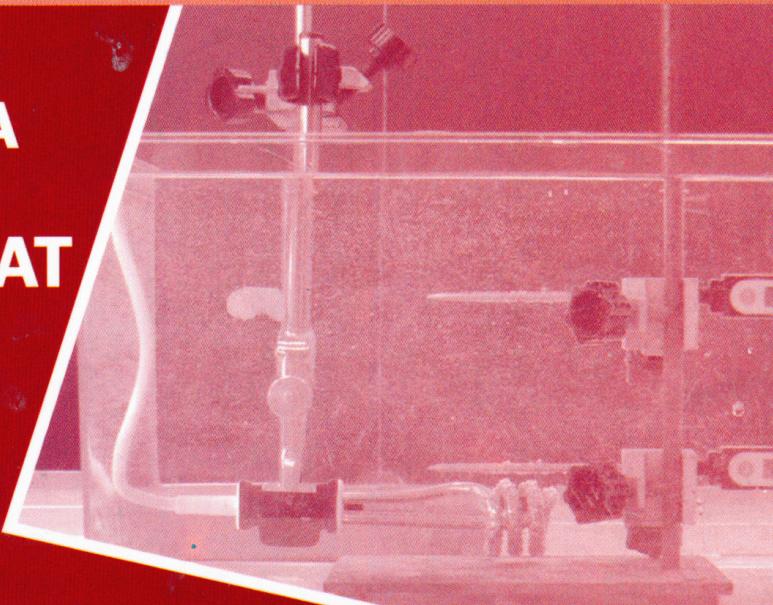


fizică

CULEGERE DE **PROBLEME**
propuse și rezolvate

entru
CLASA A X-A
și examenul de
BACALAUREAT

Mihaela CHIRIȚĂ



Editura **Tamar**

Cuprins

Enunțuri Rezolvări

Capitolul 1. Elemente de termodinamică

1.1	Noțiuni termodinamice de bază	5	96
1.2	Lucrul mecanic și energia internă	21	132
1.3	Aplicații ale principiul 1 al termodinamicii	29	151
1.4.	Aplicații ale principiului 2 al termodinamicii	40	180
1.5	Calorimetrie	54	225

Capitolul 2. Circuite de curent continuu

2.1	Rezistența electrică. Legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu	59	234
	Gruparea rezistoarelor	61	239
2.2	Legile lui Kirchhoff	64	246
2.4	Puterea și energia electrică	79	274

1. ELEMENTE DE TERMODINAMICĂ

1.1. Noțiuni termodinamice de bază

- 1.** Fie o masă $m=2$ kg de monooxid de azot NO. Masa molară a substanței este $\mu=30 \cdot 10^{-3}$ kg/mol. Să se afle:
- numărul de molecule conținute în masa m
 - masa unei molecule de NO
 - distanța medie dintre moleculele gazului în condiții fizice normale
- 2.** Într-o incintă cu volumul $V=10$ L se află vaporii de apă la presiunea $p=2 \cdot 10^5$ N/m² și la temperatură $t=100^\circ\text{C}$. Se cunoaște masa molară a apei $\mu_{\text{apă}}=18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol. Să se afle:
- cantitatea de vaporii apă aflată în recipient
 - masa unei molecule de apă și să se exprime în unități atomice de masă ($1u=1,67 \cdot 10^{-27}$ kg)
 - presiunea finală din incintă, dacă gazul de încălzește astfel încât temperatura absolută a acestuia se triplează
- 3.** Se amestecă un număr N de molecule de gaz cu masa molară μ cu un număr $2N$ de molecule de gaz cu masa molară 2μ și un număr $3N$ de molecule de gaz cu masa molară 3μ . Să se afle:
- masa molară medie a amestecului
 - masa gazului
 - volumul ocupat de amestecul de molecule la presiunea p și la temperatură t
- 4.** Un amestec format din $m_{\text{He}}=3,2$ kg de He ($\mu_{\text{He}}=4$ g/mol) și $m_{\text{Ne}}=4$ kg de Ne ($\mu_{\text{Ne}}=20$ g/mol) se află într-un vas cu volumul $V_1=3,6$ m³ la aceeași temperatură. Să se afle:
- numărul total de molecule din amestec
 - raportul dintre masa unei molecule de neon și a unei molecule de heliu
 - densitatea amestecului
 - dacă vasul este pus în legătură printr-un tub de volum neglijabil cu un alt vas, inițial vidat și cu volumul $V_2=6,4$ m³, să se afle presiunea care se stabilește în cele două vase la temperatură $t=27^\circ\text{C}$
 - masa molară medie a amestecului
- 5.** Se cunosc masele atomice relative ale următoarelor elemente: $m_{\text{O}}=16$, $m_{\text{N}}=14$, $m_{\text{H}}=1$, $m_{\text{Cl}}=35$ și $m_{\text{Na}}=22$. În condiții normale de presiune și temperatură volumul molar este $V_{\mu,0}=22,4$ L. Să se afle:
- numărul de moli conținuți în $m=1$ kg de apă
 - numărul de molecule conținute în $m=1$ kg sare de bucătărie NaCl
 - masa de azot conținută într-un volum $V=1$ L aflat în condiții normale de presiune și temperatură

6. Într-un balon cu pereți rigizi cu volumul $V=83,1$ L se află un număr $N=18,069 \cdot 10^{23}$ molecule de oxigen ($\mu_{O_2}=32$ g/mol) la temperatură $t=47^\circ C$. Să se afle:

- masa și densitatea oxigenului din balon
- presiunea oxigenului din balon
- concentrația volumică a moleculelor din balon, după introducerea unei mase de heliu $m_{He}=28$ g ($\mu_{He}=4$ g/mol)
- masa molară a amestecului de gaze în condițiile punctului c.

7. Un cilindru orizontal este împărțit în trei compartimente *A*, *B* și *C* ca în figura R 1.1.1. Compartimentul *A* are volumul $V_A=2,24$ L și conține azot ($\mu_{N_2}=28$ g/mol) cu densitatea $\rho=1,25$ kg/m³. În compartimentul *B* se află o masă $m=1$ g de aer ($\mu_{aer}=29$ g/mol), iar în compartimentul *C* se află un număr $N_3=4 \cdot 10^{22}$ molecule de oxigen ($\mu_{O_2}=32$ g/mol). Să se afle:

- numărul de moli de azot din compartimentul *A*
- numărul de molecule de aer din compartimentul *B*
- masa de oxigen din compartimentul *C*
- masa molară a amestecului, dacă se înlătură pereții despărțitori

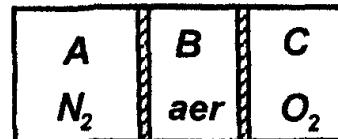


Fig. 1.1.1

8. Într-un vas cu volumul $V=8,31$ L se află $v_1=4$ moli de azot ($\mu_{N_2}=28$ g/mol) la temperatură $t=27^\circ C$. Să se afle:

- presiunea gazului din vas
- masa inițială de azot din vas
- noua presiune din vas, dacă în acesta se mai introduc $v_2=2$ moli de oxigen și $v_3=6$ moli de hidrogen iar temperatura amestecului crește cu $\Delta t=100^\circ C$

9. Un gaz ideal care conține $v=4$ moli suferă transformarea din graficul 1.1.2. Presiunea inițială este $p_1=10^5$ N/m² și temperatură inițială a gazului este $t_1=27^\circ C$. Se cunoaște că $p_2=3p_1$. Să se afle:

- volumul ocupat de gaz
- temperatura finală a gazului
- reprezentați transformarea în coordonate (V,T) și (p,T)

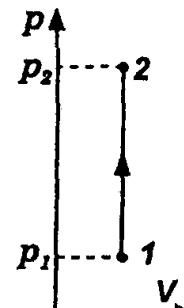


Fig. 1.1.2

10. O masă $m=32$ g de oxigen ($\mu=32$ g/mol) se află la presiunea $p_1=10^5$ N/m² și la temperatură $t_1=27^\circ C$. Gazul considerat ideal se încălzește izocor, astfel că presiunea sa crește cu $f=40\%$. Să se afle:

- densitatea gazului în starea inițială
- cu cât la sută se modifică temperatura absolută a gazului?
- concentrația volumică de molecule din incintă în starea inițială

11. Într-un cilindru vertical se află un gaz ideal cu $v=0,001$ moli închis cu un piston cu masa $m=2$ kg și secțiunea $S=2$ cm². Se încălzește gazul până

când temperatura sa absolută se dublează. În exteriorul cilindrului se găsește aer la presiunea atmosferică $p_0=10^5 \text{ N/m}^2$. Să se afle:

- presiunea gazului din cilindru
- la ce înălțime de fundul cilindrului se stabilește pistonul la temperatura inițială $t_1=27^\circ\text{C}$?
- masa ce trebuie adăugată pe piston astfel ca poziția pistonului să nu se modifice prin încălzire

12. Într-o butelie cu volumul $V=16,62 \text{ L}$ se află o masă $m=64 \text{ g}$ de oxigen ($\mu_1=32 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$) la temperatura $t=27^\circ\text{C}$. Butelia rezistă până la o presiune a gazului din ea cu $\Delta p=11 \text{ atm}$ mai mare decât presiunea exterioară $p_0=1 \text{ atm}$. Presupunem că presiunea exterioară și temperatura nu se modifică. Să se afle:

- presiunea inițială a gazului din butelie
- temperatura la care este încălzită accidental butelia pentru ca aceasta să explodeze
- numărul de atomi de oxigen dacă la temperatura de la punctul b., oxigenul disociază total

