EDITURA FUNDAȚIEI
„MOISE NICOARĂ”

ARSENOV BRANCO ARSENOV SIMONA
BIRIŞ SOFIA MAJOR CSABA
ŞTEFAN ALEXANDRU

PROBLEME DE FIZICĂ

CLASA A IX-A

ARAD

2013

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
Probleme de fizică : clasa a IX-a / Arsenov Simona, Arsenov Branco, Biriş Sofia, … - Arad : Editura Fundației „Moise Nicoară”, 2009
Bibliogr.
ISBN 978-973-1721-01-9

I. Arsenov, Simona
II. Arsenov, Branco
III. Biriş, Sofia

53(075.35)(076)

Cuprins

Mecanica
1. Operații cu vectori ………………………………..……. 5
2. Cinematica punctului material ……….…….…….…... 8
3. Mişcarea rectilinie uniformă …………………..……. 12
4. Mişcarea rectilinie uniform variată ……….…..……... 19
5. Principiul al II-lea al mecanicii ……………..…..…. 28
    5.1. Forța şi accelerația ……………………..……..... 28
    5.2. Greutatea, normala şi tensiunea ……….….….…. 28
    5.3. Forța de frecare …………………………………. 33
    5.4. Forța elastică ……………………………………. 45
    5.5. Legea atracției universale ………...………….…. 50
    5.6. Forța de inerție ………………………………….. 50
6. Mişcarea circulară ……………………………...…. 52
7. Noțiuni energetice ……………………………...…. 60
8. Teorema variației impulsului. Ciocniri. ………….…. 77
9. Statica ………………………………………….…. 90

Optica
10. Reflexia luminii. Oglinzi. ………………………….. 94
11. Refracția luminii. Prisme. ………………………... 106
12. Lentile ……………………………………………. 116
Bibliografie ………………………………………….. 137

Mecanica

1. Operații cu vectori

1.1. Reprezentați şi calculați suma a doi vectori cu modulele **a=3** şi **b=4** dacă unghiul dintre ei este de **0°**, **60°**, **90°**, **120°** şi **180°**.

R: 7; 6,08; 5; 3,6; 1.

1.2. Reprezentați şi calculați diferența a doi vectori cu modulele **a=8** şi **b=6** dacă unghiul dintre ei este de **0°**, **60°**, **90°**, **120°** şi **180°**.

R: 2; 7,21; 10; 12,16; 14.

1.3. Vectorul $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ unde A şi B sunt două puncte cu coordonatele: A(1, 3) şi B(4, 1). Să se scrie analitic vectorul $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, să se reprezinte grafic şi să se afle ce unghi face direcția vectorului cu axa Ox?

R: $tg\,\alpha = -2/3$.

1.4. Reprezentați din originea sistemului de axe vectorii $\vec{a} = 5\vec{i} - \vec{j}$ respectiv $\vec{b} = -\vec{i} - 5\vec{j}$. Reprezentați vectorul sumă $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$, vectorul diferență $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, scrieți expresiile lor analitice şi determinați unghiul dintre vectorii $\vec{a}$ şi $\vec{b}$.

R: $\vec{s} = 4\vec{i} - 6\vec{j}$; $\vec{d} = 6\vec{i} + 4\vec{j}$; $\alpha = 90^0$.

1.5. Se dau vectorii: $\vec{a} = 6\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ şi $\vec{c} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.

a) Să se construiască cei trei vectori.

b) Să se calculeze mărimile lor numerice.

c) Să se scrie analitic suma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ şi diferența $\vec{d} = \vec{b} - \vec{c}$, să se construiască vectorii $\vec{s}$ şi $\vec{d}$; să se calculeze valorile lor numerice.

R: b) a=6,7; b $\approx$ 4.5; c=5;

c) $\vec{s} = 12\vec{i} - 4\vec{j}$; $\vec{d} = 2\vec{i} - \vec{j}$; $s = 4\sqrt{10}$; $d = \sqrt{5}$.

1.6. Se dau vectorii: $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ şi $\vec{c} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.

a) Să se reprezinte cei trei vectori.

b) Să se calculeze mărimile lor numerice.

c) Să se scrie analitic suma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ şi diferenţa $\vec{d} = \vec{c} - \vec{b}$, să se reprezinte vectorii $\vec{s}$ şi $\vec{d}$ şi să se calculeze valorile lor numerice.

R: b) a=b= $\sqrt{13}$; c=5;

c) $\vec{s} = 9\vec{i} - 4\vec{j}$; $\vec{d} = \vec{i} - 5\vec{j}$; s= $\sqrt{97}$; d= $\sqrt{26}$.

1.7. Suma a doi vectori $\vec{a}$ şi $\vec{b}$ este $\vec{s} = 2\vec{i} + \vec{j}$ iar diferenţa $\vec{d} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$. Să se scrie analitic vectorii $\vec{a}$ şi $\vec{b}$.

R: $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{j}$.

1.8. Fie punctele de coordonate **A(-1,-3)**, **B(-4, +6)** şi **C(3,3)**. Reprezentaţi vectorii **AB**, **BC** şi **AC**. Scrieţi expresiile lor analitice. Stabiliţi relaţia dintre cei trei vectori.

R: **AB**= $-3\vec{i} + 9\vec{j}$; **BC** = $7\vec{i} - 3\vec{j}$;

AC= $4\vec{i} + 6\vec{j}$; **AB+BC=AC.**

1.9. Vectorul $\vec{a}$, cu modulul **a=** $\sqrt{8}$ **,** formează cu axa Ox un unghi de **45°**, iar vectorul $\vec{b}$, cu modulul **b=** $\sqrt{18}$ **,** face cu axa **Ox** un unghi de **135°** (măsurat în sens trigonometric). Cei doi vectori au originea în originea sistemului de axe.

a) Calculaţi proiecţiile celor doi vectori pe axele **Ox** respectiv **Oy** şi scrieţi expresiile lor analitice.

b) Reprezentaţi vectorii $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ şi $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

c) Scrieţi expresiile analitice ale vectorilor $\vec{s}$ şi $\vec{d}$.

d) Determinaţi modulul sumei şi a diferenţei vectorilor $\vec{a}$ şi $\vec{b}$.

R: a) $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{b} = -3\vec{i} + 3\vec{j}$

c) $\vec{s} = -\vec{i} + 5\vec{j}$; $\vec{d} = 5\vec{i} - \vec{j}$; $s = d = \sqrt{26}$.

1.10. Asupra unui corp acționează patru forțe cu valorile numerice şi orientările următoare: **F_1=2N,** orientată pe orizontală, spre dreapta, **F_2=5N** – orizontală spre stânga, **F_3=3N** – pe verticală în sus, **F_4=7N** – pe verticală în jos. Să se reprezinte grafic cei patru vectori şi să se găsească rezultanta lor grafic şi numeric.

R: R=5N.

1.11. Rezultanta maximă a două forțe concurente $\overrightarrow{F_1}$ şi $\overrightarrow{F_2}$ este **R_{max}=3,5 N** iar rezultanta minimă a celor două forțe este **R_{min}=0,5 N.** Să se calculeze mărimile numerice ale celor două forțe, precum şi rezultanta lor când unghiul dintre ele este **$\alpha=90^0$.**

R: F_1=2N; F_2=1,5N; R=2,5N.

1.12. Fie trei vectori $\vec{a}$, $\vec{b}$ şi $\vec{c}$, cu modulele **a=2**, **b=3,6** şi **c=6**, care au toți originea în originea sistemului de axe, având următoarele orientări: $\vec{a}$ de-a lungul axei **Ox** în sensul pozitiv, $\vec{b}$ de-a lungul axei **Oy** în sensul negativ iar $\vec{c}$ în cadranul al II-lea face cu axa **Oy** un unghi al cărui sinus este egal cu **0,6**. Determinați modulul rezultantei (sumei) celor trei vectori.

R: s=2.

1.13. Doi vectori, cu mărimile numerice **a=14** şi **b=8,** au valoarea numerică a sumei **s=**$2\sqrt{37}$ (unde $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$). Să se afle unghiul dintre cei doi vectori şi mărimea numerică a diferenței $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

R: $\alpha=120^0$; d=19,28.

1.14. Diferența $\vec{d}$ a doi vectori ($\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$) are valoarea numerică **d=9.** Valorile numerice ale vectorilor sunt **a=4** şi

b=7. Să se determine valoarea **cosα** şi valoarea numerică a sumei **s** ($\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$).

R: cosα=-2/7; s=7.

1.15. Suma a doi vectori $\vec{a}$ şi $\vec{b}$ are modulul **7** iar diferența lor are modulul **9**. Calculați suma pătratelor modulelor celor doi vectori.

R: $a^2+b^2=65$.

1.16. Doi vectori $\vec{a}$ şi $\vec{b}$ având valorile numerice **a=4** respectiv **b=6** sunt concurenți, unghiul dintre ei fiind de **60°**. Calculați valoarea proiecției vectorului $\vec{a}$ pe direcția vectorului $\vec{b}$.

R: $a_b=2$.

1.17. Se dau următoarele proiecții: **a_x=6, a_y=3; b_x=?, b_y=-4.** Să se determine **b_x** astfel încât vectorii $\vec{a}$ şi $\vec{b}$ să fie ortogonali.

R: $b_x=2$.

2. Cinematica punctului material

2.1. Se dau punctele **A(1,3)** şi **B(4,1).** Se cere :

a) Să se deseneze vectorii de poziție $\vec{r_1}$ şi $\vec{r_2}$ ai punctelor **A** şi **B,** să se scrie analitic cei doi vectori şi să se afle valoarea lor numerică.

b) Să se deseneze vectorul deplasare $\overrightarrow{\Delta r}$, să se scrie analitic şi să se afle valoarea lui numerică.

R: a) $\vec{r_1} = \vec{i} + 3\vec{j}$; $\vec{r_2} = 4\vec{i} + \vec{j}$; r_1=3,16 m; r_2=4,12 m;

b) $\overrightarrow{\Delta r} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$; Δr=3,6m.

2.2 Se dau punctele **A(4,3)** şi **B(10,6).**

a) Să se construiască vectorii de poziție $\vec{r_1}$, $\vec{r_2}$ şi vectorul deplasare $\overrightarrow{\Delta r}$.

b) Să se scrie analitic cei trei vectori.

c) Să se calculeze valorile lor numerice şi unghiul **α** dintre vectorii $\vec{r_1}$ şi $\vec{r_2}$.

R : b) $\vec{r_1} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$; $\vec{r_2} = 10\vec{i} + 6\vec{j}$; $\overrightarrow{\Delta r} = 6\vec{i} + 3\vec{j}$

c) r_1=5 m; r_2=11,67 m; Δr=6,7 m; $\alpha=6^0$.

2.3. Se dau punctele **A(2,4)** şi **B(8,10)**.

a) Să se construiască vectorii de poziție $\vec{r_1}$, $\vec{r_2}$ şi vectorul deplasare $\overrightarrow{\Delta r}$.

b) Să se scrie analitic cei trei vectori.

c) Să se calculeze valorile lor numerice şi unghiul **α** dintre vectorii $\vec{r_1}$ şi $\vec{r_2}$.

R : b) $\vec{r_1} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$; $\vec{r_2} = 8\vec{i} + 10\vec{j}$; $\overrightarrow{\Delta r} = 6\vec{i} + 6\vec{j}$

c) r_1=4.47 m; r_2=12,8 m; [$\overrightarrow{\Delta r}$]=8,48 m; $\alpha=12^0$.

2.4. Un mobil se mişcă față de un sistem de axe xOy. La momentul inițial mobilul se află în punctul de coordonate **A(3,4),** iar după un interval de timp **Δt=2s**, mobilul ajunge în punctul **B(7,10).**

a) Să se construiască vectorii de poziție $\vec{r_1}$, $\vec{r_2}$ şi vectorul deplasare $\overrightarrow{\Delta r}$.

b) Să se scrie analitic cei trei vectori şi să se calculeze valorile lor numerice.

c) Să se scrie analitic vectorul viteză medie $\overrightarrow{v_m}$ şi să se calculeze valoarea lui numerică.

R : b) $\vec{r_1} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$; $\vec{r_2} = 7\vec{i} + 10\vec{j}$; $\overrightarrow{\Delta r} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$;

r_1=5 m; r_2=12,2 m; Δr=7,2 m

c) $\overrightarrow{v_m} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$; v_m=3,6 m/s.

2.5 Un mobil se mişcă faţă de un sistem de axe xOy. La momentul iniţial, mobilul se află într-un punct **A** cu vectorul de poziţie $\vec{r_1} = \vec{i} + 5\vec{j}$, iar după un interval de timp Δt=2 s, mobilul ajunge în punctul **B** care are vectorul de poziţie $\vec{r_2} = 4\vec{i} + \vec{j}$. Se cer:

a) Coordonatele punctelor **A** şi **B,** să se construiască vectorii de poziţie $\vec{r_1}$, $\vec{r_2}$ şi vectorul deplasare $\overrightarrow{\Delta r}$.

b) Să se scrie analitic vectorul deplasare şi să se calculeze valoarea lui numerică.

c) Să se scrie analitic vectorul viteză medie $\overrightarrow{v_m}$ şi să se calculeze valoarea lui numerică.

R: b) $\overrightarrow{\Delta r} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$; Δr=5 m;

c) $\overrightarrow{v_m} = 1{,}5\vec{i} - 2\vec{j}$; v_m=2,5 m/s.

2.6. Un mobil se găseşte la momentul **t_0=0s** în punctul **A(2,5)** iar la momentul **t_1=4s** în punctul **B(6,2)**. Reprezentaţi şi scrieţi expresiile analitice ale celor doi vectori de poziţie. Reprezentaţi şi scrieţi expresia analitică a vectorului deplasare în intervalul **[0;4s]**. Scrieţi expresia analitică a vectorului viteză medie intervalul **[0;4s]** şi calculaţi modulul acesteia.

R: $\vec{r}(0) = 2\vec{i} + 5\vec{j}$; $\vec{r}$ (4)=6$\vec{i}$ +2$\vec{j}$; Δ$\vec{r}$ =4$\vec{i}$ -3$\vec{j}$

$\vec{v}_m = \vec{i}$ -0,75 $\vec{j}$; v_m=1,25m/s.

2.7. Pentru mişcarea unui mobil se cunoaşte poziţia acestuia la câteva momente de timp:

t(s)	0	1	3	4	6
x(m)	-4	-3	-1	0	2
y(m)	0	1	6	7	6

Reprezentaţi traiectoria mobilului unind punctele cu o linie curbă. Reprezentaţi vectorii de poziţie la momentele **t_1=1s** respectiv **t_2=6s** şi scrieți expresiile lor analitice. Reprezentați şi scrieți expresia analitică a vectorului deplasare în intervalul **[1s;6s]**. Calculați viteza medie a mobilului în intervalul **t** $\in$ **[1s;6s]**.

R: $\vec{r}$ (1)=-3$\vec{i}$ + $\vec{j}$; $\vec{r}$ (6)=2$\vec{i}$ +6$\vec{j}$

$\Delta\vec{r}$ =5$\vec{i}$ +5$\vec{j}$; v_m=1,41m/s.

2.8. Pentru un mobil se cunosc ecuațiile cinematice ale mişcării: **x(t)=-2t+6** respectiv **y(t)=t+2**. Reprezentați traiectoria mobilului în intervalul **t** $\in$ **[0;4s]**. Reprezentați vectorii de poziție la momentele **t_1=0s** respectiv **t_2=4s** şi scrieți expresiile lor analitice. Reprezentați şi scrieți expresia analitică a vectorului deplasare în intervalul **[0;4s]**. Scrieți expresia analitică a vectorului viteză medie intervalul **[0;4s]** şi calculați modulul acesteia.

R: $\vec{r}$ (0)=6$\vec{i}$ +2$\vec{j}$; $\vec{r}$ (4)=-2$\vec{i}$ +6$\vec{j}$;

$\Delta\vec{r}$ =-8$\vec{i}$ +4$\vec{j}$; $\vec{v}_m$ =-2$\vec{i}$ + $\vec{j}$; v_m=$\sqrt{5}$ m/s.

2.9. Un autoturism descrie un semicerc de rază **R=20m,** în continuare parcurge încă o distanță de **d=20m.** Determinați distanța parcursă şi modulul vectorului deplasare.

R: s=82,8m; Δr=44,72m.

2.10. Un mobil se mişcă pe o traiectorie circulară cu o viteză **v=4 m/s,** constantă în modul, parcurgând un sfert de cerc într-un interval de timp **Δt =4 s.** Se cer:

a) să se construiască vectorii variația vitezei $\overrightarrow{\Delta v}$ şi accelerația medie $\overrightarrow{a_m}$;

b) să se calculeze valorile numerice ale celor doi vectori.

R : b) Δv=4$\sqrt{2}$ m/s; a_m=$\sqrt{2}$ m/s^2.

2.11. Un mobil se deplasează rectiliniu conform legii **x(t)=t^2-2t+1**. Calculați viteza lui medie în intervalul **t** $\in$ **[0;4s]**.

Determinați expresia vitezei instantanee a mobilului. Calculați valoarea vitezei instantanee la momentul **t=1s**. Determinați accelerația.

R: v_m=2m/s; v=2t-2 (m/s); v(1)=0; a=2m/s^2.

2.12. Ecuațiile cinematice ale mişcării unui mobil sunt **x(t)=t-2**, respectiv **y(t)=2t^2+4t+1**. Scrieți expresia vectorului de poziție al mobilului la momentul **t=1s**. Determinați expresia vitezei instantanee. Calculați viteza instantanee la momentul **t=1s**. Determinați accelerația mobilului.

R: $\vec{r}\,(1)=-\vec{i}+7\vec{j}$; $\vec{v}\,(1)=\vec{i}+8\vec{j}$; $\vec{a}=4\vec{j}$.

3. Mişcarea rectilinie uniformă

3.1. Vitezele a trei mobile sunt: **v_1=5m/s**, **v_2=18km/h** şi **v_3=0,3km/min**. Care din mobile se deplasează mai repede?

R: $v_1=v_2=v_3$=5m/s.

3.2. Completați tabelul de mai jos:

Nr.	d(m)	t(s)	v(m/s)	v(km/h)
1	5400	2700		
2		5400		100
3	1080		180	
4		4000	0.5	

3.3. O maşină se deplasează cu viteza de **54km/h**. Ce distanță parcurge într-un minut?

R: d=900m.

3.4. Un biciclist se deplasează timp de **2 minute** cu viteza de **5m/s** iar următoarele **8 minute** cu **36km/h**. Calculați viteza medie.

R: v_m=9m/s.

3.5. O maşină parcurge **20%** din drum cu **30m/s**, iar restul drumului cu **10m/s**. Calculați viteza medie.

R: $v_m \approx$ 11,54m/s.

3.6. O maşină se deplasează jumătate din timpul de mişcare cu **36km/h** iar restul cu **54km/h**. Calculați viteza medie.

R: v_m=12,5m/s.

3.7. Un mobil trebuie să parcurgă distanța **D=800m** în două etape. În prima etapă se deplasează cu viteza de **10m/s** timp de **30s**, iar în a doua etapă se deplasează cu viteza de **20m/s**. Calculați viteza medie a mişcării.

R: $v_m \approx$ 14,54m/s.

3.8. Un elicopter parcurge distanța **x=25km** în **t_1=0,15h.** Aceeaşi distanță este parcursă înapoi în **t_2=0,25h.** Calculați viteza medie a elicopterului.

R: 125km/h.

3.9. Figura alăturată reprezintă graficul distanță-durată pentru un autobuz. Determinați viteza medie.

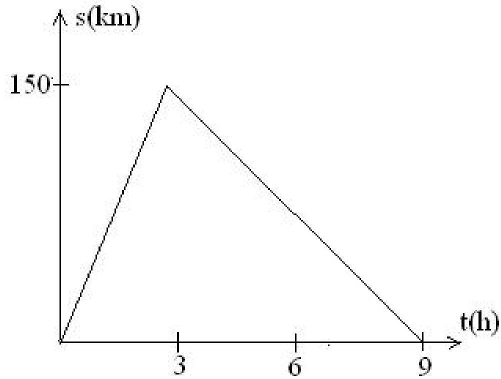

Fig. 3.9.

R: 33,3km/h.

3.10. Un camion parcurge distanța **d** cu viteza constantă $\mathbf{v_1}$ şi înapoi, aceeaşi distanță, cu viteza $\mathbf{v_2}$**.** Calculați durata mişcării şi viteza medie.
Aplicație numerică: d=50km; v_1=50km/h; v_2=72km/h.

R: T=1,69h; v_m=59km/h.

3.11. Un mobil parcurge **o treime** din distanța pe care trebuie să o parcurgă cu viteza $\mathbf{v_1}$**=54km/h**, iar restul drumului cu viteza $\mathbf{v_2}$**=108km/h**. Să se afle viteza medie a mobilului.

R: v_m=81km/h.

3.12. Viteza medie a unui mobil este $\mathbf{v_m}$**=49,5km/h** când parcurge dus–întors o distanță **d**. La dus viteza mobilului este $\mathbf{v_1}$**=55km/h**. Să se calculeze viteza $\mathbf{v_2}$ a mobilului la întors.

R: v_2=45km/h.

3.13. Graficul alăturat reprezintă viteza unui mobil în funcție de timp. Calculați distanța parcursă şi viteza medie pentru intervalul de timp 0–2h.

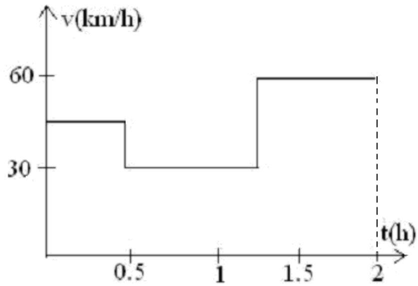

Fig. 3.13.

R: s=90km; v_m=45km/h.

3.14. Să se reprezinte pe acelaşi grafic mişcările a două mobile care se deplasează conform datelor din tabelul de mai jos:

	t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7
Mobilul M_1	X_1(m)	0	4	8	12	12	10	8	6
Mobilul M_2	X_2(m)	12	10	8	6	4	2	0	0

Aflați:

a) vitezele mobilului 1 în intervalele de timp [0; 3s]; [3s; 4s]; [4s; 7s];

b) viteza mobilului 2;

c) momentul de timp şi locul întâlnirii celor două mobile;

R: a) v_{11}=4m/s; v_{12}=0m/s; v_{13}=-2m/s;
b) v_2=-2m/s; c) t_i=2s, x_i=8m.

3.15. Să se reprezinte grafic ecuațiile de mişcare a două mobile: $\mathbf{x_1=50-20t}$ şi $\mathbf{x_2=5t}$ şi să se precizeze momentul şi locul întâlnirii.

R: t=2s şi x=10m.

3.16. În graficul din figură sunt reprezentate mişcările a două mobile, A şi B. Să se afle:

a) viteza mobilului A;

b) vitezele mobilului B în cele trei etape ale mişcării;

c) momentul şi locul întâlnirii celor două mobile;

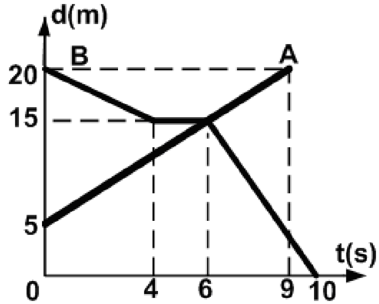

Figura 3.16.

R: a) 1,67m/s; b) -1,25m/s; 0m/s; -3,75m/s
c) t_i=6s; x_i=15m.

3.17. Un mobil pleacă dintr-un punct cu viteza de **5m/s**. După **30s**, din acelaşi punct pleacă în urmărirea primului un al doilea mobil cu viteza de **8m/s**. La ce distanță de punctul de plecare îl ajunge al doilea din urmă pe primul.

R: d=400m.

3.18. Dintr-un punct pleacă simultan două mobile cu vitezele de **20m/s**, respectiv **25m/s** în acelaşi sens. După cât timp de la plecare distanța dintre ele devine de **250m**.

R: $t=50s$.

3.19. Din două puncte situate la distanța de **1000m,** pleacă simultan unul spre celălalt, două mobile cu vitezele de **6m/s**, respectiv **14m/s**. După cât timp de la plecare se întâlnesc?

R: $t=50s$.

3.20. Două maşini pornesc simultan una spre cealaltă din două localități aflate la distanța **d=66km**. Vitezele lor sunt **v_1=60km/h** respectiv **v_2=72km/h**. Calculați distanța parcursă de fiecare maşină până în momentul în care se întâlnesc.

R: 30km; 36km.

3.21. Din Arad pleacă spre Deva un autocamion cu viteza de **54km/h** la ora **9:30**. La ora **10:00**, din Deva pleacă spre Arad un autoturism cu viteza de **72km/h**. Presupunând că distanța dintre cele două oraşe este de **149,5km** determinați la ce distanță de Arad se întâlnesc cele două vehicule.

R: 79,5km.

3.22. Distanța dintre două localități A şi B este **d=60 km**. Un mobil pleacă din A cu viteza **v_1=50km/h,** iar al doilea mobil, cu viteza **v_2=60km/h**, pleacă din B, în acelaşi sens cu primul mobil dar la **1,5 h** după plecarea primului mobil. Mişcările celor două mobile sunt rectilinii uniforme.

a) Să se afle timpul şi locul întâlnirii celor două mobile, față de **A**;

b) Să se reprezinte pe acelaşi grafic legile de mişcare ale celor două mobile.

R: a) $t=3h$; $x=150km$;
b) $x_1=50t$ şi $x_2=60+60(t-1,5)$.

3.23. Distanța dintre două localități A şi B este **d=100km**. Un mobil pleacă din A cu viteza **v_1=60km/h,** iar al doilea mobil, cu viteza **v_2=40km/h**, pleacă din B, în acelaşi sens cu primul mobil dar la momentul **t_{02}=1h**, după plecarea primului mobil. Mişcările celor două mobile sunt rectilinii uniforme. Să se afle:

a) timpul şi locul întâlnirii celor două mobile, față de A;

b) să se reprezinte pe acelaşi grafic legile de mişcare ale celor două mobile.

R: a) t=3h; x=180km;
b) x_1=60t; x_2=100+40(t–1).

3.24. Distanța dintre două localități A şi B este **d=500km**. Un mobil pleacă din A cu viteza **v_1=40km/h**, iar al doilea mobil pleacă simultan din B cu viteza **v_2=60km/h**, în sens contrar cu primul mobil. Mişcările celor două mobile sunt rectilinii uniforme.

a) Să se afle timpul şi locul întâlnirii celor două mobile, față de A.

b) Să se reprezinte pe acelaşi grafic legile de mişcare ale celor două mobile.

R: a) t=5h; x=200km;
b) x_1=40t şi x_2=500–60t.

3.25. Într-o intersecție se întâlnesc două şosele cu lățimea **l=10m** fiecare. De intersecție se apropie două camioane cu lungimea **L=15m** fiecare, astfel încât la un moment dat se găsesc la distanțele **d_1=50m** respectiv **d_2=30m** de colțurile cele mai apropiate. Ce viteză **v_1** trebuie să aibă unul din camioane dacă celălalt are viteza **v_2=54km/h** şi amândouă traversează intersecția fără schimbarea vitezei?

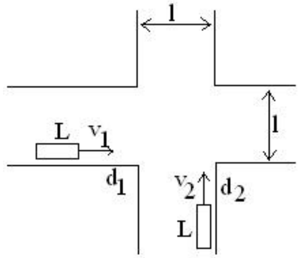

Fig. 3.25.

R: v_1<20m/s sau v_1'>37,5m/s.

3.26. O şalupă parcurge distanța de **10km** în sensul curgerii apei în **2 ore.** Ştiind că viteza de curgere a apei este **2km/h,** să se calculeze:

a) viteza bărcii față de apă;

b) timpul în care şalupa parcurge aceeaşi distanță înapoi.

R: a) 3km/h; b) 10h.

3.27. O şalupă parcurge distanța **D=160km** dintre două porturi în **5 ore** mergând în josul unui fluviu şi în **8 ore** mergând în sens contrar. Care sunt vitezele şalupei şi a fluviului față de țărm?

R: v_s=26km/h; v_a=6km/h.

3.28. Viteza unui râu este **v_a=6km/h**. Un barcagiu, care poate vâsli cu viteza **v_b=10km/h**, trebuie să ajungă pe malul celălalt al râului, vâslind perpendicular pe direcția curentului.

a) Care va fi viteza bărcii față de mal şi cu ce unghi va fi deviată barca din cauza curentului?

b) În ce direcție ar trebui să vâslească barcagiul şi care ar fi viteza bărcii față de mal, pentru a trece perpendicular pe direcția curentului?

