

美国房市与金融危机
——含干扰与动态回归的美国房贷利率条件均值模型建模

姓 名：冯士倩
学 号：2017111652
班 级：2017 级数据科学班

目 录

一、问题研究背景.....	- 3 -
二、单一时序模型的拟合.....	- 3 -
(一) 数据预览及差分平稳化.....	- 3 -
(二) 单一事件序列建模.....	- 4 -
1、模型定阶.....	- 4 -
2、参数估计.....	- 5 -
3、残差诊断.....	- 6 -
4、参数冗余.....	- 7 -
5、预测.....	- 8 -
三、带干扰项的建模.....	- 8 -
(一) 问题研究背景.....	- 8 -
(二) 对干扰项建模.....	- 9 -
1、识别异常值.....	- 9 -
2、拟合为长期干预.....	- 9 -
3、拟合为短期干预.....	- 10 -
四、与协变量的动态回归.....	- 11 -
(一) 与协变量 LIBOR 的动态回归模型.....	- 11 -
1、问题背景研究.....	- 11 -
2、预白化处理与协整关系判断.....	- 11 -
3、残差建模.....	- 13 -
(二) 与协变量原油价格的动态回归模型.....	- 14 -
五、模型比对与总结.....	- 17 -
(一) 模型拟合效果之间的比较.....	- 17 -
(二) 干预的加入与否.....	- 18 -
(三) 回归项的加入与否.....	- 18 -
(四) 最后总结.....	- 19 -
附录一 参考文献.....	- 20 -
附录二 R 代码.....	- 21 -

美国房市与金融危机

——含干扰与动态回归的美国房贷利率条件均值模型建模

一、问题研究背景

2019 年 12 月以来，首次于中国武汉爆发的新冠肺炎疫情在威胁广大人民群众生命安全，给社会秩序造成不可逆转的影响之时，还对国内外金融局势造成巨大影响。在疫情冲击美国本土后，美国股市 3 月 16 日单月第三次再度触发熔断机制，收盘时主要指数均暴跌超过 11%，其中道琼斯工业平均指数创下 1987 年“黑色星期一”以来的最大单日跌幅。分析人士认为，新冠肺炎疫情对美国宏观经济构成多重冲击，目前从就业、债务、信心等方面看均令人担忧。

由这一连串的新闻事实不难发现，时间序列如金融市场指标并不是独立的个体，它往往受外界突发事件的干扰，并由自身的变化反映。

由此，我们考虑从一单一的时间序列出发，由浅入深，由单一个体到多维度空间，探究序列本身的规律以及与外界事件的协变关系。

二、单一时序模型的拟合

（一）数据预览及差分平稳化

我们从公开数据网站 <https://fred.stlouisfed.org/> 上选取 2000 至 2015 年美国 30 年固定利率按揭房贷月平均时间序列（30-Year Fixed Rate Mortgage Average in the United States, Percent, Monthly, Not Seasonally Adjusted）的数据，该序列的长度为 192。在下文中为图简便，以房贷月平均时序指代该序列。

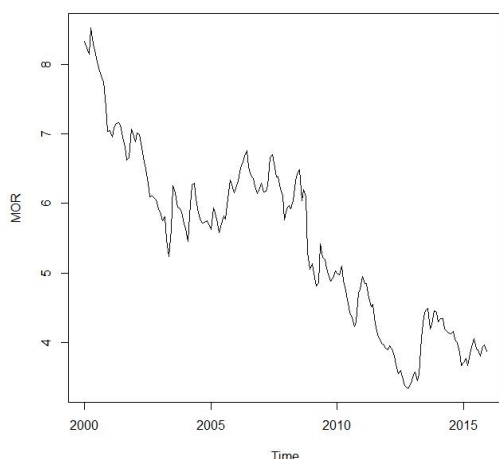


图 1 房贷月平均时序图

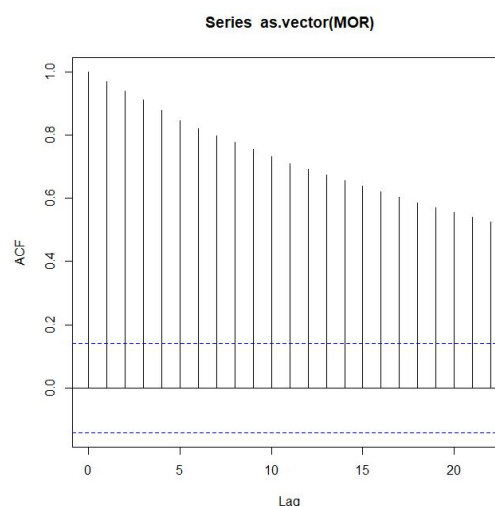


图 2 房贷月平均时序 ACF 图

首先我们可直接画出时间序列图。明显地，该序列呈现出带有下降趋势的非平稳性。我们再画出该序列的 ACF 图，在滞后多期仍在拒绝域外的样本自相关系数也在提示我们房贷月平均时序是一个非平稳序列。

考虑差分平稳化的方法,将房贷月平均时序差分一次得到房贷月平均差分时间序列。

在检验平稳性时,增强 Dickey-Fulle 检验(增强单位根检验,即 ADF 检验)是常用的检验法。它通过检验序列是否存在位根来检验序列的平稳性。设经过一定变形转化得到的时间序列表达式如下。

$$\nabla Y_t = \beta Y_{t-1} + \delta_{t-1} \nabla Y_{t-1} + \dots + \delta_{t-k} \nabla Y_{t-k} + e_t$$

ADF 检验的原假设为 $\beta = 0$, 备择假设为 $\beta < 0$ 。若拒绝原假设则认为序列是平稳的。

在经过 ADF 检验后得到 p 值大小为 0.01, 拒绝原假设, 认为房贷月平均差分时间序列平稳。接下来我们对该差分序列建模。

(二) 单一事件序列建模

1、模型定阶

对于平稳的时间序列模型, 通常可选择的一大类参数时间序列模型为自回归滑动平均 (ARMA) 模型。ARMA (p, q) 的表达式如下:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q}$$

Y_t 是由一系列过去的信息和过去的信息无法解释的新息构成的。其中 ϕ_p 和 θ_q 不为 0。在选择时间序列的模型时, 确定 p 与 q 的数值并确定表达式中 ϕ 与 θ 的值是确定一个模型的关键。通常我们可以通过绘制序列的 ACF, PACE 以及 EACF 图像首先确定一个 ARMA 模型的 p, q, 即为定阶; 然后加以拟合, 求得 ϕ 与 θ 代表的模型系数值。

ACF 是样本自相关函数 r_k 图像, 定义为

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=k+1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}$$

在一定条件下, 对于确定的 m, 当样本量趋于无穷时, 有

$$\sqrt{n}[r_1 - \rho_1, \dots, r_m - \rho_m] \xrightarrow{d} N(0, \Sigma)$$

其中 Σ 的元素是序列总体自相关函数的函数。对于 MA (q) 过程, ACF 具有 q 阶截尾的特征; 对于 AR 或 ARMA 过程, ACF 是拖尾的。

PACF 是偏自相关函数 ϕ_{kk} 图像, 在序列服从正态分布时定义为

$$\phi_{kk} = \text{Cor}(Y_t, Y_{t-k} | Y_{t-1}, \dots, Y_{t-k+1})$$

对于 AR (p) 过程, PACF 具有 p 阶截尾的特征; 对于 MA 或 ARMA 过程, PACF 是拖尾的。

EACF 是 $W_{t,k,j}$ 的样本自相关函数图像, 其中

$$W_{t,k,j} = Y_t - \hat{\phi}_1 Y_{t-1} - \dots - \hat{\phi}_k Y_{t-k}$$

将 EACF 的元素列为二维矩阵, 若序列服从 ARMA (p, q) 则其中的元素可表示如下:

$$e_{ij} = \begin{cases} x & |r_{j+1}(W_{i,k,j})| > 1.96/\sqrt{n-j-k}, \\ 0 & \text{other wise,} \end{cases}$$

回到我们的数据。我们通过绘制房贷月平均差分时间序列的 ACF, PACF, EACF 图像以及对时间序列应用 R 自带 armasubsets 函数选取最优 ARMA 子集函数来对差分序列定阶。

