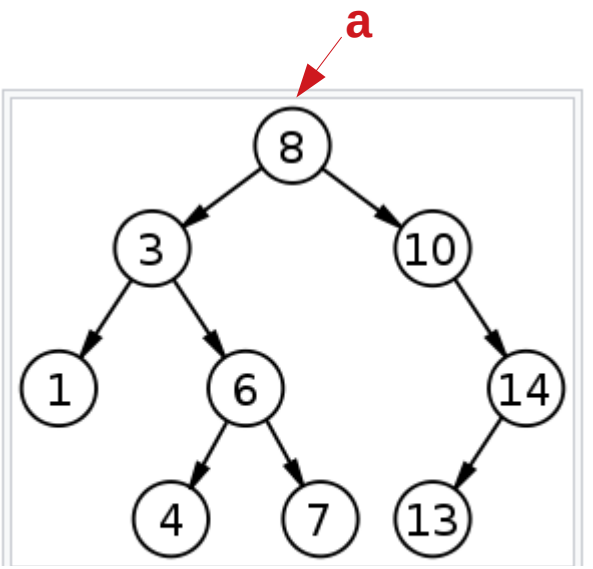
Parametro: 8 retorno: -

Árbol binario de búsqueda

- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```

Verdadero



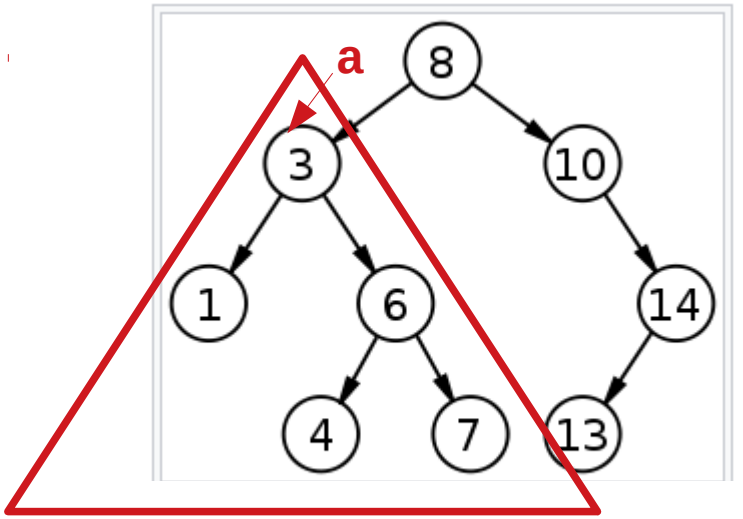
6 ??

Parametro: 8 retorno: -

Árbol binario de búsqueda

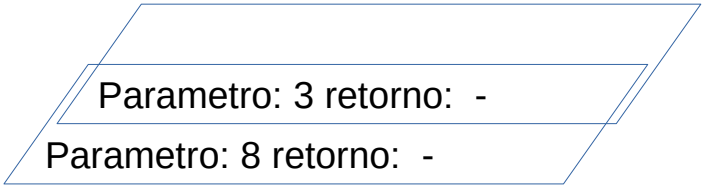
- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```



Existe con el subarbol izquierdo!!

6 ??

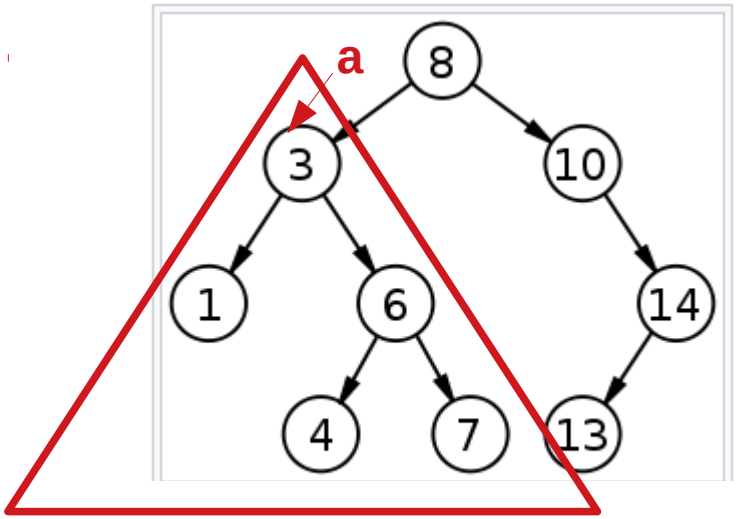


Árbol binario de búsqueda

- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```

Falso



6 ??