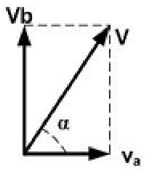

Fig. 3.28a

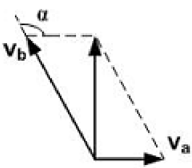

Fig.3.28b

R: a) v=11,66km/h; tgα=5/3; α=59° față de direcția curentului.

b) v=8km/h; $\alpha=127^0$ față de direcția în care curge râul.

3.29. Un avion trebuie să ajungă într-o localitate situată la Est față de locul de decolare. Vântul suflă spre Nord cu viteza de **50km/h** iar viteza avionului față de aer este de **300**km/h. Să se afle viteza avionului față de sol şi cu ce unghi față de direcția Est trebuie să zboare avionul în aer?

R: v=295,8km/h; $\alpha\approx9.6^0$ față de Est.

3.30. Pe o pistă circulară de rază **50m** sunt aşezaţi doi biciclişti la capetele unui diametru. Cei doi sportivi pornesc în acelaşi sens cu vitezele **28,8km/h** respectiv **36km/h.** Să se determine după cât timp, câte ture şi distanţă parcursă se întâlnesc cei doi biciclişti. După cât timp ajung din nou în poziţia de plecare?

R: 78,5s; 2,5ture respectiv 2 ture;
785m respectiv 628m; 157s.

4. Mişcarea rectilinie uniform variată

4.1 Se dă legea de mişcare: $\mathbf{x=20+2t-2t^2}$. Să se identifice mărimile caracteristice ale mişcării şi să se scrie legea vitezei.

R: x_0=20m; v_0=2m/s; a=-4m/s^2; v=2–4t.

4.2 Se dă legea de mişcare: $\mathbf{x=2+2t+0{,}5t^2}$. Să se identifice mărimile caracteristice ale mişcării şi să se scrie legea vitezei.

R: x_0=2m; v_0=2m/s; a=1m/s^2; v=2+t.

4.3 Se dă legea de mişcare: $\mathbf{x=1{,}5t+t^2}$. Să se identifice mărimile caracteristice ale mişcării şi să se scrie legea vitezei.

R: v_0=1,5m/s; a=2m/s^2 ; v=1,5+2t.

4.4 Un mobil care are o viteză iniţială $\mathbf{v_0=10m/s}$ se mişcă uniform accelerat cu acceleraţia $\mathbf{a=1m/s^2}$ şi parcurge o distanţă **d=150m**. Care va fi viteza finală a mobilului?

R: v=20m/s.

4.5. Un mobil pleacă din repaus cu acceleraţia de $\mathbf{2m/s^2}$. După cât timp de la plecare viteza lui devine **15m/s**?

R: t=7,5s.

4.6. Un automobil având viteza iniţială **36km/h,** se opreşte într-un interval de timp de **4s.** Calculaţi acceleraţia şi distanţa parcursă. R: -2,5m/s^2; 20m.

4.7. O maşină se deplasează cu viteza de **54km/h**. La un moment dat frânează şi se opreşte în **5s**. Calculați accelerația pe perioada de frânare.

R: $a=-3m/s^2$.

4.8. Un automobil pleacă din repaus cu accelerația de **1,2 m/s²**. Calculați distanța parcursă după **10s** de la plecare. Care este viteza automobilului după cele **10s**? Calculați viteza medie.

R: d=60m; v=12m/s; v_m=6m/s.

4.9. Un tren care are viteza de **72km/h** frânează şi se opreşte după ce parcurge distanța de **200m**. Calculați accelerația trenului şi timpul de frânare.

R: $a=-1\ m/s^2$; t=20s.

4.10. Un mobil pleacă din repaus şi atinge viteza de **15m/s** după **5s**. Din acel moment se deplasează cu viteză constantă timp de **40s**, după care frânează şi se opreşte în **10s**. Calculați distanța totală parcursă.

R: D=712,5m.

4.11. Un automobil de curse atinge viteza de **144km/h** în **8s.** Se cere accelerația lui. În cât timp atinge jumătate din această viteză? Ce distanță parcurge în acest timp?

R: $5m/s^2$; 4s; 40m.

4.12. Un mobil cu viteza inițială $\mathbf{v_0=20m/s}$ are o mişcare uniform încetinită, astfel că el se opreşte după $\mathbf{t_{op}=20s}$. Să se afle:

a) accelerația mişcării;
b) distanța parcursă până la oprire;
c) viteza mobilului la jumătatea distanței de frânare.

R: a) $a=-1m/s^2$; b) d=200m; c) v=14,1m/s.

4.13. Un mobil cu viteza inițială $\mathbf{v_0=80m/s}$ are o mişcare uniform încetinită, astfel că el se opreşte după parcurgerea unei distanțe **d=1600m.** Să se afle:

a) accelerația mişcării;

b) durata mişcării până la oprire;

c) viteza mobilului la jumătatea timpului de frânare.

R: a) $a=-\ 2m/s^2$; b) t=40s; c) v=40m/s.

4.14. Un corp care are o viteză inițială $\mathbf{v_0=10m/s}$ se mişcă uniform accelerat cu accelerația $\mathbf{a=1m/s^2}$. Ce distanță parcurge corpul în timp de **10 minute?**

R: x=186000m.

4.15. Un mobil cu viteza inițială $\mathbf{v_0=60m/s}$ are o mişcare uniform încetinită, astfel că el se opreşte după parcurgerea unei distanțe **d=1200m**. Să se afle:

a) accelerația mişcării;

b) viteza şi timpul după care mobilul parcurge jumătate din distanță;

c) cât este timpul până la oprire?;

d) distanța parcursă în prima jumătate a timpului de frânare.

R: a) $a=-1{,}5m/s^2$; b) $v=30\sqrt{2}$ m/s; t=11,8s;
c) t_{op}=40s; d) x=900m.

4.16. În figura alăturată este reprezentat graficul vitezei unui mobil funcție de timp, **v=f(t).** Să se reprezinte:

a) graficul accelerației mobilului funcție de timp, **a=f(t)**;

b) graficul coordonatei mobilului, **x=f(t),** presupunând că la momentul inițial, **x(0)=0**;

c) să se calculeze distanța totală parcursă de mobil.

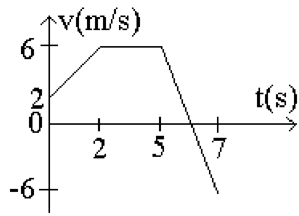

Fig.4.16.

R: a) pentru $t_1 \in [0,2s]$ $a_1=2m/s^2$; pentru $t_2 \in [2s;5s]$ $a_2=0$;
pentru $t_3 \in [5s,7s]$ $a_3=-\ 6m/s^2$;
b) x(2)=8m, x(5)=26 m, x(6)=29m,
x(7)=26m c) d=32m.

4.17. Dintr-un punct pleacă, în mişcare rectilinie uniformă, un mobil cu viteza de **10m/s**. Din acelaşi punct, după **20s,** pleacă din repaus un al doilea mobil, cu accelerația de **2m/s²**. La ce distanță de punctul de plecare îl ajunge din urmă al doilea pe primul?

R: d=400m.

4.18. O maşină frânează cu accelerație constantă şi se opreşte după ce parcurge distanța de **300m** în **15s**. Calculați viteza inițială a maşinii.

R: $v_0=40m/s$.

4.19. Pentru mişcarea unui mobil se cunoaşte graficul din figură. Calculați accelerația mobilului pe fiecare etapă şi distanța totală parcursă.

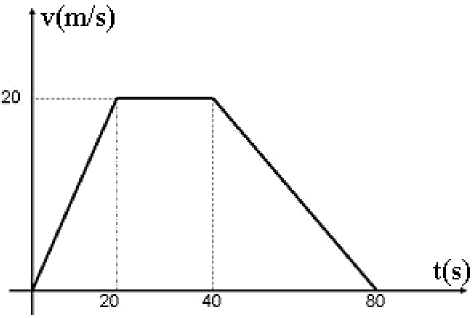

Fig. 4.19.

R: $a_1=1\ m/s^2$; $a_2=0$; $a_3=-0,5\ m/s^2$; d=1000m.

4.20. Un pasager a întârziat la tren. Ajuns pe peron a observat trenul în mişcare şi a constatat că unul din vagoane a trecut prin fața sa în intervalul de timp $\mathbf{t_1=6,6s}$, iar vagonul al doilea în

t_2=6,0s. Considerând mişcarea trenului rectilinie uniform accelerată, să se determine:

a) intervalul de timp **τ** cu care a întârziat pasagerul;

b) intervalul de timp **t_3** în care prin fața sa trece vagonul următor.

R: τ=59,7s; t_3=5,53s.

4.21. Un elev studiază mişcarea unui cărucior dotat cu un dispozitiv care marchează pozițiile lui la intervale egale succesive de timp. Măsurând distanțele parcurse de cărucior, el obține că în primele două intervale de timp succesive acestea sunt egale respectiv cu **18cm** şi **14cm**. Care este distanța parcursă în următorul interval de timp?

R: 10cm.

4.22. O garnitură de tren formată dintr-o locomotivă şi trei vagoane identice se deplasează rectiliniu şi uniform, pe un sector orizontal, cu viteza **v=20m/s.** La fiecare interval de timp **Δt=10s** se desprinde câte un vagon, astfel încât, de fiecare dată, imediat după desprinderea fiecărui vagon, viteza garniturii de tren creşte instantaneu cu **Δv=5m/s**.

a) Să se determine viteza finală a locomotivei şi să se traseze graficul dependenței de timp a vitezei sale, dacă prima desprindere s-a realizat după un timp **T=20s.**

b) După desprindere, fiecare vagon se deplasează uniform încetinit până la oprire, durata mişcării sale încetinite fiind direct proporțională cu viteza în momentul desprinderii (constanta de proporționalitate având valoarea **k=0,25s^2/m**), iar distanța maximă parcursă de fiecare vagon în mişcare uniform încetinită până la oprire fiind direct proporțională cu pătratul vitezei în momentul desprinderii (constanta de proporționalitate fiind **k/2).** Să se determine durata întregii mişcări a fiecărui vagon şi distanța totală parcursă de fiecare vagon, de la desprindere până la oprire.

R: a) 35m/s; b) t_1=5s, t_2=6,25s, t_3=7,5s, s_1=50m, s_2=78,125m, s_3=112,5m.

4.23. Două corpuri aflate la distanța **s=100m** pornesc simultan unul spre celălalt. Primul se mişcă uniform, cu viteza $\mathbf{v_1=3m/s}$**,** iar al doilea corp uniform accelerat cu $\mathbf{a=4m/s^2}$**,** având viteza inițială $\mathbf{v_0=7m/s}$**.** Să se determine locul şi momentul întâlnirii lor.

R: $t=5s$, $s_1=15m$.

4.24. Un corp este aruncat vertical în sus cu viteza $\mathbf{v_0=80m/s}$. Calculați timpul de urcare, înălțimea maximă atinsă de corp, timpul de coborâre şi viteza cu care revine în punctul din care a fost aruncat.

R: $t_u=8s$; $H=320m$; $t_c=8s$; $v_f=80m/s$.

4.25. De la înălțimea **H=180m** este lăsat să cadă liber un corp. Calculați timpul de cădere şi viteza corpului la sol.

R: t=6s; v=60m/s.

4.26. Un corp parcurge în ultima secundă de cădere liberă distanța **h=35m**. De la ce înălțime a fost lăsat corpul să cadă liber?

R: H=80m.

4.27. Un corp cade liber de la înălțimea **h=19,6m.** Să se calculeze:

a) timpul de cădere;

b) viteza corpului în momentul atingerii solului;

c) înălțimea la care se află corpul la jumătatea timpului de cădere. ($\mathbf{g=9,8m/s^2}$)

R: 2s; 19,6m/s; 14,7m.

4.28. Să se calculeze înălțimea de la care cade liber un corp, dacă în ultima secundă parcurge o distanță **h=10m.** Ce viteză are la jumătatea înălțimii maxime?

R: 11,25m; 10,6m/s.

4.29. Dintr-un punct se lasă să cadă liber două corpuri, unul după celălalt, la un interval $\boldsymbol{\tau=2s}$. După cât timp de la eliberarea primului corp distanța dintre ele devine de **100m**.

R: t=6s.

4.30. De la înălțimea **h=160m** se aruncă vertical în sus un corp cu viteza $\mathbf{v_0=20m/s}$. Calculați înălțimea maximă atinsă de corp, viteza cu care corpul revine la sol şi timpul total de mişcare.

R: H=180m; v_{sol}=60m/s; T=8s.

4.31. Un pod se află la înălțimea **h=3m** deasupra unui vagon, cu lungimea de **10m,** care se mişcă cu viteză constantă. Un corp este lăsat liber de pe pod în momentul în care trece un capăt al vagonului. Ce viteză are vagonul, dacă corpul a căzut în capătul celălalt al vagonului? Calculați viteza finală şi timpul de cădere al corpului.

R: 12,9m/s; 7,7m/s; 0,77s.

4.32. Un corp cade liber de la înălțimea **h=25m.** Cu ce viteză inițială trebuie aruncat un alt corp, în acelaşi moment, în sus, pentru ca întâlnirea lor să aibă loc la jumătatea înălțimii? Ce viteze au corpurile în momentul întâlnirii lor? Ce interval de timp separă cele două momente de atingere a solului?

R: v_o=15,8m/s; v_1=15,8m/s; v_2=0; Δt=0,92s.

4.33. Un corp cade liber de la înălțimea $\mathbf{y_0=1960m}$. Să se determine viteza la sol şi timpul de cădere ($\mathbf{g=9,8m/s^2}$).

R: v_{sol}=196m/s; t_c=20s.

4.34. De la înălțimea $\mathbf{y_0=80m}$, cade liber un corp. Să se afle viteza $\mathbf{v_1}$ şi înălțimea $\mathbf{y_1}$ după $\mathbf{t_1=2s}$ de la pornire, viteza la sol şi timpul total de cădere.

R: v_1=20m/s; y_1=60 m; v_{sol}=40m/s; t_c=4s.

4.35. Un corp cade liber de la înălțimea **h**. Viteza la sol este $\mathbf{v_s=20m/s}$. Să se afle **h** şi durata mişcării.

R: h=20 m; t_c=2s.

4.36. Un corp cade liber de la înălțimea $\mathbf{y_0=490m}$. Să se determine viteza la sol, timpul de cădere şi distanța parcursă în ultima secundă înainte de a atinge solul. ($\mathbf{g=9,8m/s^2}$)

R: $v_{sol}=98m/s$; $t_c=10s$; $h=93,1m$.

4.37. Viteza la sol a unui corp care cade liber de la înălțimea $\mathbf{y_0}$, este $\mathbf{v_s=100m/s}$. Să se determine înălțimea față de sol $\mathbf{y_0}$, timpul de cădere şi distanța parcursă în ultima secundă înainte de a atinge solul.

R: $y_0=500m$; $t_c=10$ s; $y=95m$.

4.38. Un corp este aruncat vertical în sus atingând o înălțime maximă $\mathbf{y_{max}=19,6m}$. Să se afle viteza inițială şi după cât timp revine din nou la sol? ($\mathbf{g=9,8m/s^2}$)

R: $v_0=19,6m/s$; $t=2t_u=4s$.

4.39. Un corp este aruncat pe verticală de jos în sus cu viteza inițială $\mathbf{v_0=30m/s}$. Să se afle $\mathbf{y_{max}}$ şi timpul de urcare la înălțimea maximă?

R: $y_{max}=45m$; $t_u=3s$.

4.40. Un corp este aruncat pe verticală de jos în sus cu viteza $\mathbf{v_0=40m/s}$. Să se afle la ce moment de timp $\mathbf{t_1}$ viteza $\mathbf{v_1}$ a corpului este un sfert din viteza inițială şi la ce înălțime $\mathbf{y_1}$ se găseşte corpul la acest moment timp ?

R: $v_1=10m/s$; $t_1=3s$; $y_1=75m$.

4.41. Un corp cade liber de la o înălțime $\mathbf{y_{01}=40m}$ fără viteză inițială. Simultan este aruncat vertical în sus un al doilea corp cu viteza inițială $\mathbf{v_{02}=20m/s}$. După cât timp se întâlnesc cele două corpuri şi la ce înălțime față de sol?

R: $t=2s$; $y_1=y_2=20m$.

4.42. Două corpuri sunt aruncate de la sol, vertical în sus cu vitezele inițiale $\mathbf{v_{01}=60m/s}$ şi $\mathbf{v_{02}=40m/s}$, corpul 2 fiind aruncat cu $\mathbf{t_{02}=5s}$ mai târziu decât primul. După cât timp se întâlnesc? Care sunt valorile limită între care poate fi cuprins $\mathbf{t_{02}}$ pentru ca cele două corpuri să se poată întâlni în aer?

R: $t=10,83s$; $4s<t_{02}<12s$.

4.43. Se lasă să cadă liber un corp de la înălțimea $\mathbf{y_{01}=90\ m}$ şi după **2s**, se aruncă vertical în sus un alt corp cu viteza inițială $\mathbf{v_{02}=30m/s}$. După cât timp se întâlnesc corpurile şi la ce înălțime față de sol?

R: $t=3,4s$; $y=32,2m$.

4.44. Dintr-un avion care zboară orizontal cu viteza **v=360km/h,** la altitudinea **h=200m** cade liber un corp. Neglijând frecarea cu aerul, determinați:

a) timpul şi viteza de cădere a corpului;

b) poziția avionului față de corp, în momentul atingerii solului.

c) De la ce distanță, măsurată pe orizontală, trebuie lăsat corpul din avion pentru ca acesta să lovească o ținta aflată pe sol?

R: a) 6,32s; 118,3m/s;
b) pe verticala punctului de cădere; c) 632m.

4.45. O sală de sport are lungimea de **30m** şi înălțimea **15m.** Se cere:

a) Cu ce viteză maximă poate fi aruncată o minge sub unghiul de **60°** față de orizontală pentru a nu lovi plafonul?

b) La ce înălțime loveşte mingea peretele opus dacă este aruncată cu viteza inițială de la pct. a), de lângă perete?

c) Care este viteza minimă cu care trebuie aruncată mingea pentru ca să ajungă la celălalt perete (fără să atingă solul sau tavanul) şi care este unghiul de lansare? Se neglijează înălțimea inițială de aruncare.

R: a) 20m/s; b) 6,93m; c) 17,3m/s.

4.46**.** Pentru simularea stării de imponderabilitate se folosesc avioane speciale care zboară pe o traiectorie parabolică, pornind de la o înălțime mare. În momentul inițial viteza avionului este orizontală şi are valoarea **120m/s,** iar la sfârşitul simulării ea creşte la **150m/s.**

a) Cât durează starea de imponderabilitate?

b) Cât pierde din altitudine avionul în timpul simulării?

R: a) t_c=9s; b) Δy=405m.

5. Principiul al II-lea al mecanicii
5.1. Forța şi accelerația

5.1. Un vagon aflat în mişcare se cuplează cu un alt vagon aflat în repaus. În ambele vagoane se găseşte câte o bilă în repaus. Ce se va întâmpla cu bilele în momentul ciocnirii vagoanelor?

5.2. Asupra unui corp acționează o forță de **10N** care îi imprimă o accelerație de **6m/s^2**. Ce accelerație va imprima aceluiaşi corp o forță de **6N**?

R: a_2=3,6 m/s^2.

5.3. Un corp se află în repaus pe masă. Putem afirma că nu acționează nici o forță asupra lui?

5.4. Asupra unui corp, aflat inițial în repaus, acționează succesiv trei forțe: **F_1=10N, F_2=4N** şi **F_3=–15N.** Duratele acțiunilor sunt: **t_1=4s, t_2=14s** respectiv **t_3=2s.** Cu ce forță constantă s-ar obține aceeaşi viteză finală a corpului în:

a) în acelaşi interval de timp;

b) pe aceeaşi distanță totală?

R: a) F=3,3N; b) F=2,74N.

5.2. Greutatea, normala şi tensiunea

5.5. Asupra unui corp cu masa de **2kg** aşezat pe o suprafață orizontală acționează, vertical în jos o forță **F=10N**. Reprezentați forțele şi calculați forța cu care corpul acționează asupra suprafeței.

R: N=30N.

5.6. Pe podeaua unui lift care coboară cu accelerația de **1m/s²** se găseşte un corp cu masa de **1kg**. Reprezentați forțele şi calculați forța cu care liftul acționează asupra corpului.

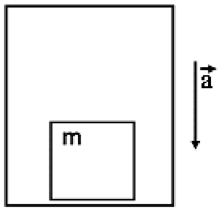

Fig. 5.6.

R: N=9N.

5.7. Trei corpuri sunt suspendate cu ajutorul unor fire inextensibile conform figurii. Ce valori au tensiunile mecanice din fire?

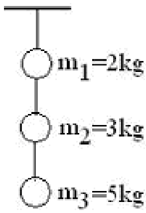

Fig. 5.7.

R: T_1=100N; T_2=80N; T_3=50N.

5.8. Un corp cu masa de **10kg** este ridicat vertical cu accelerația de **2m/s²** prin intermediul unui cablu. Calculați forța de tensiune din cablu.

R: T=120N.

5.9. Un cablu rezistă până la o tensiune maximă de **1000N**. Care este masa maximă pe care o putem coborî cu accelerația de **2 m/s^2**.

R: m_{maxim}=125kg.

5.10. Două corpuri cu masele **m=2kg** şi **M=3kg** sunt legate printr-un fir ca în figură. Cunoscând că forța care acționează vertical asupra corpului **m** are valoarea **F=75N** calculați accelerația corpurilor şi tensiunea din fir.

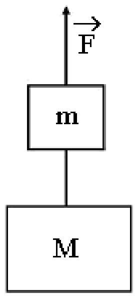

Fig. 5.10.

R: a=5 m/s^2; T=45N.

5.11. Cele două corpuri din figură au masele **m=4kg** respectiv **M=6kg**. Cunoscând că **F=8N** şi că frecările sunt neglijabile determinați accelerația corpurilor, normalele şi tensiunea din fir.

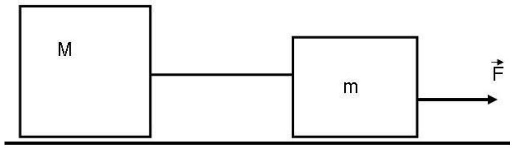

Fig. 5.11.

R: a=0,8 m/s^2; N_m=40N;
N_M=60N; T=4,8N.

5.12. De tavanul unui ascensor care urcă cu accelerația **a=3m/s^2** sunt atârnate ca în figură două corpuri cu masele **m=1kg** respectiv **M=2kg**. Calculați forțele de tensiune din cele două fire.

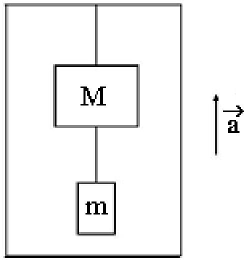

Fig. 5.12.

R: T_1=39N; T_2=13N.

5.13. Un scripete cu masa neglijabilă este prins de un dinamometru, peste care este trecut un fir inextensibil. La cele două capete ale firului sunt suspendate două corpuri cu masele **m_1=0,3kg** respectiv **m_2=0,2kg.**

a) Calculați accelerația corpurilor.

b) Ce forță indică dinamometrul?

R: a) 2m/s^2; b) 4,8N.

5.14. Un corp cu masa **m=0,5kg** este suspendat de un fir inextensibil. Ce forță orizontală trebuie să acționeze asupra corpului pentru ca firul să devieze cu **α=30°** față de verticală? Care este valoarea tensiunii din fir?

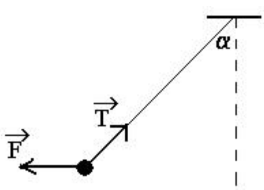

Fig. 5.14.

R: F=2,88N; T=5,78N.

5.15. Determinați forțele indicate de dinamometre în cazurile b) şi c).

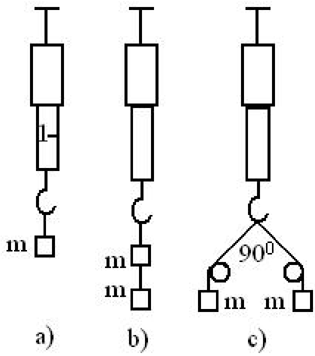

Fig. 5.15.

R: 4N; 2,82N.

5.16. Forța care acționează asupra corpului cu masa **m=200g** din figură are valoarea **F=2N** şi face cu orizontala unghiul **α**=**60^0**. Determinați accelerația corpului şi forța de reacțiune normală dacă frecările sunt neglijabile.

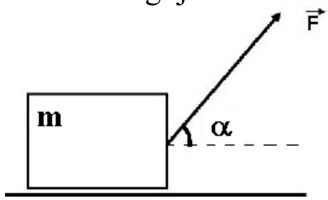

Figura 5.16.

R: a=5 m/s^2; N=0,26N.

5.17. Un corp este lăsat liber din vârful unui plan înclinat care face cu orizontala unghiul **α**=**30^0**. Cunoscând că lungimea planului este **l=10m** calculați timpul în care corpul ajunge la baza planului şi viteza lui în acest punct. Frecările se neglijează.

R: t=2s; v=10m/s.

5.3. Forța de frecare

5.18. Asupra unui corp cu masa **m=1kg** aflat pe o suprafață orizontală acționează o forță **F=6N** orientată orizontal. Cunoscând coeficientul de frecare dintre corp şi planul orizontal **μ=0,4** determinați accelerația corpului.

R: a=2 m/s^2.

5.19. Cele două corpuri din figură au masele **m=2kg** respectiv **M=3kg**. Cunoscând că forța are valoarea **F=15N** iar coeficientul de frecare dintre corpuri şi suprafața orizontală este **μ=0,2** determinați accelerația corpurilor şi tensiunea din fir.

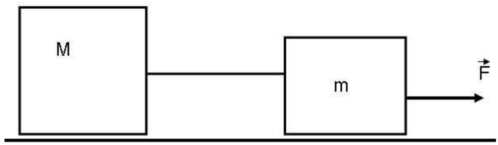

Fig. 5.19.

R: a=1 m/s^2; T=9N.

5.20. Calculați accelerația corpurilor din figura alăturată cunoscând că masele lor au valorile **M=400g**, **m=200g** iar coeficientul de frecare dintre **M** şi suprafața orizontală este **μ=0,3**. Care este forța de reacțiune din axul scripetelui?

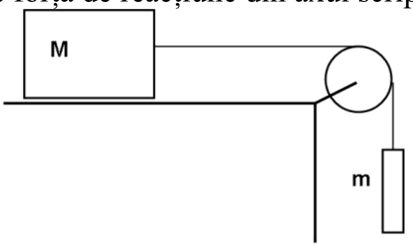

Fig. 5.20.

R: a=1,33 m/s^2; R=2,45N.

5.21. a) Să se calculeze accelerația sistemului dacă corpul de greutate $\mathbf{G_1}$ alunecă cu frecare pe suprafața orizontală.

b) Ce valoare **m'_2** trebuie să aibă masa corpului suspendat, pentru o alunecare uniformă a sistemului?

c) Ce forță acționează asupra axului scripetelui în cazurile a) şi b)? Aplicație numerică: **G_1=50N, m_2=5kg, μ=0,2.**

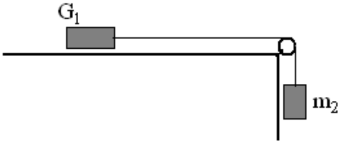

Fig. 5.21.

R: a) 4m/s^2; b) 1kg; c) 42,4N; 14,1N.

5.22. Un corp este lăsat să coboare liber pe un plan înclinat care face cu orizontala unghiul **α=30⁰**. Cunoscând coeficientul de frecare dintre corp şi suprafața pe care alunecă **μ=** $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ determinați accelerația corpului.

R: a=2,5 m/s^2

5.23. În desenul din figura alăturată se cunosc **M=2kg**, **α=45⁰** iar coeficientul de frecare dintre **M** şi planul înclinat este **μ=** $\frac{1}{2\sqrt{2}}$. Determinați masa corpului **m** pentru ca **M** să urce pe plan cu accelerația de **2m/s²**.

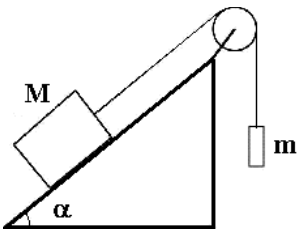

Fig. 5.23.

R: m ≅ 2,9kg.

5.24. Un corp cu masa **m=400g** este aşezat peste un alt corp cu masa **M=600g** ca în figură. Coeficientul de frecare dintre cele două corpuri este **μ=0,2** iar frecarea dintre **M** şi planul orizontal se neglijează. Calculați tensiunea din fir dacă forța aplicată corpului cu masa **M** are valoarea **F=2N**. Care este forța de reacțiune din axul scripetelui?

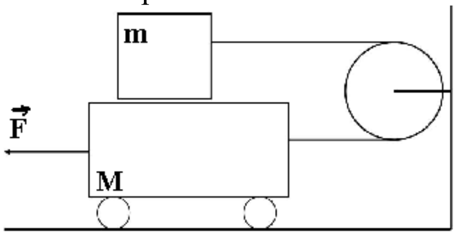

Fig. 5.24.