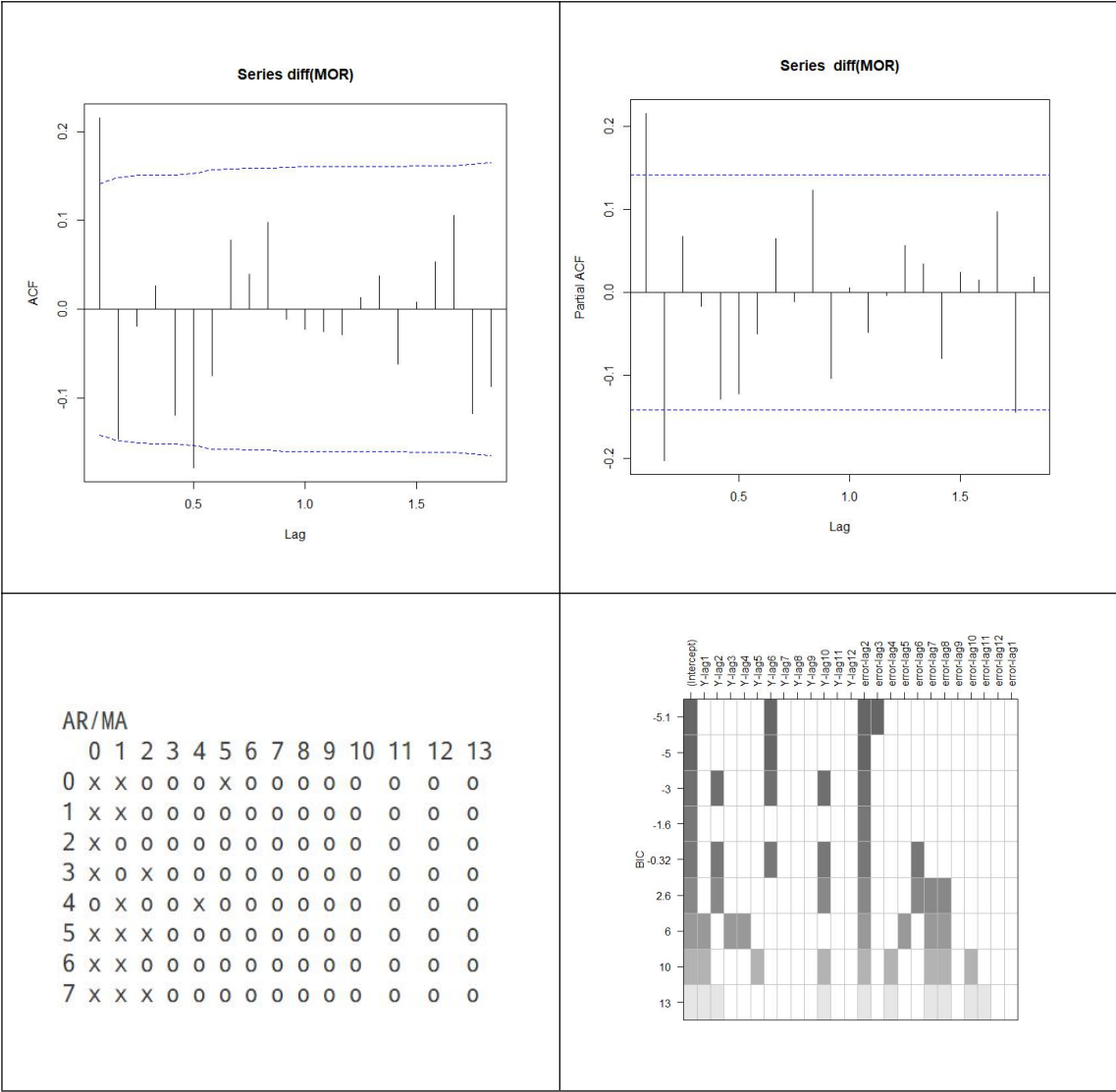


图 3-6 单一事件序列 ACF、PACF、EACF、armasubsets 结果图像

对于 ACF 图像,我们发现样本自相关函数 2 阶与 5 阶截尾,因此可考虑 MA(2) 或 MA(5) 模型;对于 PACF 图像,我们发现样本偏自相关函数 1 阶截尾,因此可考虑 AR(1) 模型;由 EACF 图像可看出,在矩阵(1,2)处有一个明显的全 0 上三角矩阵左上角元,因此可考虑 ARMA(1,2);再由 armasubsets 通过最小化 BIC 给出的结果图像,我们选取颜色最深,即 BIC 最小的两个模型 ARMA(6,3) 或 ARMA(6,2)。

2、参数估计

在有了 6 个待选模型后,运用 R 自带的 arima 函数对数据进行拟合。此时由于序列本身非正态,以谨慎起见,我们不能使用极大似然估计方法估计模型参数,

转而使用只要求残差序列相互独立的最小二乘检验——在选项 method（估计方法）中选用“CSS”（最小二乘估计）。六种方法得到的模型参数与对数似然值（显著系数以加粗标出）在下表。

阶数 \ 系数	ar1	ar2	ar3	ar4	ar5	ar6
MA(2)						
MA(5)						
AR(1)	0.2154(0.0707)					
ARMA(1,2)	0.7515(0.2665)					
ARMA(6,3)	0.8637(0.0222)	-1.017(0.0232)	0.1069(0.0126)	-0.0381(0.002)	-0.1117(0.0029)	0.0051(0.0025)
ARMA(6,2)	1.03889(0.0888)	-1.2399(0.1138)	0.4208(0.1171)	-0.19439(0.1199)	-0.0042(0.0988)	-0.0613(0.0747)

ma1	ma2	ma3	ma4	ma5	intercept	log-likelihood
0.2605(0.0737)	0.1209(0.0702)				0.0232(0.0141)	65.86
0.2557(0.0746)	-0.1749(0.0775)	-0.0329(0.0939)	0.0045(0.0716)	-0.0867(0.0763)	-0.0232(0.012)	67.08
					-0.023(0.162)	61.54
-0.4794(0.2521)	-0.3285(0.0701)				-0.0217(0.0101)	66.33
-0.5865(0.011)	0.7717(NaN)	0.35(NaN)			-0.0303(NaN)	85.65
-0.7887(0.0729)	0.8807(0.0729)				-0.0219(0.0124)	72.54

表 1 单一事件序列模型系数及对数似然值表

我们通过观察发现，MA(2)模型的系数 MA2 和截距项不是很显著；MA(5)模型中除去第一个系数外都不显著；AR(1)模型得到的对数似然值较小，拟合不够；ARMA(6, 3)与 ARMA(6, 2)中即使显著的项较多，但阶数较高，在拟合和预测时有其不便性。本着简洁有效的原则，我们选取仅有 MA1 系数不显著而对数似然值较大的 ARMA(1, 2)模型。

3、残差诊断

在拟合好模型后，我们应对模型的残差进行诊断。残差被定义为

$$e_t = Y_t - \hat{Y}_t$$

若我们在模型识别时得到了正确的阶数并且参数估计值与真值相近，那么残差应该近似服从白噪声分布，即独立同分布、零均值同方差的正态分布。反之，若残差明显偏离白噪声分布，可能预示着我们的模型建立得不正确，或有更多序列本身的信息没有被提取。

残差分析，主要分析残差 e_t 的独立性，方差齐性和正态性。

由下标准化残差图我们可以看见残差基本在 0 上下波动，没有明显的异方差现象，但是在 2008 年左右有一个波动幅度很大的异常值；画出残差的 QQ 图，我们发现残差有较多异常值，不服从正态分布。因为残差不服从正态分布，对于要求残差服从正态的 Ljung-Box 检验并不适用；因此在这里采用非参数游程检验，通过序列中游程个数这一统计量，检验标准化残差的独立性。游程检验的 p 值为

0.943，接受原假设，认为残差间是独立的。

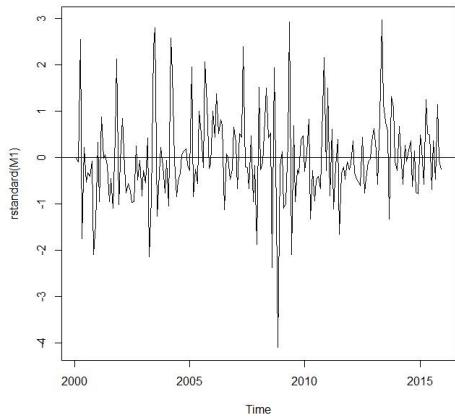


图 7 单一事件序列残差散点图

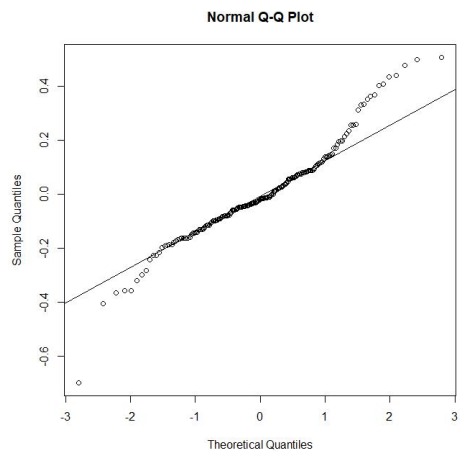


图 8 单一事件序列残差 QQ 图

4、参数冗余

在通过残差诊断后，我们尝试升阶来查看是否可以找到更好的模型。在 ARMA(1, 2)的基础上分别在 AR 和 MA 的阶数上升阶数，可以得到 ARMA(2, 2)是一个更好的模型，其新增参数显著，且对数似然值有提升，意味着模型拟合更好。其参数和对数似然值如下：

ar1	ar2	ma1	ma2	intercept	log-likelihood
-1.3112(0.1449)	-0.5366(0.1872)	1.6044(0.0998)	0.7753(0.1401)	-0.0179(0.0134)	69.38

表 2 ARMA(2, 2) 模型参数和对数似然值

同样地，我们对升阶后的模型进行残差诊断，结论与上类似。标准化残差独立性检验的 p 值为 0.535，接受原假设，认为残差间是独立的。同时新增添序列的 McLeod-Li 条件异方差检验，点都在 0.05 水平上，因此认为在 0.05 置信水平下该模型没有 ARCH 效应，使用条件均值模型是恰当的，