Parametro: 3 retorno: -

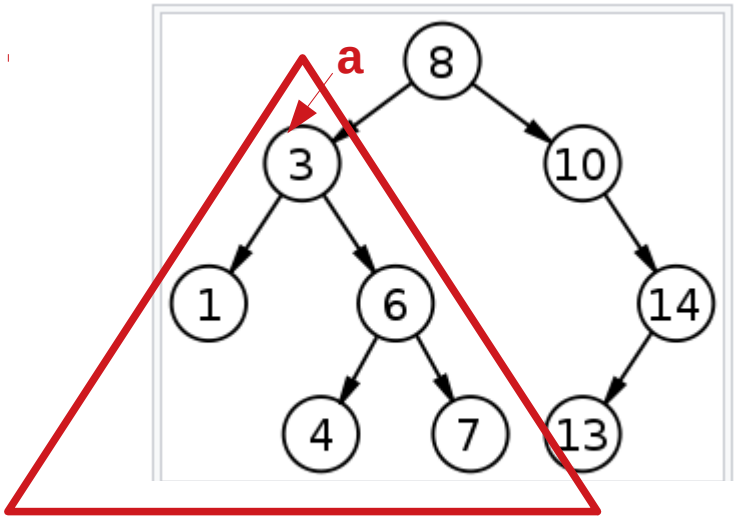
Parametro: 8 retorno: -

Árbol binario de búsqueda

- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```

Falso



6 ??

Parametro: 3 retorno: -

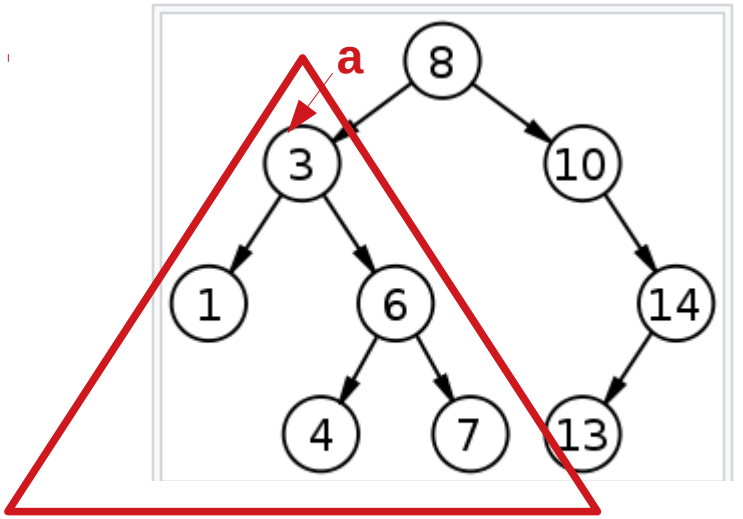
Parametro: 8 retorno: -

Árbol binario de búsqueda

- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```

Falso



6 ??