13. Un mol de hidrogen ($\mu=2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$) suferă o transformare în care densitatea gazului este reprezentată ca în figura 1.1.3 printr-un segment de dreaptă în funcție de temperatura absolută a gazului. În acest proces temperatura absolută se triplează. Știind că inițial gazul se află la presiunea $p_1=8,31 \text{ atm}$ și la temperatura $t_1=27^\circ\text{C}$, să se afle:

- tipul transformării și să se reprezinte grafic în coordonate (p, T)
- densitatea în starea inițială
- parametrii stării finale

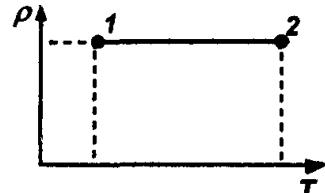


Fig. 1.1.3

14. O masă $m=28 \text{ g}$ de azot ($\mu=28 \text{ g/mol}$) se află la presiunea $p_1=2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ și la temperatura $t_1=27^\circ\text{C}$. După o comprimare izobară ca urmare a răciri gazului, acesta ocupă un volum ce scade cu $f=20\%$ față de volumul ocupat inițial. Să se afle:

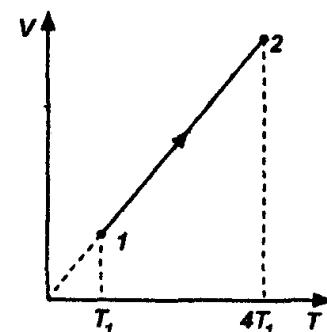
- volumul inițial ocupat de gaz
- temperatura după comprimare
- raportul densităților gazului după și înainte de comprimare

15. Un recipient conține un gaz care are masa $m=50 \text{ g}$ și masa molară $\mu=2 \text{ g/mol}$. Gazul se află la presiunea $p=2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ și temperatura $t=27^\circ\text{C}$. Să se afle:

- numărul de moli din recipient
- numărul de molecule din unitatea de volum
- presiunea care se stabilește în recipiente, dacă recipientul inițial se leagă cu un al doilea recipient cu volumul $V_2=3V_1$ printr-un tub de volum neglijabil. În al doilea recipient se află gaz la presiunea $p_2=10^5 \text{ N/m}^2$ și ambele recipiente se află la aceeași temperatură

16. Un gaz ideal cu masa molară $\mu=28 \cdot 10^{-3}$ kg/mol suferă transformarea din figura 1.1.4. Știind că acel gaz conține un număr de particule $N=6,023 \cdot 10^{23}$ molecule la temperatura $t_1=27^\circ\text{C}$ și ocupă volumul $V_1=2$ L. Să se afle:

- presiunea gazului și masa acestuia
- volumul final a gazului
- reprezentăți transformarea în coordonate (p, V) și (p, T)



17. O cantitate de $v=2$ moli de heliu ($\mu=4$ g/mol) suferă o transformare în care densitatea gazului este reprezentată în funcție de temperatura absolută a gazului ca în figura 1.1.5. Densitatea gazului variază cu temperatura absolută după legea $\rho T = \text{ct}$. Știind că inițial gazul se află la presiunea $p_1=8,31$ atm și la temperatura $t_1=27^\circ\text{C}$, să se afle:

- tipul transformării și să se reprezinte grafic în coordonate (V, T)
- densitatea în starea inițială
- parametrii stării finale

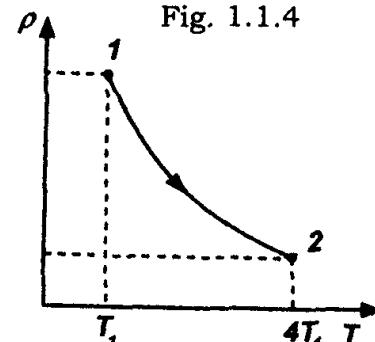


Fig. 1.1.4

Fig. 1.1.5

18. Un gaz ideal este închis într-un cilindru cu piston, masa pistonului fiind $m=2$ kg și secțiunea $S=1$ cm² la o temperatură $t_1=27^\circ\text{C}$ (fig 1.1.6). Afară se află aer la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ N/m². Gazul este încălzit la o temperatură $t_2=127^\circ\text{C}$. Să se afle:

- presiunea gazului din cilindru
- de câte ori crește volumul gazului în urma procesului de încălzire?
- de câte ori trebuie mărită valoarea presiunii exterioare pentru ca, în urma procesului de încălzire volumul inițial al gazului să nu se modifice?

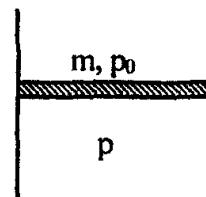


Fig. 1.1.6

19. Într-un tub subțire vertical cu secțiunea $S=1$ cm² se află închisă o cantitate de aer la temperatura $t=27^\circ\text{C}$ cu ajutorul unei coloane de mercur cu lungimea $h=4$ cm. Densitatea mercurului este $\rho_{\text{Hg}}=13600$ kg/m³. Lungimea coloanei de aer este $\ell_1=50$ cm. În exterior se află aer la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ N/m². Să se afle:

- presiunea aerului din tub exprimată în torri (mm coloană de mercur)
- înălțimea pe care se deplasează coloana de mercur dacă temperatura aerului crește cu $f=40\%$
- numărul de molecule de aer din unitatea de volum în starea inițială

20. Într-un cilindru închis cu un piston cu secțiunea $S=1$ cm² și masa $M=1$ kg se află $v=5 \cdot 10^{-3}$ moli de hidrogen la temperatura $t_1=27^\circ\text{C}$. Presiunea atmosferică este $p_0=10^5$ N/m². Cilindrul se află așezat vertical. Să se afle:

- lungimea coloanei de hidrogen în starea inițială
- lungimea coloanei de hidrogen când cilindrul este așezat orizontal

c. cu câte grade trebuie răcit hidrogenul din cilindru pentru ca poziția pistonului să nu se modifice când cilindrul este adus în poziție orizontală?

21. O masă $m=8$ g de heliu ($\mu=4 \cdot 10^{-3}$ kg/mol) se află la presiunea $p_1=8 \cdot 10^5$ N/m² și la temperatura $t_1=27^\circ\text{C}$. Gazul se destinde izoterm până ce presiunea acestuia scade de opt ori. Să se afle:

- a. volumul final al gazului
- b. raportul densităților gazului ρ_2/ρ_1
- c. concentrația volumică de molecule în starea finală

22. În figura 1.1.7 sunt reprezentate grafic două izoterme la temperaturile T_1 și T_2 , care corespund la $v=0,5$ moli de azot cu masa molară $\mu=28 \cdot 10^{-3}$ kg/mol. Se consideră că volumul este variabil, iar $p_1=8p_2$, $T_1=300$ K și $V_1=8$ L. Să se afle:

- a. volumul azotului în starea 2
- b. temperatura T_2 , dacă $V_3=2V_1$
- c. densitatea azotului în starea 1

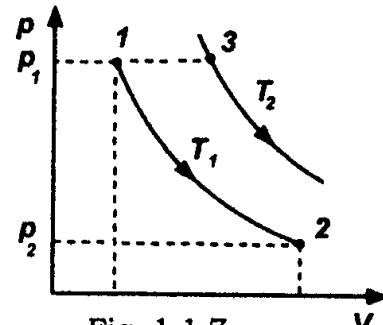


Fig. 1.1.7

23. În figura 1.1.7 sunt reprezentate grafic două destinderi la temperaturi constante ale aceleiași cantități de dioxid de carbon ($\mu_1=44$ g/mol). Parametrii de stare în starea 1 sunt $V_1=1$ dm³, $p_1=2$ MPa și $t_1=27^\circ\text{C}$. În urma destinderii gazului la temperatuta T_1 presiunea gazului scade de 10 ori. Să se afle:

- a. volumul gazului în starea 2
- b. temperatura gazului în starea 3, dacă volumul ocupat de gaz în această stare este $V_3=3$ dm³ iar $p_3=p_1$
- c. masa molară a unui gaz necunoscut, presupunând că transformarea $3 \rightarrow 4$ se efectuează la temperatura $T_2=450$ K de o masă de gaz egală cu masa de CO₂, iar acest gaz ocupă volumul $V_3=3$ L

24. O cantitate de heliu ($\mu=4$ g/mol) suferă o transformare descrisă de ecuația $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma$, unde $\gamma=5/3$. În starea 1 parametrii de stare sunt $V_1=0,6$ m³, $p_1=10^5$ Pa și $t_1=27^\circ\text{C}$. Gazul se destinde până la un volum final $V_2=8V_1$. Să se afle:

- a. numărul de molecule de heliu din sistem
- b. presiunea gazului la finalul destinderii
- c. temperatura gazului după destindere
- d. temperatura gazului în starea 3, dacă gazul trece din starea 2 în starea 3 în care $V_3=4V_1$ printr-o comprimare izobară la presiunea p_2

25. În dispozitivul din figura 1.1.8 se cunosc $\ell_1=30$ cm, $\ell_2=40$ cm, $S_1=10$ cm² și $S_2=20$ cm². Capătul A este închis cu un dop cu grosimea neglijabilă, iar la capătul B se află un piston care trebuie deplasat pe distanța $d=10$ cm,

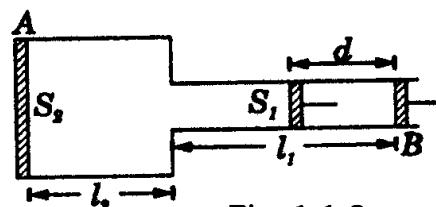


Fig. 1.1.8

astfel încât dopul să sare. Gazul închis se află inițial la presiunea atmosferică $p_0=10^5 \text{ N/m}^2$. Să se afle:

- a. presiunea la care sare dopul
- b. valoarea forței de frecare dintre dop și peretele cilindrului
- c. raportul densităților în starea finală (când dopul sare) și cea inițială

26. Un tub de sticlă subțire închis la un capăt conține aer separat de exterior și la temperatura t , cu ajutorul unei coloane de mercur cu lungimea h și densitatea ρ . Tubul se află în poziție orizontală și coloana de aer are lungimea l . Se aduce tubul în poziție verticală cu capătul închis în jos. Se cunoaște valoarea presiunii atmosferice p_0 . Să se afle:

- a. presiunea gazului din tub când tubul este adus în poziție verticală
- b. lungimea coloanei de aer în poziție verticală
- c. de câte ori trebuie să crească temperatura absolută pentru a reduce coloana de aer în poziția inițială?