R: T=0,96N; R=1,92N.

5.25. Un corp de masă **m=1kg** este lansat pe o suprafață orizontală cu viteza inițială **v_0=10m/s.** Ştiind că, până la oprire, corpul parcurge o distanță **x=20m,** să se calculeze:

a) accelerația corpului;
b) forța de frecare;
c) coeficientul de frecare.

R: a) –2,5m/s^2; b) 2,5N; c) 0,25.

5.26. Un corp cu masa **m=1kg** alunecă pe o suprafață orizontală cu frecare (**μ=0,4**). Asupra corpului acționează o forță **F=10N.** Se cere:

a) accelerația corpului, dacă direcția forței formează un unghi **α=30°** cu verticala;

b) unghiul **α** pentru care accelerația corpului este maximă.

R: a) 4,46m/s^2; b) 68^{0}11'.

5.27. Pentru sistemul din figură se dau **m_1=2kg**, **m_2=3kg**, iar între corpuri precum şi între corpul 2 şi podea există frecare (**μ_1=μ_2=μ=0,1**). Care este forța orizontală minimă necesară pentru ca **m_2** să înceapă să se mişte?

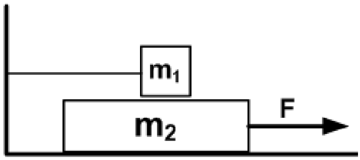

Fig. 5.27.

R: $F=\mu(2m_1+m_2)g=7$ N.

5.28. Pe o podea stă o scândură de masă $\mathbf{m_2=1kg}$ peste care este aşezat un corp de masă $\mathbf{m_1=2kg.}$ Coeficientul de frecare între podea şi scândură este $\boldsymbol{\mu_2=0,3}$, iar între corpul **1** şi scândură este $\boldsymbol{\mu_1=0,2.}$ Cu ce forță minimă orizontală trebuie trasă scândura, pentru ca aceasta să înceapă să iasă de sub corpul de masă $\mathbf{m_1}$?

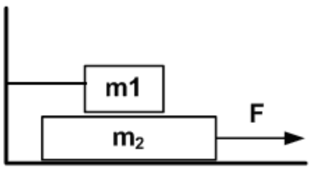

Fig. 5.28.

R : $F=g[(\mu_1+\mu_2)m_1+\mu_2 m_2]=13$ N.

5.29. În sistemul din figură $\mathbf{m_2=2kg,}$ $\boldsymbol{\alpha=30^0}$ şi $\boldsymbol{\mu=0,1.}$ Să se determine între ce valori trebuie să fie cuprinsă masa $\mathbf{m_1}$ pentru ca sistemul să rămână în repaus?

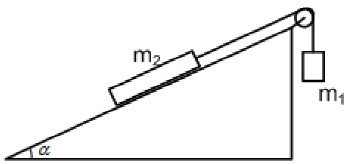

Fig. 5.29.

R: 0,827 kg$\leq m_1 \leq$ 1,173 kg.

5.30. În sistemul din figură, $\boldsymbol{\alpha=30^0}$ şi $\boldsymbol{\mu=0,2.}$ Să se determine între ce valori trebuie să fie cuprins raportul maselor $\mathbf{m_2/m_1}$, pentru ca sistemul să rămână în repaus?

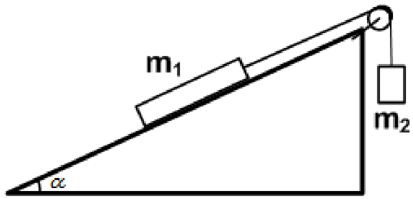

Fig. 5.30.

R: $0,327 \le m_2/m_1 \le 0,673$.

5.31. Să se calculeze între ce limite de valori poate fi cuprinsă forța **F** orizontală care menține în repaus un corp de masă **m** aflat pe un plan înclinat de unghi **α.** Se cunosc **m, α** şi coeficientul de frecare **μ** dintre corp şi planul înclinat.

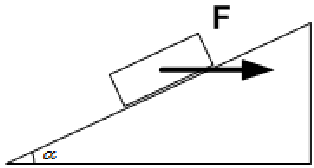

Fig. 5.31.

R: $$\frac{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} \le F \le \frac{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}.$$

5.32. Să se calculeze coeficientul de frecare **μ** dintre un corp şi planul înclinat, dacă se cunosc: forța orizontală minimă **F** care menține corpul în repaus, masa **m** a corpului şi unghiul **α** al planului. (fig. 5.31)

R $$\mu = \frac{mg\sin\alpha - F\cos\alpha}{mg\cos\alpha - F\sin\alpha}.$$

5.33. Pe un plan înclinat de unghi **α** şi coeficient de frecare **μ**, se află corpul de masă $\mathbf{m_1}$ care se leagă de corpul cu masa $\mathbf{m_2}$ cu un fir ideal trecut peste un scripete ideal. Să se afle accelerația **a** cu care coboară corpul cu masa $\mathbf{m_2}$ şi tensiunea **T** din fir.

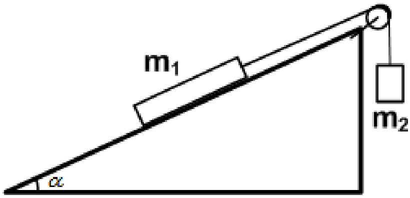

Fig. 5.33.

R: a=$\dfrac{g[m_2 - m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)]}{m_1 + m_2}$; T=$m_2$(g–a).

5.34. Pe un plan înclinat de unghi **α** şi coeficient de frecare **μ**, se află corpul de masă $\mathbf{m_1}$, care se leagă de corpul cu masa $\mathbf{m_2}$ cu un fir ideal trecut peste un scripete ideal. Cele două corpuri se mişcă accelerat. Să se afle: accelerația **a** şi tensiunea **T** din fir.

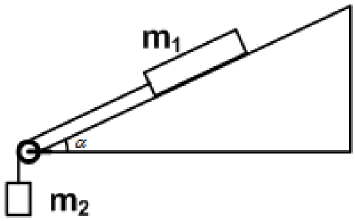

Fig. 5.34.

R: a=$\dfrac{g[m_2 + m_1(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)]}{m_1 + m_2}$; T=$m_2$(g–a).

5.35. De la baza unui plan înclinat se lansează de-a lungul planului în sus un corp cu viteza $\mathbf{v_0=10m/s}$. Cunoscând coeficientul de frecare **μ=**$\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$ şi unghiul planului înclinat **α**=$\mathbf{30^0}$, determinați înălțimea maximă la care ajunge corpul, şi timpul de urcare. Care este viteza cu care corpul revine la baza planului înclinat şi care este timpul de coborâre?

R: h=3,33m; t_u=1,33s; $v_f \cong$ 5,77m/s; $t_c \cong$ 2,3s.

5.36. Din vârful unui plan înclinat cu unghiul α**=45^0** şi lungime **L=1m**, porneşte un corp din repaus**.** Coeficientul de frecare pe plan este μ**=0,1**. Să se determine:

a) accelerația la coborârea pe planul înclinat; b) viteza la baza planului înclinat;

c) durata mişcării.

R: a) a=6,36m/s^2; b) v$\cong$3,56m/s; c) t$\cong$ 0,56 s.

5.37. Un corp este lansat cu viteză inițială $\mathbf{v_0}$ în sus pe un plan înclinat de unghi α**=30^0** şi coeficient de frecare $\mu=\frac{1}{2\sqrt{3}}$. Să se determine:

a) accelerația la urcarea pe plan înclinat;

b) viteza inițială minimă cu care trebuie lansat corpul pentru ca să urce pe planul înclinat pe distanța **L=0,5m**;

c) durata mişcării?

R: a) a=- 7,5m/s^2; b) $v_0\cong$ 2,74m/s; c) t=0,36s.

5.38. Un punct material porneşte din repaus din vârful unui plan înclinat de unghi α**=60^0** şi lungime **L=1m**, după care intră pe un plan orizontal pe care se opreşte datorită frecării. Pe planul înclinat coeficientul de frecare este $\mu_1=\frac{1}{\sqrt{3}}$, iar pe planul orizontal coeficientul de frecare este μ_2**=0,2**. Să se afle:

a) accelerația la coborârea pe planul înclinat;

b) viteza la baza planului înclinat;

c) accelerația pe planul orizontal;

d) distanța parcursă până la oprire pe planul orizontal;

e) durata totală a mişcării.

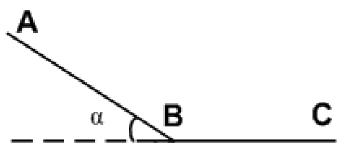

Fig. 5.38.

R: a) a_1=5,77m/s^2; b) v$\cong$ 3,4m/s;
c) a_2=-2m/s^2; d) d=2,89m; e) t$\cong$ 2,3s.

5.39. Pe un plan orizontal este lansat un corp cu viteza inițială $\mathbf{v_0=10m/s}$.Pe planul orizontal corpul parcurge o distanță **d=1m**, apoi urcă pe un plan înclinat de unghi $\boldsymbol{\alpha=30^0}$ şi se opreşte după parcurgerea unei distanțe **L** datorită frecării. Pe ambele planuri coeficientul de frecare este $\boldsymbol{\mu=0,1}$. Planul înclinat se consideră suficient de lung. Să se determine:

a) accelerația pe planul orizontal;
b) viteza corpului după ce a parcurs planul orizontal;
c) accelerația corpului la urcarea pe plan înclinat;
d) distanța parcursă pe planul înclinat;
e) durata totală a mişcării.

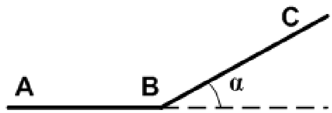

Fig. 5.39.

R: a) a_1=-1m/s^2; b) v ≅ 9,89m/s; c) a_2≈-5,87m/s^2; d) L=8,35m; e) t≈1,78s.

5.40. Un plan înclinat, cu **α=30°,** are două secțiuni, de lungimi egală. Jumătatea de sus este netedă, iar cealaltă jumătate are asperități. Un corp paralelipipedic de masă **200g** alunecă liber de la vârful planului înclinat. Viteza corpului la jumătatea distanței este **2,3m/s,** iar la baza planului devine zero.

a) Calculați coeficientul de frecare pe a doua jumătate a planului înclinat.

b) Care este durata mişcării?

c) Cu ce forțe şi în ce direcții acționează corpul asupra planului înclinat?

R: a) 1,15; b) 0,92s; c) G_n=1,73N, F_f=2N (în jos).

5.41. Un corp cu masa de **50kg** este tras pe o suprafață orizontală cu o forță de **400N.** Ştiind că unghiul de frecare este **φ=30°,** să se calculeze:

a) accelerația corpului dacă direcția forței formează un unghi de **60°** cu orizontala;

b) timpul după care viteza corpului va deveni **5m/s,** dacă porneşte din repaus;

c) distanța parcursă de corp de la plecare până la oprire dacă acțiunea forței încetează la momentul de la pct. b).

R: a) 2,226m/s^2; b) 2,24s; c) 7,78m.

5.42. Un cărucior de masă $\mathbf{m_1}$ se mişcă pe o suprafață orizontală, fără frecare. Pe cărucior se află un corp de masă $\mathbf{m_3}$**,** iar alte două corpuri de mase $\mathbf{m_2}$ şi $\mathbf{m_4}$ sunt legate prin intermediul a două fire inextensibile conform desenului.

a) Ce valoare minimă trebuie să aibă coeficientul de frecare dintre cărucior şi corpul $\mathbf{m_3}$**,** pentru ca acesta să rămână pe cărucior ($\mathbf{m_4>m_2}$)?

b) Ce accelerație are sistemul în acest caz?

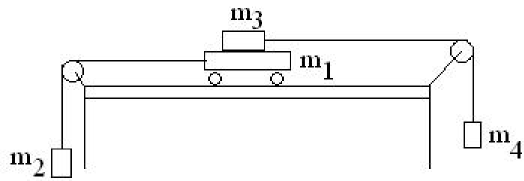

Fig. 5.42.

R: a) $\mu=[m_4.(m_1+2.m_2)+m_2.m_3]/[m_3.(m_1+m_2+m_3+m_4)]$;
b) $a=g(m_4-m_2)/(m_1+m_2+m_3+m_4)$.

5.43. Un corp plasat pe un plan înclinat de unghi $\boldsymbol{\alpha}$ coboară cu accelerația $\mathbf{a_c}$. Acelaşi corp fiind aruncat de jos în sus de-a lungul planului înclinat urcă uniform încetinit cu accelerația al cărei modul este egal cu $\mathbf{a_u}$**.** Determinați coeficientul de frecare dintre corp şi planul înclinat. Calculați valoarea acestuia pentru $\mathbf{a_c=1\ m/s^2}$ **şi** $\mathbf{a_u=1,5\ m/s^2}$**.**

R: μ=0,025.

5.44. Un corp este lansat de jos în sus pe un plan înclinat cu **α=30°.** Lungimea planului este **l=2m,** iar coeficientul de frecare dintre corp şi suprafață **μ=0,2.** Se cere:

a) viteza inițială a corpului pentru care acesta se oprește pe vârful planului înclinat;

b) viteza cu care ajunge înapoi la baza planului înclinat.

c) Corpul își continuă mișcarea pe o suprafață orizontală cu același coeficient de frecare. Ce distanță parcurge până la oprire?

R: a) 5,19m/s; b) 3,6m/s; c) 3,27m.

5.45. Pe un plan înclinat cu **α=30°** și lungimea **l=8m,** alunecă în jos, cu frecare, un corp. Știind că viteza corpului la baza planului înclinat este jumătate din valoarea pe care ar avea în absența frecării, calculați coeficientul de frecare. Ce valoare au vitezele la baza planului înclinat?

R: 0,43; 4,47m/s, 8,94m/s.

5.46. Pe un plan înclinat cu **α_1=30°** alunecă uniform în jos un corp. Să se calculeze:

a) coeficientul de frecare dintre corp și planul înclinat;

b) accelerația corpului dacă înclinarea planului ar fi **α_2=60°**.

c) Cu ce accelerație trebuie împins planul înclinat pentru ca acest corp să rămână în repaus față de plan, în condițiile de la pct. b)?

R: a) $\mu=\alpha_1$, $\mu = \sqrt{3}/3$; b) 5,77m/s; c) a'=5,77m/s^2.

5.47. Un corp este lansat în sus pe un plan înclinat cu **α=30°** față de orizontală, cu viteza inițială **v_0=15m/s.** Să se calculeze:

a) înălțimea maximă la care ajunge corpul în absența frecării.

b) Se micșorează la jumătate înălțimea planului față de valoarea obținută. Ce înălțime maximă atinge corpul după părăsirea planului?

c) Dacă masa corpului este de **30kg,** cu ce forță orizontală poate fi menținut corpul în repaus pe planul înclinat?

R: a) 11,25m; b) 7,03m; c) 173,2N.

5.48. Un corp este lansat de jos în sus pe un plan înclinat cu **α=30°.** Viteza inițială a corpului este **v_0=20m/s** iar coeficientul de frecare **μ=0,2.** Se cere:

a) înălțimea la care se oprește corpul.

b) Se taie planul înclinat astfel încât înălțimea lui devine jumătate din valoarea obținută la pct. a). La ce înălțime maximă se ridică corpul?

c) După cât timp cade înapoi pe sol?

R: a)14,85m; b) 9,925m; c) 2,98s.

5.49. Un corp cu masa **m=25kg** se găsește pe un plan înclinat cu **α=30°** la înălțimea **h=2,5m** față de baza planului. Coeficientul de frecare dintre corp și suprafață este $\mu = 1/(2\sqrt{3})$. Să se calculeze:

a) forța orizontală minimă cu care corpul este menținut în repaus pe planul înclinat;

b) dacă încetează acțiunea forței, cu ce accelerație alunecă corpul? Ce viteză va avea la baza planului înclinat?

c) Corpul continuă mișcarea pe o suprafață orizontală. Ce distanță parcurge până la oprire dacă aici coeficientul de frecare este **μ'=0,2?**

R: a) F=61,86N; b) 2,5m/s^2 ; 5m/s; c) 6,25m.

5.50. Un corp cu masa **m=20kg** se găsește pe un plan înclinat cu **α=30°.** Calculați valoarea forței orizontale cu care corpul poate fi menținut în repaus pe plan, dacă:

a) frecarea este neglijabilă;

b) coeficientul de frecare este **μ=0,2.**

R: a) 115,47N; b) 67,66N $\le F \le$ 175,76N.

5.51. O săniuță cu masa **m_1=10kg** este trasă cu viteză constantă în sus pe un deal cu înclinarea **α=60°** față de orizontală. Frecarea dintre săniuță și zăpada este neglijabilă, iar pe săniuță se află un corp de masă **m_2=30kg.**

a) Pentru ce valoare minimă a coeficientului de frecare dintre săniuță și corp, acesta rămâne în repaus pe ea?

b) Pentru ce valoare minimă a coeficientului rămâne corpul pe săniuță, dacă sfoara este legată de corp?

R: a) 1,73 b) 0,577.

5.52. Un corp de masă **m_1=10kg** alunecă în jos cu viteză constantă pe un plan înclinat cu **30°** față de orizontală. Să se calculeze:

a) coeficientul de frecare dintre corp şi suprafața planului înclinat.

b) Unghiul de înclinare se măreşte la **45°** şi se leagă de **m_1** un alt corp prin intermediul unui fir trecut peste un scripete ideal. Ce masă **m_2** trebuie să aibă corpul suspendat pentru ca sistemul să fie în echilibru?

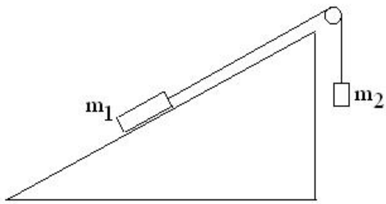

Fig. 5.52.

R: a) 0,577 b) 2,99kg $\leq m_2 \leq$ 11,15kg.

5.53. Căruciorul de masă **m_1=100g** este legat de un fir inextensibil, trecut peste un scripete, conform desenului. La capătul celălalt al firului este legată o găleată, de masă **m_2=50g.** O parte dintr-o cantitate totală de **m=350g** de nisip se toarnă pe cărucior iar restul în găleată. Să se determine:

a) masa nisipului din găleată pentru ca tensiunea din fir să fie de **0,8N;**

b) masa nisipului din găleată, pentru ca tensiunea din fir să fie maximă. Care este această valoare a tensiunii?

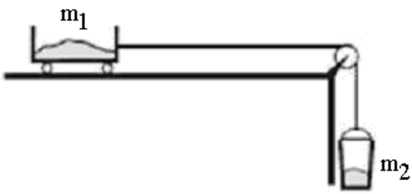

Fig. 5.53.

R: a) 50g sau 350g;
b) m_2=200g, T_{max}=1,25N.

5.54. Un vagon de marfă ajunge la viteza finală de **16m/s** uniform accelerat. În acest timp o ladă alunecă înapoi pe o distanţă de 4m pe platforma vagonului (**μ=0,2**). Să se calculeze durata mişcării accelerate şi valoarea acceleraţiei.

R: a=2,14m/s^2 şi t=7,48s (soluţia a=29,85m/s^2 şi t=0,535s nu are semnificaţie practică).

5.55. De la înălţimea **H=180m** este lăsat să cadă liber un corp cu masa **m=200g**. Ştiind că în urma impactului acesta pătrunde în pământ pe distanţa **h=20cm** determinaţi forţa de rezistenţă pe care o întâmpină din partea solului.

R: F_r=1802N.

5.4. Forţa elastică

5.56. Un fir de oţel având modulul de elasticitate **$E=2{,}1\cdot10^{11}N/m^2$** are o alungire relativă **$\varepsilon=4{,}5\cdot10^{-3}$**. Calculaţi efortul unitar care a produs alungirea firului.

R: σ =9,45•10^8 N/m^2.

5.57. Un corp cu masa **m=9t** este atârnat de un cablu din oţel cu modulul de elasticitate **$E=21\cdot10^{10}N/m^2$**, care are lungimea în stare nedeformată **l_0 =7m** şi secţiunea **S_0 =15cm^2**. Cu cât s-a alungit cablul? (alungirea produsă de greutatea cablului se neglijează).

R: Δl=2 mm.

5.58. Un fir din cauciuc are modulul de elasticitate $\mathbf{E=10^6 N/m^2}$, secțiunea $\mathbf{S=2cm^2}$ şi lungimea inițială $\mathbf{l_0=0,5m}$. De fir se suspendă un corp cu masa de **1kg**. Să se calculeze efortul unitar, alungirea relativă şi lungimea totală a firului după deformare.

R : $\sigma = 5\cdot10^4 N/m^2$; ε =5%; l=0,525m.

5.59. Un fir de pescuit, de lungime **5m** şi diametrul **0,2mm,** se alungeşte cu **2cm,** dacă se ridică uniform un peşte de **un kilogram.** Calculați modulul de elasticitate al firului.

R: $7,9\cdot10^{10} N/m^2$.

5.60. Un resort cu constanta elastică **k=20N/m** are în stare nedeformată lungimea $\mathbf{l_0=40cm}$. Care va fi lungimea acestui resort dacă atârnăm de el un corp cu masa de **100g**?

R: l=45cm.

5.61. Un corp cu masa de **200g** atârnat de un resort îl alungeşte cu $\mathbf{\Delta l=30cm}$. Care va fi alungirea resortului dacă schimbam corpul cu altul cu masa de **0,45kg**?

R: Δl=67,5cm.

5.62. Un resort se alungeşte cu **4cm** sub acțiunea unei forțe de **10N.**

a) Cu cât se alungeşte sub acțiunea unei forțe de **15N?**

b) Cu ce forță se produce o alungire de **2cm?**

c) Două resorturi identice sunt legate în serie. Ce alungire vor avea sub acțiunea unei forțe de **25N?**

R: a) 6cm; b) 5N; c) 20cm.

5.63. Într-un lift care coboară cu accelerația $\mathbf{a_1=1m/s^2}$ se găseşte un resort cu **k=10N/m** pe care este aşezat un corp corp cu masa **m=100g**. Care este lungimea resortului dacă lungimea lui în stare nedeformată este $\mathbf{l_0=20cm}$? Rezolvați aceeaşi problemă cu următoarele valori ale accelerației liftului: $\mathbf{a_2=10m/s^2}$**,** respectiv $\mathbf{a_3=11m/s^2}$.

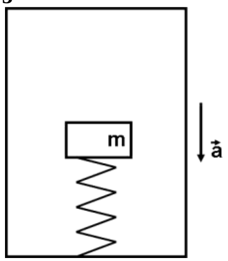

Fig. 5.63.

R: l_1=11cm; l_2=20cm (nedeformat); l_3=21cm.

5.64. Un corp cu masa **m=200g** este tras pe o suprafață orizontală prin intermediul unui fir cu o forță **F=2N**. Pe fir este inserat un resort cu **k=10N/m**. Cunoscând coeficientul de frecare dintre corp şi suprafața orizontală **μ=0,4** determinați alungirea resortului şi accelerația corpului.

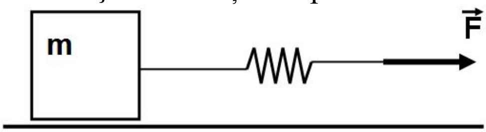

Fig. 5.64.

R: Δl=20cm; $a=6m/s^2$.

5.65. Două corpuri cu masele $\mathbf{m_1=100g}$ şi $\mathbf{m_2=300g}$ sunt legate printr-un fir trecut peste un scripete ca în figură. Scripetele este suspendat printr-un resort cu **k=20N/m**. Determinați accelerația corpurilor şi alungirea resortului.

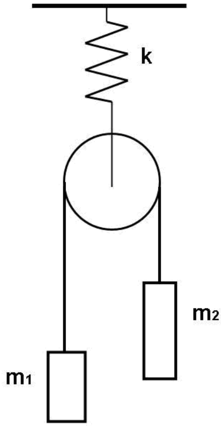

Fig. 5.65.

R: $a=5\ m/s^2$; $\Delta l=15cm$.

5.66. Un corp de masă **m=10kg** este legat de un resort cu lungimea **l_0=20cm** şi constanta elastică **k=50N/m.** Capătul celălalt al resortului este tras orizontal cu o viteză constantă de **v=2cm/s.** Coeficientul de frecare dintre corp şi suprafața orizontală este **μ=0,2.** Să se calculeze:

a) după cât timp începe să alunece corpul;

b) ce lungime are resortul în acest moment (vom presupune că forța de frecare de alunecare este egală cu forța de frecare statică maximă)?

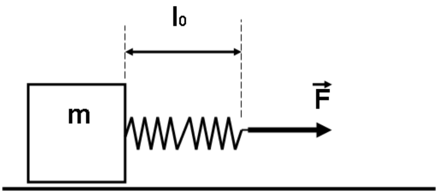

Fig. 5.66.

R: a) 20s; b) 60cm.

5.67. Sistemul din figură conține două resorturi întinse. Desenați forțele care acționează în sistem şi aflați deformarea **Δl** a sistemului de resorturi pentru care corpul de masă **m** începe să se mişte pe planul orizontal. Se cunosc coeficientul de frecare **μ** dintre corp şi planul orizontal şi constantele elastice ale resorturilor $\mathbf{k_1}$ şi $\mathbf{k_2}$.

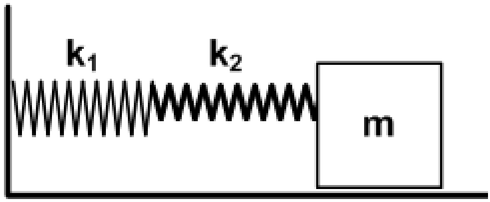

Fig. 5.67.

R: $\Delta l = \dfrac{\mu mg\,(k_1 + k_2)}{k_1 \cdot k_2}$.

5.68. Sistemul din figură conține două resorturi comprimate. Desenați forțele care acționează în sistem şi aflați deformarea **Δl** a sistemului de resorturi pentru care corpul de masă **m** începe să se mişte pe planul orizontal. Se cunosc coeficientul de frecare **μ** dintre corp şi planul orizontal şi constantele elastice ale resorturilor $\mathbf{k_1}$ şi $\mathbf{k_2}$.

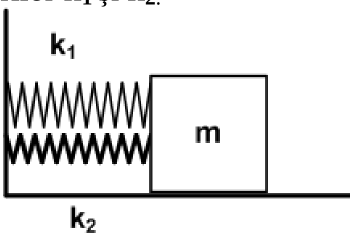

Fig. 5.68.

R: $\Delta l = \dfrac{\mu mg}{k_1 + k_2}$.

5.5. Legea atracției universale

5.69. Cunoscând masa Pământului $\mathbf{M_P=6\cdot10^{24}kg}$, masa Lunii $\mathbf{M_L=7{,}3\cdot10^{22}kg}$ precum şi distanța dintre centrul Pământului şi al Lunii $\mathbf{d=3{,}8\cdot10^{8}m}$, determinați la ce distanță de centrul Pământului un corp cu masa **m** ar fi în echilibru.

R: $x=3{,}4\cdot10^{8}m$.

5.70. La ce altitudine forța de atracție gravitațională a Pământului este de 4 ori mai mică decât la suprafața lui (se cunoaşte raza Pământului $\mathbf{R_P=6400km}$)?

R: $h=6{,}4\cdot10^{6}m$.

5.71. Calculați variația relativă a accelerației gravitaționale atunci când urcăm la altitudinea **h=10km** (indicație: $\delta g=\frac{g-g_0}{g_0}$; se cunoaşte $\mathbf{R_P=6400km}$).

R: $\delta g=-0{,}3\%$.

5.72. O stea neutronică tipică are raza **R=10km** iar masa $\mathbf{M=9\cdot10^{24}kg}$. Care este accelerația gravitațională si care ar fi greutatea unui corp cu masa **m=20g** la suprafața acesteia ($K=6{,}67\cdot10^{-11}Nm^2/kg^2$).

R: $g_0=6\cdot10^{6}m/s^2$; G=120kN.

5.6. Forța de inerție

5.73. Un corp cu masa de 10kg este plasat într-o rachetă care urcă cu accelerația **a=3g.** Calculați forța cu care racheta acționează asupra corpului.

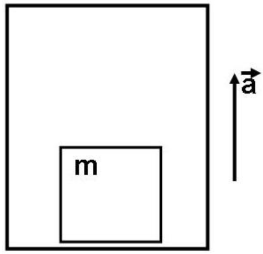

Fig. 5.73.

R: N=400N.

5.74. De tavanul unui vagonet care se mişcă accelerat este suspendat printr-un fir un corp cu masa **m=1kg**. Cunoscând că firul deviază față de verticală cu unghiul **α=30^0** determinați accelerația vagonului şi tensiunea din fir.