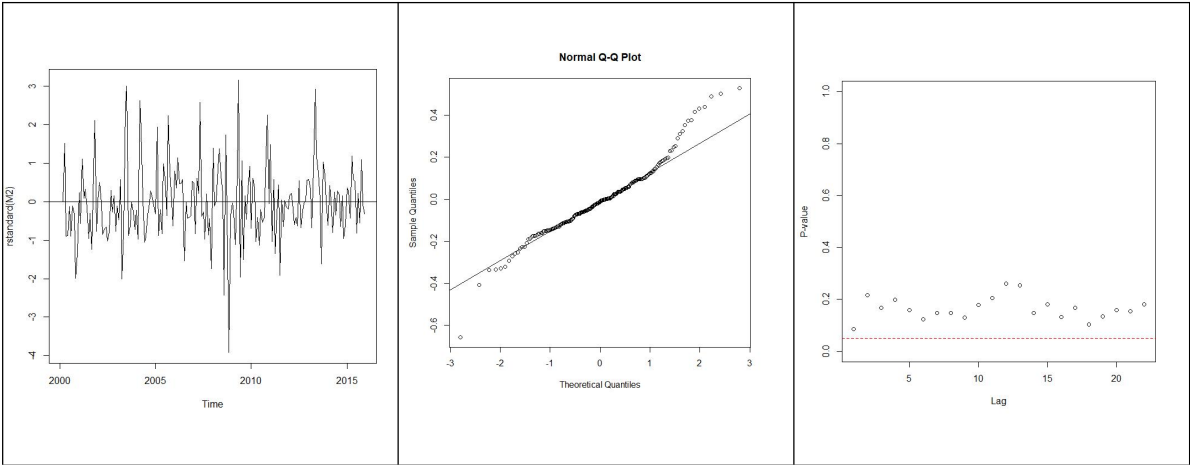


图 9-11 ARMA(2, 2) 标准化残差散点图、QQ 图、McLeod-Li 图

5、预测

最后我们用该 ARMA (2, 2) 模型进行预测。我们采用以下三种方式进行预测并评估不同方式预测的准确度。

(1) 直接在原有的模型上向前预测 3 步。

(2) 通过新添加一个已知时间点的数值的方式，由预测更新公式：

$$\hat{Y}_{t+1}(l-1) = Y_t(l) + \psi_{l-1}[Y_{t+1} - \hat{Y}_t(1)]$$

算得值更新向前 1 步与向前 2 步预测。

(3) 在添加已知时间点的同时重新拟合模型系数并向前 1 步预测。

我们将结果写入下表（加粗代表预测值）：

日期	2016 年 1 月	2016 年 2 月	2016 年 2 月	MSE
真实值	3.66	3.69	3.61	.
I	3.826224	3.838343	3.794876	0.0838152
II	3.66	3.695923	3.47456	0.04034964
III.1	3.66	3.62322	.	0.01066948
III.2	3.66	3.69	3.688803	

表 3 ARMA (2, 2) 预测值

由上表我们可以看出，在原有的模型上向前预测 3 步的效果是最差的，而且向前预测的步数越长，方差也越大，预测结果也越不准确；通过新添加一个已知时间点数值的方式更新向前 1 步与向前 2 步预测的效果居中；而在添加已知时间点的同时重新拟合模型系数并向前 1 步预测的效果最好。

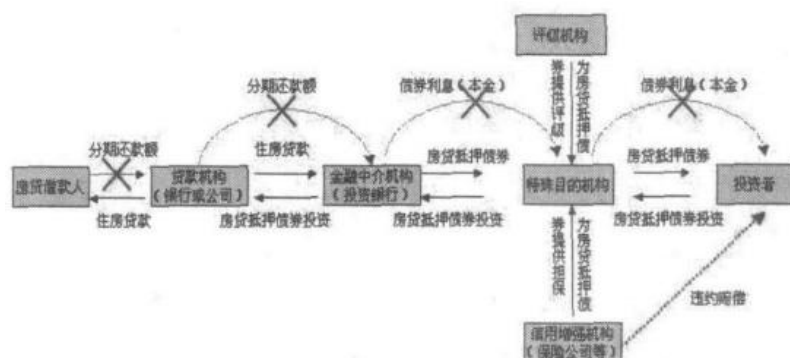
这是由于新添加已知的数据点更新预测其实是在“事后补偿”之前预测当前新添加数据点的偏差；而重新拟合参数模型也是在模型中添加信息，修正模型系数。因为时间序列的模型不是一成不变的，在每个时间点都可能发生变化，因此重新拟合模型系数并向前一步预测是最好的预测方式。

三、带干扰项的建模

（一）问题研究背景

在上文中我们已然发现，在 2008 年时房贷月平均时序模型的残差有一个非常突出的异常值，这不得不使我们联想到 2008 年在美国华尔街爆发的金融危机。

当代诸多学者认为，2008 年金融危机与 2007 年美国的次级贷危机有着密切关系，进而揭示了美国房产市场对这场危机深远的影响。



在美国新经济泡沫破裂后，美联储为刺激经济不断调低利率，鼓励房地产业的发展。大量社会闲置资金进入房市。为了支持大体量的交易，次级抵押贷款公司通过住房抵押贷款证券化（MBS）将其住房抵押贷款部分或全部出售给投资银行，投资银行将其购买的住房抵押贷款打包后形成资产抵押债券，据此向二级市场进行发售；经过不正当的信誉增强操作，次级债大肆盛行。

长期以来，房地产行业开始供大于求，大量的次级房贷借款人因为房产贬值而发生违约行为，无法偿还贷款。由此，次级贷的资金链发生断裂，投资银行作为次贷的创造者，账面中大量的次贷资产大幅降级，不得不承受巨额的损失。美国第四大投行，大量投资不动产的投行雷曼兄弟于 2008 年 9 月 15 日宣布破产，而美联储的无作为使得投资者信心大幅下滑，恐慌指数上涨，加速了金融市场的缩水，进而使得整体实体经济进入滞后阶段。这便是 2008 年席卷全球的金融危机的大致由来。

我们将通过我们已有的数据——美国 30 年固定利率按揭房贷月平均时间序列——从时间序列的角度探究金融危机与美国房产市场之间的关系。

（二）对干扰项建模

1、识别异常值

异常值是在时间序列中不规则的观测值，能够反映基础过程中突发的变化。

使用 TSA 包自带的 `detectAO` 及 `detectIO` 函数，我们发现了 λ_1 绝对值较大的索引号为 106 号， λ_2 绝对值较大的为 106 及 112 号。106 号在原时间序列中对应 2008 年 11 月与 2008 年 10 月的差值，距离 2008 年 9 月 15 日发生的金融危机非常接近；112 号则是 2009 年 3 月至 4 月，当时美国“经济刚刚走出危机，而正开始历史上最长的牛市”。

在对时间序列分析时,通过检验时刻 T 是否存在可加异常值(AO)或新息异常值(IO),我们能够发现外界事件对时间序列本身的重要影响,然后我们考察这种影响存续的时间长短,以长期干预或短期干预的方式加入模型,使模型拟合更好,更能反映实际意义。

2、拟合为长期干预

首先我们考虑将异常点 106, 112 号拟合为长期干预项。单一均值干预的表达式为

$$m_t = \frac{\omega_1}{1-\omega_2 B} P_t^{(T)}$$

ar1	ar2	ma1	ma2	intercept
-----	-----	-----	-----	-----------

-1.2607(0.1373)	-0.5659(0.212)	1.5978(0.0996)	0.7841(0.1211)	-0.0147(0.0126)
I106-ar1(ω_1)	I106-ma0(ω_2)	I112-ar1(ω_1)	I112-ma0(ω_2)	log-likelihood
0.3438(0.2205)	-0.6232(0.1554)	-0.2893(0.2881)	0.4492(0.165)	87.06

表 4 长期干预模型系数及其对数似然值

$\omega_1 \omega_2^k$ 代表该干预事件对其后 k 个月份所造成的影响。

在该拟合模型中，AR1 部分，即 ω_1 的值都不显著， ω_2 的绝对值都小于 1，因此我们认为该长期干预事实上并没有“长期干预效果”，即使有，也很快衰减至 0；实际上，从道琼斯工业指数图也可发现，在金融危机后短暂时间内，指标有一个较为迅速的回弹过程，突发事件的存续影响并不是非常显著。故而舍弃该模型。

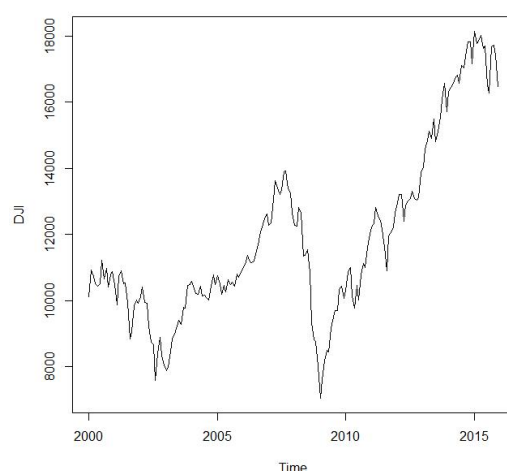


图 13 道琼斯工业指数（2000–2015）

3、拟合为短期干预

根据检测异常值的结果，我们考虑将 106 号拟合为 A0，112 号拟合为 I0。模型系数及对数似然值见下图。

ar1	ar2	ma1	ma2	intercept	AOI112	IO106	log-likelihood
-1.2813(0.1473)	-0.5589(0.2128)	1.6033(0.0934)	0.7869(0.1173)	-0.0166(0.0125)	0.4368(0.1434)	-0.6414(0.1529)	86.04

表 5 短期干预模型系数及其对数似然值

令人可喜的是，短期干预的系数都是显著的，且拟合程度变得更好；在尝试上升阶数后，还是选择保持当前模型，此时再检验异常值，已经不存在了。对短期干预模型做残差分析，同样做出残差诊断图：