Parametro: 3 retorno: -

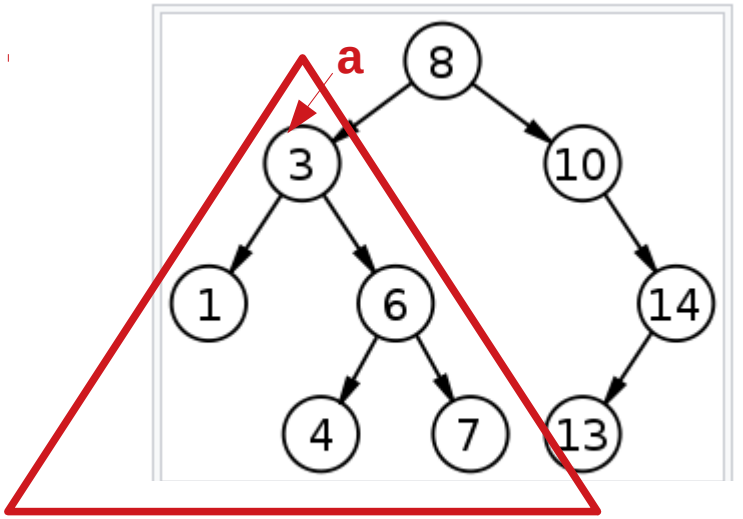
Parametro: 8 retorno: -

Árbol binario de búsqueda

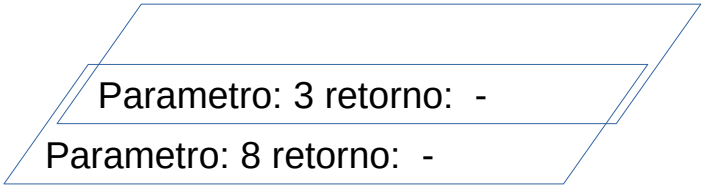
- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```

Llamada recursiva



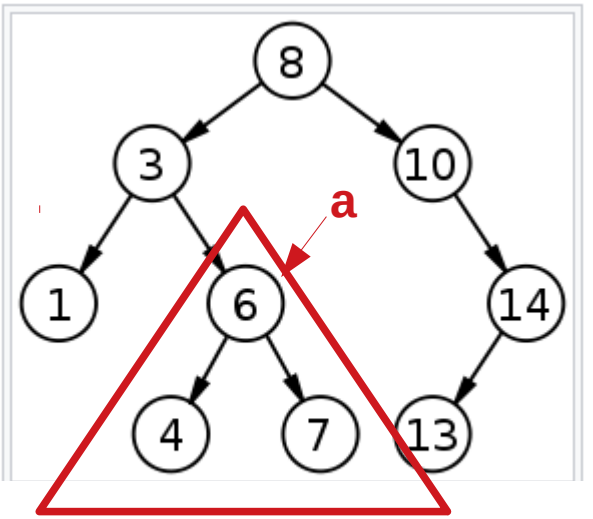
6 ??



Árbol binario de búsqueda

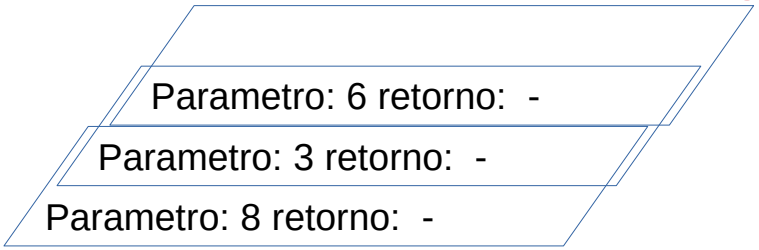
- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```



Existe con el subarbol derecho

6 ??

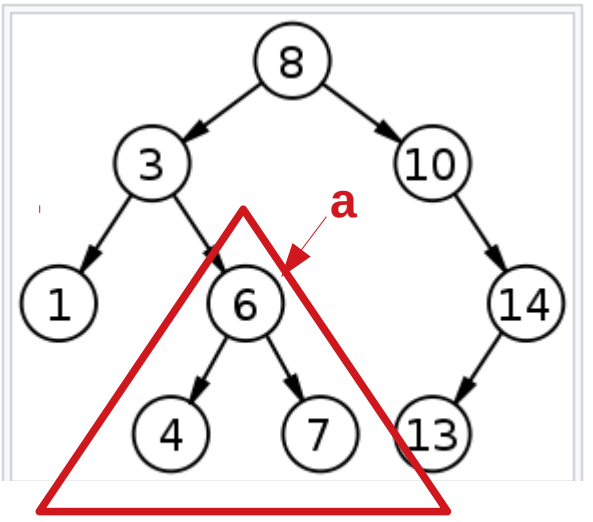


Árbol binario de búsqueda

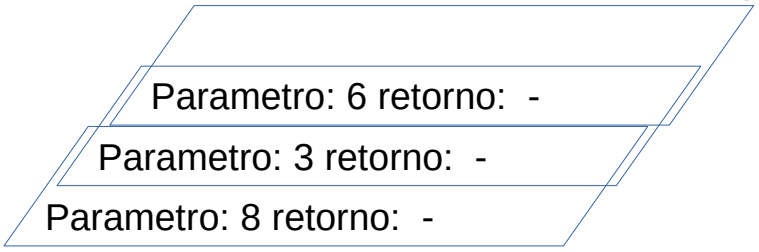
- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```

Falso



6 ??