27. Un tub de sticlă subțire închis la un capăt conține aer separat de exterior cu ajutorul unei coloane de mercur cu lungimea $h=4 \text{ cm}$. Tubul se află în poziție verticală cu capătul închis în jos și coloana de aer are lungimea $l_1=36 \text{ cm}$. Se aduce tubul în poziție verticală cu capătul deschis în jos și coloana de aer are lungimea $l_2=40 \text{ cm}$. Presupunem că temperatura nu se modifică. Să se afle:

- a. valoarea presiunii atmosferice exprimată în mm coloană de mercur
- b. lungimea coloanei de aer când tubul este adus în poziție orizontală
- c. de câte ori micșoram temperatura absolută a gazului când tubul se află în poziție orizontală dacă volumul coloanei de aer se reduce cu $f=20\%$?

28. Un tub de sticlă vertical de lungime $L=86 \text{ cm}$, închis la capătul inferior, conține aer separat de exterior și la temperatura $t=27^\circ \text{ C}$ cu ajutorul unei coloane de mercur cu înălțimea $h=8 \text{ cm}$ și densitatea $\rho=13600 \text{ kg/m}^3$. Se cunoaște valoarea presiunii atmosferice $p_0=10^5 \text{ Pa}$. Să se afle:

- a. presiunea gazului din tub când tubul este adus în poziție verticală cu capătul deschis în jos și o pătrime din mercurul rămas în tub se scurge
- b. lungimea coloanei de aer în starea inițială
- c. temperatura la care trebuie încălzit aerul din interiorul tubului aflat cu capătul deschis în sus, astfel ca mercurul să urce cu $\Delta h=6 \text{ cm}$

29*. Un tub de sticlă deschis la ambele capete de lungime $l=20 \text{ cm}$ și secțiune $S=1 \text{ cm}^2$ este introdus pe jumătate în mercur. Presiunea atmosferică este normală și are valoare $p_0=10^5 \text{ N/m}^2$, iar temperatura aerului este $t=27^\circ \text{ C}$. Se acoperă cu degetul partea superioară a tubului și se scoate tubul din mercur. Cunoscând densitatea mercurului $\rho=13600 \text{ kg/m}^3$, să se afle:

- a. numărul de particule de aer cuprinse în aerul din tub ($\mu_{\text{aer}}=29 \text{ g/mol}$)
- b. ce lungime are coloana de mercur rămasă în tub?
- c. de câte ori trebuie mărită temperatura pentru ca întreaga coloană de mercur să iasă din tub în condițiile punctului b.?

30. Un tub subțire de lungime $\ell=1$ m se astupă la capătul superior cu degetul și apoi se introduce pe jumătate vertical în mercur cu capătul deschis în jos. Se cunosc valoarea presiunii atmosferice $p_0=10^5$ N/m², temperatura aerului $t=27^\circ$ C și densitatea mercurului $\rho=13600$ kg/m³ se cunoaște masa molară a aerului $\mu=29 \cdot 10^{-3}$ kg/mol. Să se afle:

- a. densitatea aerului din tub înainte de a fi introdus în mercur
- b. lungimea coloanei de mercur care a pătruns în tub
- c. temperatura la care trebuie să încălzim aerul din tub astfel ca mercurul să fie evacuat din acesta

31. În sistemul din figura 1.1.9 se cunosc $S_1=20$ cm², $\ell_1=15$ cm, $S_2=10$ cm², $\ell_2=20$ cm, $\rho=13600$ kg/m³ și presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m² la care este închis gazul. Pistonul are greutatea neglijabilă. Să se afle:

- a. cu cât va coborî nivelul mercurului din tub, dacă pistonul este introdus până la refuz în cilindrul cu secțiunea S_1 ?
- b. presiunea aerului din tubul 2, când aerul ieșe din acest tub
- c. secțiunea minimă a tubului 1, astfel ca aerul să înceapă să iasă din tubul cu S_2

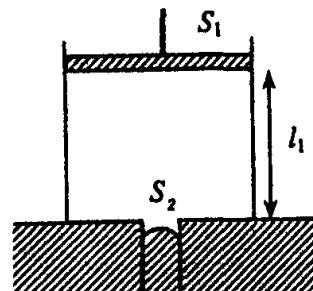


Fig. 1.1.9

32. Într-un tub în formă de U, având un capăt închis și prevăzut cu robinet se află mercur (fig 1.1.10). Distanța dintre nivelul mercurului și capătul tubului este aceeași în ambele tuburi $h_1=30$ cm. Presiunea atmosferică este $p_0=10^5$ N/m² și densitatea mercurului $\rho=13600$ kg/m³. Să se afle:

- a. distanța pe care coboară nivelul mercurului în tubul deschis dacă nivelul mercurului din tubul închis a coborât pe distanță $h_2=20$ cm după deschiderea robinetului
- b. raportul densităților gazului în starea inițială și în starea în care mercurul a coborât pe distanță $h_2=20$ cm

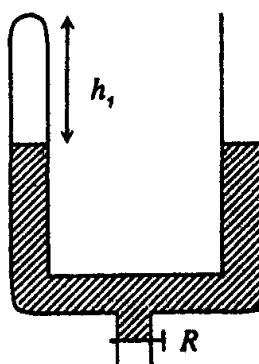


Fig. 1.1.10

33. Un tub în formă de U cu secțiunea $S=1$ cm² conține în ramura închisă o coloană de aer cu lungimea $\ell=16$ cm la presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m². În partea inferioară a tubului se află mercur cu densitatea $\rho=13600$ kg/m³ (fig 1.1.11). Să se afle:

- a. masa de aer închisă în tub, dacă temperatura aerului este $t=27^\circ$ C și masa molară a aerului este $\mu=29$ g/mol
- b. cât devine coloana de aer închisă în tub, dacă se toarnă mercur până la refuz în ramura deschisă?
- c. ce masă de mercur s-a turnat?

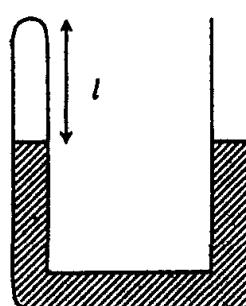


Fig. 1.1.11

34. Într-un vas cilindric cu înălțimea $h=1$ m se află inițial jumătate apă și jumătate aer ($\mu=29 \cdot 10^{-3}$ kg/mol) la presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m² separate printr-un perete cu grosimea neglijabilă, în care este practicat un mic orificiu O (fig 1.1.12). Cunoaștem densitatea apei $\rho=1000$ kg/m³. Să se afle:

- a. densitatea gazului în starea inițială dacă temperatura inițială este $t=27^\circ\text{C}$
- b. înălțimea stratului de apă în jumătatea inferioară atunci când aerul începe să iasă din vas
- c. ce presiune are aerul din vas când începe să iasă din acesta?

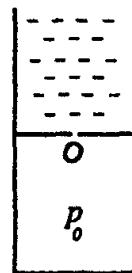


Fig. 1.1.12

35. La mijlocul unui tub de sticlă subțire așezat orizontal închis la ambele capete de lungime $L=2$ m se află în echilibru o coloană de mercur cu lungimea $h=40$ cm și densitatea $\rho=13600$ kg/m³. Când tubul este adus în poziție verticală, coloana de mercur se deplasează cu $\ell=20$ cm. Să se afle:

- a. presiunea inițială în tub exprimată în mm coloană de mercur și Pa
- b. presiunile din cele două incinte după întoarcerea tubului
- c. de câte ori trebuie să mărită temperatura gazului din compartimentul inferior al tubului în poziția verticală, fără ca temperatura în compartimentul superior să se modifice, pentru ca poziția coloanei de mercur să rămână la mijlocul tubului?

36. Două tuburi comunicante identice sunt umplute parțial cu un lichid de densitate ρ . În fiecare tub, deasupra lichidului, se află aer, separat de exterior cu ajutorul unui piston. Presiunea aerului din cele două tuburi și înălțimea coloanei de aer sunt aceleasi egale cu p , respectiv cu h . Un piston este blocat iar celălalt este ridicat pe distanța x (fig 1.1.13). Temperatura sistemului se consideră constantă. Să se afle pentru ce valoare a lui x , diferența dintre nivelul lichidului din cele două tuburi este egală cu h .