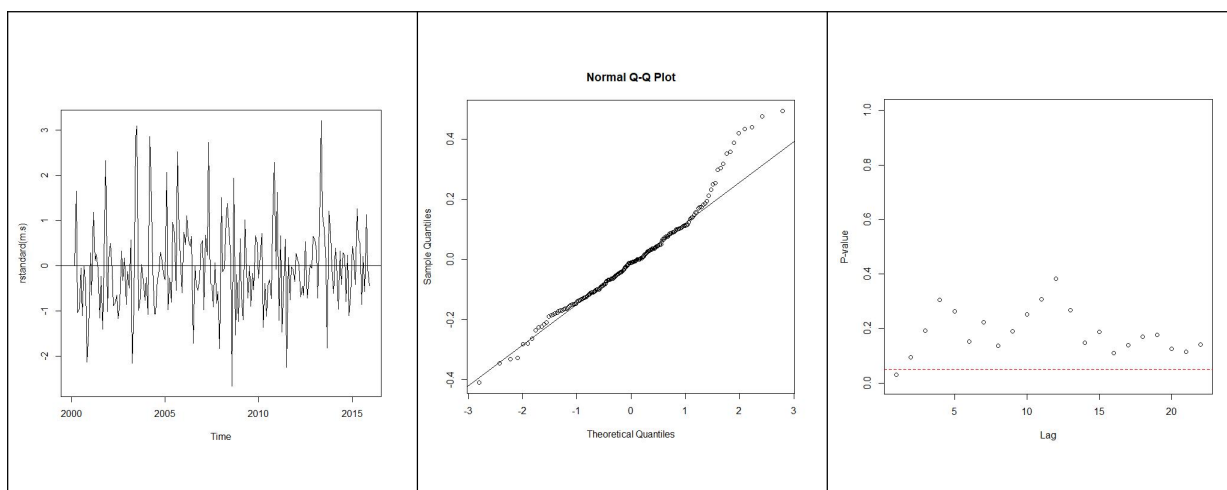


图 14-16 短期干预模型标准化残差散点图、QQ 图、McLeod-Li 图

标准化残差基本在 0 上下波动，没有明显的异方差现象；令人遗憾的是，残差的 QQ 图显示残差不服从正态分布。标准化残差游程检验得到的独立性检验的 p 值为 0.982，接受原假设，认为残差间是独立的。对于 McLeod-Li 条件异方差检验，除去滞后一期，点都在 0.05 水平上，因此认为在 0.05 置信水平下该模型没有 ARCH 效应，使用条件均值模型拟合是能接受的。

在进行预测时，由于短期干预不会产生长期影响，我们保留模型的所有系数向前 3 步进行预测。预测值见下，得到的 MSE 大小为 0.09532055。

日期	2016 年 1 月	2016 年 2 月	2016 年 2 月	MSE
真实值	3.66	3.69	3.61	.
短期干预	3.83753	3.850911	3.804708	0.09532055

表 6 短期干预模型预测值

在与原来未加入干预项的模型对比，对数似然值由 69.38 上升到了 86.04，这种提升是显著的。并且短期干预模型的预测值能够契合实际值的上升下降趋势，仅是第一个预测值的偏差较大，导致后续的预测不太准确。

四、与协变量的动态回归

（一）与协变量 LIBOR 的动态回归模型

1、问题背景研究

伦敦银行同业拆息（London Interbank Offered Rate，简称 LIBOR），或称伦敦同业拆放利率，是一个英国银行同业之间的短期资金借贷款的成本，代表国际货币市场的拆借利率，可作为贷款或浮动利率票据的利率基。LIBOR 利率被广泛地应用于衍生产品合约构建，定价以及风险管理之中。根据 ISDA 的数字，全球金融市场有数万亿美元本金的未到期衍生品合约的基准利率是 LIBOR。因此 LIBOR 作为美国房贷利率的一个利率基，两者间应该有一定的协变关系。

2、预白化处理与协整关系判断

判断两时间序列间协变关系时，我们通常使用滤波器 $\pi(B)$ 将其中某一个序列变换为白噪声，通过考察变换后的序列和另一个序列间的样本互相关函数检验两

者是否有相关关系。

如在以下分布滞后模型中，由于具体阶数未知，因此无法确定理论互相关系数，及 β_1 是否为零。

$$Y_t = \alpha_0 + \sum_{j=0}^m \beta_j X_{t-j} + Z_t$$

若 X_t 满足 ARMA(p, q) 模型，则将算子函数 $\pi(B) = \theta^{-1}(B)\phi(B)$ 作用于等式两端得到

$$\tilde{Y}_t = \tilde{\alpha}_0 + \sum_{j=0}^m \beta_j \tilde{X}_{t-j} + \tilde{Z}_t$$

此时 X_t 序列转化为与 Z_t 独立的白噪声序列，这样既可检验 X_t 与 Y_t 的相关性，又简化了相关结构。理论互相关系数亦可得：

$$\rho_k(\tilde{Y}, \tilde{X}) = \beta_k \frac{\sigma_{\tilde{X}}}{\sigma_{\tilde{Y}}}, \quad 0 \leq k \leq m$$

我们选取 2000 至 2015 年间的 LIBOR 数据做差分处理，得到一个平稳的差分 LIBOR 序列。此时我们可以得知，LIBOR 序列与房贷月平均序列均服从一阶单整，因此满足进行协整检验的前提。应用 stats 包中的 ts.intersect 函数将差分 LIBOR 序列和美差分国房贷月平均序列按照对应时间点拼接，然后使用 TSA 包中的函数 prewhiten 对 x 序列，即差分 LIBOR 序列进行预白化处理，再画出两差分序列的样本互相关函数图。

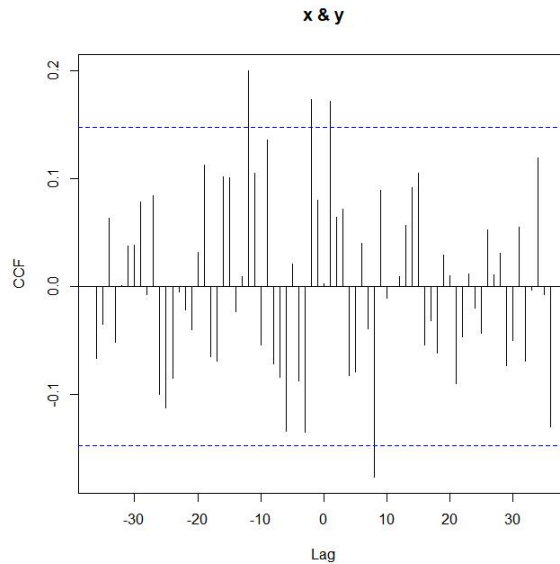


图 17 差分 LIBOR 与差分房贷月平均的预白化样本互相关图

此时，两序列间的-2 阶与 1 阶，8 阶，-12 阶显著。由于阶数越大，模型越复杂，且实际影响越式微，我们仅选取前置 1 阶 LIBOR 序列作为美国固定利率按揭房贷月平均时间序列的协变量做动态回归。

回归式分别如下：

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t+1} + \varepsilon_t$$

为判断上述时间序列是否存在协整关系，首先对序列对使用最小二乘回归，得到残差序列 ε_t ，通过检验 ε_t 是否平稳来确定因变量与自变量间的协整关系。这样的方法也被称作两变量的 Engle-Granger 检验。

经检验，美国固定利率按揭房贷月平均差分时间序列关于前置一阶差分 LIBOR 序列的残差通过 ADF 检验，p 值 0.03696，拒绝原假设，认为平稳。那综上，我们认为该序列对均具有协整性。

3、残差建模

对美国房贷月平均序列与前置一阶 LIBOR 序列回归得到的 ε_t 进行建模，提取出残差中的有效时序信息。

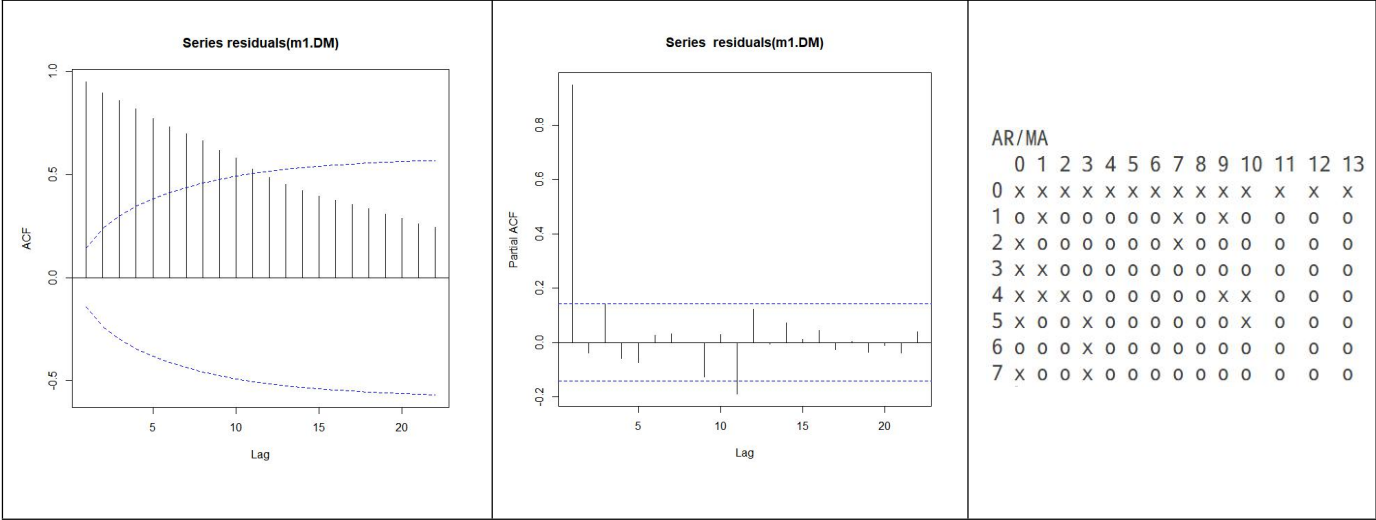


图 18-20 LIBOR 动态回归残差 ACF 图、PACF 图、EACF 图

对于 ACF 图像，我们发现 11 阶截尾，因此可考虑 MA(11) 模型；对于 PACF 图像，我们发现 1 阶或 3 阶截尾，11 阶可能为一个假预报，因此可考虑 AR(1) 或 AR(3) 模型；由 EACF 图像可看出，在 (2, 8) 和 (6, 4) 处有一个明显的全 0 上三角矩阵左上角元，因此可考虑 ARMA(2, 8) 或 ARMA(6, 4)。

参照奥卡姆剃刀原则，我们尽量选取模型阶数小的模型。因此我们首先选取 AR(1) 和 AR(3) 模型。

经过升阶和筛选后，我们最终选取 AR(3) 模型。模型的参数和对数似然值在下。

阶数 \ 系数	ar1	ar2	ar3	intercept	LIBOR	log-likelihood
AR(3)	1.2191(0.0782)	-0.4384(0.1123)	0.1996(0.0701)	4.3132(0.8568)	0.0339(0.054)	67.33