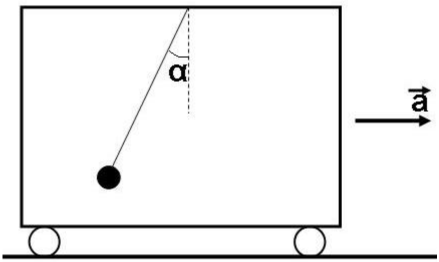

Fig. 5.74.

R: a=5,77m/s^2; T=11,5N.

5.75. De tavanul unui lift care urcă cu accelerația **a=2m/s^2** este legat un scripete peste care este trecut un fir la capetele căruia sunt legate două corpuri cu masele **m$_1$=100g** respectiv **m$_2$=300g**. Calculați tensiunea din fir şi accelerația corpurilor față de lift.

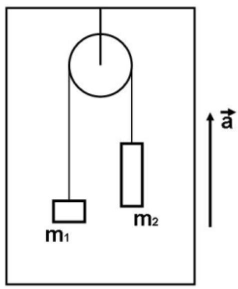

Fig. 5.75.

R: T=1,8N; a_{rel}=6m/s^2.

5.76. Pe un plan înclinat cu unghiul față de orizontală **α=30^0** este aşezat un corp care se poate mişca fără frecare. Cu ce accelerație orizontală trebuie împins planul înclinat pentru ca acel corp să rămână în repaus față de planul înclinat?

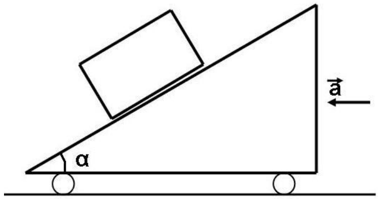

Fig. 5.76.

R: $a=5,77m/s^2$.

6. Mişcarea circulară

6.1. Care sunt perioadele de rotație ale acelor secundar, minutar şi orar ale unui ceas ?

R: T_s =60 s; T_m=3600 s; T_o=43200s.

6.2. Calculați viteza unghiulară a acelor secundar, minutar şi orar ale unui ceas.

R : ω_s=0,1 rad/s; $\omega_m=1,7\cdot10^{-3}$ rad/s; $\omega_o=1,5\cdot10^{-4}$ rad/s.

6.3. Un ceas indică ora **12:00**. Care este intervalul de timp după care acele secundar şi minutar vor fi din nou suprapuse.

R: $t\approx$ 61,017s.

6.4. Un ceas stradal ornamental are lungimea acului minutar **l=1,5m**. Calculați viteza capătului minutarului.

R: v=0,0026m/s.

6.5. În cât timp efectuează **N=100** de rotații o roată care are viteza unghiulară **ω=4π rad/s**?

R: t=50s.

6.6. Viteza tangențială a unui corp care se roteşte este **v=2 m/s**. Diametrul cercului descrie mişcarea circulară este **D=20cm.** Cu ce turație **ν** se roteşte corpul?

R: $\nu=10/\pi$ rot/s.

6.7. Diametrul roților unei biciclete este **70cm.** Ştiind că viteza bicicletei este **v=18km/h,** calculați:

a) viteza punctului superior de pe roată, față de punctul de contact cu solul;

b) viteza unghiulară a roții;

c) turația roții.

R: $v_B=2v=10$m/s; $\omega=14,28$ rad/s; $\nu=2,27$rot/s.

6.8. Diametrul roților unei maşini este de **80cm** şi efectuează **8 rotații** într-o secundă. Calculați viteza unghiulară a roții şi viteza automobilului.

R: $\omega=50,2$rad/s; v=20,1m/s.

6.9. Pe o anumită distanță, roata din față a unui tractor efectuează cu **n=15** mai multe rotații decât cea din spate. Ştiind că circumferințele celor două roți sunt **2,5m** respectiv **4m**, determinați distanța parcursă de tractor şi numărul rotațiilor efectuate de fiecare roată.

R: $n_1=40$rot; $n_2=25$rot; d=100m.

6.10. Un biciclist descrie o traiectorie circulară cu raza **R=50m** cu viteza **v=6,28m/s**. Calculați perioada mişcării circulare precum şi viteza unghiulară a biciclistului.

R: T=50s; $\omega=0,125$rad/s.

6.11. Un hard disk are diametrul **d=8,8cm** şi turația **n=7200rpm** (rotații pe minut). Calculați viteza punctelor aflate la periferia discului.

R: v=33,17m/s.

6.12. Pe o pistă circulară cu raza **R=45m,** pleacă din acelaşi punct, în sensuri contrare doi alergători cu vitezele $\mathbf{v_1=8m/s}$ respectiv $\mathbf{v_2=7m/s}$. După cât timp de la plecare se întâlnesc cei doi alergători?

R: $t \approx 18{,}85s$.

6.13. Un pulsar (stea neutronică) are raza de **10km** şi emite câte un puls la fiecare **5ms.** Ştiind că la o rotaţie completă se emit două pulsuri calculaţi frecvenţa pulsurilor, perioada de rotaţie a pulsarului şi viteza punctelor aflate pe ecuatorul stelei neutronice.

R: ν=200pulsuri/s; T=10ms; v=6280km/s.

6.14 La ce distanţă maximă faţă de centrul unei platforme circulare trebuie aşezat un corp, pentru ca să nu alunece de pe platformă? Frecvenţa de rotaţie a platformei este **υ=1,2rot/s**, iar **μ=0,3.** ($\pi^2 \approx g$)

R: r=0,052m.

6.15. Pe un disc orizontal care se roteşte cu frecvenţa **ν=30rot/min** este aşezat un corp la distanţa **R=20** cm faţă de centrul discului. Cât trebuie să fie coeficientul de frecare **μ** între corp şi disc pentru ca să rămână corpul pe disc**?** **($\pi^2 \approx g=9{,}8\ m/s^2$)**

R: μ=0,2.

6.16. Un patinator are **v=36km/h.** Cu ce **unghi** maxim faţă de verticală se poate înclina patinatorul fără să cadă, dacă **μ=0,1** şi care este **raza minimă** de viraj? **($g=10m/s^2$)**

R: tgφ=μ=0,1; r=100m.

6.17. Cu ce viteză maximă poate intra într-un viraj cu raza **R=100m** un autoturism dacă între roţi şi asfalt coeficientul de frecare este **μ=0,4**?

R: v=20m/s.

6.18. Viteza maximă cu care o maşină poate intra într-un viraj orizontal cu raza **R=50m** este **v=54km/h**. Care ar fi noua viteză maximă dacă s-ar înălța partea exterioară a drumului astfel încât suprafața şoselei să facă cu planul orizontal un unghi **α** **(sinα=0,28)**?

R: v=20,66m/s.

6.19. O găleată mică, umplută cu apă, este legată de un fir inextensibil de lungime **l=50cm** şi este rotită în plan vertical. Să se calculeze:

a) turația minimă pentru care apa nu curge din găleată;

b) dacă masa apei şi a găleții este **m=2kg** *şi rotația se face cu turația minimă,* la ce tensiune maximă trebuie să reziste firul?

c) Între ce valori variază tensiunea din fir? ($\pi^2 \approx g$)

R: ν_{min}=0,71rot/s; T_{max}=39,2N; $0<T<T_{max}$.

6.20. O piatră cu masa **m=100g,** legată de un fir cu **L=80cm,** este rotită astfel încât descrie un cerc în plan vertical cu viteza **v=4m/s**. Care este tensiunea în fir în punctele inferior respectiv superior al traiectoriei?

R: T_{inf}=3N; T_{sup}=1N.

6.21. O bilă de dimensiuni mici este suspendată de un fir inextensibil de lungime **l=0,2m.** Corpul este rotit astfel încât firul se mişcă pe o suprafață conică, formând un unghi de **60°** cu verticala. Calculați turația corpului şi tensiunea din fir dacă masa corpului este **m=0,02kg. (g=10m/s^2)**

R: ν=1,59rot/s; T_F=0,4N.

6.22. Un corp cu masa **m=200g,** legat cu un fir cu lungimea **l=80cm,** descrie o mişcare circulară în plan orizontal. Cunoscând că firul formează cu verticala unghiul **α=60^0,** determinați perioada de rotație, viteza corpului şi tensiunea din fir.

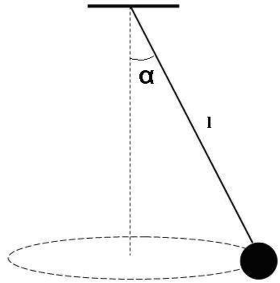

Fig. 6.22.

R: $T_{rotatie}$=1,256s; v=2$\sqrt{3}$ m/s; T_{fir}=4N.

6.23. Pe peretele interior al unui cilindru cu raza **R=25cm** care se roteşte cu turația **n=120rotații/minut** se găseşte un corp cu masa **m.** Calculați valoarea coeficientului de frecare minim dintre corp şi suprafața interioară a cilindrului pentru ca **m** să rămână în repaus față de cilindru.

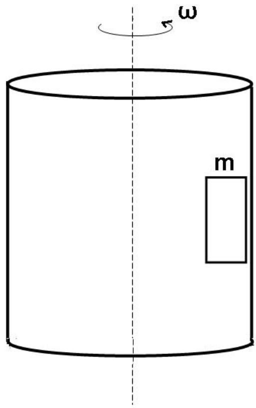

Fig. 6.23.

R: μ=0,25.

6.24. O bară orizontală are lungimea **L=50cm** şi se roteşte în jurul unui ax vertical care trece printr-un capăt. La celălalt capăt este legat de un fir cu lungimea **l=50**$\sqrt{2}$ **cm** un corp cu **m=100g**. Determinați tensiunea din fir şi frecvența de rotație atunci când firul formează cu verticala un unghi de $\mathbf{45^0}$.

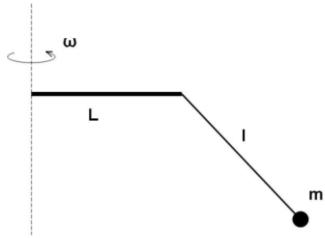

Fig. 6.24.

R: T=1,41N; ν=0,5rot/s.

6.25. O tijă este prinsă de un ax vertical sub un unghi **α**, ca în figură. Pe tijă, la distanța **r** față de axa de rotație stă în repaus un manşon de cauciuc cu masa **m**. Care este viteză unghiulară minimă cu care trebuie rotit sistemul pentru ca manşonul să înceapă să alunece spre capătul tijei? Se dă coeficientul de frecare **μ** între manşon şi tijă.

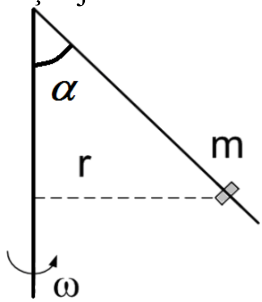

Fig.6.25.

R: $\omega_{\min im} = \sqrt{\dfrac{g(\mu \sin\alpha - \cos\alpha)}{R(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)}}$.

6.26. O pâlnie cu deschiderea **2α** este rotită la o maşină centrifugă. Un corp mic se află pe peretele pâlniei la distanța **r** de axa de rotație. Se dă coeficientul de frecare **μ** dintre corp şi peretele pâlniei. Între ce limite de valori poate varia viteza unghiulară **ω,** de rotație a maşinii centrifuge, pentru ca acel corp să rămână în echilibru?

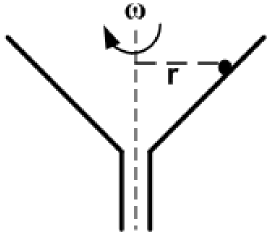

Fig.6.26.

R: $\sqrt{\dfrac{g(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}{r(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}} < \omega < \sqrt{\dfrac{g(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{r(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}}$.

6.27. Un corp mic considerat punct material se află pe suprafața interioară unei sfere cu raza **R=1m.** Sfera se roteşte cu turația **ν=**$\sqrt{2}$ **/2 rot/s** în jurul diametrului vertical. În ce poziție va sta corpul în echilibru în interiorul sferei? (poziție determinată de unghiul făcut de raza sferei cu verticala). (Se neglijează frecările, $\pi^2 \approx g$.)

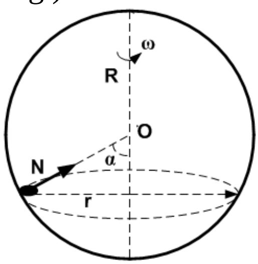

Fig. 6.27.

R: $\alpha=60^0$.

6.28. Ce perioadă de rotație are un satelit aflat pe o orbită circulară la o altitudine **h=2R**$_P$? Se dau: R_P=6400km, **(**$\pi^2 \approx g_0 = 9{,}8 m/s^2$**).**

R: T=26304s≈7,3h.

6.29. Să se afle viteza unui satelit care se roteşte pe o orbită la o altitudine **h** la care accelerația gravitațională este de **4** ori mai mică decât la suprafața Pământului. Se dau: $\mathbf{R_P=6400km}$, $\mathbf{g_0=9,8m/s^2}$.

R: v=5600m/s.

6.30. Să se afle viteza unui satelit care se roteşte pe o orbită la o altitudine $\mathbf{h=2R_p}$. Se dau: $\mathbf{R_P=6400km}$, $\mathbf{g_0=9,8m/s^2}$.

R: v=4572,3m/s.

6.31. Un satelit, evoluând deasupra Ecuatorului, fotografiază relieful. La ce altitudine se găseşte dacă durata unei înregistrări complete este **6ore**? $\mathbf{(R_P=6400km;\ g\approx\pi^2)}$.

R: $h=\sqrt[3]{\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}}-R_p=20,335\cdot10^3$km.

6.32. Determinați viteza unui satelit plasat la altitudinea **h=200km** cunoscând $\mathbf{g_0=9,8m/s^2}$ şi $\mathbf{R_{Pământ}=6400km}$. În cât timp face o rotație completă?

R: $v\approx$ 7,8km/s; T=1,47h.

6.33. Determinați la ce altitudine se găsesc sateliții geostaționari cunoscând $\mathbf{g_0=9,8m/s^2}$, $\mathbf{R_{Pământ}=6400km}$ şi perioada de rotație a Pământului în jurul axei proprii, **T=24h**.

R: h=35.940km.

6.34. Cunoscând că distanța de la Soare la Pământ este $\mathbf{d=1,5\cdot10^8km}$ şi constanta gravitațională $\mathbf{K=6,67\cdot10^{-11}Nm^2/kg^2}$, determinați masa Soarelui. Care este viteza liniară a Pământului în mişcarea lui în jurul Soarelui?

R: $M_S=2\cdot10^{30}$kg; v=29,82km/s.

6.35. Câte ore ar avea lungimea unei zile pe o planetă, de formă sferică, pe care greutatea corpurilor la ecuator ar fi cu **10%** mai mică decât la poli. Se presupune că planeta are aceeaşi densitate medie ca Pământul ($\mathbf{\rho=5510kg/m^3}$).

$$\mathbf{R.}\ T=\sqrt{\frac{3\pi}{0{,}1K\rho}}=16006{,}63\text{s}=4{,}446\text{h}.$$

7. Noțiuni energetice

7.1. Un corp cu masa **m=200kg** este ridicat cu o macara la înălțimea **h=20m** cu viteză constantă. Calculați lucrul mecanic efectuat de forța de tensiune din cablul macaralei şi lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului.

R: L_F=40kJ; L_G=-40kJ.

7.2. Un corp cu masa **m=2kg** lansat pe o suprafață orizontală se opreşte după ce parcurge distanța **d=4m**. Cunoscând coeficientul de frecare dintre corp şi suprafața orizontală **μ=0,2** determinați lucrul mecanic efectuat de forța de frecare.

R: L_{Ff}=-16J.

7.3. Ce lucru mecanic efectuează motorul unui elicopter-jucărie cu masa **m=5kg**, dacă acesta urcă vertical cu accelerația **a=2m/s^2** la altitudinea **h=10m**.

R: L=600J.

7.4. Un utilaj cu masa **m=50kg** este lăsat să coboare într-o mină cu accelerația **a=1m/s^2** un timp **t=4s**. Cunoscând că viteza inițială a utilajului a fost nulă, calculați lucrul mecanic efectuat de greutatea utilajului şi lucrul mecanic efectuat de forța de tensiune din cablul cu care a fost legat.

R: L_G=4kJ; L_T=-3,6 kJ.

7.5. Graficul alăturat reprezintă variația forței în funcție de distanța parcursă. Calculați lucrul mecanic efectuat în fiecare etapă.

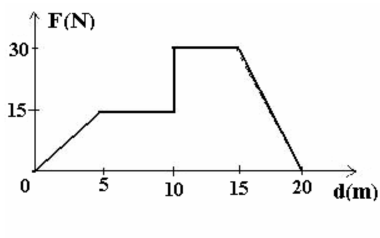

Fig. 7.5.

R: L_I=37,5J; L_{II}=75J; L_{III}=150J; L_{IV}=75J.

7.6. Un corp cu masa **m=100g** este lăsat liber de la înălțimea **h=2m** pe un plan înclinat care face unghiul **$\alpha=30^0$** cu orizontala. Cunoscând coeficientul de frecare dintre corp şi planul înclinat $\mu=\frac{1}{2\sqrt{3}}$ determinați lucrul mecanic efectuat de forța de greutate şi de forța de frecare până în momentul în care corpul ajunge la baza planului înclinat.

R: L_G=2J; L_{Ff}=-1J.

7.7. Asupra unui corp cu **m=2kg,** aflat în stare de repaus pe o suprafață orizontală, începe să acționeze o forță **F=14,2N (F=10$\sqrt{2}$ N)** orientată sub un unghi **$\alpha=45^0$**. După **t_1=6s** acțiunea forței încetează iar corpul îşi continuă mişcarea până la oprire. Cunoscând coeficientul de frecare dintre corp şi suprafața pe care alunecă **μ=0,3** determinați accelerația corpului în primele 6s de mişcare, lucrul mecanic efectuat de forța **F** şi lucrul mecanic efectuat de forța de frecare de la plecarea corpului până la oprirea.

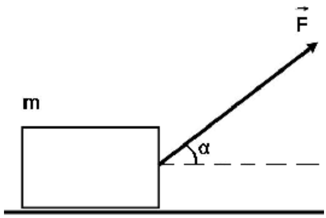

Fig. 7.7.

R: $a=3,5m/s^2$; $L_F=630J$; $Ff=-630J$.

***

7.8. O macara ridică uniform un corp cu masa **m=500kg** la înălțimea **H=20m** în **t=40s**. Determinați lucrul mecanic efectuat de macara şi puterea dezvoltată de motorul acesteia.

R: L=100kJ; P=2500W.

7.9. O maşină cu masa **m=1000kg** pleacă din repaus cu accelerația **$a=1,5m/s^2$**. Cunoscând că forțele de rezistență reprezintă **1%** din greutatea maşinii determinați lucrul mecanic efectuat de motorul maşinii pe distanța **d=192m** precum şi puterea medie dezvoltată de acesta.

R: L=307,2kJ; P=19,2kW.

7.10. Forța de rezistență la înaintare pe care o întâmpină o maşină reprezintă o fracțiune **f=0,15** din greutatea ei**.** Ce putere are motorul dacă masa autoturismului este **1,5t** şi atinge viteza maximă de **144km/h?**

R: P=90kW.

7.11. Un tren are masa totală **m=300t**. Puterea locomotivei **P=600kW** se presupune constantă. Forțele de rezistență reprezintă o fracțiune **f=0,01** din greutatea trenului. Determinați viteza maximă pe care o poate atinge trenul precum şi accelerația acestuia atunci când viteza lui este **$v_1=36km/h$**.

R: $v_{max}=72km/h$; $a_1=0,1m/s^2$.

***

7.12. Randamentul unui plan înclinat cu unghi α pentru care **$\cos\alpha=0,8$** este **$\eta=0,6$**. Să se afle coeficientul de frecare la alunecare dintre corp şi planul înclinat.

R: μ =0,50.

7.13. Un corp lăsat liber pe un plan înclinat coboară cu viteză constantă. Care este randamentul ridicării acestui corp pe planul înclinat?

R: 50%.

7.14. Un corp cu masa de **64 kg** este urcat uniform pe un plan înclinat cu ajutorul unei forțe **F**. Planul înclinat are lungimea de **4 ori** mai mare decât înălțimea. Randamentul planului înclinat este **0,8**. Calculați forța **F** care acționează asupra corpului şi forța de frecare.

R : F =200 N; F_f =40N.

7.15. O ladă cu masa de **m=200kg** se poate ridica la înălțimea de **h=1,5m** utilizând fie scânduri de lungime **l_1=3m,** fie de lungime **l_2=5m**. Coeficientul de frecare are aceeaşi valoare în ambele cazuri, **μ=0,2**. Calculați pentru fiecare caz:

a) forța de tracțiune;

b) randamentul.

Interpretați rezultatele obținute.

R: a) $F_1=1,35\cdot10^3$N; $F_2=0,98\cdot10^3$N; b) η_1=74%, η_2=61%.

7.16. Pe un plan înclinat cu **$\alpha=45°$**, este ridicat cu viteză constantă un corp care are greutatea **G**, cu o forță constantă de **0,85G**. Se cere:

a) valoarea forței de frecare ce acționează asupra corpului;

b) randamentul planului înclinat.

c) Ce forță paralelă cu planul înclinat trebuie să acționeze asupra corpului, pentru ca acesta să coboare cu viteză constantă?

R: F_f=0,14G; η=83%; F'=0,57G.

7.17. Un corp de masă **m=2kg** este tras uniform în sus cu o forță **F=12N** pe un plan înclinat cu **α=30^{0}**. Să se calculeze:

a) valoarea forței cu care este coborât corpul cu viteză constantă pe planul înclinat;

b) coeficientul de frecare dintre corp şi planul înclinat;

c) randamentul planului înclinat.

R: F'=8N; μ=0,115; η=83%.

7.18. Pe un plan înclinat care face cu orizontala un unghi **α=30^{0}** şi care are randamentul **η=75%** este ridicat uniform un corp cu masa **m=30kg** la înălțimea **h=4m**. Determinați lucrul mecanic efectuat de forța de tracțiune şi coeficientul de frecare dintre corp şi planul înclinat.

R: L_F=1600J; μ=0,19.

7.19. Calculați randamentul unui motor cu benzină, dacă la parcurgerea unei distanțe de **100km**, se consumă **12kg** de benzină şi se dezvoltă o forță de tracțiune constantă de **920N.** Se dă puterea calorică a benzinei: **q=46MJ/kg.**

R: η=16,66%.

7.20. Să se calculeze lucrul mecanic efectuat la ridicarea cu viteză constantă, a unui corp de masă **m=30kg** la înălțimea **h=12m** folosind un scripete fix cu randamentul **80%. (g=10m/s^{2})**

R: L_c=4500J.

***

7.21. Un corp cum masa **m=2kg** este lansat pe o suprafață orizontală cu viteza **v_0=10m/s**. Coeficientul de frecare dintre corp şi suprafață este **μ=0,2**. Determinați lucrul mecanic efectuat de forța de frecare până la oprirea corpului precum şi distanța parcursă de acesta.

R: L_{Ff}=-100J; d=25m.

7.22. Asupra unui corp cu masa **m=5kg** aflat în repaus începe să acționeze o forță orizontală **F=7N**. Cunoscând coeficientul de frecare dintre corp şi planul orizontal **μ=0,1** determinați:

a) viteza corpului după ce parcurge distanța $\mathbf{d_1=5m}$;

b) distanța parcursă până la oprire dacă după parcurgerea distanței $\mathbf{d_1}$ acțiunea forței **F** încetează.

R: v_1=2m/s; d_2=2m.

7.23. Asupra unui corp cu masa **m=1kg** care se poate mişca pe o suprafață orizontală acționează o forță orizontală **F** a cărei dependență de coordonata **x** se găseşte în figura alăturată. Cunoscând coeficientul de frecare cu planul orizontal, **μ=0,4,** şi că în punctul de coordonată $\mathbf{x_0=0}$**,** viteza corpului este nulă, determinați viteza pe care o atinge corpul în punctul de coordonată **x=6m**.

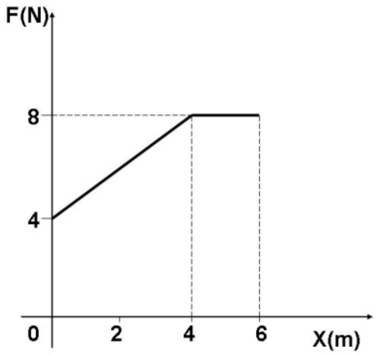

Fig. 7.23.

R: v=5,66m/s.

7.24. Un automobil cu masa **m=500kg** este accelerat de la viteza $\mathbf{v_1=36km/h}$ la $\mathbf{v_2=72km/h}$ într-un interval de timp de **Δt=20s.** Se cere:

a) accelerația şi forța de tracțiune a motorului dacă se neglijează frecările;

b) distanța parcursă şi lucrul mecanic efectuat;

c) energia cinetică a automobilului la jumătatea distanței parcurse.

R: a) $a=0{,}5m/s^2$; $F=250N$; b) $d=300m$; $L=75kJ$; c) $E_c=62{,}5kJ$.

7.25. Două autoturisme cu masele $\mathbf{m_1=1500kg}$ respectiv $\mathbf{m_2=1200kg}$ se deplasează, unul spre celălalt, cu vitezele $\mathbf{v_1=45km/h}$ şi respectiv $\mathbf{v_2=54km/h}$. Aflați energia cinetică a automobilelor în raport cu:

a) sistemul de referință legat de pământ;

b) sistemul de referință legat de un automobil.

R: a) $E_{c1}=117187{,}5J$; $E_{c2}=135000J$; b) $E'_{c1}=0$; $E'_{c2}=453750J$, față de primul sau $E''_{c1}=567187{,}5J$; $E''_{c2}=0$ față de al doilea autoturism.

7.26. Un corp de masă $\mathbf{m=75kg}$ este tras uniform în sus pe un plan înclinat, cu lungimea de $\mathbf{l=2m}$ şi înălțimea $\mathbf{h=1m}$. Ştiind că forța de frecare este o fracțiune de **20%** din greutatea corpului, să se calculeze:

a) forța de tracțiune;

b) lucrul mecanic efectuat de forța de frecare;

c) viteza corpului la baza planului înclinat, dacă este lăsat liber de pe vârful planului. $\mathbf{(g=10m/s^2)}$

R: a) $F=525N$; b) $L_f=-300J$; $v=3{,}46m/s$.

***

7.27. Un liniar metalic, cu lungimea $\mathbf{l=50cm}$, este suspendat de un capăt. Cu cât se modifică energia potențială dacă, din cauza încălzirii, rigla se dilată cu **2mm?** Masa riglei este de **20g.**

R: $\Delta E_p=-2.10^{-4}J$.

7.28. Un corp de masă $\mathbf{m=500kg}$ este ridicat uniform accelerat în sus, la înălțimea $\mathbf{h=12{,}5m}$, într-un interval de timp de $t=5s$. Se cere:

a) accelerația corpului;

b) energia potențială maximă;
c) viteza finală şi energia cinetică la înălțimea h;
d) înălțimea la **t=2s. (g=10m/s²).**

R: a) $a=1m/s^2$; b) $E_{pmax}=62500J$;
c) $v=5m/s$; $E_c=6250J$; d) $h_1=2m$.

7.29. Ce lucru mecanic trebuie efectuat pentru a mări alungirea unui resort cu constanta **k=50N/m** de la **$\Delta l_1=4cm$** la **$\Delta l_2=8cm$**?

R: $L_F=0,12J$.

7.30. Un resort cu constanta elastică **k=40N/m,** inițial nedeformat, este comprimat cu **x=10cm** în **t=2s**. Determinați lucrul mecanic efectuat de forța elastică şi puterea medie dezvoltată de forța deformatoare.

R: $L_{Fe}=-0,2J$; P=0,1W.

7.31. Un fir elastic de cauciuc de lungime **$l_0=2m$** şi de secțiune **$S=1cm^2$** (în stare nedeformată) are modulul de elasticitate **$E=32^{\cdot 105}N/m^2$.** Firul este alungit cu **$\Delta l=0,5m$**. Să se determine:
a) energia înmagazinată în fir prin deformare;
b) puterea medie consumată dacă alungirea durează **t=1,6s.**

R: a) $E_p=20J$; b) P=12,5W.

***

7.32. Un corp cu masa **m=2kg** este aruncat de la nivelul solului vertical în sus cu viteza **$v_0=5m/s$**. Calculați:
a) înălțimea maximă pe care o atinge corpul;
b) înălțimea la care viteza corpului este **v=3m/s**.
c) energia cinetică a corpului la înălțimea **h'=1m**.

R: H=1,25m; h=0,8m; Ec'=5j.

7.33. Un corp este lăsat să cadă liber de la înălțimea **h=1,8m**. Calculați viteza corpului înainte de a atinge solul şi înălțimea la care energia lui cinetică este egală cu energia potențială.