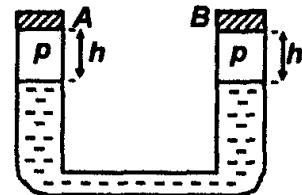


Fig. 1.1.13

37. Într-un cilindru vertical, închis cu un piston cu secțiunea $S=1$ cm² și cu masa $m=3$ kg care se poate mișca fără frecare, se află un gaz ideal a cărui temperatură inițială este $t_1=27^\circ\text{C}$. Turnăm pe piston nisip încet, astfel încât masa adăugată are în final valoarea $m_1=2$ kg, în condițiile în care temperatura nu se modifică. Se cunoaște valoarea presiunii atmosferice $p_0=10^5$ N/m². Să se afle:

- a. presiunea gazului după așezarea nisipului pe piston
- b. scăderea relativă a volumului gazului, dacă acesta se răcește cu $\Delta T=50$ K după așezarea întregului nisip pe piston
- c. reprezentarea succesiunii de procese în coordonate p și V

38. Un gaz ideal aflat în starea $p_1=2 \cdot 10^5$ N/m² și $t_1=27^\circ\text{C}$ suferă o transformare conform legii $p=aV$, unde a este o constantă. Să se afle:

- a. reprezentarea procesului în coordonate (V,T) și (p,T)
- b. presiunea gazului la temperatura $t_2=227^\circ\text{C}$
- c. volumul gazului la $t_3=100^\circ\text{C}$, dacă la 0°C volumul gazului este $V_0=1,71$ L

39. O cantitate $v=1$ mol de gaz ideal evoluează conform graficului 1.1.14. În starea inițială volumul ocupat de gaz este $V_1=8,31$ L și temperatura acestuia este $T_1=831$ K. Să se afle:

- constanta de proporționalitate dintre presiune și volum
- volumul final ocupat de gaz, dacă acesta se destinde până la presiunea $p_2=2p_1$
- temperatura finală a gazului în condițiile punctului b.

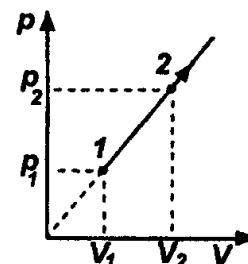


Fig. 1.1.14

40. Într-un cilindru orizontal așezat ca în figura 1.1.15, se află două pistoane unite printr-o tijă rigidă. Ariile pistoanelor sunt $S_1=10 \text{ cm}^2$ și $S_2=20 \text{ cm}^2$. Pistonul din dreapta este legat cu un resort inițial nedeformat și cu constanta elastică $k=400 \text{ N/m}$ de un punct fix O. Aerul dintre pistoane se află la presiunea $p_0=10^5 \text{ N/m}^2$ și la temperatură $T_0=400 \text{ K}$. Se încălzește gazul dintre pistoane până la temperatura $T=500 \text{ K}$. Să se afle:

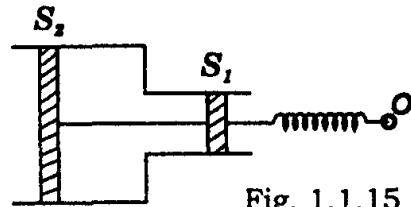


Fig. 1.1.15

- pe ce distanță trebuie deplasat capătul O, astfel ca pistoanele să nu se deplaseze
- dacă se înlătură resortul, să se afle până la ce temperatură trebuie răcit aerul dintre cele două pistoane, astfel ca volumul ocupat de gaz să fie minim, dacă inițial ambele incinte aveau lungimea ℓ
- dacă în condițiile punctului b., răcim aerul, astfel ca temperatura lui absolută să scadă încă de două ori, care este noua valoare a presiunii aerului?

41. În figura 1.1.16 sunt prezentate trei transformări izoterme suferite de trei cantități de gaze ideale. Să se afle:

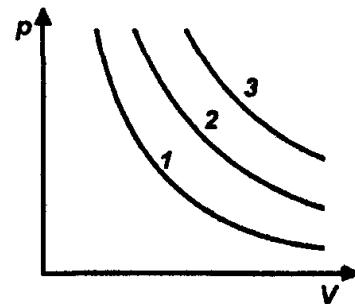


Fig. 1.1.16
Fig. 1.1.16

- relația de ordine între temperaturile absolute în cazul celor trei transformări, dacă se utilizează mase egale din același gaz ($\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu$ și $m_1=m_2=m_3=m$)

- relația de ordine dintre masele molare ale celor trei gaze diferite, dacă masele acestora sunt egale, iar izotermele sunt trasate la aceeași temperatură absolută ($m_1=m_2=m_3=m$ și $T_1=T_2=T_3=T$)
- relația care trebuie îndeplinită pentru ca primele două izoterme trasate la aceeași temperatură pentru gaze diferite să coincidă

42. În figura 1.1.17 sunt prezentate trei transformări izobare suferite de trei cantități de gaze ideale. Să se afle:

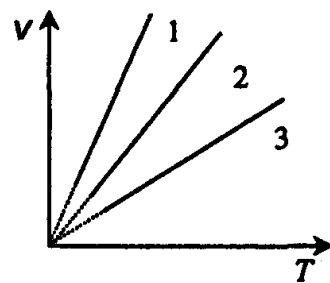


Fig. 1.1.17

- relația de ordine între presiuni în cazul celor trei transformări, dacă se utilizează mase egale din același gaz ($\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu$ și $m_1=m_2=m_3=m$)

- relația de ordine dintre masele molare ale celor trei

gaze diferite, dacă masele acestora sunt egale, iar izobarele sunt trasate la aceeași presiune ($m_1=m_2=m_3=m$ și $p_1=p_2=p_3=p$)

c. relația care trebuie îndeplinită pentru ca toate izobarele trasate la aceeași presiune și pentru gaze diferite să coincidă

- 43.** În figura 1.1.18 sunt prezentate trei transformări izocore suferite de trei cantități de gaze ideale. Să se afle:

a. relația de ordine între volume în cazul celor trei transformări, dacă se utilizează mase egale din același gaz ($\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu$ și $m_1=m_2=m_3=m$)

b. relația de ordine dintre masele molare ale celor trei gaze diferite, dacă masele acestora sunt egale, iar izocorele sunt trasate la același volum ($m_1=m_2=m_3=m$ și $V_1=V_2=V_3=V$)

c. relația de ordine dintre densitățile gazelor, dacă $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu$ și $m_1=m_2=m_3=m$

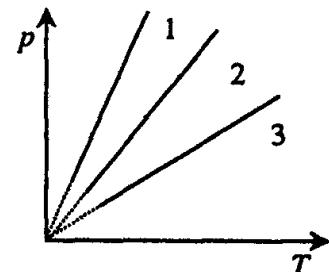


Fig. 1.1.18

- 44.** O masă $m=3,2$ kg ($\mu_{O_2}=32 \cdot 10^{-3}$ kg/mol) ocupă în starea inițială un volum V_1 la o temperatură $T_1=300$ K și presiunea $p_1=10^5$ N/m². Gazul se destinde la temperatură constantă până la un volum $V_2=2V_1$, apoi este comprimat la presiune constantă până la volumul $V_3=V_1$. Să se afle:

- a. numărul de molecule de oxigen care alcătuiesc gazul
b. volumul initial ocupat de gaz
c. densitatea minimă atinsă de gaz

- 45.** Un gaz ideal aflat inițial la presiunea $p_1=3$ atm și la temperatura $t_1=127^\circ C$ este supus unei transformări izoterme în care volumul se mărește de patru ori și apoi unei comprimări izobare până ajunge la dublul volumului inițial. Să se afle:

- a. reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate (p, V)
b. presiunea finală a gazului
c. temperatura finală a gazului

- 46.** O cantitate de $v=2$ moli de oxigen ($\mu_{O_2}=32$ g/mol) evoluează din starea de echilibru 1, caracterizată de parametrii p_1 , V_1 și $T_1=300$ K în starea finală 3 caracterizată de parametrii p_3 , V_3 și T_3 , conform figurii 1.1.19. Se cunoaște că $V_3=3V_1$ și $p_3=p_1/2$. Să se afle:

- a. masa unei molecule de oxigen
b. numărul de molecule de oxigen care alcătuiesc gazul
c. temperatura în starea 3

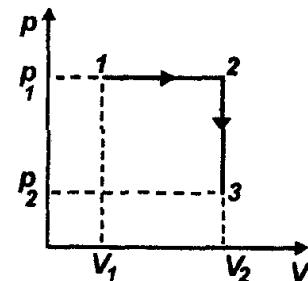


Fig. 1.1.19

- 47.** O cantitate de heliu cu masa molară $\mu_{He}=4 \cdot 10^{-3}$ kg/mol are presiunea $p_1=2$ atm și temperatura $t_1=27^\circ C$. Gazul se încălzește până când temperatura absolută se dublează, iar densitatea rămâne constantă. Apoi gazul se dilată izobar până când $V_3=4V_1$. Să se afle:

a. reprezentarea succesiunii de procese în coordonate (p, V)

b. densitatea gazului în starea inițială

c. temperatura în starea finală în grade Celsius

48. O masă $m=64$ g de oxigen molecular ($\mu=32$ g/mol) parcurge ciclul din figura 1.1.20. Se cunosc $V_1=10$ L, $t_1=127^\circ\text{C}$ și $V_2=2V_1$. Să se afle:

- numărul de molecule din unitatea de volum în starea 1
- presiunea și temperatura gazului în starea 2
- densitatea gazului în starea 3

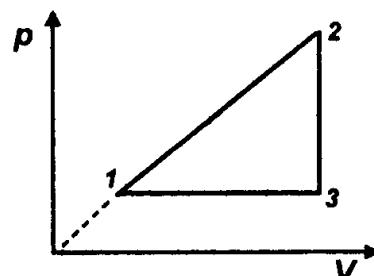


Fig. 1.1.20

49. Un gaz ideal suferă sirul de transformări din figura 1.1.21 în care transformarea 2-3 este o transformare izotermă. Se cunosc parametrii primei stări $p_1=10^5 \text{ N/m}^2$, $V_1=1 \text{ dm}^3$, $T_1=300 \text{ K}$ și $p_2=3p_1$.