表 7 LIBOR 动态回归模型系数及其对数似然值

应用 detectA0 和 detectI0 函数，发现 107 号为 I0，113 号为 A0；与上文论述类似，是受金融危机影响而导致的两个异常值。在引入该异常值后的模型系数及对数似然值如下。

ar1	ar2	ar3	intercept	LIBOR.1	I113	I107	log-likelihood
-----	-----	-----	-----------	---------	------	------	----------------

2.3731(0.259)	-0.2878(0.0678)	0.2080(0.0732)	4.3771(0.8595)	-0.0346(0.0536)	0.2009(0.1388)	-0.3925(0.136)	77.3
---------------	-----------------	----------------	----------------	-----------------	----------------	----------------	------

表 8 引入异常值的 LIBOR 动态回归模型系数及其对数似然值

再次对模型进行异常值检验，发现没有多余的异常值。
残差分析时，检查模型残差如下：

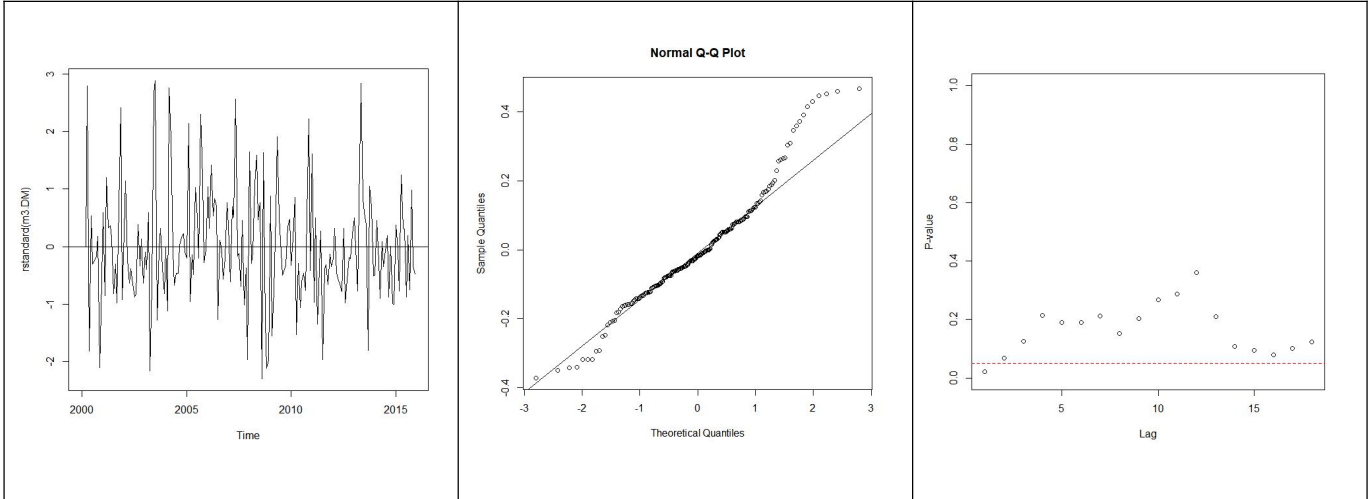


图 21-23 LIBOR 动态回归标准化残差散点图、QQ 图、McLeod-Li 图

残差在 0 上下随机波动，无异方差性，正态性仍不满足；McLeod-Li 检验除去滞后一期，点都在 0.05 水平上，因此认为在 0.05 置信水平下该模型没有 ARCH 效应，使用条件均值模型是能接受的。经过游程检验可得到残差独立性检验 p 值为 0.864，因此认为残差间是独立的。

在预测时，我们采用只含有 LIBOR 协变量的回归模型的所有系数向前 3 步进行预测。预测值及 MSE 见下。

日期	2016 年 1 月	2016 年 2 月	2016 年 2 月	MSE
真实值	3.66	3.69	3.61	.
LIBOR 回归	3.853978	3.877655	3.895365	0.1542752

表 9 LIBOR 动态模型预测值

（二）与协变量原油价格的动态回归模型

为了考察两个貌似实际相关性较弱（无直接显著关系）时间序列之间的相关性，我们选取与美国固定利率按揭房贷月平均时间序列关系没有直接相关的美国西德克萨斯轻质中间基原油价格序列（Crude Oil Prices: West Texas Intermediate (WTI) – Cushing, Oklahoma, Dollars per Barrel, Monthly, Not Seasonally Adjusted）进行动态回归建模，并讨论模型最后的结论与效果。

将 2000 至 2015 年间原油价格序列做差分平稳化，再将差分原油价格序列和美国固定利率按揭房贷月平均差分时间序列按照对应时间点拼接。观察到预白化差分原油价格序列 0 阶与 6 阶显著，由于阶数间隔越长，效用越小，我们选取 0 阶作为显著的互相关阶数。

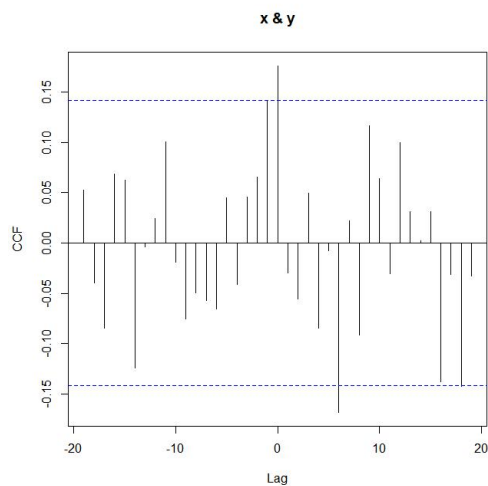


图 24 差分原油价格与差分房贷月平均的预白化样本互相关图

因此我们有回归式：

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$$

对回归式的残差定阶。

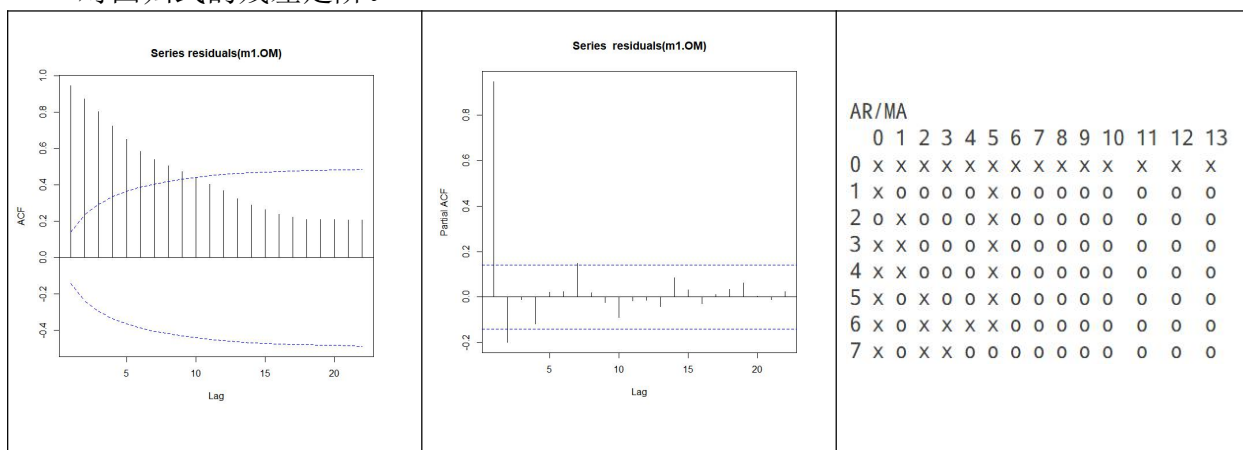


图 25-27 原油价格动态回归残差 ACF 图、PACF 图、EACF 图

对于 ACF 图像，我们发现 9 阶截尾，因此可考虑 MA(9) 模型；对于 PACF 图像，我们发现 2 阶截尾，因此可考虑 AR(2) 模型；由 EACF 图像可看出，在 (1, 6) 处有一个明显的全 0 上三角矩阵左上角元，因此可考虑 ARMA(1, 6)。

通过拟合系数我们可发现，在 MA(9) 中，作为协变量引入的 oil 变量并不显著，因此不予考虑；ARMA(1, 6) 模型虽然对数似然值较大，但很多系数都不显著。综上所述，我们选取 AR(2) 模型进行进一步拟合。

ar1	ar2	intercept	oil	log-likelihood
1.1551(0.0718)	-0.1735(0.071)	3.9626(0.8634)	0.0071(0.0023)	68.29

表 8 原油价格动态回归 AR(2) 模型系数及其对数似然值

在对 AR(2) 模型中的 AR 部分和 MA 部分分别升阶后，我们选取 ARMA(2, 3) 模型作为最后的初始模型，其系数和对数似然值在下。

ar1	ar2	ma1	ma2	ma3	intercept	oil	log-likelihood
0.0183(0.0414)	-0.9322(0.0443)	1.2101(0.0846)	0.0585(0.1242)	-0.2152(0.0739)	3.9626(0.8634)	0.0072(0.0021)	76