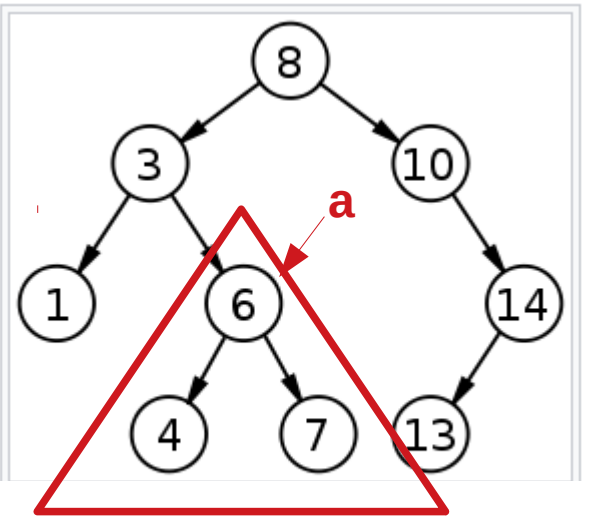


Árbol binario de búsqueda

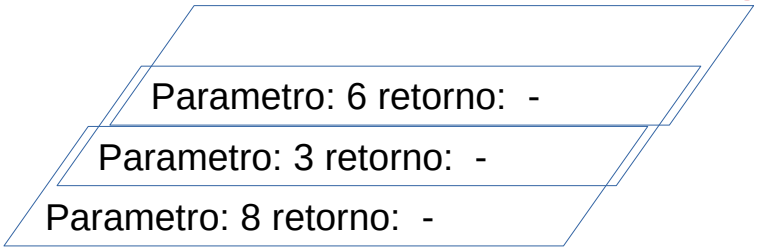
- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```

Verdadero



6 ??