R: v=6m/s; $h_1=0,9m$.

7.34. Un corp este aruncat de jos în sus de la sol cu viteza inițială $\mathbf{v_0}$. Să se afle prin considerente energetice, la ce înălțime **h** energia cinetică este un sfert din energia potențială ($\mathbf{E_c=¼E_p}$).

R: $h=\dfrac{2v_0^2}{5g}$.

7.35. Un corp cade liber de la o înălțime **H** față de sol. Să se afle prin considerente energetice, la ce înălțime **h** față de sol, $\mathbf{E_C=(¾)E_P}$?

R: h=4H/7.

7. 36. O minge cu masa de **100g** este lăsată liber de la înălțimea **h=3m.** După ciocnirea cu solul, se ridică la înălțimea de **2m.** Se cere:

a) căldura degajată în timpul ciocnirii cu solul;

b) energia cinetică înainte şi după ciocnire cu solul. $\mathbf{(g=10m/s^2)}$

R: a) Q=1J; b) E_{c1}=3J; E_{c2}=2J.

7.37. Un lanț cu lungimea **L=40cm** se găseşte la marginea unei mese orizontale pe care se poate mişca fără frecare. La un moment dat lanțul începe să alunece de pe masă. Care este viteza lui în momentul în care părăseşte masa?

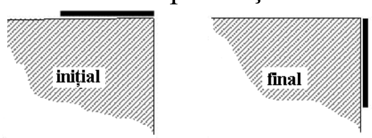

Fig. 7.37.

R: v=2m/s.

7.38. Un corp cu masa **m=100g** legat de un fir cu lungimea **l=80cm** este deviat sub unghiul $\mathbf{\alpha=90^0}$ față de verticală şi lăsat liber. Determinați viteza corpului în momentul în care acesta trece prin poziția aflată pe verticala care trece prin punctul de suspensie precum şi tensiunea din fir în aceasta poziție.

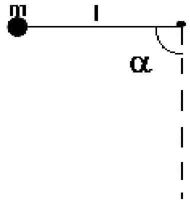

Fig. 7.38.

R: $v=4m/s$; $T=3N$.

7.39. Un fir cu lungimea **l=40cm** suspendat de un suport are la capăt agățat un corp cu masa **m=200g**. Firul este deviat față de verticală cu un unghi $\boldsymbol{\alpha=60^0}$ de unde corpul este lăsat liber. Determinați viteza acestuia în momentul în care firul trece prin poziția verticală precum şi tensiunea din fir în această poziție.

R: $v=2m/s$; $T=4N$.

7.40. La capătul unei sfori, de lungime **l=1,2m,** este fixat un corp mic cu masa de **0,2kg**. Firul este deviat până la un unghi de $\boldsymbol{\alpha_1=60°}$ față de verticală şi lăsat liber. Să se calculeze:

a) viteza maximă a corpului;

b) forța de întindere maximă din fir;

c) energia cinetică şi potențială în momentul în care firul formează un unghi de $\boldsymbol{\alpha_2=30°}$ cu verticala. $\boldsymbol{(g=10m/s^2)}$

R: a) $v=3,46m/s$; b) $T=2mg=4N$; c) $E_p=0,324J$; $E_c=0,876J$.

7.41. O bilă cu masa **m=0,2kg** suspendată de un fir cu lungimea **L=20cm**, este deviată cu unghiul $\boldsymbol{\alpha=60^0}$ față de verticală. Bilei i se imprimă viteza $\boldsymbol{v_0=2m/s}$ perpendiculară pe fir. Ce valoare va avea tensiunea maximă în fir?

R: $T_{max}=8N$.

7.42. Un corp cu masa **m=20kg** este ataşat la capătul inferior al unei bare verticale care se poate roti în plan vertical în jurul unui punct aflat la capătul superior al acesteia. Cunoscând că lungimea barei este **l=22,5cm,** determinați viteza minimă care trebuie imprimată în poziția de repaus pentru ca acesta să descrie un cerc în plan vertical precum şi tensiunea maximă din bară în timpul mişcării.

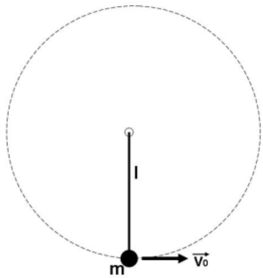

Fig. 7.42. şi 7.43.

R: v=3m/s; T_{max}=1000N.

7.43. O bilă cu masa **m=0,2kg**, suspendată de un fir cu lungimea **L=1m**, se roteşte în plan vertical. Când bila trece prin inferior al traiectoriei, tensiunea în fir este maximă **T_A=20N.** Să se afle viteza corpului când ajunge în la acelaşi nivel cu punctul de suspensie. ($g=10m/s^2$)

R: v=8,37m/s.

7.44. Un corp cu masa **m=10kg** este ataşat la capătul inferior al unui fir vertical care se poate roti în plan vertical în jurul unui punct aflat la capătul superior al acestuia. Cunoscând că lungimea firului este **l=50cm,** determinați viteza minimă, care trebuie imprimată corpului în poziția de repaus pentru ca acesta să descrie un cerc în plan vertical precum şi tensiunea maximă din fir în timpul mişcării.

R: v=5m/s; T=600N.

7.45. Un corp considerat punct material, suspendat de un fir inextensibil, este deviat cu un unghi α=**60°** față de verticală şi i se dă drumul. Calculați raportul dintre tensiunea maximă şi minimă din fir în timpul mişcării corpului de o parte şi de alta a poziției de echilibru.

R: $T_{max}/T_{min}=4$.

7.46. Ce lucru mecanic trebuie efectuat pentru a ridica în poziție verticală un stâlp cu masa **m=200kg** care are lungimea **l=5m**.

R: L=5000J.

7.47. Un stâlp, cu masa **m=500kg** şi lungimea **l=4m,** trebuie ridicat în poziție verticală.

a) Ce valoare are lucrul mecanic efectuat?

b) Calculați valoarea lucrului mecanic efectuat dacă la capătul superior al stâlpului este montată o instalație cu masa **M=300kg?**

R: $L_a=9800J$; $L_b=21560J$.

7.48. Un corp de masă **m=10kg** se loveşte de sol cu viteza de **15m/s** şi pătrunde la o adâncime de **10cm.** Se cere:

a) energia cinetică a corpului în momentul atingerii solului;

b) energia potențială în raport cu suprafața Pământului în poziția finală;

c) lucrul mecanic efectuat de forța de greutate şi de forța de rezistență. **(g=10m/s²)**

R: a) $E_c=1125J$; b) $E'_p=-10J$; c) $L_G=10J$; $L_r=-1135J$.

7.49. Un corp cu masa **m=10kg** alunecă cu frecare pe un plan înclinat cu **α=30°** de la înălțimea **h=8m.** Cunoscând coeficientul de frecare, **μ=0,173,** să se calculeze:

a) accelerația corpului;

b) energia cinetică a corpului la baza planului înclinat;

c) distanța parcursă până la oprire pe suprafața orizontală, pe care corpul continuă mişcarea, cu frecare, **μ'=0,2;**

d) lucrul mecanic efectuat de forța de frecare. **(g=10m/s²)**

R: a) $a=3,5m/s^2$; b) $E_c=560J$; c) $d=28m$; $L_f=-800J$.

7.50. O sanie cu masa **m=10kg** coboară fără viteză inițială o pârtie cu diferența de nivel **H=200m** se opreşte pe o suprafață orizontală. Ce lucru mecanic este necesar pentru a trage sania înapoi în punctul de plecare?

R: $L_F=40kJ$.

7.51. Un vultur cu masa **m=4kg** planează cu viteză constantă în căutarea prăzii astfel încât pe distanța **d** pierde **h=1m** din altitudine**.** Ce lucru mecanic trebuie să efectueze pasărea pentru a reveni la altitudinea inițială cu aceeaşi viteză şi pe aceeaşi distanță **d**?

R: $L=80J$.

7.52. Pe o suprafață de forma unui sfert de cilindru cu raza **R=1,8m** coboară fără frecare şi fără viteză inițială un corp cu masa **m=1kg**. Ajuns pe planul orizontal îşi continua mişcarea cu frecare până la oprire. Se cunoaşte coeficientul de frecare cu planul orizontal **μ=0,1**. Determinați viteza corpului în momentul în care pătrunde pe suprafața orizontală, lucrul mecanic efectuat de forța de frecare şi distanța parcursă pe planul orizontal până la oprire.

Fig. 7.52.

R: $v_1=6m/s$; $L_{Ff}=-18J$; $d=18m$.

7.53. Un corp alunecă fără frecare pe suprafața interioară a unui cilindru de rază **R=4m**, după care intră pe un plan orizontal unde coeficientul de frecare este **μ=0,2**.

a) De la ce înălțime H față de sol trebuie să înceapă mişcarea corpului, astfel ca să se oprească după parcurgerea unei distanțe **d=20m**.

b) La ce înălțime **h** față de sol, corpul apasă pe peretele cilindrului cu o forță **N=2mg?**

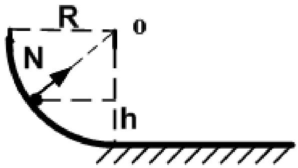

Fig. 7.53.

R: H=4m; h=4/3m.

7.54. Un corp lansat de jos în sus de-a lungul unui plan înclinat revine la baza planului cu o viteză de n=3 ori mai mică decât viteza de lansare. Să se afle randamentul planului înclinat.

R: $\eta = \frac{1+n^2}{2n^2}$ =10/18.

7.55**.** Un corp este aruncat pe verticală de jos în sus cu viteza inițială $\mathbf{v_0}$. Să se arate că există două momente de timp la care $\mathbf{E_c=E_p/4}$ şi apoi să se determine aceste momente de timp.

R: $t_{1,2} = \frac{v_0}{g}(1 \pm \frac{1}{\sqrt{5}})$.

7.56. Un corp de masă **m** este lansat cu viteza $\mathbf{v_0}$ de jos în sus spre vârful unui plan înclinat. La întoarcere, corpul are la baza planului viteza **v**. Să se afle randamentul planului înclinat şi lucrul mecanic al forței de frecare în tot timpul mişcării pe planul înclinat.

$$R: \eta=\frac{v_0^2+v^2}{2v_0^2};\ L_r=m(v^2-v_0^2)/4.$$

7.57. De la înălțimea **h=2m** cade fără viteză inițială pe un resort inițial nedeformat un corp cu masa **m=200g**. Determinați constanta elastică cunoscând comprimarea maximă a resortului **x=50cm**.

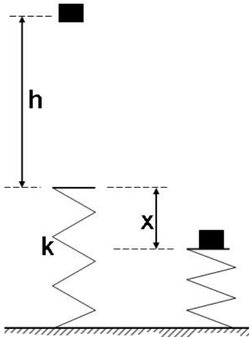

Fig. 7.57.

R: k=40N/m.

7.58. Dacă pe un resort comprimat cu **Δx_1=2cm** se aşează un corp de masă **m_1=10g,** acesta, în urma destinderii resortului, se ridică la înălțimea maximă de **h_1=0,5m.**

a) Ce valoare are constanta elastică a resortului?

b) La ce înălțime se ridică un alt corp, cu masa **m_2=5g,** dacă se aşează pe resortul comprimat cu **Δx_2=5cm? (g=10m/s^2)**

R : a) k = 250 N/m ; b) h_2= 6,25 m

7.59. În sistemul din figură resortul are constanta **k=80N/m**, corpul are masa **m=200g** iar forța deformatoare este **F=12N**. Neglijând frecările determinați viteza maximă atinsă de corp după încetarea acțiunii forței **F**.

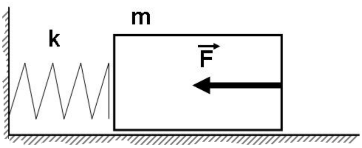

Figura 7.59.

R: v=3m/s.

7.60. *Skyjump* este cel mai înalt *bungee jumping* din lume. De pe platforma „*Macau Tower*” aflată la înălțimea **H=233m** se sare cu o coardă elastică care are constanta elastică **k=9N/m**. Pentru ce lungime a corzii nedeformate pentru un săritor cu masa **m=60kg** s-ar opri chiar la suprafața solului dacă se neglijează frecarea cu aerul? Care ar fi viteza maximă atinsă?

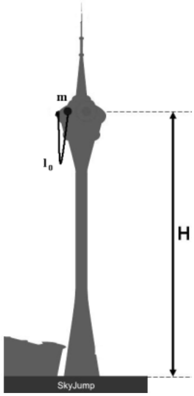

Figura7.60.

R: $l_0 \approx 56{,}7$m; $v_{max} \approx 152{,}6$km/h.

7.61. Cu ajutorul sistemului din figură se ridică uniform un corp cu masa **m=10kg** la înălțimea **h=4m** resortul fiind nedeformat în starea inițială. Constanta elastică a resortului este **k=50N/m**. Determinați lucrul mecanic consumat pentru ridicarea corpului.

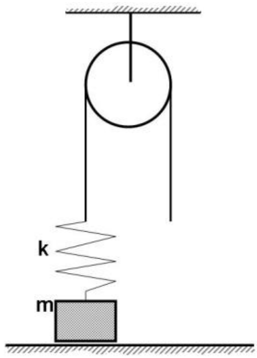

Figura 7.61.

R: L=500J.

7.62. Un corp cu masa **m=4kg** este împins de un resort comprimat cu **x=0,1m**. Constanta elastică a resortului este **k=10^{4}N/m**. Să se afle:

a) energia cinetică imprimată corpului prin destinderea resortului.

b) Corpul se deplasează în continuare pe un plan orizontal cu frecare, coeficientul de frecare fiind **μ=0,1** pe distanța **AB=5m**. Ce energie cinetică va avea corpul în punctul B?

c) Corpul continuă să se deplaseze fără frecare pe un sfert de cilindru cu raza **R=5m**. La ce înălțime **h** față de sol se desprinde corpul de cilindru?

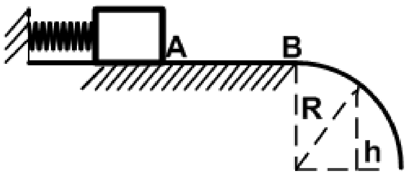

Fig. 7.62.

R: a) E_{cA}=50J; b) E_{cB}=30J; c) h=3,83m.

7.63. O forță acționând asupra unui corp, aflat inițial în repaus, produce un lucru mecanic de $\sqrt{2}$ ori mai mare atunci când acționează orizontal, decât atunci când formează un unghi **α** cu orizontala, durata acțiunii în ambele cazuri fiind aceeaşi. Să se determine unghiul făcut de direcția forței cu orizontala în al doilea caz. Se neglijează frecarea.

R: $\alpha=45^0$.

7.64. Două suprafețe cilindrice, de raze **R=0,5m,** sunt îmbinate conform desenului. Corpul lăsat liber de pe suprafața de sus din punctul **A** alunecă fără frecare şi se desprinde de suprafața de jos în punctul **B,** la înălțimea **3R/4.** Să se calculeze:

a) de la ce înălțime față de sol începe să alunece corpul;

b) lungimea totală **AB** a traiectoriei corpului pe suprafețele aflate în contact.

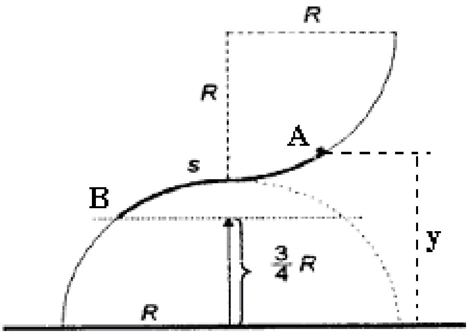

Figura 7.64.

R: y=9R/8=0,56m; l=0,61m.

8. Teorema variației impulsului. Ciocniri

8.1. Impulsul unui corp este **p=6kgm/s** iar energia cinetică **E_c=9J.** Aflați masa corpului.

R: m=2kg.

8.2. Un punct material **m=2kg** se mişcă după legea **$x=5-8t-4t^2$.** Care va fi impulsul după **3s?**

R: p=64kgm/s.

8.3. Un motociclist cu masa **m=60kg** se deplasează pe o pistă circulară cu **R=100m** cu o motocicletă de masă **M=340kg.** Dacă o tură completă o face în **Δt=62,8s** (20πs). Aflați:

a) viteza motociclistului;

b) variația impulsului după un sfert de tură.

R: a) v=10m/s; b) $\Delta p=5{,}64\cdot10^3$Ns.

***

8.4. Un glonț cu masa **m=60g** are la ieşirea din țeava armei lungă de **70cm**, viteza de **700m/s**. Aflați:

a) impulsul glonțului;

b) timpul în care străbate lungimea țevii;

c) forța medie exercitată de gaze asupra glonțului.

R: a) p=42kgm/s; b) $\Delta t=2\cdot10^{-3}$s; c) F=21kN.

8.5. Asupra unui corp acționează o forță **F=50N** timp de **Δt=10s.** Aflați masa corpului dacă variația vitezei este **Δv=5m/s.**

R: m=100kg.

8.6. Un corp, pornind din repaus atinge viteza **v=4m/s** în **Δt=10s,** sub acțiunea unei forțe **F=100N.** Aflați masa corpului.

R: m=250kg.

8.7. O bilă cu masa **m=100g** loveşte perpendicular un perete cu viteza **v=5m/s.** Durata ciocnirii este în $\mathbf{\Delta t=10^{-3}s}$.După lovire bila va avea aceeaşi viteză dar de sens opus. Aflați:

a) forța medie exercitată de bilă asupra peretelui;

b) variația impulsului bilei.

R: a) F=1000N; b) Δp=1kgm/s.

8.8. Un glonț are masa **m=11g** şi diametrul **d=7,62mm.** Ştiind presiunea medie a gazelor $\mathbf{p_m=10^8 m/s^2}$ şi că glonțul iese în $\mathbf{\Delta t=2\cdot10^{-3}s}$, aflați:

a) forța exercitată asupra glonțului;

b) viteza la ieşirea din țeavă.

R: a) F≈4,56kN; b) v=829m/s.

8.9. Un corp cu masa **m=2kg** primeşte în **Δt=50s** un impuls **p=100kgm/s** sub acțiunea unei forțe **F** constante. Aflați:

a) viteza corpului după aceste 50s;

b) valoarea forței **F**, dacă forța de frecare este de cinci ori mai mică decât **F**.

c) spațiul parcurs în acest timp;

R: a) v=50m/s; b) F=2,5N; c) S=1250m.

8.10. Două corpuri care au acelaşi impuls ciocnesc frontal un perete fix. Considerând durata ciocnirii aceeaşi, aflați raportul forțelor de impact în cazul că o ciocnire este perfect elastică iar cealaltă plastică.

R: $\frac{F_{el}}{F_{pl}} = 2$.

8.11. Un automobil cu masa **m** şi viteza **v** se opreşte într-un interval **Δt.** În cât timp se va opri un alt automobil cu masa **2m** şi viteza **3v** dacă forța de frânare este aceeaşi?

R: $\Delta t_2=6\Delta t$.

8.12. O bilă cu masa **m=10g** cade pe o masă de la **h_1=1,25m** şi după ciocnire se ridică la **h_2=0,45m.** Aflați forța de impact dacă ciocnirea a durat **$\Delta t=10^{-4}$s.**

R: F=800N.

8.13. O minge cu masa de **m=250g** loveşte perfect elastic cu viteza **v=10m/s** duşumeaua, sub unghiul **$\alpha=60^\circ$** față de verticală. Dacă impactul durează **Δt=1ms**, aflați forța medie.

R: F=2,5kN.

8.14. Asupra unui corp cu masa **m=0,1kg** acționează o forță variabilă ca în figură. Ce viteza va avea corpul după **4s**?

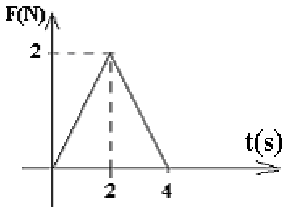

Fig. 8.14.

R: v=40m/s.

8.15. Asupra unui corp cu **m=2kg** acționează pe direcția şi în sensul mişcării o forță variabilă (vezi figura). Dacă viteza inițială este **v_0=4m/s**, care va fi viteza finală după **5s**?

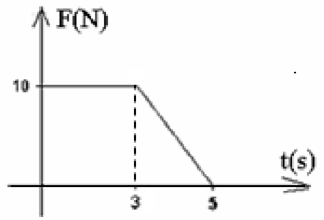

Figura 8.15.

R : v=24 $\frac{m}{s}$.

8.16. O forță variabilă după graficul din figură acționează asupra unui punct material. Care va fi variația impulsului punctului în cele **10s?**

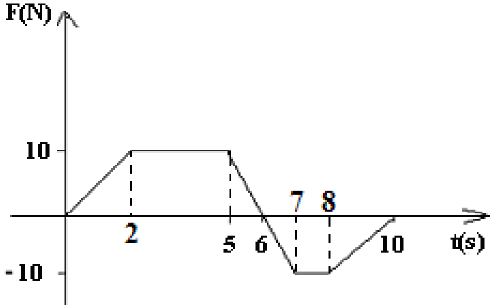

Fig. 8.16.

R: Δp=20Ns.

8.17. Un corp de masă **m=50g** este aruncat în sus în câmp gravitațional. Graficul descrie variația vitezei pe parcursul a **6s.** Aflați:

a) înălțimea maximă atinsă de corp după prima ciocnire;

b) variația impulsului la a doua ciocnire.

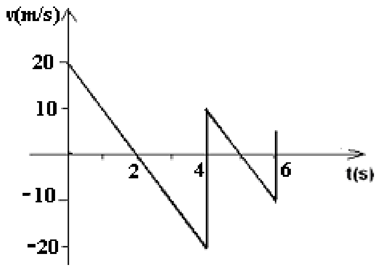

Figura 8.17.

R: a) h_{max}=5m; b) $(\Delta p)_2$=0,75Ns.

***

8.18. Un vagonet de masă **M** şi un om de masă **m** se deplasează cu viteza $\vec{v}_0$. Omul sare din vagonet cu viteza $v=3v_0/2$ față de Pământ în sensul de mers al vagonetului. Cu ce viteză se va deplasa vagonetul?

R: $v'=v_0(1-\frac{m}{2M})$.

8.19. Un cărucior cu masa **m=10kg** se deplasează cu viteza **v=3m/s.** Pe el se plasează, fără viteză inițială față de Pământ, un obiect astfel că viteza comună ajunge la **v'=2m/s.** Ce masă are obiectul?

R: m'=5kg.

8.20. Pe un vagon de masă $\mathbf{m_1=10t}$, care se deplasează cu viteza constantă $\mathbf{v_0=3m/s}$, fără frecare, se aşează un container de masă $\mathbf{m_2=20t}$. Calculați viteza finală.

R: 1m/s.

8.21. O barcă cu masa **M=90kg** aflată inițial în repaus are lungimea **l=10m**. Un om cu masa **m=60kg** se deplasează de la un capăt la celălalt cu viteza **v=3m/s** față de Pământ.

a) Ce viteză va avea barca față de Pământ?

b) Ce distanță va străbate barca în timpul cât omul ajunge la un capăt la celălalt?

R: a) v_b=2m/s; b) d=4m.

8.22. Un patinator cu masa $\mathbf{m_1=75kg}$, având un rucsac de masă $\mathbf{m_2=5kg}$, patinează cu viteza $\mathbf{v_1=3m/s}$. La un moment dat îşi aruncă rucsacul în sens opus mişcării cu viteza $\mathbf{v_2=12m/s}$ față de Pământ. Aflați:

a) viteza patinatorului după aruncarea rucsacului;

b) timpul până la oprire dacă coeficientul de frecare este $\boldsymbol{\mu}$**=0,02.**

R: a) v_1'=4m/s; b) Δt=20s.

8.23. O barcă, având masa totală $\mathbf{m_1=100kg}$, se deplasează cu viteza $\mathbf{v_1=2m/s}$. Calculați viteza bărcii, dacă se aruncă înapoi un corp de masă $\mathbf{m_2=20kg}$ cu o viteză $\mathbf{v_2=10m/s}$, în raport cu barca. Cu ce viteză trebuie aruncat acelaşi corp înainte pentru a opri barca?

R: v=4,8m/s; v'=8m/s.

8.24. Pe un cărucior cu masa **m=20kg** care se poate deplasa fără frecare pe un drum orizontal stă un om cu masa **M=60kg**. Inițial atât omul cât şi căruciorul se deplasează cu viteza **v=1m/s** față de Pământ. La un moment dat omul începe să alerge pe platforma căruciorului cu viteza **u=2m/s** față de acesta înspre înainte. Determinați:

a) viteza căruciorului;

b) lucrul mecanic efectuat de om.

R: a) v_c=0,5m/s; b) L=30j.

***

8.25. O bilă de lemn de masă **M=0,99kg** este lovită de un glonț cu masa **m=10g** şi viteza $\mathbf{v_0=200m/s}$. Ce viteză vor avea corpurile dacă glontele se opreşte în bilă?

R: v=2m/s.

8.26. Două corpuri de mase $\mathbf{m_1=3kg}$ şi $\mathbf{m_2=2kg}$ se mişcă în sensuri opuse şi se ciocnesc plastic, după care se opresc. Ce viteză $\mathbf{v_2}$ are corpul $\mathbf{m_2}$ dacă $\mathbf{v_1=4m/s}$**?**

R: v_2=6m/s.

8.27. Două corpuri cu masele $\mathbf{m_1=4kg}$ şi $\mathbf{m_2=2kg}$ se mişcă unul spre altul cu vitezele $\mathbf{v_1=4m/s}$ respectiv $\mathbf{v_2=2m/s}$**.** După ciocnire corpurile se mişcă împreună. Aflați:

a) viteza comună după ciocnire;

b) căldura degajată.

R: a) v'=2m/s; b) Q=24J.

8.28. Un corp cu masa $\mathbf{m_1=0,5kg}$ ce se deplasează cu $\mathbf{v_1=1m/s}$ este ciocnit plastic de un alt corp cu masa $\mathbf{m_2=1,5kg}$ şi $\mathbf{v_2=3m/s}$**.** Aflați căldura degajată dacă cele două corpuri se mişcă în acelaşi sens, respectiv sensuri opuse.

R: Q_1=0,75J; Q_2=3J.

8.29. Două corpuri cu masele $\mathbf{m_1=1kg}$ şi $\mathbf{m_2=2kg}$ se ciocnesc plastic venind unul spre altul cu aceeaşi viteză **v.** Căldura degajată este **12J.** Aflați **v.**

R: v=3m/s.

8.30. Două corpuri cu masele $\mathbf{m_1=20kg}$ respectiv $\mathbf{m_2=16kg}$ şi vitezele $\mathbf{v_1=4m/s}$, respectiv $\mathbf{v_2=5m/s}$**,** se ciocnesc plastic în plan orizontal sub unghiul $\boldsymbol{\alpha=90^o}$. Aflați:

a) viteza comună după ciocnire şi direcția ei;

b) căldura degajată.

R: a) v'=3,13m/s; β=45°;b) Q=182,2J.

8.31. Două corpuri de mase egale, **m=4kg** şi viteze egale, dar de sens opus, se ciocnesc inelastic. Dacă energia cinetică a mişcării lor relative are valoarea 100J, aflați:

a) căldura degajată în timpul ciocnirii;

b) vitezele lor înainte de ciocnire.

R: a) Q=100J; b) v_1=v_2=5m/s.

8.32. Un vagonet cu masa **m=1t**, aflat în repaus, este ciocnit plastic de un vagonet identic care se mişcă cu viteza **v=5m/s.** Forța de frecare fiind **F_f=200N,** aflați:

a) viteza vagonetelor după ciocnire;

b) spațiul parcurs până la oprire;

c) timpul până la oprire;

d) coeficientul de frecare.

R: a) v'=2,5m/s; b) S=31,25m; b) Δt=25s; d) μ=0,01.

8.33. Un corp cu masa **m_1=50g** cu viteza orizontală **v_0=10m/s** ciocneşte plastic un alt corp cu **m_2=200g** care este suspendat de un fir şi se găseşte în stare de repaus. Aflați:

a) viteza comună după ciocnire;

b) căldura degajată;

c) înălțimea la care urcă sistemul.

R: a) v=2m/s; b) Q=2J; c) h=0,2m.

8.34. Două corpuri de mişcă după legile $x_1(t)=10+2t$ şi $x_2(t)=-10+2t+t^2$. Aflați:

a) momentul întâlnirii corpurilor;

b) vitezele lor în acel moment;

c) căldura degajată dacă se ciocnesc plastic iar masele sunt egale **m_1=m_2=0,5kg.**

R: a) t=2s; b) v_1=2m/s; v_2=22m/s; c) Q=50J.