表 9 原油价格动态回归 ARMA (2, 3) 模型系数及其对数似然值

ARMA(2,3)模型的残差图如下。

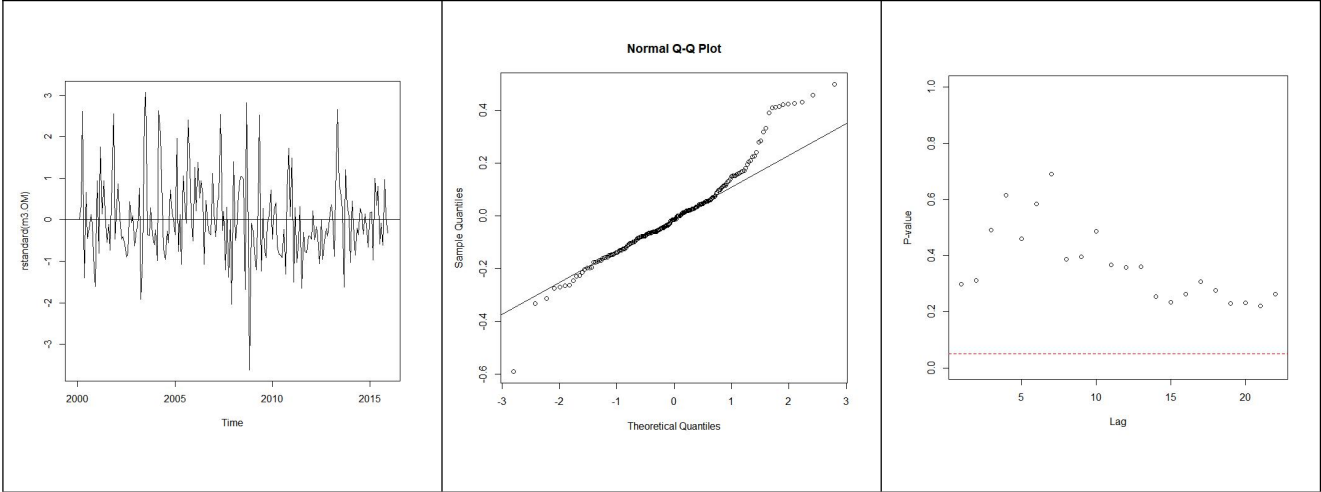


图 26-28 原油价格动态回归标准化残差散点图、QQ 图、McLeod-Li 图

残差在 0 上下随机波动，无异方差性，正态性不满足；McLeod-Li 检验中的点都在 0.05 水平上，因此认为在 0.05 置信水平下该模型没有 ARCH 效应，使用条件均值模型是恰当的。经过游程检验可得到残差独立性检验 p 值为 0.456，因此认为残差间是独立的。

对模型检测异常值，得到 107 号为 IO，对应 2008 年 11 月金融危机时期。对该异常值分别当作长期干预和短期干预，得到以下两个干预模型。

ar1	ar2	ma1	ma2	ma3	intercept	oil	IO107	log-likelihood
-0.0378(0.6625)	1.8408(0.3516)	1.2148(0.0762)	0.1028(0.1165)	-0.1704(0.0739)	4.0176(0.6332)	0.0059(0.0021)	-0.6539(0.1611)	83.37

ar1	ar2	ma1	ma2	ma3	intercept	oil	I107-ar1	I107-ma0	log-likelihood
-0.5856(0.4882)	1.1819(0.3289)	1.1238(0.1399)	0.0799(0.1344)	-0.2044(0.0813)	4.9981(0.4849)	0.0055(0.0021)	1.00419(0.0055)	-0.7187(0.1615)	85.15

表 10 原油价格动态回归拟合长期、短期异常值模型系数及其对数似然值

在对两个干预模型检测无异常值后，我们分别考察两个模型的残差。

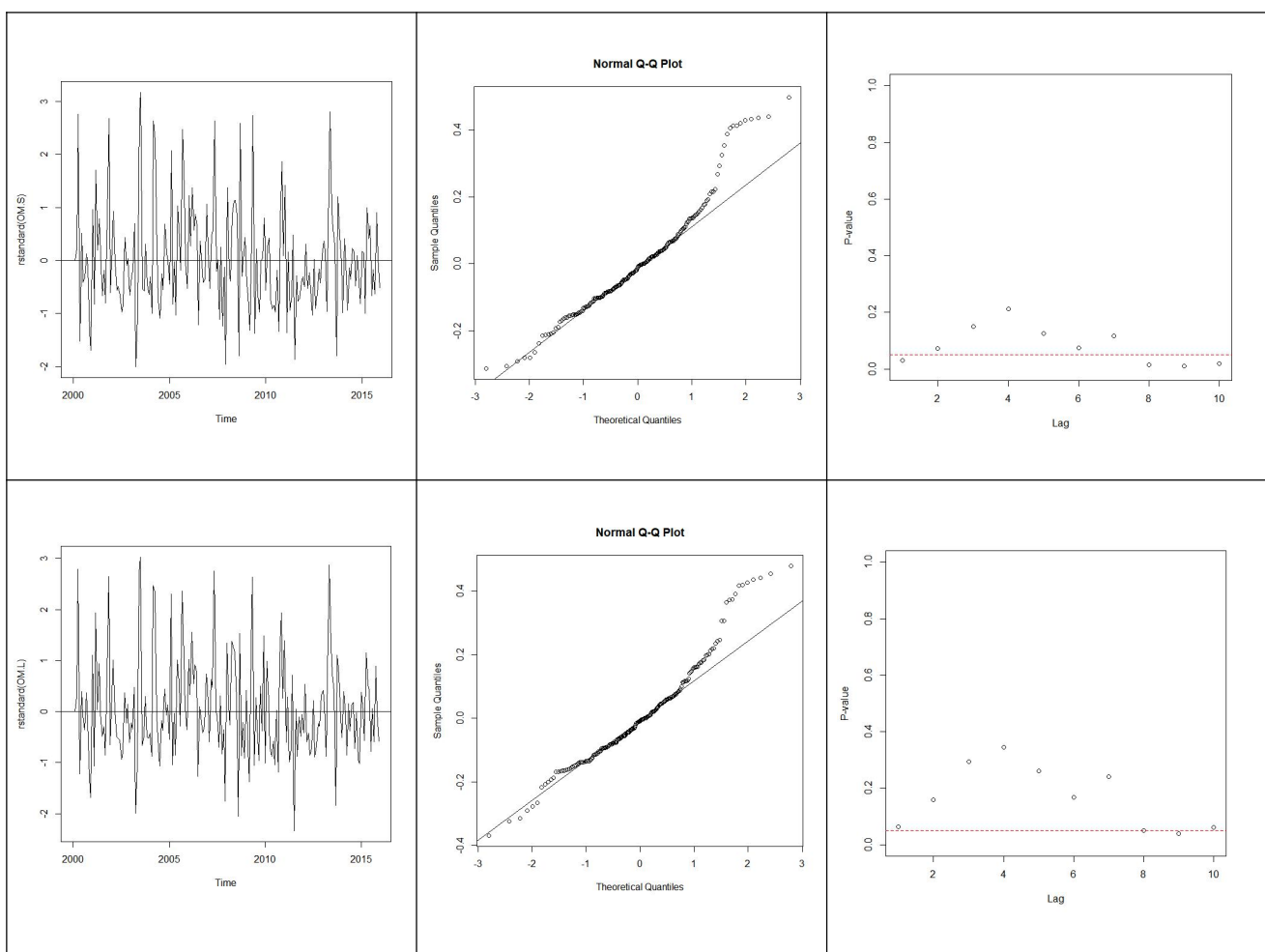


图 29-34 原油价格动态回归标准化残差散点图、QQ 图、McLeod-Li 图

虽然两个模型的残差游程检验 p 值分别为 0.514 与 0.753，均证明了残差的独立性，但在较大滞后期数内存在微弱的条件异方差性。若想要更精确地建模，可在后期考虑 ARCH 或 GARCH 模型。

在做预测时，我们仅采用不含干扰项，只含回归项的模型进行预测，得到了以下预测值。

日期	2016 年 1 月	2016 年 2 月	2016 年 2 月	MSE
真实值	3.66	3.69	3.61	.
原油价格回归	3.607019	3.650480	3.634688	0.004978349

表 11 原油价格动态回归预测值及 MSE

就预测结果来看，原油价格动态回归的预测值与真实值最贴近，且模型的对数似然值也是最优的。

五、模型比对与总结

（一）模型拟合效果之间的比较

所有模型的拟合变量个数，显著个数及对数似然值整理如下。

模型	变量个数	显著个数	log-likelihood
ARMA(2,2)	5	4	69.38
ARMA(2,2)+异常值	7	6	86.04
AR(3)+LIBOR+异常值	7	5	77.3
ARMA(2,3)+oil+短期干扰	8	6	83.37
ARMA(2,3)+oil+长期干扰	9	7	85.15

表 12 模型对比表

1、在模型拟合的角度上，我们可以看到，越复杂的模型不一定能够更好地反映真实情况；相反地，有时候自相关序列自身已然能够提取出足够多的信息量。

2、由于对数似然值与变量个数相关，用 AIC 或 BIC 准则能更好的反映模型的拟合程度；但非常遗憾的是，由于我们的残差都不满足正态条件，因此无法使用 MLE（极大似然估计），因此无法在软件中获得 AIC 或 BIC 值去评估模型。

3、此外，模型系数的区间估计往往需要分布假设，因此在文中所标出的系数的显著与否只具有展示作用，并不能真正判断某一个系数的显著性。

（二）干预的加入与否

以加入短期干预前后的单一事件序列 ARMA (2, 2) 模型拟合为例：

ar1	ar2	ma1	ma2	intercept	log-likelihood
-1.3112(0.1449)	-0.5366(0.1872)	1.6044(0.0998)	0.7753(0.1401)	-0.0179(0.0134)	69.38
ar1	ar2	ma1	ma2	intercept	log-likelihood
-1.2813(0.1473)	-0.5589(0.2128)	1.6033(0.0934)	0.7869(0.1173)	-0.0166(0.0125)	86.04

表 13 加入干预项前后原有模型系数对比表

加入短期异常值或是急速衰减的长期异常值的前后，其实模型的原有系数变化并不会太剧烈，对数似然值的增加也只是在异常值那一点上拟合度增加的体现，因此我认为，若不是具有长期效应的异常值是没有必要加入模型的。异常值的出现，更多的是让人们意识到：在原本符合某一规律的时序中，突然有了较大的波动，去探究波动本身出现的原因的意义大于如何将波动融入序列。