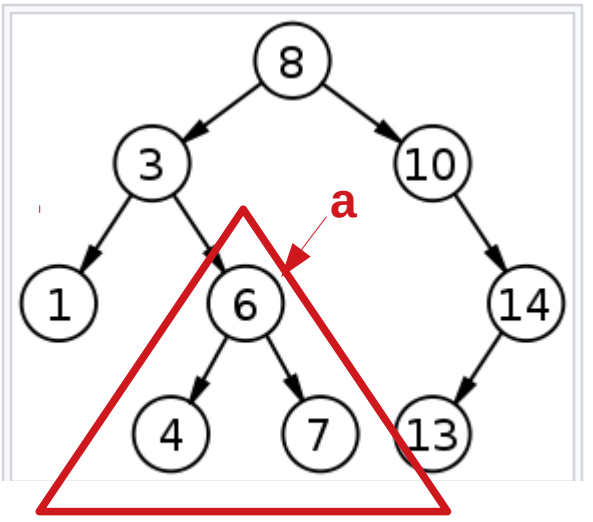


Árbol binario de búsqueda

- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

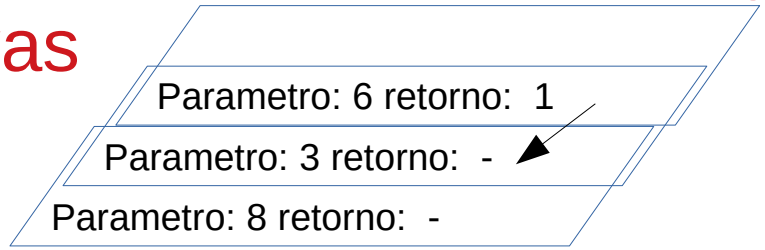
```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```

Verdadero



Retorna 1.
Fin llamadas recursivas

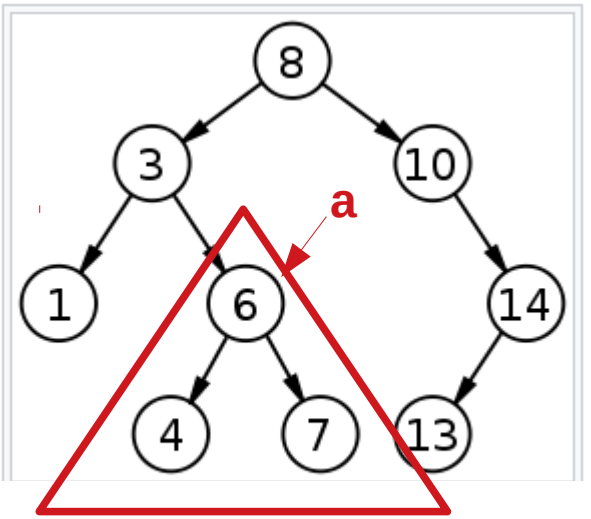
6 ??



Árbol binario de búsqueda

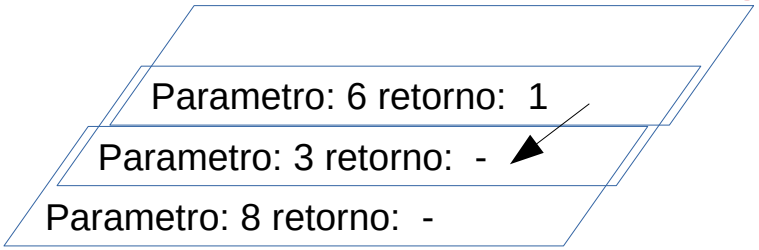
- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```



Retorna 1

6 ??

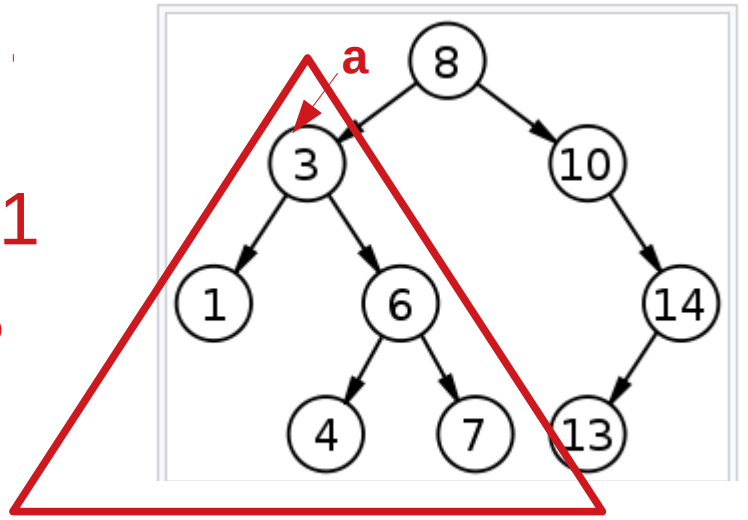


Árbol binario de búsqueda

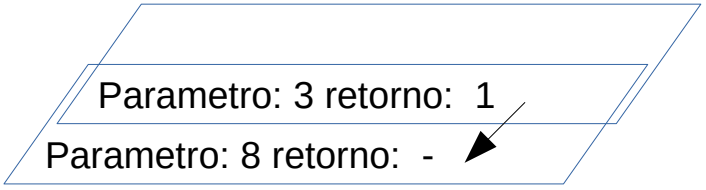
- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```

Retorna 1



6 ??

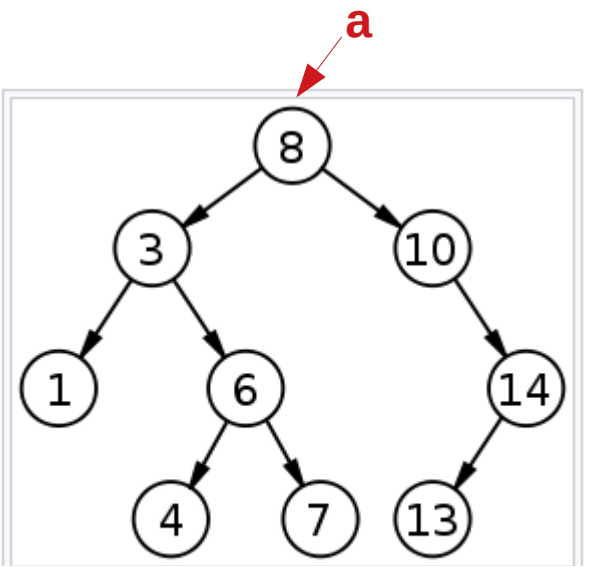


Árbol binario de búsqueda

- ExisteElemento: 1) Recorrido del árbol según orden del ABB.