8.35. Un corp de masă **m_1=0,8kg,** legat de un fir de lungime **l=1,6m** este lansat în jos cu **v_0=2m/s** ca în figură.

a) Ce viteză va avea corpul **m_1** înainte de ciocnire cu corpul de masa **m_2=0,4kg;**

b) unghiul făcut de fir cu verticala când corpurile ajung la înălțimea maximă după ciocnirea lor plastică.

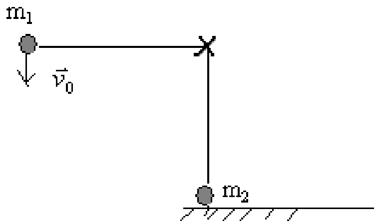

Figura 8.35.

R: a) v_1=6m/s; b) α=60^0.

8.36. Se lasă liber un corp cu **m_1=3kg** de la înălțimea **h=40m,** iar simultan se aruncă în sus de la sol cu viteza **v_{02}=20m/s,** un alt corp cu **m_2=1kg.** Se cere:

a) viteza comună după ciocnirea plastică;

b) căldura degajată;

c) înălțimea la care are loc ciocnirea.

R: a) v'=15m/s; b) Q=150J; c) h'=20m.

8.37. Un corp de masă **m_1=100g** este aruncat de la sol în sus cu **v_{01}=40m/s.** În acelaşi moment, de la înălțimea maximă la care ar ajunge primul, se lasă să cadă un alt corp de masă **m_2=60g.** Aflați:

a) înălțimea la care se întâlnesc corpurile;

b) viteza comună după ciocnirea plastică;

c) căldura degajată.

R: a) h'=60m; b) 5m/s; c) Q=30J.

8.38. Se lasă liber de la înălțimea **h=70m** un corp cu masa **m_1=5kg,** iar în acelaşi moment se aruncă în sus un corp cu masa **m_2=2kg.** Aflați:

a) vitezele corpurilor în momentul ciocnirii plastice, ştiind că, imediat după ciocnire, viteza comună este zero;

b) raportul energiilor cinetice imediat înainte de ciocnire;

c) căldura degajată.

R: a) $v_1=10\sqrt{2}$ m/s; $v_2=25\sqrt{2}$ m/s; b) $\frac{Ec_2}{Ec_1}=2,5$; c) Q=1750J.

8.39. Un corp de masă $\mathbf{m_1=2kg}$ este lansat pe o suprafață orizontală, cu viteza inițială de $\mathbf{v_1=10m/s}$. După parcurgerea distanței **d=5m,** se ciocneşte inelastic, cu viteza $\mathbf{v'_1=5m/s}$, de un alt corp de masă $\mathbf{m_2=3kg}$, aflat în repaus. Să se calculeze:

a) coeficientul de frecare dintre primul corp şi suprafața orizontală;

b) viteza lor după ciocnire;

c) distanța parcursă până la oprire dacă coeficientul de frecare rămâne acelaşi.

R: a) $\mu=0,75$; b) u=2m/s; c) d'=0,266m.

***

8.40. Un glonț pleacă din țeava armei cu **v=850m/s.** Masa glonțului fiind **m=9,6g,** masa armei **M=4,45kg,** aflați viteza de recul a armei.

R: v'=1,85m/s.

8.41. Un proiectil cu masa de **15kg** este lansat vertical în sus. În momentul în care viteza lui este **200m/s,** o explozie îl fragmentează în două bucăți. Fragmentul mai mare, cu masa de **10kg** începe să cadă înapoi cu viteza de **50m/s.** Ce viteză capătă celălalt fragment?

R: $v_1=700$m/s.

***

8.42. O bilă cu $\mathbf{m_1=2kg}$ şi viteza $\mathbf{v_1=3m/s}$ ciocneşte perfect elastic o altă bilă aflată în repaus, după care se opreşte. Aflați $\mathbf{m_2}$.

R: $m_2=2$kg.

8.43. O bilă cu $\mathbf{m_1=3kg}$ ciocneşte perfect elastic o altă bilă aflată în repaus. După ciocnire viteza primei bile scade la jumătate. Aflați masa m_2 a celeilalte bile.

R: $m_2=1$kg.

8.44. O bilă de masă $\mathbf{m_1=0,5kg}$ se ciocneşte elastic cu viteza $\mathbf{v_1=4m/s}$ de o altă bilă de masă $\mathbf{m_2=0,3kg}$, aflată în repaus. Se cere:

a) viteza bilelor după ciocnire;

b) condiția care ar trebui îndeplinită pentru ca prima bilă să se oprească după ciocnire.

R: a) v_1^{I}=1m/s, v_2^{I}=5m/s; b) $m_1=m_2$.

8.45. O bilă cu masa $\mathbf{m_2}$ se ciocneşte elastic, cu viteza $\mathbf{v_2}$, de o altă bilă cu masa $\mathbf{m_1}$, aflată în repaus. Care trebuie să fie raportul maselor lor, pentru ca ele să se îndepărteze, pe aceeaşi direcție, cu aceeaşi viteză?

R: $m_1/m_2=3$.

8.46. Un corp cu masa $\mathbf{m_1=1kg}$ şi viteza $\vec{v}_0$, se ciocneşte elastic cu un alt corp aflat în repaus, cu masa $\mathbf{m_2=2kg}$. După ciocnire corpul al doilea va avea viteza $\mathbf{v_2=12m/s}$ în acelaşi sens cu $\vec{v}_0$. Aflați

a) viteza inițială v_o;

b) viteza finală v_1.

R: a) v_o=18m/s; b) v_1=6m/s.

8.47. Două particule $\mathbf{m_1}$ şi $\mathbf{m_2=3m_1}$ se mişcă una spre alta cu vitezele v_1=20m/s respectiv $\mathbf{v_2=4m/s}$. Aflați:

a) viteza comună după ciocnirea plastică;

b) vitezele după ciocnirea perfect elastică.

R: a) v'=2m/s; b) v_1'=16m/s; v_2'=8m/s.

8.48. Un corp cu masa $\mathbf{m_1=2kg}$ se mişcă după legea $x(t)=-t^2+10t$. La momentul $\mathbf{t=3s}$ el ciocneşte elastic un alt corp $\mathbf{m_2=1,2kg}$, aflat în repaus. Aflați:

a) impulsul primului corp înainte de ciocnire;

b) energiile cinetice după ciocnire;

R: a) p_1=8kgm/s; b) Ec_1=1J; Ec_2=15J.

8.49. Două bile **A** şi **B**, de aceeaşi masă **m**, se ciocnesc perfect elastic în plan orizontal conform figurii. După ciocnire bila **B** se opreşte. Se cere:

a) raportul $\frac{v_2}{v_1}$;

b) raportul $\frac{v_1'}{v_1}$.

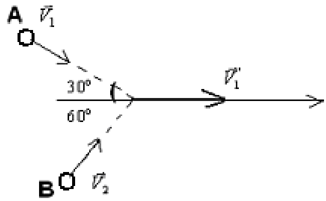

Figura 8.49.

R: a) $\frac{v_2}{v_1}=\frac{\sqrt{3}}{3}$;b) $\frac{v_1'}{v_1}=2\frac{\sqrt{3}}{3}$.

8.50. Două corpuri cu masele $\mathbf{m_1=0,1kg}$ şi respectiv $\mathbf{m_2=0,2kg}$, sunt suspendate de două fire de lungime **l=1,5m** fiecare. Corpul cu masa $\mathbf{m_1}$ este deplasat până când firul formează un unghi $\boldsymbol{\alpha_1=60^o}$ cu verticala. Lăsând liber, se ciocneşte cu celălalt corp. La ce înălțime se ridică corpurile dacă:

a) ciocnirea este inelastică;

b) ciocnirea este elastică?

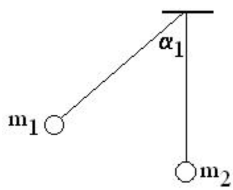

Fig. 8.50.

R: a) h=8,3cm; b) h_1=33, 2cm; h_2=8,3cm.

8.51. Un resort, având constanta elastică **k=100N/m**, este aşezat pe o suprafață orizontală. Un capăt al resortului se sprijină de un perete iar de celălalt capăt este fixat un corp cu masa $\mathbf{m_1=300g.}$ De acest corp se loveşte elastic un alt corp cu masa $\mathbf{m_2=100g,}$ cu viteza $\mathbf{v_2=5m/s.}$ Să se calculeze comprimarea resortului dacă:

a) se neglijează frecările dintre corpuri şi suprafaţă;
b) coeficientul de frecare este **μ=0,3.**

Fig. 8.51.

R: a) Δl=7,9cm; b) Δl'=6,8cm.

8.52. O bilă este lăsată liber de pe punctul superior al unui jgheab de forma unui semicilindru, cu raza de **R=0,8m.** Suprafaţa continuă în plan orizontal, pe care se află o altă bilă, aflată la distanţa **R.** Masa bilei mici este **m=0,5kg,** iar cea a celei mari **M=1,5kg.** Ce distanţă totală parcurge bila cea mică până la prima oprire, dacă ciocnirea dintre bile este perfect elastică?

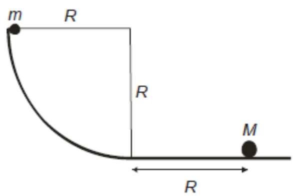

Fig. 8.52.

R: 3,64m.

8.53. Bilele suspendate de două fire de aceeaşi lungime, au masele **m_1=0,2kg** respectiv **m_2** (Fig. 8.62.). Iniţial, firele se află în poziţie verticală iar bilele se ating. Firul cu bila **m_1** este deviat până când bila se ridică la înălţimea **H,** după care se lasă liber. Se constată ca, după ciocnirea **perfect elastică** şi centrală, ambele bile se ridică la aceeaşi înălţime **h**.

a) Ce masă are cealaltă bilă?
b) Care este raportul h/H?

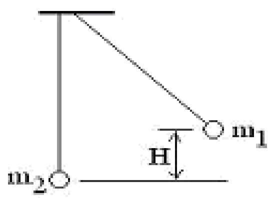

Fig. 8.53.

R: a) 0,6kg; b) 0,25.

8.54. Un corp cu masa $\mathbf{m_1=2kg}$ se mişcă cu viteza $\mathbf{v_1=3m/s}$ şi ciocneşte perfect elastic un perete cu masa **M** foarte mare ($M\rightarrow \infty$) care se deplasează în acelaşi sens cu $\mathbf{m_1}$**,** cu viteza $\mathbf{v_2=1m/s}$**.** Aflați:

a) forța de impact dacă durata ciocnirii este $\mathbf{\Delta t=10^{-3}s}$**;**

b) raportul vitezelor $\mathbf{v_1/v_2}$ înainte de ciocnire pentru ca să se oprească corpul $\mathbf{m_1}$**.**

R: a) F=8kN; b) $v_1/v_2=2$.

8.55. Distanța dintre doi pereți verticali, de înălțime **h=3m,** este **d=1,5m.** De pe marginea superioară a unui perete se aruncă orizontal o minge, cu viteza inițială $\mathbf{v_0=20m/s}$**.** De câte ori se loveşte mingea de pereți? Ce viteză va avea în momentul atingerii solului?

R: n=10; $v_c=7,7m/s$.

9. Statica

9.1. Dintr-un creion cu lungimea **l=10cm,** se taie o bucată de **2cm.** Calculați distanța cu care s-a deplasat centrul de greutate al creionului.

R: 1cm.

9.2. Pe un capăt al unui liniar de lungime **l=30cm** se aşează o radieră cu masa $\mathbf{m_1=10g}$ iar pe capătul celălalt un stilou cu masa $\mathbf{m_2=25g}$**.** În ce punct trebuie susținut liniarul pentru a-l menține în echilibru? Masa liniarului este $\mathbf{m_3=20g}$**.**

R: d=10,9cm, de la capătul cu stilou.

9.3. Sub un liniar de lungime **l=40cm** se aşează un creion în poziția de **„30cm”.** La capătul mai scurt al liniarului se aşează un penar de masă **200g.** Cu ce forță trebuie apăsat în jos capătul celălalt al liniarului pentru a-l menține în poziția orizontală? Masa liniarului este **20g.** R: 0,6N.

9.4. O barcă de lungime **l=4m** şi masă **m=40kg** se află în repaus pe apă. Cu cât se deplasează barca dacă un om cu masa **M=70kg** trece dintr-un capăt în celălalt al bărcii?

R: x=2,54m.

9.5. O scândură de lungime **l=6m** şi masă **m_1=24kg** este sprijinită la distanța **Δl=2m,** de un capăt. Ce masă are corpul care, aşezat pe capătul mai scurt, menține scândura în echilibru?

R: m_2=12kg.

9.6. O bară de lungime **l=4m** este sprijinită la un capăt, iar capătul celălalt este suspendat prin intermediul unui scripete fix. Dacă masa barei este **m_1=10kg,** ce masă trebuie să aibă corpul suspendat la capătul celălalt al firului? Cu cât trebuie mărită masa **m_2,** dacă pe bară se aşează un copil cu masa **m_3=30kg,** la distanța de **1m** de capătul sprijinit?

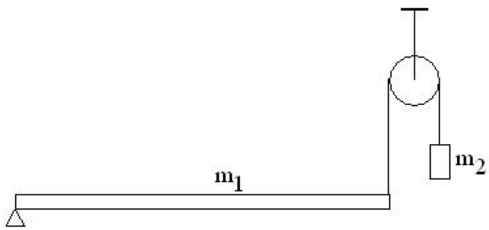

Fig. 9.6.

R: m_2=5kg; Δm=7,5kg.

9.7. La capetele unei bare de masă **m_1=5kg** şi lungimea **l=2m**, sunt suspendate două corpuri de mase **m_2=5kg** respectiv **m_3=15kg.** La ce distanță de un capăt trebuie suspendată bara pentru a o menține în poziția orizontală.

R: d_1=1,4m.

9.8. Un camion cu masa de **20t** trece pe un pod cu deschiderea de **25m,** cu viteză constantă. Să se determine:

a) dependența de timp a forțelor ce acționează asupra pilonilor;

b) forțele ce acționează asupra pilonilor când camionul se află la distanța de **15m** de capătul podului.

R: a) F_1=mg(1-vt/d); F_2=mgvt/d
b) $F_1=8\cdot10^4$N; $F_2=12\cdot10^4$N.

9.9. O balanță are lungimile brațelor inegale. Dacă corpul de cântărit se aşează pe un taler se obține o masă **m_1=3,6kg,** punându-l pe celălalt taler, se obține **m_2=3,9kg.** Calculați masa reală a corpului.

R: m=$\sqrt{m_1.m_2}$ =3,74kg.

9.10. O sfoară de lungime **l=2m** este fixată în poziție orizontală de cele două capete. Dacă de mijlocul ei se suspendă un corp cu masa de **m=2kg,** acest punct coboară cu **d=10cm.** Să se calculeze:

a) tensiunea din sfoară;
b) alungirea sforii şi constanta elastică.

R: a) T=100,45N; b) Δl=9mm; k=11,1kN/m.

9.11. Cu ce forța apasă corpul cu masa **m_1** suprafața orizontală în cazul următor? Se dau masele: **m_1=100kg, m_2=40kg.**

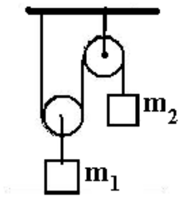

Fig. 9.11.
R: N=200N.

9.12. O grindă cu masa **m=100kg** este ridicată în poziție orizontală cu un sistem de scripeți. Cunoscând randamentul scripeților, **η_1=80%** respectiv **η_2=60%,** calculați forțele de tracțiune necesare.

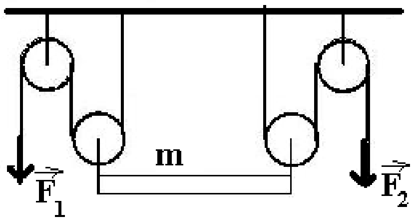

Fig. 9.12.

R: F_1=312,5N; F_2=416,6N.

9.13. Poziția centrului de greutate la o bară neomogenă se poate determina în felul următor: sprijinim bara, în poziția orizontală, de cele două capete. Apropiind cele două puncte de sprijin, se observă că bara alunecă alternativ pe cele două puncte până când se ajunge în dreptul centrului de greutate. Explicați cauzele acestei alunecări alternative. Metoda se poate încerca cu un baston ținut pe cele două degete arătătoare în poziția orizontală.

9.14. Dintr-o bucată de tablă de formă pătrată, cu latura **l=10cm,** se decupează un sfert conform desenului. Determinați poziția centrului de greutate al corpului obținut.

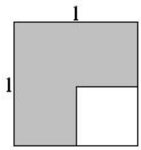

Fig. 9.14.

R: d=5,8cm de la colțul opus.

Optică
10. Reflexia luminii. Oglinzi.

10.1. Distanța Pământ–Soare este aproximativ **d=150·10⁶km**, iar viteza luminii este **c=3·10⁸m/s.** Aflați în cât timp ajunge lumina de la Soare la Pământ.

R: Δt=8 min şi 20 sec.

10.2. Steaua Alpha-Centauri se află la aproximativ 4 ani lumină de Pământ. Presupunând că la un moment dat nu mai transmite lumină spre noi, aflați cât timp o mai putem vedea din acel moment?

R: Δt=4 ani.

10.3. În fața unei surse punctiforme se aşează un disc opac cu raza **r=10cm,** la jumătatea distanței dintre sursă şi ecran. Aflați diametrul umbrei.

R: D=40cm.

10.4. O sursă de lumină punctiformă se află la distanța **L=2m** de perete. La ce distanță de sursă trebuie aşezat un disc cu diametrul **d=5cm** pentru ca umbra lui pe perete să aibă diametrul **D=2m?**

R: l=5cm.

10.5. O sursă punctiformă se află la o înălțime **H=8m** deasupra solului. Un elev se apropie de această sursă şi la un moment dat umbra lui devine egală cu înălțimea sa **(1,7 m).** Aflați la ce distanță se află elevul față de verticala sursei.

R: d=6,3m.

10.6. La ce înălțime se află un bec electric, dacă umbra unui copac înalt de **3m,** aflat la **8m** de stâlpul becului, este de 4m?

R: H=9m.

10.7. Diametrul mediu al Soarelui este $\mathbf{D_S=1{,}4\cdot10^6km}$, al Pământului $\mathbf{D_P=13800km}$ şi al Lunii $\mathbf{D_L=1760km}$. Dacă distanța medie dintre Pământ şi Soare este $\mathbf{R_P=149{,}5\cdot10^6km}$, raza traiectoriei Lunii $\mathbf{R_L=384{,}4\cdot10^3km}$, calculați durata unei eclipse totale respectiv parțiale de Lună!

R: $\Delta t=4{,}8h$

(În realitate durata este de aproximativ 3,5h, datorită refracției luminii prin atmosfera terestră şi din cauza traiectoriei ecliptice a Pământului şi a Lunii.)

10.8. În fața unei cutii negre de lungime **L=30**cm se află o lumânare aprinsă, la distanța **d=40cm** de orificiul cutiei. Flacăra lumânării măsoară **2cm**. Cum va fi imaginea flăcării pe peretele opus orificiului şi ce dimensiune va avea? Dar dacă se apropie lumânarea la $\mathbf{d'=20cm}$?

R: a) răsturnată mai mică $h_1=1{,}5cm$
b) răsturnată mai mare $h_2=3cm$.

***

10.9. Care este valoarea cea mai mare a unghiului dintre raza incidentă şi cea reflectată?

R: $\alpha=180^o$.

10.10. Unghiul dintre raza reflectată şi suprafața unei oglinzi plane este $\boldsymbol{\alpha=30^o}$. Aflați valoarea unghiului de incidență.

R: $i=60^o$.

10.11. În fața unei oglinzi plane circulare de rază **r=15cm,** se află o sursă punctiformă, la distanța **d=0,5m** pe axa optică principală. Aflați diametrul cercului luminos proiectat de oglindă pe un perete vertical aflat la **L=1,5m** de oglindă.

R: D=1,2m.

10.12. O rază de lumină orizontală reflectată într-o oglindă plană întâlneşte un ecran la înălțimea **h=50cm** față de punctul în care ar cădea pe ecran în lipsa oglinzii. Dacă distanța dintre punctul de incidență şi ecran este tot de **50cm**, aflați unghiul de incidență.

R: $67^{o}30^{'}$.

10.13. Două oglinzi plane formează un unghi **A=60°.** Determinați unghiul dintre raza incidentă şi reflectată de pe ambele oglinzi!

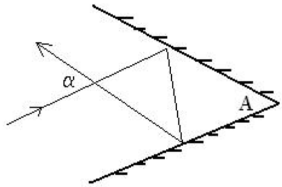

Fig. 10.13.

R: $\alpha=60^{o}$.

10.14. Două oglinzi formează un unghi diedru drept. Arătați că raza reflectată pe a doua oglindă este întotdeauna paralelă cu cea incidentă pe prima oglindă.

10.15. Două oglinzi formează unghiul diedru **α** între ele. Aflați acest unghi dacă raza reflectată pe a doua oglindă este perpendiculară pe cea incidentă.

R: $\alpha_1=45^{o}$sau $\alpha_2=135^{o}$.

10.16. Trei oglinzi plane sunt aşezate perpendicular una pe alta în forma literei U. O rază de lumină cade sub unghiul **$i=30^{o}$** pe una din oglinzi şi se reflectă pe rând pe fiecare. Aflați unghiul format dintre raza incidentă şi cea emergentă.

R: $\delta=2i=60^{o}$.

10.17. Pentru două oglinzi care formează un unghi diedru **α**, arătați că unghiul dintre raza incidentă şi cea reflectată pe a doua oglindă nu depinde de unghiul de incidență.

R: $\delta=2\alpha$ sau, $\delta=180-2\alpha$.

10.18. La rotirea unei oglinzi plane cu un unghi **β** în jurul unui ax care trece prin punctul de incidență şi este perpendicular pe planul format de raza incidentă şi normala la oglindă, raza reflectată se roteşte cu unghiul **α.** Calculați valoarea acestui unghi.

R: $\alpha=2\beta$.

10.19. Pe o oglindă plană cade o rază de lumină sub un unghi de incidență **$i=30°$** şi se reflectă spre un ecran cilindric, cu raza de **$R=2m$.** Calculați unghiul cu care se roteşte raza reflectată dacă oglinda se roteşte în jurul punctului de incidență cu unghiul **$\alpha=15°$!** Ce distanță parcurge spotul de lumină pe scală?

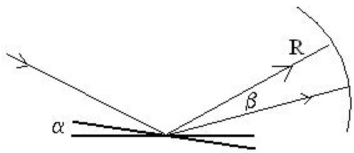

Fig. 10.19.

R: $\beta=30°$; $s=1{,}04m$.

10.20. Un obiect se află la distanța **$d=50cm$** în fața unei oglinzi plane. Aflați:

a) distanța dintre obiect şi imaginea sa;

b) Dacă obiectul se depărtează cu **15 cm** cu cât se va depărta imaginea de obiect?

R: a) $D=100cm$; b) $\Delta d=30cm$.

10.21. Un obiect se îndepărtează de o oglindă plană cu viteza **$v=0{,}5m/s$.** Cu ce viteză se va depărta imaginea față de obiect?

R: $v'=1m/s$.

10.22. Două oglinzi plane formează între ele unghiul diedru **$\alpha=120^o$**. Un obiect se află între oglinzi pe axa de simetrie, la egală distanță **d** de fiecare dintre ele.

a) Câte imagini se formează? Reprezentați grafic.

b) Aflați distanța dintre imagini.

R: a) 2 imagini; b) D=2d.

10.23. Două oglinzi formează unghiul diedru **α=120^o**. Distanțele dintre imaginile virtuale ale unei surse aflată pe axa de simetrie a sistemului este d. Dacă unghiul diedru se micşorează de **2 ori** cât devine distanța d' între primele imagini virtuale.

R: d'=2d.

10.24. Două oglinzi plane formează între ele unghiul diedru **α=90^o.** Un obiect se află între ele, la egală distanță de fiecare şi la 20cm de muchia comună. Aflați: numărul de imagini obținute şi distanțele dintre ele. (Construcția imaginilor)

R: 3 imagini; $d_1=d_3=20\sqrt{2}$ cm, d_2=40cm.

10.25. Două oglinzi plane formează unghiul diedru **α=60^o**. O rază de lumină cade sub unghiul de incidență **i_1=45^o** pe prima oglindă. Aflați:

a) unghiul de reflexie pe a doua oglindă;

b) unghiul dintre raza incidentă pe prima şi raza reflectată pe a doua oglindă (δ);

R: a) $r_2=15^\circ$; b) $\delta=60^\circ$.

10.26. Un om cu înălțimea **H=1,80m** are ochii la **h=1,60m**. El se priveşte într-o oglindă plană aflată pe un perete vertical în fața sa. Aflați:

a) înălțimea minimă a oglinzii;

b) distanța dintre podea şi latura ei inferioară, astfel încât omul să se vadă complet (în condițiile punctului a)).

R: a) h_1=90cm; b) h_2=80cm.

10.27. Razele care vin de la Soare, considerate paralele, se reflectă pe o oglindă plană orizontală şi cad pe un ecran vertical. Perpendicular pe oglindă, la distanța **d** de ecran se aşează un obiect subțire de înălțime **h**. Aflați imaginea acestuia pe ecranul vertical.

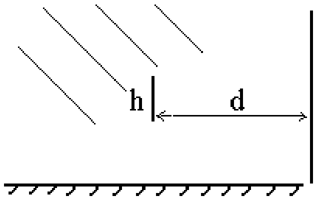

Fig. 10.27.

R: pt. d≥h.tgi, 2 imagini în prelungire (dreaptă şi răsturnată).

10.28. Mărirea transversală a unei oglinzi plane este **1.** Cum explicați faptul că desenând conturul imaginii feței noastre pe oglindă, de exemplu cu o bucată de săpun, acesta este mult mai mic?

***

10.29. Un obiect de **2cm** se află în fața unei oglinzi concave cu raza **R=-40cm** la **120cm** de aceasta. Aflați:

a) poziția imaginii;

b) înălțimea imaginii;

c) construiți grafic imaginea obiectului.

R: a) x_2=-24cm; b) y_2=-4mm.

10.30. O oglindă concavă are **R=-60cm**. Aflați distanța la care trebuie plasat un obiect care are înălțimea **y_1=1cm** pentru a obține imaginea la **x_2=2R**. Care este mărimea imaginii? Construiți grafic imaginea obiectului.

R: x_1=-40cm; y_2=-3cm.

10.31. În fața unei oglinzi concave de raza **R=-1m** se află un obiect cu **y_1=2cm** la distanța de **40cm**. Aflați poziția imaginii, mărimea imaginii şi mărirea transversală. Construiți grafic imaginea obiectului.

R: x_2=2m; y_2=10cm; β=5.

10.32. Imaginea unui obiect cu $\mathbf{y_1=4cm}$ se formează pe un ecran aflat la **60cm** de o oglindă concavă cu distanța focală **40cm**. Unde trebuie plasat obiectul față de oglindă? Care este mărimea imaginii? Construiți grafic imaginea obiectului.

R: $x_1=-120cm$; $y_2=-2cm$.

10.33. În fața unei oglinzi concave cu raza de curbură **R=-50cm** se află un obiect la distanța $\mathbf{x_1=-75cm}$. Să se determine:

a) mersul razelor de lumină;

b) poziția imaginii.

c) Cu cât se deplasează imaginea dacă obiectul se apropie de oglindă cu $\mathbf{\Delta x=25cm}$?

R: b) $x_2=-37,5cm$; c) $\Delta x_2=12,5cm$.

10.34. O oglindă concavă are distanța focală de **48cm**. Pe un ecran aflat la **1,2m** de oglindă, se formează imaginea unui obiect. La ce distanță se află obiectul de oglindă?

R: $x_1=-80cm$.

10.35. Un obiect se află în centrul de curbură a unei oglinzi concave. Unde se formează imaginea?

R: tot în centrul de curbură.

10.36. Un obiect de înălțime $\mathbf{y_1=2cm}$ se află în fața unei oglinzi concave la distanța $\mathbf{x_1=-10cm}$. Ştiind că înălțimea imaginii reale este $\mathbf{y_2=-8cm}$, determinați poziția imaginii față de oglindă şi raza de curbură a oglinzii.

R: $x_2=-40cm$; $R=-16cm$.

10.37. Raza de curbură a unei oglinzi concave este **50cm.** Unde trebuie aşezat un obiect plan, perpendicular pe axa optică, pentru ca imaginea lui să se formeze în acelaşi plan? Se poate obține suprapunerea perfectă a imaginii peste obiect?

R: $x_1=x_2=R$
(Imaginea răsturnată se poate suprapune peste obiectul drept dacă axul optic principal trece prin centrul obiectului)

10.38. Un obiect de **3cm** are imaginea reală de **-6cm** într-o oglindă sferică. Distanța dintre obiect şi imagine este **30cm**. Aflați:
a) poziția obiectului şi a imaginii față de oglindă;
b) distanța focală.