（三）回归项的加入与否

是否加入回归项第一是取决于理论上的协整关系，第二是事件背后的因果关系。我们可以清楚地从预测效果看到：

日期	2016 年 1 月	2016 年 2 月	2016 年 2 月	MSE
真实值	3.66	3.69	3.61	.
LIBOR 回归	3.853978	3.877655	3.895365	0.1542752
原油价格回归	3.607019	3.650480	3.634688	0.004978349

表 14 不同协变量回归预测值对比表

首先在 LIBOR 动态回归模型中，LIBOR 项并没有 oil 在原油动态回归模型中显著；其次，原油价格做为协变量加入模型能产生更好的预测效果。这与我们理想中的情况是相悖的，我们没有办法从线性方程上得到二者之间的协变关系，反

倒更容易认可 LIBOR 作为利率基准对宏观利率的调控作用。但事实上，在 21 世纪初，美国房产市场处于泡沫阶段，资金大量涌入而低利率高风险放贷盛行，房贷利率定价失控，因此与基准利率的依附削弱；原油作为重要的能源期货，反映资本市场信心，与金融危机前美国房产市场的欣欣向荣和金融危机后一夜骤降可互为印证。

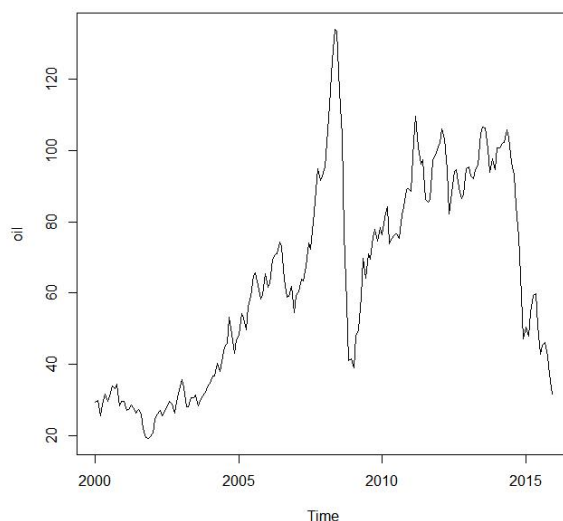


图 35 美国西德克萨斯轻质中间基原油价格序列（2000-2015）

因此在拟合模型时，不能只看到相关还要看见因果，这样才能发现数据背后的根源。

（四）最后总结

经过一学期短暂地涉猎时间序列，我认为时间序列就是自身衍生变换的序列，人们是在用格林公式，用样本自相关函数，互相关函数去提取序列的特性，进而用 ARIMA, ARCH, GARCH, VAR 模型去描述序列的样貌。学习时间序列，重要的是发现时序本身的周期性，找出规律，加以应用，及时发现异常的时点并加以反思；或是从此衍生提取出更符合实际情况的序列，加以应用。

附录一 参考文献

- [1]李云林.美国金融体系的利率风险分析——以次贷危机的引发和扩散为例[J].国际金融研究,2009(08):23-29.
- [2]葛奇.次贷危机的成因、影响及对金融监管的启示[J].国际金融研究,2008(11):12-19.
- [3]王静,林琦.从美国次级债危机看中国房地产金融市场的风险[J].财经科学,2008(02):9-16.
- [4]杰弗里·伍德里奇.计量经济学导论[M].清华大学出版社:北京,2009:355-365.
- [5]Jonathan D. Cryer,Kung-Sik Chan.时间序列分析及应用: R 语言[M].机械工业出版社:北京,2011:1.
- [6]KALW 里的四等军犬.通俗易懂讲一讲 2008 年金融危机[EB/OL].<https://www.zhihu.com/question/266232848>,2018.

附录二 R 代码

```
library(timeDate)
library(zoo)
library(timeSeries)
library(fBasics)
library(forecast)
library(fGarch)
library(tseries)
library(dplyr)
library(TSA)
library(fUnitRoots)
library(stats)
library(lmtest)
#以美国按揭房贷利率月均为研究对象
#data input
MOR <- read.csv("E:/MORTGAGE30US.csv")[347:538,c(2)]#2000-2015
MOR <- ts(as.vector(MOR),start=c(2000,1),frequency = 12)
MOR.pro <- read.csv("E:/MORTGAGE30US.csv")[539:541,c(2)]
dev.new()
plot(MOR)##显示出周期波动性，可以看出典型的非平稳
acf(as.vector(MOR))#明显的非平稳
#差分
dev.new()
qqnorm(diff(MOR));qqline(diff(MOR))#近似正态
shapiro.test(diff(MOR))#不满足正态
adfTest(diff(MOR),lags=0,type="nc")#通过，平稳
#一、单一事件序列建模
#1、模型识别
dev.new()
acf(diff(MOR),ci.type="ma")#MA2 MA5
pacf(diff(MOR))#AR1
eacf(diff(MOR))#ARMA1,2
dev.new()
ress <- armasubsets(diff(MOR),nar=12,nma=12,ar.method="CSS")#ARMA6,3;ARMA6,2
plot(ress)
#2、模型拟合+筛选
arima(x=diff(MOR),order=c(0,0,2),method="CSS")#65.86,MA2 和截距项不是很显著
arima(x=diff(MOR),order=c(0,0,5),method="CSS")#67.08, 只有 MA1 显著
arima(x=diff(MOR),order=c(1,0,0),method="CSS")#61.54
arima(x=diff(MOR),order=c(1,0,2),method="CSS")->M1#66.33, MA1 不显著, 首选
arima(x=diff(MOR),order=c(6,0,3),method="CSS")#85.65,参数过多, 备选
arima(x=diff(MOR),order=c(6,0,2),method="CSS")#ar 部分不显著项较多
#3、模型诊断
```

```

dev.new()
plot(rstandard(M1))#残差基本在 0 上下波动，08 年有个很明显的异常点
abline(h=0)
dev.new()
qqnorm(residuals(M1));qqline(residuals(M1))#正态不满足，因此用了 runs 和 CSS
shapiro.test(residuals(M1))#小样本的非参估计
runs(rstandard(M1))#独立性满足
#4、参数冗余
arima(x=diff(MOR),order=c(2,0,2),method="CSS")->M2#69.38 模型改善了，且其他系数没有
变的 不显著
arima(x=diff(MOR),order=c(1,0,3),method="CSS")#ma3 不显著 且其他系数变化不大
arima(x=diff(MOR),order=c(3,0,2),method="CSS")#在 M2 的基础上增加阶数,AR3 和 MA2 都
不显著
arima(x=diff(MOR),order=c(2,0,3),method="CSS")#在 M2 的基础上增加阶数,标准差都变成
NAN
#4.1 模型诊断
dev.new()
plot(rstandard(M2))
abline(h=0)
dev.new()
qqnorm(residuals(M2));qqline(residuals(M2))#正态不满足，因此用了 runs 和 CSS
shapiro.test(residuals(M2))#小样本的非参估计，此时正态性比起之前加强了
runs(rstandard(M2))#独立性满足
dev.new()
McLeod.Li.test(M2)#没有异方差
#5、预测
dev.new()
plot(M2,n.ahead=3,type="b")
predict(M2,n.ahead=3)->pred
#直接向前三步预测-解差分
MOR.1 <- MOR[length(MOR)]+as.vector(pred$pred)[1]#pred1:181-180
MOR.2 <- MOR.1+pred$pred[2]
MOR.3 <- MOR.2+pred$pred[3]
MOR.A <- c(MOR.1,MOR.2,MOR.3)
MSE <- sum((MOR.pro-MOR.A)^2)
MSE
#一步预测
#ARMA2,2
posai1=M2$coef[1]-M2$coef[3]
posai2=(M2$coef[2]-M2$coef[4]+M2$coef[1]*posai1)
DIFF.2=pred$pred[2]+posai1*(MOR.pro[1]-MOR[length(MOR)]-pred$pred[1])
DIFF.2+MOR.pro[1]#182
#两步
DIFF.3 <- pred$pred[3]+posai2*(MOR.pro[1]-MOR[length(MOR)]-pred$pred[1])#183-182

```

```

DIFF.3+DIFF.2+MOR.pro[1]
#一步
arima(x=c(diff(MOR),MOR.pro[1]-MOR[length(MOR)]),order=c(2,0,2),method="CSS")->M2.1
predict(M2.1,n.ahead=2)->pred
DIFF.4=pred$pred[2]+posai1*(MOR.pro[2]-MOR.pro[1]-pred$pred[1])
MOR.pro[2]+DIFF.4#183
##微调模型预测
arima(x=c(diff(MOR),MOR.pro[1]-MOR[length(MOR)]),order=c(2,0,2),method="CSS")->M2.C
MOR.pro[1]+predict(M2.C,n.ahead=1)$pred#182
arima(x=c(diff(MOR),MOR.pro[1]-MOR[length(MOR)],MOR.pro[2]-MOR.pro[1]),order=c(2,0,2)
,method="CSS")->M2.CC
MOR.pro[2]+predict(M2.CC,n.ahead=1)$pred#183

#二、将数据加入干预分析
#1、检测异常点
detectAO(M2)#lambda 绝对值最大 106, 其次 112
detectIO(M2)#lambda 绝对值最大 106
diff(MOR)[106]#2008-NOV->2008/OCT-2008 年 9 月 15 日金融危机
diff(MOR)[112]#2009 年 3 月, 当时美国经济刚刚走出危机, 而正开始历史上最长的牛市。
#将 106 拟合为 AO,112 拟合为 IOlong-term 87.68
m.s <- arimax(diff(MOR),order=c(2,0,2),io=c(106),
               xreg=data.frame(I112=1*(1:191==112)),
               method="CSS")#86.04, 新加入的系数和原先系数都显著
#考虑到事实, 将 106 112 拟合为长期 87.06.由于 AR1 都不显著, 短期干扰足矣
m.l <- arimax(diff(MOR),order=c(2,0,2),xtransf =
data.frame(I106=1*(1:191==106),I112=1*(1:191==112)),transfer=list(c(1,0),c(1,0)),method="CS
S")
#2、参数冗余 采用升阶查看是否可以拟合更好
arimax(diff(MOR),order=c(3,0,2),io=c(106),
       xreg=data.frame(I112=1*(1:191==112)),
       method="CSS")#新加入 ar3 不显著
arimax(diff(MOR),order=c(2,0,3),io=c(106),
       xreg=data.frame(I112=1*(1:191==112)),
       method="CSS")#新加入 ma3 不显著
#3、处理剩余异常值-以短期的形式加入
detectAO(m.s)#none
detectIO(m.s)#none
#4、残差检验
dev.new()
plot(rstandard(m.s))
abline(h=0)
dev.new()
qqnorm(residuals(m.s));qqline(residuals(m.s))
shapiro.test(residuals(m.s))#正态性进一步