- să se identifice transformările 1-2 și 3-1
- să se calculeze parametrii stărilor 2 și 3 și să se exprime temperaturile acestor stări în grade Celsius
- să se treacă succesiunea de transformări în coordonate (V, T) și (p, T)

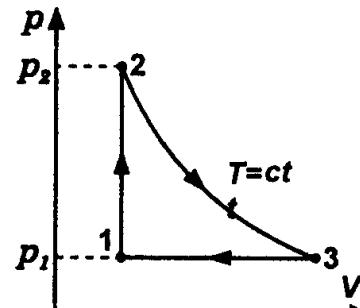


Fig. 1.1.21

50. O cantitate de azot ($\mu=28$ g/mol) suferă succesiunea de transformări reprezentate în figura 1.1.22. Se cunosc parametrii gazului în starea inițială $p_1=10^5 \text{ Pa}$, $V_1=1 \text{ L}$ și $T_1=300 \text{ K}$. În starea 2 presiunea azotului este $p_2=1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Să se afle:

- reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p și V
- masa și numărul de molecule de azot
- densitatea gazului în starea 3

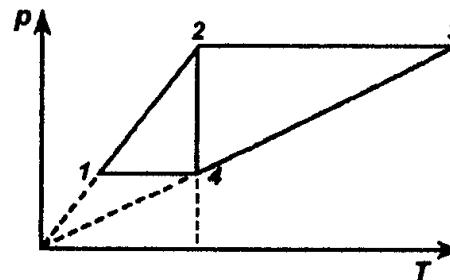


Fig. 1.1.22

51*. Un gaz ideal are în starea inițială parametrii p_1 , V_1 , T_1 . Gazul suferă o transformare liniară care este reprezentată grafic în figura 1.1.23. În starea finală $p_2=p_1/2$ și $V_2=3V_1$. Să se exprime în funcție de $T_1=800 \text{ K}$, temperatura maximă atinsă în decursul acestei transformări.

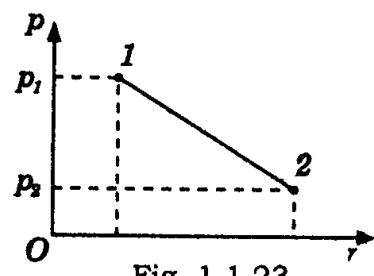


Fig. 1.1.23

52. Într-un vas cu volumul $V=6 \text{ dm}^3$ se află aer la temperatura $t_1=27^\circ\text{C}$ și presiunea $p=2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. Aerul se încălzește până la temperatura $t_2=87^\circ\text{C}$, iar vasul rămâne deschis. Cunoscând masa molară a aerului $\mu=29 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$, să se afle:

- densitatea aerului în starea inițială
- masa de aer care părăsește vasul în timpul procesului de încălzire
- presiunea finală, dacă vasul se închide la temperatura t_2 și apoi se depozitează într-o încăpere în care temperatura este t_1



53. O anvelopă are volumul $V=10$ L și este umflată cu aer la presiunea $p_i=1,6 \cdot 10^5$ Pa și la temperatura $t=27^\circ\text{C}$. Se introduce cu un corp de pompă cu volumul $V_1=0,1$ L, o cantitate de aer la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ Pa și la aceeași temperatură prin pompări successive, până când presiunea în anvelopă devine $p_f=1,8 \cdot 10^5$ Pa ($\mu_{\text{aer}}=28,9 \cdot 10^{-3}$ kg/mol.) Să se calculeze:

- masa de aer care pătrunde în corpul de pompă la o singură pompă
- de câte ori se apasă corpul de pompă, pentru a mări presiunea în anvelopă, dacă la fiecare pompă se introduce aceeași masă de gaz în corpul de pompă?

54. Într-un vas cu volumul $V=10$ L se află aer la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ Pa. La vas se cuplează o pompă de vidare cu volumul $V_1=0,2$ L. Să se afle numărul de curse pe care trebuie să le efectueze pompa, pentru a scădea presiunea la valoarea $p=10^2$ Pa, dacă temperatura se păstrează constantă.

55. Într-o butelie cu volumul $V=5$ L se află oxigen ($\mu_{\text{O}_2}=32$ kg/kmol) cu presiunea de $p=2,5 \cdot 10^5$ N/m² la temperatură $t=27^\circ\text{C}$. Să se determine:

- densitatea gazului din butelie în condițiile date
- raportul dintre masa gazului care rămâne în butelie și masa gazului care a ieșit din butelie când aceasta este deschisă, dacă gazuliese din butelie atât timp cât presiunea gazului este mai mare decât presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ N/m² și temperatura gazului nu se modifică.

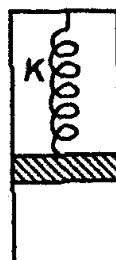
56. Într-o butelie se află oxigen ($\mu_{\text{O}_2}=32 \cdot 10^{-3}$ kg/mol) cu masa $m=960$ g, la temperatură $t=27^\circ\text{C}$ și la presiunea $p=5 \cdot 10^5$ N/m². Să se afle:

- numărul de molecule din butelie
- până la ce temperatură maximă poate fi încălzită butelia, dacă pereții acesteia nu suportă o diferență de presiune mai mare decât $\Delta p=9 \cdot 10^5$ Pa, iar în exteriorul buteliei este aer la presiunea $p_0=10^5$ Pa?
- timpul cât poate fi utilizată butelia, dacă oxigenul este consumat de un bolnav la presiunea atmosferică p_0 și la aceeași temperatură $t=27^\circ\text{C}$, cu debitul volumic $D_V=0,1$ L/s

57. Într-o butelie cu volumul $V=50$ L se află oxigen ($\mu_{\text{O}_2}=32$ g/mol) la presiunea $p=15$ atm. Temperatura gazului este $t=27^\circ\text{C}$. Să se afle:

- numărul de molecule din unitatea de volum
- variația relativă a presiunii, dacă temperatura absolută crește accidental de $n=3$ ori, iar butelia nu explodează
- masa molară a amestecului rezultat, dacă o fracțiune $f=60\%$ din moleculele gazului disociază

58. Într-un vas cilindric închis, vidat, se află un piston cu masa neglijabilă legat de un resort. Inițial pistonul se află pe fundul cilindrului iar resortul este în stare nedeformată. Introducând o cantitate de gaz la temperatură $t_1=27^\circ\text{C}$ sub piston, acesta se ridică cu $h_1=10$ cm (fig. 1.1.24). Să se afle înălțimea la care se



ridică pistonul, dacă sub piston se introduce o cantitate de gaz de $n=5$ ori mai mare la temperatura $t_2=87^\circ\text{C}$.

59. Cilindrul orizontal din figura 1.1.25 este împărțit printr-un piston mobil subțire inițial blocat și care se poate mișca fără frecări, în două compartimente A și B ale căror volume se află în raportul $V_A/V_B=2$.



Fig. 1.1.25

Compartimentul A aflat la temperatură $T_A=400\text{ K}$ conține o masă de oxigen ($\mu_{\text{O}_2}=32\text{ g/mol}$). Compartimentul B aflat la temperatură $T_B=300\text{ K}$ conține azot cu aceeași masă ca și oxigenului ($\mu_{\text{N}_2}=28\text{ g/mol}$). Să se afle:

- a. masa unei molecule de azot
- b. raportul presiunilor gazelor din cele două compartimente
- c. raportul volumelor celor două gaze V_A/V_B după deblocarea pistonului, dacă cele două compartimente sunt aduse la aceeași temperatură

60. Un cilindru orizontal cu lungimea $L=1,5\text{ m}$, închis la ambele capete, este împărțit în două părți egale printr-un piston termoizolant, de grosime neglijabilă, care se poate deplasa fără frecări. În cele două compartimente se află mase egale de azot și oxigen. Cunoscând masele molare ale oxigenului și azotului $\mu_{\text{O}_2}=32\text{ g/mol}$ și $\mu_{\text{N}_2}=28\text{ g/mol}$, să se afle:

- a. raportul temperaturilor T_1 și T_2 ale oxigenului și azotului din cele două compartimente, dacă pistonul este în echilibru mecanic la mijlocul cilindrului
- b. distanța pe care se deplasează pistonul și sensul deplasării lui dacă azotul este adus la temperatură T_1 , iar temperatura oxigenului rămâne neschimbată
- c. masa molară a amestecului format din cele două gaze, dacă se îndepărtează pistonul

61. Un cilindru orizontal cu volumul $V=11,6\text{ dm}^3$ este separat în două compartimente printr-un piston ușor, subțire, care se poate deplasa fără frecări. Inițial pistonul se află în echilibru la mijlocul cilindrului. Primul compartiment conține azot la temperatură $t_1=12^\circ\text{C}$, iar al doilea compartiment conține monooxid de carbon (CO) la temperatură $t_2=22^\circ\text{C}$. Se cunosc masele atomice relative ale azotului $m_{r\text{N}}=14$, carbonului $m_{r\text{C}}=12$ și oxigenului $m_{r\text{O}}=16$. Să se afle:

- a. raportul maselor celor două gaze
- b. raportul numărului de molecule celor două gaze
- c. variația volumului ocupat de azot, dacă azotul din primul compartiment este încălzit cu $\Delta T=10\text{ K}$, iar monooxidul de carbon din cel de-al doilea compartiment se menține la temperatură inițială



62. Un cilindru este separat cu ajutorul unui piston termoconductor, inițial blocat în două compartimente egale. Într-un compartiment al cilindrului este închisă o masă $m_1=0,16\text{ g}$ de hidrogen molecular la temperatură $T_1=300\text{ K}$. În celălalt compartiment se află o masă $m_2=3m_1$ din același gaz la temperatură $T_2=400\text{ K}$. În condițiile în care cilindrul este izolat adiabatic față de mediul exterior, să se afle:

- a. raportul presiunilor inițiale ale gazelor din cele două compartimente
- b. raportul presiunilor gazelor din cele două compartimente după stabilirea echilibrului termic
- c. raportul volumelor celor două compartimente dacă după stabilirea echilibrului termic pistonul s-ar debloca

63. Un balon rigid cu volumul $V_1=2$ L conține $v_1=1$ kmol de gaz ideal. Balonul se află într-un cilindru închis cu volumul $V_2=102$ L care conține $v_2=20$ kmol din același gaz ideal. Sistemul este încălzit astfel încât cele două gaze se află mereu la aceeași temperatură. Pereții balonului nu suportă o presiune mai mare decât $p=10^9$ Pa. Presupunând că pereții cilindrului nu cedează, să se afle:

- a. temperatura la care pereții balonului cedează
- b. presiunea din cilindru după explozie, la temperatura la care a avut loc explozia
- c. în ce condiții fizice explozia nu se produce oricără ar crește temperatura sistemului?

64. Un cilindru orizontal închis la ambele capete, de lungime $\ell=2$ m și secțiune $S=20 \text{ cm}^2$, este împărțit în două compartimente egale cu ajutorul unui piston cu grosime neglijabilă, inițial blocat. În ambele compartimente se află azot, astfel că într-un compartiment azotul are presiunea $p_1=3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, iar în celălalt compartiment azotul are presiunea $p_2=2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. În ambele compartimente temperatura este $T=300 \text{ K}$ și se menține constantă. Să se afle:

- a. forța ce trebuie să acționeze asupra pistonului pentru a-l menține în poziția inițială dacă, pistonul se deblochează
- b. lungimile celor două compartimente după ce lăsăm liber pistonul și acesta se echilibrează
- c. masa de gaz ce trebuie scoasă dintr-un compartiment în condițiile punctului a., pentru ca după ce lăsăm liber pistonul acesta să nu se deplaseze și să se precizeze care este compartimentul din care trebuie să scoatem azot ($\mu_{N_2}=28 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$)

65. Un cilindru orizontal închis la ambele capete, de lungime $2\ell=2$ m și secțiune $S=20 \text{ cm}^2$, este împărțit în două compartimente egale cu ajutorul unui piston mobil cu grosime neglijabilă. În ambele compartimente se află azot la presiunea $p_0=10^5 \text{ N/m}^2$ și temperatura $T=300 \text{ K}$. Masa molară a gazului este $\mu_{N_2}=28 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$. Să se afle:

- a. masa de gaz din fiecare compartiment
- b. ΔT , dacă răcim un compartiment cu ΔT , iar pe celălalt îl încălzim cu același număr de grade, astfel ca pistonul să se deplaseze pe distanța $\Delta\ell=0,4 \text{ m}$
- c. masa de gaz ce trebuie scoasă dintr-un compartiment pentru ca pistonul să rămână la jumătate, dacă un compartiment se încălzește cu $\Delta T=100 \text{ K}$, iar celălalt se răcește cu același număr de grade

- 66.** Într-un cilindru orizontal, închis la ambele capete cu lungimea $l=1$ m se află un piston mobil cu grosime neglijabilă, care se poate mișca fără frecare. De-o parte și de cealaltă a pistonului se află două gaze: hidrogen cu masa $m_1=8$ g și oxigen cu masa $m_2=64$ g la temperatura $t_1=27^\circ\text{C}$. Să se afle:
- raportul volumelor $V_{\text{H}_2}/V_{\text{O}_2}$, dacă acestea sunt la echilibru termic și masele lor molare sunt $\mu_{\text{H}_2}=2 \cdot 10^{-3}$ kg/mol și $\mu_{\text{O}_2}=32 \cdot 10^{-3}$ kg/mol
 - lungimea compartimentului cu hidrogen după ce numai acesta a fost încălzit la temperatura $t_2=127^\circ\text{C}$
 - presiunea din cilindru după înlăturarea pistonului, dacă temperatura în cilindru este $t_3=227^\circ\text{C}$, iar $S=1$ dm²

- 67.** Un cilindru cu secțiunea $S=20$ cm² este legat cu un balon printr-un tub subțire prevăzut cu un robinet, ca în figura 1.1.26. Cilindrul conține un piston cu masa $M=3$ kg și $v_2=3$ moli de aer. Presiunea atmosferică este $p_0=10^5$ N/m². În balon se află $v_1=2$ moli de oxigen la presiunea $p_1=1,25 \cdot 10^5$ N/m². Temperatura sistemului este $t=27^\circ\text{C}$ și se presupune constantă. Să se afle:

- masa oxigenului din balon ($\mu_{\text{O}_2}=32 \cdot 10^{-3}$ kg/mol)
- distanța pe care se deplasează pistonul după deschiderea robinetului
- volumul total final ocupat de amestecul de gaze după deschiderea robinetului

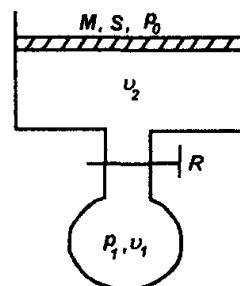


Fig. 1.1.26

- 68.** Un cilindru orizontal cu volumul $V=4$ dm³ este împărțit în două incinte cu volumele V_1 și $V_2=3V_1$ cu ajutorul unui piston mobil cu secțiunea $S=1$ cm². În prima incintă se află o masă $m_1=32$ g de oxigen la presiunea $p=2 \cdot 10^5$ Pa, iar în a doua incintă azot, ambele gaze având aceeași temperatură $t=27^\circ\text{C}$. Pistonul care delimită incintele este în echilibru și are masa $m=1$ kg. Să se afle:

- masa m_2 de azot
- masa de oxigen care trebuie introdusă în prima incintă, dacă cilindrul se întoarce în poziție verticală cu azotul deasupra pentru ca pistonul să se afle la mijlocul cilindrului
- presiunea finală după înlăturarea pistonului considerat cu grosimea neglijabilă

- 69.** În figura 1.1.27 sunt trei cilindri identici orizontali cu lungimea $L=60$ cm. Trei pistoane de grosimi neglijabile permit unui lichid să pătrundă în fiecare cilindru pe distanța $a=20$ cm. În cilindrii 2 și 3 se menține aceeași temperatură, în timp ce primul cilindru de încălzește până ce pistonul ajunge la capătul cilindrului. Să se afle

- în ce raport sunt numele de molecule din cei trei cilindri $N_1/N_2/N_3$?
- de câte ori crește temperatura absolută în primul cilindru?

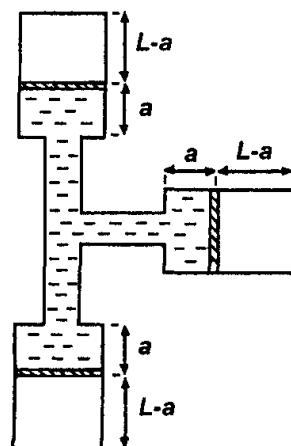


Fig. 1.1.27

c. de câte ori crește presiunea în primul cilindru?

70*. Un cilindru vertical închis la ambele capete este separat în două compartimente printr-un piston mobil de volum neglijabil. În cele două compartimente se află mase egale din același gaz ideal, la aceeași temperatură T_1 . La echilibru, raportul volumelor celor două compartimente este $n=3$. Să se afle raportul volumelor, dacă temperatura crește la $4T_1/3$.

71*. Un cilindru orizontal ca în figura 1.1.28 este împărțit în trei compartimente egale 1, 2 și 3 cu ajutorul a două pistoane fixe. În compartimente se află în ordine oxigen, hidrogen și heliu în aceleași condiții de presiune și temperatură. La un anumit moment peretele despărțitor dintre compartimentele cu oxigen și hidrogen devine permeabil pentru ambele gaze în timp ce peretele celălalt devine permeabil doar pentru hidrogen. Temperatura rămâne constantă. Masele molare sunt $\mu_{O_2}=32$ g/mol, $\mu_{H_2}=2$ g/mol, $\mu_{He}=4$ g/mol. Să se afle:

- cu cât la sută se modifică presiunea în compartimentele 2 și 3?
- de câte ori se modifică masa în compartimentele 1 și 2?
- de câte ori se modifică masa în compartimentul 3?

1	2	3
O_2	H_2	He

Fig. 1.1.28

72*. Un cilindru orizontal cu volumul $4V$ este împărțit în trei compartimente 1, 2, 3 ca în figura 1.1.29 cu ajutorul a două pistoane mobile cu grosimea neglijabilă. În compartimentul 1 se află azot, în compartimentul 2 se află hidrogen și în compartimentul 3, oxigen, în aceleași condiții de presiune și temperatură. La un anumit moment pistonul despărțitor dintre compartimentele 1 și 2 devine permeabil doar pentru hidrogen, în timp ce pistonul celălalt devine permeabil pentru ambele gaze în același timp. Temperatura nu se modifică. Masele molare sunt $\mu_{O_2}=32$ g/mol, $\mu_{H_2}=2$ g/mol, $\mu_{N_2}=28$ g/mol. Să se afle:

- volumele finale ale celor trei compartimente
- de câte ori se modifică presiunea după stabilirea echilibrului?
- cu cât la sută se modifică numărul de moli în al doilea compartiment?