R: a) x_1=-30cm; x=-60cm; b) f=-20cm.

10.39. O oglindă concavă din trusa de machiaj are raza **R=-30cm**. Dacă fața persoanei se află la **10cm** de oglindă, de câte ori măreşte aceasta?

R: $\beta=3$.

10.40. Un obiect este plasat la ***3f*** în fața unei oglinzi concave. Unde se formează imaginea?

R: $x_2=3f/2$.

10.41. Imaginea unui punct luminos într-o oglindă concavă de rază **R=-40cm** se formează în acelaşi loc cu obiectul. Care este distanța dintre obiect şi oglindă?

R: d=40cm.

10.42. Imaginea unui obiect se formează în aceeaşi poziție cu obiectul. Ce mărire transversală dă această oglindă sferică?

R: $\beta=-1$.

10.43. Un obiect cu $\mathbf{y_1=5cm}$ se află la **10cm** în fața unei oglinzi convexe cu raza de **30cm.** Determinați poziția imaginii, mărimea acesteia şi distanța obiect-imagine. Construiți grafic imaginea obiectului.

R: x_2=6cm; y_2=3cm; d=16cm.

10.44. Un obiect cu înălțimea de **3cm** se află la **30cm** de o oglindă convexă cu distanța focală de **20cm**. Unde se formează imaginea şi care este mărimea ei? Construiți grafic imaginea obiectului.

R: x_2=12cm; y_2=1,2cm.

10.45. Un obiect cu înălțimea de **5cm** este aşezat la **9cm** de o oglindă convexă care are **R=12cm**. Determinați poziția imaginii, mărimea ei şi distanța la care se formează față de obiect. Construiți grafic imaginea obiectului.

R: x_2=3,6cm; y_2=2cm; d=12,6cm.

10.46. La ce distanță se află un obiect de o oglindă convexă, dacă imaginea sa se formează la **20cm** de aceasta, iar raza oglinzii este **R=50cm**?

R: x_1=-100cm.

10.47. Raza de curbură a unei oglinzi convexe este **R=30cm.** La ce distanță se găseşte un obiect dacă imaginea lui se vede la **10cm** de oglindă? De câte ori este mai mare obiectul decât imaginea lui?

R: x_1=-30cm; de 3 ori.

10.48. Un camion aflat la **12m** de oglinda retrovizoare a unui autoturism are imaginea în înălțime **h=10cm**. Ce înălțime are camionul în realitate? Se cunoaşte: **R=1,2m.**

R: 2,1m.

10.49. O oglindă sferică are **R=-50cm**. Care este distanța focală? Dar dacă se introduce oglinda în apă **(n=3/4)?**

R: f_1=-25cm=f_2.

***

10.50. Care este mărirea liniară transversală a unei oglinzi plane, respectiv relația între coordonatele imaginii şi a obiectului?

R: β=1; x_1=-x_2.

10.51. O oglindă formează o imagine virtuală **mărită de 2 ori** pentru un obiect aflat la **60cm** de ea. Aflați raza de curbură a oglinzii.

R: R=-240cm.

10.52. O oglindă concavă cu raza de **1m** formează o imagine reală mărită de **2 ori** a unui obiect. Aflați distanța dintre obiect şi imaginea sa.

R: d=75cm.

10.53. Imaginea reală a unui obiect este egală cu acesta, când obiectul se află la **30cm** în fața oglinzii. Aflați distanța focală.

R: f=-15cm.

10.54. O oglindă concavă cu distanța focală **f** formează o imagine reală, răsturnată şi de două ori mai mare decât obiectul. Aflați poziția obiectului.

R: x_1=3f/2.

10.55. Ce oglindă folosim şi care va fi raza de curbură a ei pentru a ne vedea fața de **2 ori mai mare** când este la **40 cm** în fața noastră?

R: concavă, R=-160cm.

10.56. O oglindă sferică cu raza de **6cm** poate forma imagini de **5 ori mai mari** ca obiectul (reale respectiv virtuale). Aflați pozițiile obiectului.

R: x_1=-3,6cm; x_1'=-2,4cm.

10.57. Distanța dintre un obiect şi imaginea sa reală, de două ori mai mică, într-o oglindă sferică este de **10cm**. Aflați unde e plasat obiectul față de oglindă.

R: x_1=-20cm.

10.58. O oglindă concavă formează o imagine reală de **3 ori**

mai mare decât obiectul. Aflați distanța dintre obiect şi imagine dacă aceastǎ se formează la **90cm** de oglindă.

R: d=60cm.

10.59. O oglindă concavă cu **R=-1m** dă o imagine reală **mărită de 2 ori**. Aflați:

a) poziția imaginii față de oglindă;

b) cu cât se deplasează imaginea dacă obiectul se depărtează cu **15cm**.

R: a) x_2=-150cm; b) Δd=37,5cm (se apropie).

10.60. Un obiect se află la **90cm** de o oglindă concavă. Imaginea sa este de **2ori mai mică** decât obiectul. Aflați:

a) distanța focală;

b) β' dacă distanța obiect–oglindă se măreşte cu **33%.**

R: a) f=-30cm; b) β'=-1/3.

10.61. O oglindă concavă formează o imagine reală, micşorată de **2ori**, respectiv de **4 ori** pentru două poziții ale obiectului între care distanța este de **10cm**. Aflați distanța focală.

R: f=-5cm.

10.62. O oglindă convexă are raza de curbură de **20cm**. Un obiect de înălțime **10cm** are imaginea înaltă de **4cm**. Aflați:

a) distanța obiect-oglindă.

b) Cu cât s-a deplasat obiectul dacă imaginea sa a crescut cu **1cm?**

R: a) x_1=-15cm; b) Δx=5cm (se apropie).

10.63. Un ecran se află la **60cm** de obiect. O oglindă cu distanța focală **40cm** proiectează imaginea acestuia pe ecran. La ce distanță trebuie plasată oglinda de ecran?

R: d=60cm sau d'=120cm.

10.64. Distanța dintre un obiect şi imaginea sa într-o oglindă convexă este egală cu distanța focală a acesteia. Aflați mărirea transversală.

R: β=0,62.

10.65. Două oglinzi convexe au distanțele focale $\mathbf{f_1<f_2}$. Ce relație există între măririle lor pentru un obiect situat la aceeaşi distanța de fiecare din ele.

R: $\beta_1<\beta_2$.

10.66. Două oglinzi sferice, una concavă cu raza de **10cm,** şi cealaltă convexă, cu raza de **50cm,** se află pe acelaşi ax optic la **50cm** una de alta. La jumătatea distanței dintre oglinzi se poziționează un obiect. Aflați

a) distanța dintre primele imagini ale obiectului, formate de cele 2 oglinzi;

b) măririle transversale date de oglinzi.

R: a) Δx=56,25cm; b) β_1=-1/4; β_2=1/2.

10.67. O oglindă concavă are raza de **80cm**. În fața ei, la **50cm** se află o sursă punctiformă pe axul optic principal. La ce distanță de oglinda concavă trebuie aşezată o oglindă plană, perpendiculară pe axul optic pentru a reflecta razele înapoi în sursă.

R: d=125cm.

10.68. Două raze paralele între ele şi cu axul optic al unei oglinzi concave cu **R=-50cm** se reflectă şi intersectează axul optic principal. Aflați distanța între punctele de intersecție dacă razele sunt la **2mm** respectiv **4mm** de ax.

R: d=0,006mm≈0m.

11. Refracția luminii. Prisme.

11.1. De ce nu se observă cioburile de sticlă transparentă în apă?

11.2. Aerul uscat este complet transparent. Dacă ne uităm însă deasupra asfaltului încălzit la obiectele îndepărtate, conturul lor vibrează iar pe jos se poate observa a umbră slabă tremurătoare. Cum se explică acest fenomen?

11.3. O rază de lumină parcurge distanța $\mathbf{d_1=100cm}$ într-un mediu cu $\mathbf{n_1=1,5}$ în intervalul de timp $\mathbf{\Delta t}$. În acelaşi interval parcurge o distanță $\mathbf{d_2=150cm}$ într-un alt mediu transparent. Aflați $\mathbf{n_2}$.

R: $n_2=1$.

11.4. O rază de lumină parcurge succesiv câte **d=3m** în vid, apă, respectiv sticlă. Care este timpul total?

R: $\Delta t=38,33ns$.

11.5. O rază de lumină cade sub unghiul $\mathbf{i=30^o}$ pe suprafața de separare dintre două medii cu indicii de refracție $\mathbf{n_1=2}$ şi $\mathbf{n_2=}\sqrt{2}$ **.**

Aflați unghiul dintre raza refractată şi reflectată.

R: $\alpha=105^o$.

11.6. La trecerea din aer într-un mediu cu $\mathbf{n=}\sqrt{3}$ raza refractată este perpendiculară pe cea reflectată. Cât este unghiul de incidență?

R: $i=60^o$.

11.7. O rază de lumină cade sub $\mathbf{i=30^o}$ pe suprafața de separare a două medii cu $\mathbf{n_1=2,4}$ respectiv $\mathbf{n_2}$ necunoscut. Dacă razele reflectată şi refractată sunt perpendiculare aflați $\mathbf{n_2}$.

R: $n_2=1,387$.

11.8. Un fascicul luminos cade pe suprafața plană a unui mediu transparent cu **n=1,5**. Ce valoare are unghiul de incidență dacă fascicolul refractat este perpendicular pe cel reflectat?

R: tgi=1,5; ($i=56^o20'$).

11.9. O rază de lumină cade sub unghiul **$\alpha=30^o$** față de suprafața unui lichid şi este deviată cu **15^o**. Aflați n_{lichid}.

R: n=1,22.

11.10. Un fascicul conic, cu deschiderea unghiulară **2i** produce un cerc luminos pe masă. Aşezând pe cercul de lumină un disc de sticlă **(R<h),** se constată că pata de lumină se restrânge, iluminând doar suprafața inferioară a discului. Să se calculeze raza acestuia. Se dau: i=45°, h=25cm, d=5cm, n=1,5.

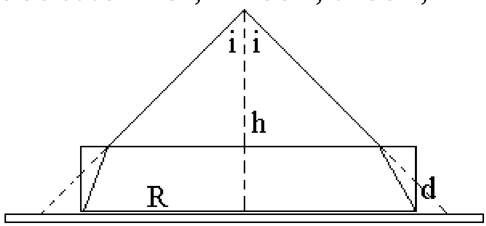

Fig. 11.10.

R: R=22,6cm.

11.11. Aflați unghiul de refracție **r** în figura următoare .

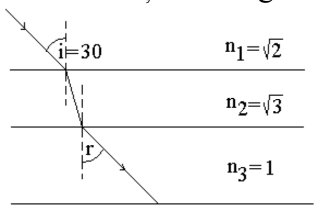

Figura 11.11.

R: $r=45^\circ$.

11.12. O placă de sticlă **(n=1,52)** este mărginită, sus de aer iar jos de o soluție de lichid cu **n=1,41**. Un fascicul de lumină cade sub **i=45^o** pe sticlă venind din aer. Ce unghi de refracție va forma fasciculul în lichid?

R: r'=30°.

11.13. O rază de lumină cade pe suprafața unei sfere de sticlă **(n=$\sqrt{3}$)** sub unghiul de **60^o** ca în figură. Aflați unghiul **α.**

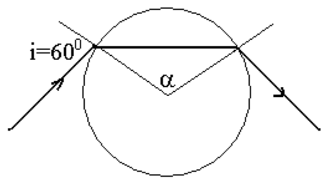

Figura 11.13.

R: α=120^o.

11.14. O rază de lumină se propagă într-un mediu cu **n_1=**$\sqrt{3}$ şi pătrunde într-o bulă de aer de formă sferică sub un unghiu de incidență de **30^o**. Aflați:

a) unghiul de emergență;

b) unghiul dintre raza incidentă şi cea emergentă.

R: a) i'=30^o; b) α=120^o.

11.15. Un fascicul paralel este incident pe suprafața apei **(n=4/3)** venind din aer sub unghiul de **30^o**. Dacă lărgimea fasciculului în apă este **6,43cm**, aflați lărgimea lui în aer.

R: Δx=6cm.

11.16. Un fascicul paralel de lumină care are lărgimea **d = 5cm** în aer este incident sub un unghi **i = 60°** pe suprafața apei. Calculați lărgimea fascicolului în apă (n=4/3).

R: d'=7,6cm.

***

11.17. Pe fundul unui vas de înălțime **h=1,2m** plin cu un lichid cu **n=5/4,** se află o sursă de lumină. Pe suprafața lichidului pluteşte un disc opac. Ce rază minimă trebuie să aibă discul pentru ca lumina să nu iasă din lichid?

R: r_{min}=1,6m.

11.18. O rază de lumină se propagă într-un mediu cu **n=2** şi ajunge la suprafața de separare cu aerul sub unghiul **i=60°**.Cu cât va fi deviată raza refractată?

R: nu se refractă.

11.19. O sursă punctiformă de lumină se află pe una din fețele unei lame de sticlă care are indicele de refracție **n=1,5**. Care este grosimea lamei dacă discul luminos pe fața opusă are raza **R=20cm**.

R: d=22,4cm.

11.20. Peste apa dintr-un pahar **(n=4/3)** se aşează o placă de sticlă **(n=3/2).** O rază de lumină care vine din aer şi se refractă în sticlă poate suferi reflexie totală la intrarea în apă? Argumentați răspunsul.

R: nu.

11.21. Un bloc de sticlă are indicele de refracție $n=\sqrt{2}$. Un fascicul de lumină paralel vine din sticlă la suprafața de separare cu aerul. Care este domeniul de variație a unghiului de incidență pentru ca fasciculul să nu fie reflectat total?

R: $0<i\leq 45^0$.

11.22. O fibră optică are miezul din material cu $\mathbf{n_1=1,5}$, iar învelişul din material cu $\mathbf{n_2=\sqrt{2}}$ **.** O rază de lumină provenită din aer cade pe miezul fibrei sub unghiul de incidență **i.** Aflați valoarea maximă a acestui unghi pentru care lumina se propagă prin fibră (prin reflexie totală).

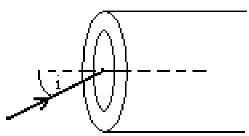

Fig. 11.22.

R: $i_{max}=30^o$.

***

11.23. Un om priveşte o piatră pe fundul unui bazin plin cu apă **($n_{apă}$=4/3).** Adâncimea bazinului este de **2m**. Cu cât pare mai ridicată piatra față de fundul bazinului când este privită sub incidența normală (sini≈tgi).

R: Δ h=0,5m.

11.24. Pe fundul unei piscine se află o piatră. Un copil vrea să o mişte cu un baston pe care îl introduce în apă **(*n*=4/3)** sub unghiul de **45^o.**Adâncimea apei este de **40cm**. La ce depărtare de piatră atinge bastonul fundul piscinei?

R: Δx=15cm.

11.25. Se scufundă o riglă gradată în apă limpede **(n=4/3).** Observatorul priveşte rigla pe direcție normală (sini≈tgi). Aflați raportul dintre diviziunile milimetrice d_{apa}/d_{aer}!

R: $\frac{d_{apa}}{d_{aer}} = \frac{3}{4}$.

11.26. Într-un vas paralelipipedic transparent se află apă. Dacă în apă se aruncă o monedă, cu ajutorul unui liniar ținut în afara vasului putem estima adâncimea aparentă la care se găseşte moneda: **h_1=4cm.** Dacă se introduce liniarul în apă, se măsoară o adâncime **h_2=5,5cm.** Calculați indicele de refracție al apei.

R: $n=h_2/h_1$=1,375.

11.27. Un scafandru aflat în apă **(n=4/3)** priveşte o pasăre care zboară la înălțimea **h=10m** deasupra apei. Când sunt pe aceeaşi verticală, la ce înălțime vede scafandrul pasărea?

R: $h' = \frac{40}{3}$ m.

11.28. Un bec este suspendat la **h=3m** deasupra apei dintr-un bazin**.** Un înotător aflat sub apă pe aceeaşi verticală cu becul observă imaginea acestuia. Care este distanța dintre imaginea becului şi poziția lui reală?

R: Δh=1m (mai sus).

11.29. Care va fi viteza unui avion măsurată dintr-un submarin aflat sub apă (**$n_{apă}$=4/3**) pe aceeaşi verticală cu avionul. Se presupune că adâncimea la care se găseşte submarinul este foarte mică, neglijabilă în raport cu altitudinea avionului. Viteza reală a avionului este **v=600km/h**.

R: $v_{aparent}$=800km/h.

11.30. O rază de lumină se propagă în aer şi cade sub **i=45^o** pe suprafața gheții unui lac. Unghiul de refracție este **r=30^o**. În gheață, la **20cm** se află un peştişor. Care este adâncimea aparentă la care a fost înghețat acesta dacă e privit sub incidența normală?

R: h'=14,1cm.

11.31. Pe fundul unui vas ce conține apă până la o înălțime **h** se află o oglindă plană. La distanța **d** deasupra apei se află o sursă de lumină. Aflați distanța dintre sursă şi imaginea sa (sini≈tgi).

R: D=2**d**+2h/n.

***

11.32. Pe o lamă de sticlă de grosime **e=1cm** şi indicele de refracție **n=5/3** cade o rază de lumină sub un unghi de incidență **i=60°.** Se cere:

a) deplasarea razei emergente față de direcția inițială;

b) distanța dintre punctul de incidență şi punctul de emergență al razei reflectate pe a doua față (AC).

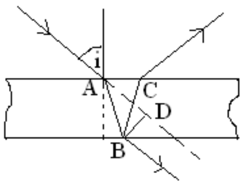

Fig. 11.32.

R: a) BD=0,56cm; AC=1,21cm.

11.33. Se consideră două plăci de sticlă cu fețele plan-paralele aflate în aer, inițial lipite, apoi se distanțează rămânând paralele. Cum variază deplasarea dintre raza emergentă şi cea incidentă, la modificarea distanței dintre plăci?

R: $\Delta=\Delta_1+\Delta_2$=ct!

11.34. O lamă cu fețele plan-paralele de grosime **d=6mm** şi indice **n=3/2** este intercalată între un observator şi un obiect. Când observatorul priveşte pe direcție normală, care va fi apropierea aparentă a obiectului?

R: $\Delta x=d(1-\frac{1}{n})$=2mm.

11.35. O rază de lumină cade sub incidența **i=45°** pe o lamă cu fețe plan paralel cu **n=**$\sqrt{2}$ şi de grosime **d=3cm**. Aflați deplasarea razei emergente față de cea incidentă. Se dă **sin15°≈0,258**.

R: $\Delta x\approx$8,9mm.

11.36. Un observator priveşte normal printr-o placă de sticlă **(n=1,5)** de grosime **l=60cm** o sursă luminoasă punctiformă, aflată la **d=2m** de ochiul său. Aflați distanța aparentă dintre sursă şi ochiul observatorului dacă sursa este lipită de fața opusă a plăcii.

R: $d_{ap.}$=1,8m.

11.37. În fața unei lame cu fețe plan-paralele se află un obiect. Care este distanța dintre obiect şi imaginea sa dacă lama are grosimea **d=3cm** şi **n=1,5**?

R: Δx =1cm.

11.38. În cât timp iese o rază de lumină dintr-o lamă groasă de **10**$\sqrt{2}$ **cm** cu n=1,5 când unghiul de incidență este i**=30°**?

R: Δt=0,75ns.

11.39. Un fascicul luminos se propagă în aer şi se refractă pe mai multe lame cu feţe plan-paralele. Demonstraţi că direcţia razei emergente depinde doar de unghiul de incidenţă şi de indicele ultimului mediu.

R: $\sin i_{final}=\dfrac{\sin i}{n_{final}}$.

11.40. Se poate produce reflexie totală pe suprafaţa unei lame plan-paralele?

11.41. Cum se poate determina indicele de refracţie a unui lichid aflat într-un vas transparent de formă paralelipipedică?

***

11.42. O rază de lumină cade normal pe o faţă a prismei cu unghiul **A=30⁰** şi emerge, fiind deviată cu **δ=30°**. Aflaţi **n**.

R: $n=\sqrt{3}$.

11.43. O prismă cu unghiul de **45°** are indicele de refracţie **1,5.** Pentru ce unghi de incidenţă direcţia razei emergente va fi perpendiculară pe faţa **AB?**

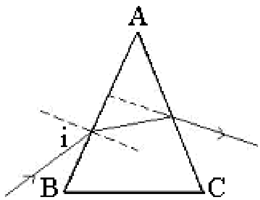

Fig. 11.43.

R: i=25°50’.

11.44. O rază de lumină cade perpendicular pe o faţă a unei prisme şi iese prin cealaltă faţă, deviată cu unghiul $\delta=60^0$. Aflaţi unghiul prismei dacă materialul din care este făcută are indicele de refracţie **n=2**.

R: $A=30^0$.

11.45. O prismă cu **n=** $\sqrt{3}$ are unghiul de deviație minim egal cu unghiul de refringență. Aflați valoarea acestui unghi (sin2α=2sinαcosα).

R: A=60°.

11.46. Care este indicele de refracție al unei prisme optice dacă deviația minimă este egală cu jumătate din unghiul prismei (**A=60°**).

R: n= $\sqrt{2}$.

11.47. Secțiunea unei prisme este un triunghi isoscel dreptunghic. O rază de lumină cade perpendicular pe una din fețele egale ale prismei. Aflați indicele de refracție minim pentru care se produce reflexia totală.

R: n> $\sqrt{2}$.

11.48. Secțiunea unei prisme este un triunghi echilateral. Unghiul de incidență este egal cu cel de emergență având valoarea de **45⁰**. Aflați indicele de refracție al materialului prismei.

R: *n*= $\sqrt{2}$.

11.49. Trei prisme echilaterale sunt aşezate ca în figură. Indicele de refracție al prismelor este **n=** $\sqrt{2}$ **.** Aflați unghiul de incidență pentru deviația minimă.

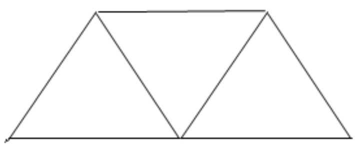

Figura 11.49.

R: i=45°.

11.50. În prisma optică din figură o rază de lumină pătrunde perpendicular pe faţa BC, se reflectă succesiv pe DA şi AB, ieşind prin CD. Aflaţi unghiul dintre raza incidentă şi cea emergentă.

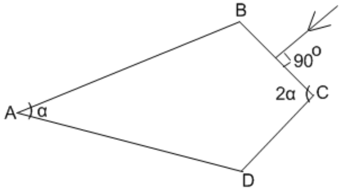

Figura 11.50.

R: $\delta=2\alpha$.

11.51. Se consideră prisma cu reflexie totală din figură cu **n=3/2** aflată în aer. Ce se întâmplă cu raza de lumină dacă prisma se introduce în apă(**n=4/3)?**

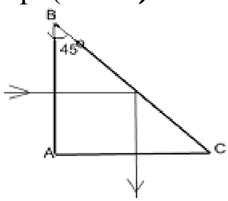

Figura 11.51.

R: se refractă pe BC ($r=52^\circ 30'$).

11.52. O prismă de diamant **(n_2=2,43)** se află într-un lichid cu indicele **n_1** (vezi figura). Ştiind că raza refractată este perpendiculară pe cea reflectată aflaţi **n_1**.

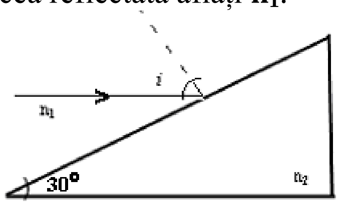

Figura 11.52.

R: $n_1=1,4$.

11.53. O prismă cu unghiul diedru de **60**° are unghiul de deviație minimă de **35°.** Ce valoare va avea acest unghi dacă prisma este scufundată în apă?

R: 7°.

10.54. Dacă se studiază de aproape imaginea formată de o oglindă obişnuită, se observă o dublare a conturului imaginii. Care este explicația? Ce fel de oglinzi se folosesc în instrumentele optice?

12. Lentile

12.1. Cum se poate aprinde focul cu o bucată de gheață?

12.2. Ce dispozitive optice simple trebuie aşezate în următoarele cutii pentru a obține mersul razelor date pe desene?

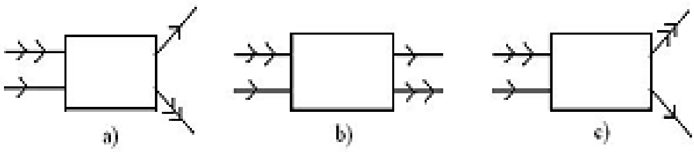

Fig. 10.2.

12.3. Imaginea unui obiect cu $\mathbf{y_1=3cm}$ aflat la o distanța de **30cm** de o lentilă subțire cu **f=+20cm**, se formează pe un ecran.

a) Determinați distanța de la lentilă la ecran.

b) Calculați distanța dintre obiect şi imaginea sa prin lentilă.

c) Calculați mărimea imaginii.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

R: a) x_2=60cm; b) d=90cm; c) y_2=6cm.

12.4. În fața unei lentile convergente cu **$f=+25cm$** se aşează, perpendicular pe axa optică principală, un obiect de înălțime **$y_1=4cm$**. Poziția obiectului este dată de coordonata acestuia față de lentilă, **$x_1=-50cm$**.

a) Determinați distanța dintre lentilă şi imaginea obiectului.

b) Determinați valoarea măririi liniare transversale **β**.

c) Calculați înălțimea imaginii obiectului.

d) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

R: a) $x_2=50cm$; b) $\beta=-1$; c) $y_2=-4cm$.

12.5. La distanța de **8cm** în fața unei lentile având **$f=+16cm$** se aşează, perpendicular pe axa optică principală, un obiect de înălțime **$y_1=2cm$**.

a) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

b) Determinați distanța dintre lentilă şi imaginea formată.

c) Calculați înălțimea imaginii.

d) Determinați mărirea liniară transversală.

R: b) $x_2=-16cm$; c) $y_2=+4cm$;e) $\beta=2$.

12.6. Imaginea virtuală a unui obiect liniar, plasat perpendicular pe axa optică principală a unei lentile convergente având distanța focală **$f=25cm$**, se formează la distanța de **75cm** de lentilă. Înălțimea obiectului este **$y_1=1cm$**.

a) Determinați distanța dintre obiect şi lentilă.

b) Calculați înălțimea imaginii.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

R: a) $x_1=-18,75cm$; b) $y_2=4cm$.

12.7. O lentilă convergentă formează imaginea reală a unui obiect liniar plasat în fața ei, perpendicular pe axa optică principală. Distanța focală a lentilei este **f=20cm** iar obiectul se află la **0,6m** în fața lentilei.

a) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

b) Calculați coordonata imaginii față de lentilă.

c) Determinați raportul dintre înălțimea imaginii şi cea a obiectului dacă acesta este adus la **0,1m** în fața lentilei.

R: b) x_2=30cm; c) β'=2.

12.8. În fața unei lentile convergente cu distanța focală de **6cm** se găseşte un obiect cu înălțimea de **2cm** la distanța de **4cm** față de lentilă.

a) Calculați coordonata imaginii față de lentilă.

b) Determinați mărimea imaginii.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

R: a) x_2=-12cm; b) y_2=6cm.

12.9. În fața unei lentile divergente cu distanța focală de **8cm** se găseşte un obiect cu înălțimea de **6cm** la distanța de **12cm** față de lentilă.

a) Calculați coordonata imaginii față de lentilă.

b) Determinați mărimea imaginii.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

R: a) x_2=-4,8cm; b) y_2=2,4cm.

12.10. O lentilă divergentă formează o imagine virtuală a unui obiect care se vede la **36cm** de lentilă. Distanța focală a lentilei fiind **40cm,** să se determine:

a) distanța dintre obiect şi imagine;

b) mărirea liniară.

R: a) d=3,24m; b) β=0,1.

12.11. Distanța focală a unei lentile convergente este **10cm.** La ce distanță de lentilă trebuie aşezat un obiect cu înălțimea de **2cm** pentru ca imaginea proiectată pe un ecran să aibă mărimea de **20cm?**

R: x_1=-11cm.

12.12. Distanța dintre un obiect şi ecran este **d_1=1,5m.** O lentilă convergentă formează o imagine înaltă de **y_2=20cm** a obiectului. Dacă ecranul se îndepărtează la **d_2=2m,** înălțimea imaginii creşte la **y_2'=30cm.** Calculați distanța focală a lentilei şi înălțimea obiectului!

R: f=21,3cm; y_1=4,14cm.

12.13. Cu ajutorul unei lentile convergente cu distanța focală **f=36cm** se obține pe un ecran aflat la distanța **D** de obiect, o imagine înaltă de **1cm.** Dacă se apropie lentila de obiect, o nouă imagine clară va avea înălțimea de **81cm.** Calculați distanța **D** dintre obiect şi ecran. Pentru ce distanță minimă **D_m** dintre obiect şi ecran se poate obține încă imagine clară pe ecran?