```

```

runs(rstandard(m.s))#独立性满足
dev.new()
McLeod.Li.test(m.s)#没有异方差
#画图查看
dev.new()
plot(diff(MOR))
points(fitted(m.s))
#5、预测
arimax(diff(MOR),order=c(2,0,2),
        fixed=c(m.s$coef[1:5]),
        method="CSS")->m.s.p
pred <- predict(m.s.p,n.ahead=3)#短期和长期干预不影响后续的预测
MOR.1.1 <- MOR[length(MOR)]+as.vector(pred$pred)[1]
MOR.2.1 <- MOR.1.1+pred$pred[2]
MOR.3.1 <- MOR.2.1+pred$pred[3]
MOR.A.1 <- c(MOR.1.1,MOR.2.1,MOR.3.1)
MSE.1 <- sum((MOR.pro-MOR.A.1)^2)
MSE.1
#6、与原模型进行比对
M2#69.38
m.s#86.04
#三、动态回归
#1、LIBOR
LIBOR <- read.csv("E:/USD1MTD156N.csv",head=TRUE)
LIBOR. <- LIBOR[50:241,c(2)]#从 2000 开始到 2015
LIBOR. <- ts(as.vector(LIBOR.),start=c(2000,1),frequency = 12)
dev.new()
plot(LIBOR.)
adfTest(diff(LIBOR.),lags=0,type="nc")#通过，平稳
ts.intersect(diff(LIBOR.),diff(MOR))->LM
dev.new()
prewhiten(as.vector(LM[,1]),as.vector(LM[,2]),lag.max=36)#-2,1 阶显著:r_k(x,y)=cov[x_t,y_t-k]
LIBOR.1 <- LIBOR[51:242,c(2)]#从 2000 开始到 2015
lm(MOR~LIBOR.1)->m1.DM
adfTest(residuals(m1.DM),lags=0,type="nc")#通过，平稳
summary(m1.DM)
dev.new()
acf(residuals(m1.DM),ci.type="ma")#MA11
pacf(residuals(m1.DM))#AR1
eacf(residuals(m1.DM))#ARMA1,1
arima(MOR,order=c(0,0,11),xreg=data.frame(LIBOR.1),method="CSS")
arima(MOR,order=c(1,0,0),xreg=data.frame(LIBOR.1),method="CSS")
arima(MOR,order=c(1,0,1),xreg=data.frame(LIBOR.1),method="CSS")
arima(MOR,order=c(3,0,0),xreg=data.frame(LIBOR.1),method="CSS")->m2.DM#selected

```



```

arima(MOR,order=c(4,0,0),xreg=data.frame(LIBOR.1),method="CSS")
arima(MOR,order=c(1,0,2),xreg=data.frame(LIBOR.1),method="CSS")
detectAO(m2.DM)#113
detectIO(m2.DM)#107
arima(MOR,order=c(3,0,0),xreg=cbind(data.frame(LIBOR.1),I113=1*(1:192==113)),io=c(107),method="CSS")->m3.DM#77.3
detectAO(m3.DM)
detectIO(m3.DM)
dev.new()
plot(rstandard(m3.DM))
abline(h=0)
dev.new()
qqnorm(residuals(m3.DM));qqline(residuals(m3.DM))
shapiro.test(residuals(m3.DM))
runs(rstandard(m3.DM))#独立性满足
dev.new()
McLeod.Li.test(m3.DM,gof.lag=18)
#预测
LIBOR.1.pre <- LIBOR[242:244,c(2)]#向前三步
pred <- predict(m2.DM,newxreg=data.frame(LIBOR.1.pre),n.ahead=3)
MOR.1.2 <- (pred$pred)[1]
MOR.2.2 <- pred$pred[2]
MOR.3.2 <- pred$pred[3]
MOR.A.2 <- c(MOR.1.2,MOR.2.2,MOR.3.2)
MSE.2 <- sum((MOR.pro-MOR.A.2)^2)
MSE.2
#与油价的协变量
oil <- read.csv("E:/DCOILWTICO.csv",head=TRUE)
oil <- oil[2:193,c(2)]#从 2000 开始到 2015
oil <- ts(as.vector(oil),start=c(2000,1),frequency = 12)
dev.new()
plot(oil)
adfTest(diff(oil),lags=0,type="nc")#通过，平稳
ts.intersect(diff(oil),diff(MOR))>OM
dev.new()
prewhiten(as.vector(OM[,1]),as.vector(OM[,2]))#0 阶显著:r_k(x,y)=cov[x_t,y_t-k]#无明显关系
lm(MOR~oil)->m1.OM
summary(m1.OM)
dev.new()
acf(residuals(m1.OM),ci.type="ma")#MA9
pacf(residuals(m1.OM))#AR2
eacf(residuals(m1.OM))#AR1,6
arima(MOR,order=c(0,0,9),xreg=data.frame(oil),method="CSS")#oil 不显著-7.86
arima(MOR,order=c(2,0,0),xreg=data.frame(oil),method="ML")->m2.OM#68.29

```

```

arima(MOR,order=c(1,0,6),xreg=data.frame(oil),method="CSS")#75.33 很多参数不显著
#升阶
arima(MOR,order=c(2,0,1),xreg=data.frame(oil),method="CSS")
arima(MOR,order=c(2,0,2),xreg=data.frame(oil),method="CSS")
arima(MOR,order=c(2,0,3),xreg=data.frame(oil),method="CSS")->m3.OM
arima(MOR,order=c(2,0,4),xreg=data.frame(oil),method="CSS")#ma4 不显著
arima(MOR,order=c(3,0,3),xreg=data.frame(oil),method="CSS")#产生 NAN
arima(MOR,order=c(4,0,3),xreg=data.frame(oil),method="CSS")#ar4 不显著
#残差
dev.new()
plot(rstandard(m3.OM))
abline(h=0)
dev.new()
qqnorm(residuals(m3.OM));qqline(residuals(m3.OM))
shapiro.test(residuals(m3.OM))
runs(rstandard(m3.OM))#独立性满足
dev.new()
McLeod.Li.test(m3.OM)
#异常点
detectAO(m3.OM)#none
detectIO(m3.OM)#107-2008/NOV->2008/OCT-2008 年 9 月 15 日金融危机
#AO:104-S/L
OM.S <- arimax(MOR,order=c(2,0,3),xreg=data.frame(oil),io=c(107),method="CSS")#83.37
OM.L <- arimax(MOR,order=c(2,0,3),
               xreg=data.frame(oil),
               xtransf = data.frame(I107=1*(1:192==107)),transfer=list(c(1,0)),
               method="CSS")#81.41
detectAO(OM.S)
detectIO(OM.S)
detectAO(OM.L)
detectIO(OM.L)
#残差
dev.new()
plot(rstandard(OM.S))
abline(h=0)
dev.new()
qqnorm(residuals(OM.S));qqline(residuals(OM.S))
shapiro.test(residuals(OM.S))
runs(rstandard(OM.S))#独立性满足
dev.new()
McLeod.Li.test(OM.S,gof.lag=10)#存在异方差，不是好模型

dev.new()
plot(rstandard(OM.L))

```

```

abline(h=0)
dev.new()
qqnorm(residuals(OM.L));qqline(residuals(OM.L))
shapiro.test(residuals(OM.L))
runs(rstandard(OM.L))#独立性满足
dev.new()
McLeod.Li.test(OM.L,gof.lag=10)#在长期的滞后中存在异方差
#预测
oil.pre <- LIBOR[194:196,c(2)]#从 2000 开始到 2015
pred <- predict(m3.OM,newxreg=oil.pre,n.ahead=3)
MOR.1.3 <- (pred$pred)[1]
MOR.2.3 <- pred$pred[2]
MOR.3.3 <- pred$pred[3]
MOR.A.3 <- c(MOR.1.3,MOR.2.3,MOR.3.3)
MSE.3<- sum((MOR.pro-MOR.A.3)^2)
MSE.3
MOR.1.4 <- (pred.1$pred)[1]
MOR.2.4 <- pred.1$pred[2]
MOR.3.4 <- pred.1$pred[3]
MOR.A.4 <- c(MOR.1.4,MOR.2.4,MOR.3.4)
MSE.4<- sum((MOR.pro-MOR.A.4)^2)
MSE.4
MOR.1.5 <- (pred.2$pred)[1]
MOR.2.5 <- pred.2$pred[2]
MOR.3.5 <- pred.2$pred[3]
MOR.A.5 <- c(MOR.1.5,MOR.2.5,MOR.3.5)
MSE.5<- sum((MOR.pro-MOR.A.5)^2)
MSE.5
MOR.pro
MOR.A
MOR.A.1
MOR.A.2
MOR.A.3
MOR.A.4
MOR.A.5

```