```
104  int Existe(Arbol_T a, Tipo_Dato dato)
105  {
106      if (a == NULL)
107          return 0;
108      else
109          if (a->dato == dato)
110              return 1;
111          else
112              if (dato < a->dato)
113                  return Existe(a->izq, dato);
114              else
115                  return Existe(a->der,dato);
116
117  }
```

Retorna 1



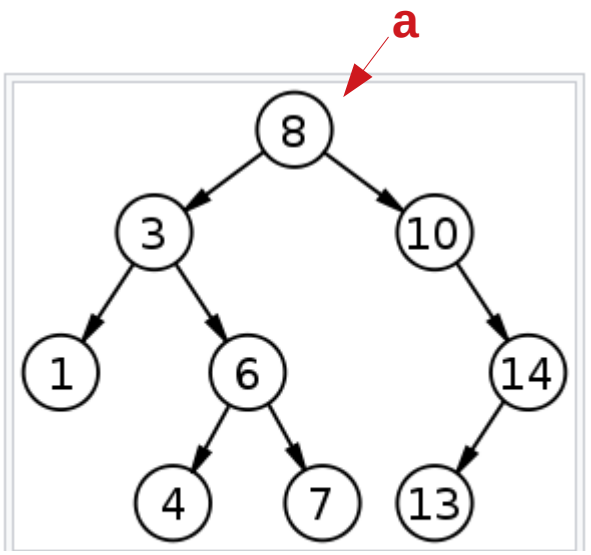
6 ??

Retorna 1 y fin de las llamadas recursivas

Parametro: 8 retorno: 1

Árbol binario de búsqueda

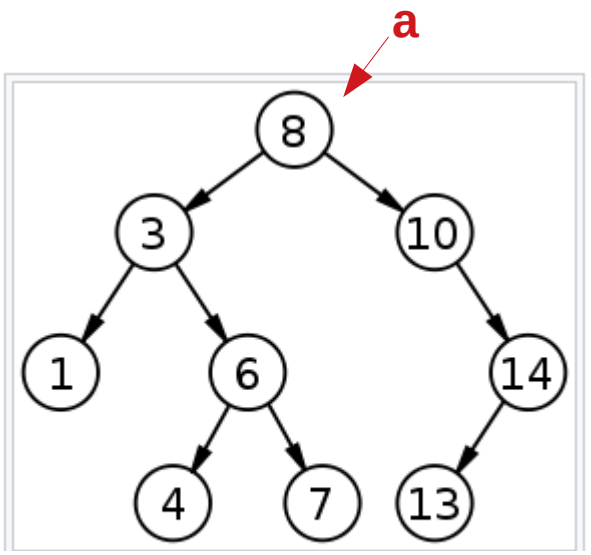
- Recorridos: en orden, post orden, pre orden.
- Estos recorridos visitan cada uno de los nodos. En esta visita realizan el procesamiento que sea necesario (imprimir, sumar, etc).



- Pre orden: VID
- En orden: IVD
- Post orden: IDV

Árbol binario de búsqueda

- Recorridos: en orden, post orden, pre orden.
- Estos recorridos visitan cada uno de los nodos. En esta visita realizan el procesamiento que sea necesario (imprimir, sumar, etc).



- Pre orden: VID (visita, hijo izquierdo, hijo derecho)
- En orden: IVD (hijo izquierdo, visita, hijo derecho).
- Post orden: IDV (hijo izquierdo, hijo derecho, visita).
- Por ejemplo: EnOrden():

```
void EnOrden(Arbol_T a)
{
    if (a != NULL)
    {
        EnOrden(a->izq);
        Visito(a->dato);
        EnOrden(a->der);
    }
}
```