V	2V	V
N_2	H_2	O_2

Fig. 1.1.29

73*. Un cilindru închis la ambele capete cu înălțimea $l=80$ cm este aşezat vertical și împărțit în două compartimente cu ajutorul unui piston mobil greu (fig 1.1.30). Pistonul are secțiunea $S=1$ cm² și grosimea neglijabilă. La momentul inițial pistonul se află în echilibru la jumătatea cilindrului, sub el aflându-se azot iar deasupra hidrogen. Presiunea hidrogenului este $p=1,5 \cdot 10^5$ Pa. La un moment dat pistonul devine permeabil doar pentru hidrogen. În final, în noua stare de echilibru sub piston se află o fracțiune $f=0,8$ din hidrogen. Se consideră că în timpul procesului temperatura nu se modifică. Să se afle:

- deplasarea pistonului
- presiunea inițială a azotului

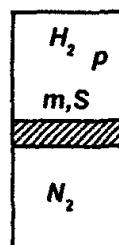


Fig. 1.1.30

c. masa pistonului

1.2. Energia internă și lucrul mecanic

 1. Într-o incintă se află mase egale $m=154$ g de monooxid de carbon (CO) și dioxid de carbon (CO_2) la presiunea $p=10^5$ Pa și temperatura $t=0^\circ\text{C}$. Masele atomice relative ale carbonului și oxigenului sunt $m_{\text{rc}}=12$ și respectiv $m_{\text{ro}}=16$. Să se afle:

- numărul de molecule din incintă
- densitatea amestecului
- energia internă a amestecului, dacă căldurile molare la volum constant sunt $C_{\text{v}1}=5R/2$ pentru CO și $C_{\text{v}2}=3R$ pentru CO_2

 2. Într-o butelie cu volumul $V=0,5 \text{ m}^3$ se găsește o masă $m_1=2 \text{ kg}$ de oxigen. O parte din gaz se consumă, astfel că masa rămasă este $m_2=0,5 \text{ kg}$. Butelia se găsește într-o incintă în care temperatura este menținută constantă la valoarea $t=27^\circ\text{C}$. Cunoscând $\mu=32 \text{ g/mol}$ și $C_{\text{v}}=5R/2$, să se afle:

- presiunea inițială a gazului din butelie
- densitatea gazului rămas în butelie
- energia internă a gazului rămas în butelie

3. O cantitate de gaz ideal monoatomic cu volumul $V_1=2 \text{ L}$ și presiunea $p_1=3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ evoluează după un ciclu termodinamic format din următoarele procese: 1-2 proces izobar până la $V_2=3V_1$, 2-3 proces izoterm până la $p_3=p_1/2$, 3-4 proces izobar până la $V_4=V_1$ și 4-1 un proces izocor până la starea inițială. Să se afle:

- reprezentarea succesiunii de procese în coordonate (p, V)
- variația energiei interne a gazului în procesul 1-2
- lucrul mecanic efectuat de gaz în procesul 2-3 ($\ln 2=0,7$)

4. În sistemul din figura 1.2.1 se află un gaz ideal care ocupă un volum $V=3 \text{ L}$ la temperatura $t=127^\circ\text{C}$. În exterior se află aer la presiunea atmosferică $p_0=10^5 \text{ N/m}^2$. Pistoanele au secțiunile $S_1=10 \text{ cm}^2$ și $S_2=40 \text{ cm}^2$. Gazul este încălzit cu $\Delta T=50 \text{ K}$ și se consideră cilindrii suficienți de lunghi. Să se afle:

- reprezentarea transformării în coordonate p și V
- cu cât se vor deplasa pistoanele?
- lucrul mecanic efectuat de gaz și variația energiei interne corespunzătoare, dacă gazul închis între pistoane este monoatomic

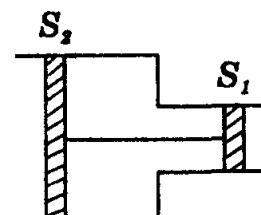


Fig. 1.2.1

5. Un gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări din figura 1.2.2. Se știe că $p_1=10^5 \text{ N/m}^2$ și $V_1=1 \text{ L}$. Să se afle:

- variația energiei interne între stările 1 și 3
- lucrul mecanic total
- energia internă a gazului în starea 2

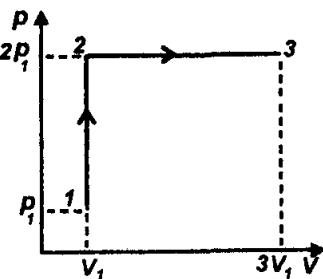


Fig. 1.2.2

- 6.** O cantitate de $v=2$ moli de gaz ideal biatomic efectuează succesiunea de transformări din figura 1.2.3. Știind că gazul este biatomic, că temperatura absolută a primei stări este $T_1=300$ K și $\ln 2=0,7$, să se afle:
- energia internă a gazului în starea 2
 - variația energiei interne între stările 1 și 3
 - lucrul mecanic total

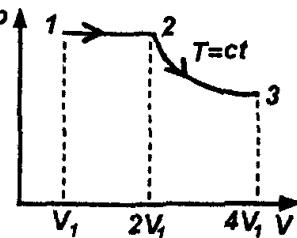


Fig. 1.2.3

- 7.** Un gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări din figura 1.2.4. Se știe că $V_2=V_1/e$, $p_1=10^5$ N/m², $V_1=1$ L și $e=2,71$. Să se afle:
- reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p și V
 - variația energiei interne între stările 1 și 3
 - lucrul mecanic total

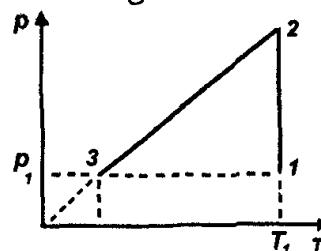


Fig. 1.2.4

- 8.** Un gaz ideal monoatomic efectuează o transformare în care presiunea gazului variază în funcție de volum după legea $p=aV$, unde a este o constantă. În cursul transformării volumul crește de trei ori, iar în stare initială presiunea este $p_1=3 \cdot 10^5$ N/m² și volumul $V_1=3$ L. Să se afle:
- temperatura în starea 2 în funcție de temperatura în starea 1
 - variația energiei interne între stările 1 și 2
 - lucrul mecanic efectuat de gaz

- 9.** Un mol de gaz ideal biatomic are presiunea care depinde liniar de volum astfel că în starea inițială 1, presiunea gazului este $p_1=2 \cdot 10^5$ Pa și volumul este $V_1=1$ L, iar în starea finală $p_2=6 \cdot 10^5$ Pa și $V_2=4$ L. Să se afle:
- raportul temperaturilor absolute în stările 2 și 1
 - variația energiei interne între stările 1 și 2
 - lucrul mecanic efectuat de gaz

- 10.** Un gaz ideal evoluează din starea 1 cu parametrii p_0 și $2V_0$ în starea 2 cu parametrii $2p_0$ și V_0 . Reprezentând grafic această transformare în coordonate p și V se obține un segment de dreaptă. Fie o stare 3 care împarte segmentul în două părți egale. Să se afle:
- de câte ori este mai mare temperatura absolută T_2 decât T_1 ?
 - variația energiei interne între stările 1 și 2
 - raportul lucrurilor mecanice L_{13}/L_{32}

- 11.** O cantitate de $v=2$ moli de gaz ideal monoatomic aflat la presiunea $p_1=8,31 \cdot 10^5$ Pa și temperatura absolută $T_1=300$ K se destinde după legea $T=aV-bV^2$, unde $a=56 \cdot 10^3$ K/m³ și $b=10^6$ K/m⁶. Să se afle:
- variația energiei interne a gazului când volumul se mărește de $n=2$ ori
 - valoarea constantei a pentru ca energia internă în starea finală a gazului să fie egală cu energia internă în starea inițială
 - lucrul mecanic efectuat de gaz în cursul destinderii de la punctul a.