R: D=4m; D_m=4f=144cm.

12.14. În fața unei lentile cu distanța focală **f=50cm** se deplasează o sursă punctiformă într-o direcție perpendiculară pe axa optică. Viteza sursei este **v=0,5m/s** iar traiectoria intersectează axa optică la **75cm** de lentilă. Unde trebuie aşezat ecranul pentru ca imaginea surse să se formeze pe acesta? Cât timp se vede lumina pe ecran dacă lățimea lui este **d=2m?** Axa optică trece prin mijlocul ecranului.

R: x_2=150cm; Δt=1s.

***

12.15. Un obiect liniar este aşezat în fața unei lentile subțiri, perpendicular pe axul optic principal, la **50cm** de lentilă. Un observator, privind prin lentilă, vede imaginea virtuală a obiectului, de trei ori mai mică decât acesta. Determinați distanța focală a lentilei.

R: f=-25cm.

12.16. O lentilă convergentă cu distanța focală **f=40cm** formează pentru un obiect real o imagine reală, de două ori mai mare decât obiectul.

a) Calculați poziția obiectului față de lentilă.

b) Determinați distanța la care trebuie aşezat un ecran față de lentilă în situația dată, pentru a obține imaginea clară a obiectului.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

d) Determinați poziția imaginii dacă obiectul se află la **20cm** în fața lentilei.

R: a) x_1=-60cm; b) x_2=120; d) x_2' =-40cm.

12.17. Un obiect cu înălțimea de **2cm** este aşezat perpendicular pe axa optică a unei lentile subțiri cu distanța focală **f=+60cm**. Determinați:

a) distanța la care trebuie aşezat obiectul față de lentilă pentru a se obține pe un ecran o imagine reală de trei ori mai mare decât obiectul;

b) distanța de la obiect la ecranul pe care se formează imaginea, în condițiile de la punctul a);

c) înălțimea imaginii formate de lentilă.

R: a) x_1=-80cm; b) d=320cm; c) y_2=-6cm.

12.18. Distanța focală a unei lentile divergente de **40cm**. Imaginea virtuală a unui obiect real are înălțimea egală cu jumătate din înălțimea obiectului.

a) Calculați valoarea măririi liniare transversale.

b) Calculați distanța la care trebuie aşezat obiectul în fața lentilei.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

d) Calculați distanța dintre imagine şi lentilă.

R: a) β=0,5; b) x_1=-40cm; d) x_2=-20cm.

12.19. În fața unei lentile subțiri convergente cu distanța focală **f=40cm** este plasat, perpendicular pe axul optic principal, un obiect liniar. Imaginea, obținută pe un ecran, este de **două ori mai mică** decât obiectul.

b) Calculați distanța dintre ecran şi lentilă.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

d) Dacă obiectul s-ar apropia de lentilă, precizați dacă, pentru a se forma o imagine clară, ecranul ar trebui apropiat de lentilă, îndepărtat de aceasta sau ar trebui să-şi păstreze poziția.

R: a) x_2=60cm.

12.20. În fața unei lentile subțiri este plasat, perpendicular pe axul optic principal, un obiect liniar drept, astfel încât imaginea, obținută pe un ecran, este de **patru ori mai mare** decât obiectul. Distanța dintre ecran şi obiect are valoarea **d=5m**.

a) Calculați distanța dintre ecran şi lentilă.

b) Calculați distanța focală a lentilei.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

d) Dacă obiectul s-ar îndepărta de lentilă, precizați dacă, pentru a se forma o imagine clară, ecranul ar trebui apropiat de lentilă, îndepărtat de aceasta sau ar trebui să-şi păstreze poziția.

R: a) x_2=4m; f=0,8m.

12.21. Imaginea unui obiect liniar situat perpendicular pe axul optic principal al unei lentile subțiri, este răsturnată şi de două ori mai mare ca obiectul. Distanța dintre obiect şi imaginea sa este **d=45cm.**

a) Determinați poziția obiectului în raport cu lentila.

b) Calculați distanța focală a lentilei.

c) Construiți imaginea obiectului prin lentilă.

R: a) x_1=-15cm; b) f=10cm.

***

12.22. Raza de curbură a unei lentile plan-convexe este **6cm** şi formează o imagine reală, de şase ori mărită a unui obiect. Indicele de refracție a lentilei fiind **n=1,5,** să se afle:

a) distanța focală a lentilei;

b) distanța dintre obiect şi imaginea lui.

R: a) f=12cm; b) d=98cm.

12.23. O lentilă plan convexă cu raza de curbură **R=0,1m** are indicele de refracție **n=1,5**. În fața acestei lentile, la o distanță de **0,15m**, este plasat perpendicular pe axa optică principală un obiect liniar.

a) Determinați distanța focală a lentilei.

b) Realizați un desen prin care să evidențiați construcția imaginii în lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

c) Determinați poziția imaginii față de lentilă.

d) Calculați valoarea raportului dintre înălțimea imaginii şi a obiectului.

e) Determinați distanța dintre obiect şi noua sa imagine dacă lentila este deplasată cu **0,25m**, îndepărtându-se față de obiect.

R: a) f=20cm; c) x_2=-60cm; d) β=4; e) x_2' =40cm.

12.24. O lentilă biconvexă simetrică **($R_1=|R_2|=20cm$)**, confecționată din sticlă, formează o imagine reală şi de **3 ori** mai mare decât obiectul . Distanța dintre obiect şi imaginea sa este de **80cm.**

a) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

b) Determinați distanța de la lentilă la obiect.

c) Determinați distanța de la lentilă la imagine.

d) Calculați distanța focală a lentilei.

e) Calculați indicele de refracție al lentilei.

R: b) $x_1=-20cm$; c) $x_2=60cm$; d) f=15cm; e) n=5/3.

12.25. Convergența unei lentile biconvexe din sticlă **($n_s=1,5$),** introduse în apă **($n_a=4/3$)** are valoarea **$C=1m^{-1}$**. Între razele de curbură **R_1** şi **R_2** ale fețelor lentilei există relația **$R_1=|R_2|=R$**. În fața lentilei aflate în aer **($n_{aer}\approx1$)** se aşează, perpendicular pe axa optică principală, un creion. Imaginea virtuală are înălțime dublă față de înălțimea creionului. Determinați:

a) raza de curbură **R** a fețelor lentilei;

b) distanța focală a lentilei în aer;

c) distanța dintre creion şi imaginea sa formată de lentilă;

d) realizați construcția grafică a imaginii creionului prin lentilă.

e) Presupunând că lentila se depărtează de creion cu **37,5cm**, determinați distanța față de lentilă la care ar trebui aşezat un ecran, astfel încât pe acesta să se obțină o imagine clară a creionului.

R: R=25cm; b) f=25cm; c) 12,5cm; e) $x_2'=50cm$.

12.26. O lentilă biconvexă cu razele de curbură de **50cm** respectiv **12,5cm** are indicele de refracție **n=1,5**. În fața acestei lentile, la o distanță de **0,15m,** este plasat, perpendicular pe axa optică principală, un obiect liniar cu înălțimea de **0,05m**.

a) Determinați distanța focală a lentilei.

b) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

c) Determinați poziția imaginii față de lentilă.

d) Calculați înălțimea imaginii obiectului.

e) Determinați distanța dintre obiect şi noua sa imagine dacă lentila este deplasată cu **0,25m,** îndepărtându-se față de obiect.

R: a) f=20cm; c) x_2=-60cm; d) y_2=20cm; e) d'=80cm.

12.27. O lentilă plan-concavă subțire are raza de curbură a suprafeței sferice de **24cm** şi distanța focală în aer **f=-40cm**. Determinați:

a) convergența lentilei;

b) indicele de refracție al materialului din care este făcută lentila;

c) coordonata imaginii unui obiect situat la distanța **d=10cm** în fața lentilei, măsurată față de lentilă;

d) mărirea liniară transversală dată de această lentilă în situația de la punctul anterior.

e. Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă la punctul c).

R: a) C=-2,5δ; b) n=1,6; c) x_2=-8cm; d) β=0,8.

12.28. Pe un banc optic se află o lentilă plan convexă cu indicele de refracție **n=1,5**. Lentila formează pe un ecran imaginea mărită de **două ori** a unui obiect situat perpendicular pe axul optic principal. Distanța dintre obiect şi lentilă este **d=30cm**. Determinați:

a) distanță focală a lentilei;

b) convergența lentilei;

c) raza de curbură a feței sferice a lentilei;

d) convergența lentilei, dacă aceasta se scufundă într-un mediu cu indice de refracție $\mathbf{n_1=4/3}$.

R: a) f=20cm; b) C=5δ; c) R=10cm; d) C'=1,25δ.

12.29. O lentilă biconcavă cu razele de curbură de valori egale cu **0,2m** are indicele de refracție **n=1,5**. În fața acestei lentile la o distanță de **0,5m** este plasat, perpendicular pe axa optică principală, un obiect liniar cu înălțimea de **0,2m**.

a) Determinați distanța la care se formează imaginea față de lentilă.

b) Calculați valoarea raportului dintre înălțimea imaginii şi înălțimea obiectului.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

R: a) x_2=-100/7cm; b) β=2/7.

12.30. O lentilă menisc-convergent din sticlă având indicele de refracție **n=1,5** şi razele de curbură de **30cm** respectiv **12cm** este situată în aer **(n_{aer}≈1).** Un obiect liniar cu înălțimea de **10mm** este situat perpendicular pe axul optic principal al lentilei, la **20cm** în fața acesteia. Determinați:

a) distanța focală a lentilei în aer;

b) coordonata imaginii obiectului față de lentilă;

c) înălțimea imaginii obiectului;

d) distanța focală a lentilei, dacă aceasta este cufundată în apă (**n_a=4/3**).

R: a) f=40cm; b) x_2=-40cm;
c) y_2=20mm; d) f'=160cm.

12.31. O lentilă plan convexă, din sticlă cu indicele de refracție absolut **n_s=1,5**, proiectează pe un ecran imaginea unui obiect înalt de **5cm**. Când obiectul se află la **30cm** de lentilă, imaginea de pe ecran este de **2 ori mai mare** ca obiectul. Presupunând că obiectul este perpendicular pe axul optic principal al lentilei, determinați:

a) distanța focală a lentilei;

b) raza de curbură a suprafeței sferice;

c) distanța focală a lentilei în apă **(n_a=4/3);**

d) înălțimea imaginii obiectului atunci când întregul sistem se află în apă, iar distanța de la obiect la lentilă nu se modifică.

R: a) f=20cm; b) R=10cm; c) f'=80cm; d) y_2' =8cm.

12.32. O lentilă biconvexă subțire, simetrică, din sticlă având indicele de refracție $\mathbf{n_{sticlă}=1,8}$ este situată în aer şi are razele de curbură ale fețelor de **20cm**. Pe axul optic principal al lentilei, la distanța de **25cm** de lentilă, se aşează o sursă de lumină de forma unui disc având raza de **3mm**. Discul este aşezat perpendicular pe axul optic principal şi are centrul situat pe acest ax.

a) Calculați distanța focală a lentilei.

b) Precizați natura imaginii formate de lentilă şi justificați răspunsul.

c) Determinați distanța dintre obiect şi imaginea sa produsă de lentilă.

d) Determinați raza imaginii formate de către lentilă.

e) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă, specificând valorile distanțelor şi înălțimilor din reprezentare.

R: a) f=12,5cm; b) d=50cm; c) r'=3mm.

12.33. Pe un cilindru de lungime aproximativ **5cm** şi diametrul **20cm** se fixează două folii transparente. Dacă cilindrul se scufundă în apă, din cauza presiunii hidrostatice, foliile devin calote sferice concave cu raza de curbură **R=40cm.** Calculați distanța focală a „lentilei” astfel obținute. Unde se poate folosi acest dispozitiv?

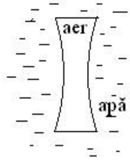

Fig. 12.33.

R: f=80cm. Se poate folosi ca lupă subacvatică.

12.34. O lentilă menisc divergentă, cu razele de curbură ale suprafețelor sferice în raportul **R_1:R_2=3:4,** este confecționată din sticlă optică cu indicele de refracție **n=1,6**. Imaginea unui obiect luminos liniar, plasat la **120cm** în stânga lentilei, se formează la **60cm** față de aceasta.

a) Calculați distanța focală a lentilei plasate în aer.

b) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

c) Calculați razele de curbură ale celor două suprafețe.

d) Determinați distanța focală a lentilei introduse într-un mediu al cărui indice de refracție este **n_0=1,8**.

R: a) f=-120cm; c) R_1=-18cm; R_2=-24cm; d) f'=648cm.

12.35. Distanța focală a unei lentile groase se calculează cu formula: $\frac{1}{f}=(n-1).\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}+\frac{d}{n}.\frac{n-1}{R_1.R_2}\right)$, unde **d** este grosimea lentilei. Cât este diferența dintre valoarea obținută cu această relație şi cea cu formula distanței focale pentru o lentilă subțire în cazul unei sfere din sticlă transparentă cu raza de curbură **R=10cm** şi indicele de refracție **n=1,5?**

R: f=1,5cm; f'=10cm.

12.36. Incendiile de pădure se pot explica prin aprinderea frunzelor uscate de picăturile de rouă care focalizează razele solare. La ce distanță ar trebui să fie suprafața unei frunze de o picătură de apă cu diametrul de **5mm** pentru a se produce aprinderea ei?

R: x_2=f=5mm.

***

12.37. Două lentile, având distanțele focale **f_1=20cm** respectiv **f_2=15cm,** sunt aşezate la distanța **d=50cm** între ele. În fața primei lentile este aşezat un obiect cu înălțimea de **y_1=2cm,** la distanța de 6**0cm** de lentilă. Se cere:

a) Determinați pozițiile imaginilor față de lentile;

b) Calculați mărimea imaginii finale;

c) Reprezentați mersul razelor de lumină prin lentile.

R: a) x_2=30cm; x_2'=60cm; b) y_2'=3cm.

12.38. La distanța de **30cm** în fața unei lentile convergente având distanța focală **f_1=10cm** este plasat, perpendicular pe axa optică principală, un obiect care are înălțimea **y_1=6cm**. Imaginea obiectului formată de prima lentilă constituie obiect pentru o a doua lentilă, a cărei distanță focală este **f_2=20cm**. Axele optice principale ale celor două lentile coincid iar distanța dintre lentile este de **55cm.**

a) Determinați pozițiile imaginilor față de lentile;

b) Calculați mărimea imaginii finale;

c) Calculați mărirea liniară transversală a sistemului;

d) Reprezentați mersul razelor de lumină prin lentile.

R: a) x_2=15cm, x_2'=40cm; b) y_2'=3cm; c) β=1/2.

12.39. Un sistem este format din două lentile subțiri plan-convexe, de **10 dioptrii** fiecare, aşezate coaxial la **35cm** depărtare una de alta. La distanța de **15cm** în fața primei lentile se găseşte un obiect luminos aşezat perpendicular pe axa optică principală. Determinați:

a) distanța focală a unei lentile;

b) raza de curbură a feței convexe, ştiind că indicele de refracție al sticlei din care sunt confecționate lentilele este **n=1,8**;

c) distanța la care se formează, față de prima lentilă, imaginea finală a obiectului;

d) Reprezentați mersul razelor de lumină prin lentile.

R: a) f=10cm; b) R=8cm; c) d'=25cm.

12.40. Distanțele focale ale două lentile convergente sunt **f_1=20cm** respectiv **f_2=5cm.** Cele două lentile se află la distanța de **25cm** între ele. Ce fel de imagine formează acest sistem pentru un obiect aflat la distanța de **50cm** de prima lentilă?

R: x_2'=3,125cm - reală.

***

12.41. Un sistem de două lentile subțiri alipite are distanța focală **f=4cm.** Acest sistem optic formează imaginea unui corp aşezat perpendicular pe axa optică principală. Imaginea are înălțimea de **10cm** şi se formează pe un ecran situat la distanța **x_2=20cm** de sistem. Una din lentile are distanța focală **f_1=6cm**. Determinați:

a) distanța focală a celei de-a doua lentile;
b) distanța de la obiect la sistemul de lentile;
c) mărimea obiectului;
d) mărirea liniară transversală.

R: a) f_2=12cm; b) x_1=-5cm; c) y_1=2,5cm; d) β=-4.

12.42. În fața unei lentile subțiri plan convexe cu distanța focală de **50cm**, situată în aer, se află un obiect plasat perpendicular pe axa optică principală.

a) Calculați convergența lentilei.

b) Determinați poziția imaginii formate de lentilă, ştiind că aceasta este reală şi de două ori mai mică decât obiectul.

c) Realizați un desen prin care să evidențiați construcția imaginii pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

d) Calculați convergența unui sistem optic centrat format prin alipirea la lentila dată a unei a doua lentile cu distanța focală **f_1=20cm**.

R: a) C=2δ; b) x_2=75cm; d) C'=7δ.

12.43. Două lentile alipite, prima convergentă cu distanța focală de **12cm** iar a doua divergentă cu distanța focală de **24cm**, sunt centrate pe acelaşi ax. Un obiect liniar având dimensiunea **y_1=20mm** se află la **8cm** în fața sistemului. Determinați:

a) distanța focală a sistemului de lentile alipite;

b) distanța la care se formează imaginea față de sistemul optic;

c) dimensiunea imaginii date de sistem;

d) Realizați un desen prin care să evidențiați construcția imaginii, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

R: a) f=24cm; b) x_2=-12cm; c) y_2=3cm.

12.44. Imaginea reală a unui obiect cu înălțimea **h=6cm**, plasat la distanța de **90cm** de o lentilă subțire, aşezat perpendicular pe axul optic principal al acesteia, se formează la **45cm** de lentilă. Dacă alipim de prima lentilă o a doua lentilă, iar distanța obiect-sistem optic rămâne neschimbată, imaginea reală a obiectului se va forma la **72cm** de sistemul celor două lentile alipite. Determinați:

a) convergența primei lentile;

b) distanța focală a celei de a doua lentile;

c) înălțimea imaginii formate de sistemul celor două lentile alipite.

R: a) C=10/3δ; b) f_2=-120cm; c) y_2' =-4,8cm.

12.45. În fața unei lentile subțiri este plasat, perpendicular pe axul optic principal, la **10cm** de lentilă, un obiect liniar. Imaginea formată prin lentilă este virtuală şi de **cinci ori mai mare** decât obiectul.

a) Determinați distanța focală a lentilei.

b) Calculați convergența lentilei.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

d) Fără a modifica poziția obiectului şi a lentilei, se lipeşte de prima lentilă o a doua lentilă subțire. Noua imagine a obiectului este prinsă pe un ecran aflat la **40cm** de sistemul de lentile. Determinați convergența celei de-a doua lentile.

R: a) f=12,5cm; b) C=8δ; d) C'=4,5δ.

12.46. O lentilă L_1 formează, pe un ecran aflat la distanța de **40cm** de obiect, o imagine reală egală cu obiectul. Obiectul este plasat perpendicular pe axul optic principal. Lipim apoi de lentila L_1 o altă lentilă L_2 care are distanța focală f_2**=15cm** şi se obține un sistem echivalent cu o lentilă convergentă care formează, pentru **un alt** obiect o imagine reală de **două ori mai mică** decât obiectul. Determinați:

a) distanța la care se afla inițial obiectul în fața lentilei L_1;

b) convergența lentilei L_1 ;

c) distanța focală a sistemului format din lentilele L_1 şi L_2;

d) distanța la care se formează imaginea față de sistemul de lentile.

R: a) x_1=-20cm; b) C_1=10δ; c) f=6cm;
d) x'_2=9cm (x'_1=-18cm).

12.47. Un obiect este situat la distanța de **50cm** în fața unei lentile biconvexe simetrice, perpendicular pe axul optic principal. Raza de curbură a fețelor lentilei are valoarea de **30cm**. Indicele de refracție al materialului lentilei este **n=1,5**.

a) Determinați distanța focală a lentilei.

b) Determinați distanța dintre lentilă şi imaginea obiectului.

c) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

d) Fără a modifica poziția obiectului şi a lentilei, se lipeşte de prima lentilă o a doua lentilă subțire divergentă cu distanța focală f_2**=-60cm**. Determinați distanța față de sistemul de lentile la care se formează noua imagine a obiectului.

e) Calculați mărirea liniară transversală în situația de la punctul d).

R: a) f_1=30cm; b) x_2=75cm; d) x'_2=-300cm; e) β'=6.

12.48. Pe un banc optic, plasat în aer, se află o lentilă subțire, plan convexă, cu convergența **C=10δ** şi cu indicele de refracție **n=1,5**. Pe un ecran care se află într-o poziție convenabilă se obține o imagine reală, de înălțime **6mm**, a unui obiect liniar, luminos, cu înălțimea $\mathbf{y_1}$**=3mm**, aşezat perpendicular pe axa optică principală.

a) Determinați distanța focală a lentilei.

b) Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

c) Calculați coordonata imaginii față de lentilă.

d) Determinați raza de curbură a feței sferice a lentilei.

e) Se alipeşte la lentila dată o lentilă divergentă cu convergența $\mathbf{C_d}$**=-6δ.** Stabiliți dacă imaginea poate fi vizualizată pe ecran în situația în care obiectul este plasat la **15cm** față de lentilă! Justificați răspunsul!

R: a) f=10cm; c) x_2=30cm; d) R=5cm; e) NU, f'=25cm.

12.49. Două lentile subțiri biconvexe, simetrice şi identice, cu distanța focală **f=20cm** şi indicele de refracție **n=1,5**, centrate pe acelaşi ax, sunt aşezate la distanța **d** una față de alta.

a) Calculați distanța ***d*** astfel încât un fascicul paralel cu axul optic principal, care pătrunde prin prima lentilă, să rămână paralel şi după ce iese prin a doua lentilă.

b) Se pun în contact cele două lentile. Spațiul rămas liber între ele se umple cu lichid. Imaginea unui obiect situat la o distanță de **20cm** de sistem este reală şi situată la o distanță de **60cm** față de sistem. Determinați distanța focală a sistemului.

c) Calculați indicele de refracție al lichidului.

R: a) d=40cm; b) f'=15cm; c) n=4/3.

12.50. Se alipesc două lentile plan concave cu suprafețele sferice față în față. Se cunoaşte indicele de refracție al materialului lentilelor **n=1,4** şi distanța lor focală **f=-50cm**. Spațiul dintre lentile se umple cu un lichid. În fața sistemului se aşează un obiect la distanța de **30cm** pentru care imaginea se formează pe un ecran aflat la **180cm** de obiect.

a) Calculați raza de curbură a feței sferice a lentilelor;

b) Determinați distanța focală a sistemului;

c) Determinați indicele de refracție al lichidului.

R: $|R|$=20cm; b) F=25cm; c) n=1,8.

12.51. Două lentile plan-convexe identice, având indicele de refracție **n=1,5** şi raza feței sferice **R=20cm**, sunt aşezate coaxial în aer. Determinați:

a) distanța focală a unei lentile;

b) distanța la care ar trebui aşezate lentilele una față de alta pentru a forma un sistem afocal;

c) convergența sistemului format prin lipirea celor două lentile;

d) poziția imaginii unui obiect aflat pe axul optic principal la **30cm** de centrul sistemului obținut prin alipirea celor două lentile.

R: a) f=40cm; b) d=80cm; c) C=5δ; d) x_2=60cm.

12.52. Raportul razelor de curbură pentru o lentilă menisc-convergentă este $\mathbf{R_1/R_2=4}$. Dacă se arginteazã fața concavă, distanța focală devine infinită. Calculați distanța focală a lentilei înainte de argintare!

R: f=4R_2.

***

12.53. Un obiectiv al unui aparat de fotografiat este format din două lentile subțiri: una divergentă, cu distanța focală $\mathbf{f_1=-20cm}$ şi una convergentă, cu distanța focală $\mathbf{f_2=5cm}$. Cele două lentile se află la distanța de **10cm** una de alta iar în fața lentilei divergente, la **60cm** de aceasta, se află un obiect.

a) Determinați distanța față de lentila divergentă la care se situează imaginea formată de aceasta.

b) Realizați un desen în care să figurați mersul razelor de lumină prin sistemul de lentile.

c) Calculați distanța la care se formează imaginea finală, față de lentila convergentă, dacă imaginea în lentila divergentă se formează la **15cm** în fața lentilei divergente.

d) Ştiind că imaginea finală se formează la **6,25cm** în spatele lentilei convergente, determinați distanța focală a unei singure lentile care, aşezată în punctul corespunzător mijlocului distanței dintre cele două lentile, ar forma imaginea obiectului în aceeaşi poziție în care se formează imaginea prin sistemul de lentile.

R: a) x_2=-15cm; c) $x_2' = \frac{25}{4}$ cm; d) f'=7,58cm.

12.54. Un teleobiectiv este format dintr-o lentilă convergentă cu distanța focală $\mathbf{f_1=6cm}$ şi o lentilă divergentă cu distanța focală $\mathbf{f_2=-10cm}$ centrate la distanța **d=1,5cm** una de alta. În fața lentilei convergente la distanța $\mathbf{x_1=-30cm}$ este aşezat un obiect luminos perpendicular pe axa optică principală. Se cere:

a) să se verifice dacă sistemul de lentile este unul afocal;

b) să se calculeze $\mathbf{x_2, x_1', x_2'}$, $\boldsymbol{\beta}$ şi să se reprezinte grafic.

R: x_2=7,5cm; x_1'=6cm; x_2'=15cm; β=-0,625=- 5/8.

12.55. O persoană în vârstă poate vedea cu ochiul liber obiecte situate între $\mathbf{d_{min}=66,6cm}$ şi $\mathbf{d_{max}=2m}$. Din această cauză, persoana trebuie să poarte ochelari bifocali. Ce convergențe vor avea lentilele ochelarilor bifocali pentru vederea de aproape, respectiv de departe ?

R: $C_{aproape} \cong$+2,5dr; $C_{departe}$=-0,5dr.

12.56. La ce distanță trebuie ținută o lupă de **10** dioptrii de un text pentru ca literele să fie mărite de patru ori?

R: x_1=-7,5cm.

12.57. O lupă cu distanța focală **f=6cm** formează imaginea unui obiect la distanța optimă de citire **δ=25cm**. Distanța dintre lupă şi ochiul observatorului este **d=15cm**. Determinați:

a) puterea lupei;

b) grosismentul.

R: a) P=10,67dr; b) G=2,67x.

12.58. Un microscop are distanța focală a obiectivului **+3cm** iar a ocularului **+5cm**. Se consideră că ochiul observatorului este foarte aproape de ocular. Obiectul vizat se găseşte la **3,4cm** de obiectiv iar imaginea finală se formează la distanța optimă de citire **δ=25cm**. Calculați:

a) distanța dintre obiectiv şi ocular;
b) puterea de mărire a microscopului;
b) grosismentul.

R: a) L=29,67cm; b) P=180dr; c) G=45x.

12.59. O lunetă astronomică are distanța focală a obiectivului **f_{ob}=1,2m**. Calculați convergența lentilei ocular, astfel încât grosismentul lunetei să fie **G=60x**.

R : C_{oc} =50m^{-1}.

12.60. O lunetă astronomică are distanța focală a obiectivului de **+1m** iar a ocularului de **+5cm**. Se consideră că ochiul observatorului este foarte aproape de ocular. Calculați:

a) grosismentul comercial (imaginea se formează la infinit);

b) grosismentul când imaginea se formează la distanța optimă de citire (**δ=25cm**).

R: a) G_{com}=20x; b) G=24x.

12.61. O lunetă terestră are distanța focală a obiectivului de **125cm** iar a ocularului de **-10cm**. Se consideră că ochiul observatorului este foarte aproape de ocular. Calculați:

a) grosismentul comercial (imaginea se formează la infinit);

b) grosismentul când imaginea se formează la distanța optimă de citire (δ=25cm).

R: a) G_{com}=12,5x; b) G=7,5x.

Bibliografie

1. Anatolie Hristev, *Probleme de fizică pentru clasele IX-X*, Editura APH, Bucureşti 2003;
2. Anatolie Hristev, Vasile Falie, Dumitru Manda, *Manual de fizică pentru clasa a IX-a*, Editura Didactică şi Pedagogică , Bucuresti 1995;
3. Charles Kittel, W.D. Knight, *Cursul de fizică Berkeley,vol. I Mecanică*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucuresti 1981;
4. Uri Haber-Schaim, Judson Cross, John Dodge, James Walter, *Fizica PSSC*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1974;
5. *** Colecția revistei de fizică *Evrika*, 1996-2003;
6. Gabriela Cone, Gheorghe Stanciu, *Probleme de fizică,* Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1987;
7. Major Csaba, *Probleme de fizică,* ediție personală, Arad, 1995;
8. ***, *Kömal, Fizikai feladatok,* 1993–1996;
9. Mihail Sandu, *Probleme de fizică,* Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1987.