12. Un mol de gaz monoatomic este adus din starea inițială 1 în starea finală 3 în care densitatea este $\rho_3 = \rho_1/4$. Trecerea din starea 1 în 2 se face printr-un proces reprezentat grafic în figura 1.2.5. Presiunea maximă în timpul procesului $p_{\max} = 8 p_1$ și în starea 1 temperatura absolută este $T_1 = 300$ K. Să se afle:

- reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p și V
- variația energiei interne între stările 1 și 3
- lucrul mecanic total efectuat de gaz la trecerea din starea 1 în 3

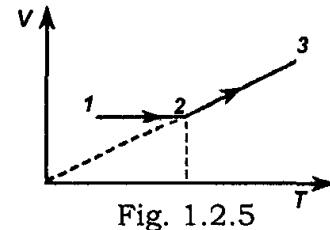


Fig. 1.2.5

13. Un gaz ideal monoatomic cu $v=4$ moli trece din starea 1 în starea 2 pe două căi ca în figura 1.2.6. Se cunosc $p_1=2p_2$, $T_1=300$ K. Procesul 1-a-2 este liniar, iar procesul 1-b-2 este izoterm. Să se afle:

- energia internă în starea 1
- lucrul mecanic în transformarea 1-a-2
- lucrul mecanic în transformarea 1-b-2 ($\ln 2 = 0,7$)

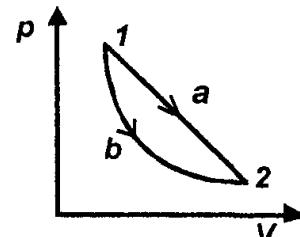


Fig. 1.2.6

14. Un gaz ideal monoatomic este supus procesului 1-2-3-4 din figura 1.2.7. Se cunosc $V_2=V_1/2$, $V_1=1$ L, $p_1=10^5$ Pa și $C_V=3R/2$. Să se afle:

- raportul T_3/T_1
- variația energiei interne ΔU_{23}
- raportul L_{12}/L_{34}

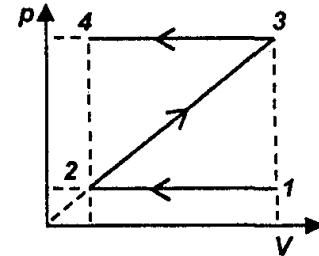


Fig. 1.2.7

15. Doi moli de heliu ($C_V=3R/2$) se află inițial la o temperatură $t_1=27^\circ\text{C}$ și ocupă un volum V_1 . Heliul se destinde întâi la presiune constantă până ce volumul se dublează și apoi adiabatic până când temperatura revine la valoarea inițială. Să se afle:

- reprezentarea proceselor în coordonate p și V
- variația energiei interne a gazului în întregul proces
- lucrul mecanic total efectuat de heliu

16. O cantitate de azot ($C_V=5R/2$) se găsește într-o stare de echilibru termodinamic inițială 1 caracterizată de parametrii $p_1=2 \cdot 10^5$ Pa și $V_1=2$ L și poate ajunge în starea finală 2 caracterizată de parametrii $p_2=3p_1$ și $V_2=2V_1$ prin trei procese distințe, ca în figura 1.2.8.

Procesul 1-2 este reprezentat în coordonate p - V printr-o dreaptă, procesul 1-A-2 este format dintr-un proces izocor 1-A urmat de un proces izobar A-2 și procesul 1-B-2 este format din procesul 1-B izobar urmat de un proces izocor B-2. Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de azot în procesul 1-2
- variația energiei interne în procesul 1-A-2
- raportul dintre lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în cazul parcurgerii ciclului 1-A-2-1 și modulul lucrului mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în cazul parcurgerii ciclului 1-B-2-1

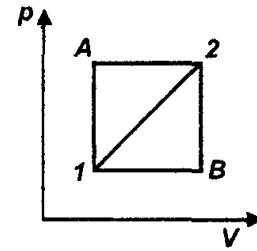


Fig. 1.2.8

17. Un gaz ideal trece din starea 1 în starea 3 ca în figura 1.2.9. Să se afle:

- raportul energiilor interne U_3/U_1
- calculați raportul celor două lucruri mecanice L_{123}/L_{13}
- calculați diferența celor două lucruri mecanice L_{123} și L_{13} în funcție de p_1 și V_1 și precizați ce semnifică fizic această diferență

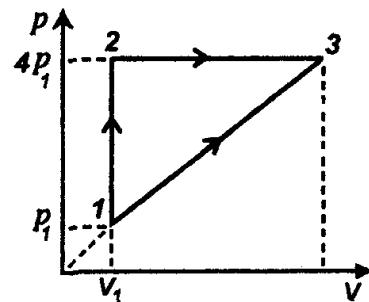


Fig. 1.2.9

18. Un gaz ideal biatomic aflat inițial în starea 1 în care presiunea este $p_1=6 \cdot 10^5$ Pa și volumul $V_1=2$ L se destinde izoterm până ce volumul gazului se dublează. Apoi gazul se comprimă după legea $p=aV$ până la volumul inițial V_1 . Să se afle:

- reprezentarea proceselor în coordonate p și V
- raportul variațiilor energiilor interne între stările 1-3 și 2-3
- lucrul mecanic total ($\ln 2=0,7$)

19. Un mol de gaz ideal monoatomic evoluează conform transformării ciclice din figura 1.2.10. Se știe că $p_2=4p_1=8 \cdot 10^5$ Pa și $V_3=2V_1=2$ L. Să se afle:

- parametrii stării 4 în funcție de parametrii stării 1
- variația energiei interne între stările 2 și 3
- raportul lucrurilor mecanice L_{1241}/L_{1431}

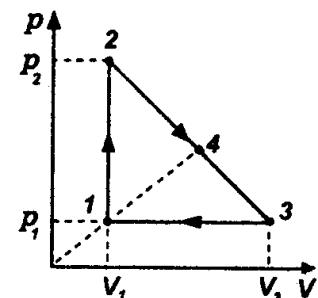


Fig. 1.2.10

20. Un gaz ideal evoluează dintr-o stare inițială într-o stare finală în care volumul gazului se dublează. Gazul ajunge de fiecare dată indiferent de transformările suferite în starea finală (p_2, V_2) . Să se precizeze în care dintre transformările următoare gazul efectuează cel mai mic, respectiv cel mai mare lucru mecanic.

- izobară
- izotermă
- după legea $T=aV^2$, $a=\text{constant}$
- adiabată
- după legea $T=bV^3$, $b=\text{constant}$

21. Un gaz ideal biatomic evoluează după succesiunea de transformări 123456 ca în figura 1.2.11. Se cunosc $p_0=10^5$ N/m², $V_1=1$ L și $V_2=3V_1$. Să se afle:

- lucrul mecanic total efectuat în transformările 123
- lucrul mecanic total efectuat în transformările 123456
- variația energiei interne între starea inițială 1 și starea 2

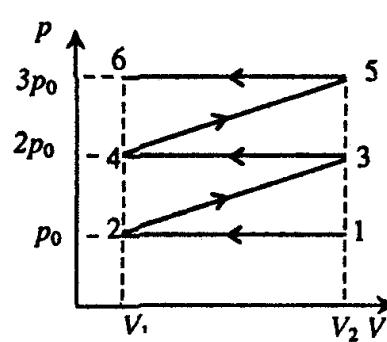
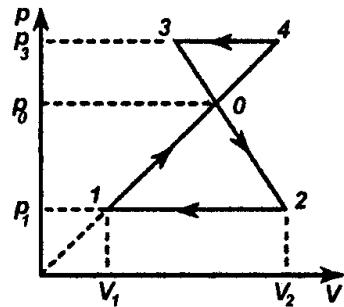


Fig. 1.2.11

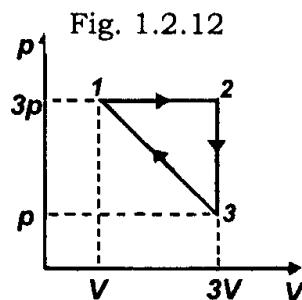
22. Un gaz ideal monoatomic parcurge ciclul din figura 1.2.12. Se cunosc $p_1=10^5$ N/m², $p_0=3 \cdot 10^5$ N/m², $p_3=4 \cdot 10^5$ N/m², $V_2-V_1=20$ L, iar segmentele $2 \rightarrow 1$ și $4 \rightarrow 3$ sunt orizontale. Să se afle:

- a. lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclul 14321
- b. raportul lucrurilor mecanice L_{1021}/L_{0430}
- c. variația energiei interne între stările 1 și 2



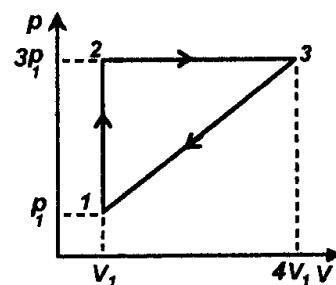
23. Un gaz ideal suferă un proces ciclic reprezentat grafic în figura 1.2.13. Se cunosc $p=10^5$ N/m² și $V=2$ L. Să se afle:

- a. lucrul mecanic în transformarea 1-2
- b. lucrul mecanic în transformarea 3-1
- c. lucrul mecanic pe ciclu



24. Un gaz ideal monoatomic suferă un proces ciclic reprezentat grafic în figura 1.2.14. Se cunosc $p_1=10^5$ N/m² și $V_1=1$ L. Să se afle:

- a. lucrul mecanic în transformarea 3-1
- b. variația energiei interne între stările 1 și 2
- c. lucrul mecanic pe ciclu



25. $v=0,1$ moli de gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări din figura 1.2.15. În starea 1, gazul are parametrii p_1 , V_1 și $T_1=300$ K. Se cunoaște că $V_2=4V_1$. Ecuația procesului 2-3 este descrisă de legea $p=aV$. Să se afle în funcție de parametrii stării 1:

- a. reprezentarea grafică a transformării în coordonate (V, T)
- b. energia internă a gazului în starea 2
- c. lucrul mecanic pe ciclu ($\ln 2=0,7$)

Fig. 1.2.14

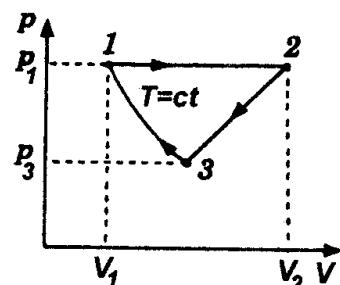


Fig. 1.2.15

26. Un gaz ideal suferă succesiunea de transformări din figura 1.2.16. În starea 1 gazul are parametrii p_1 și V_1 . Să se afle în funcție de parametrii stării 1:

- a. lucrul mecanic în transformarea ciclică 1231
- b. lucrul mecanic în transformarea ciclică 3453
- c. lucrul mecanic în transformarea ciclică 12541

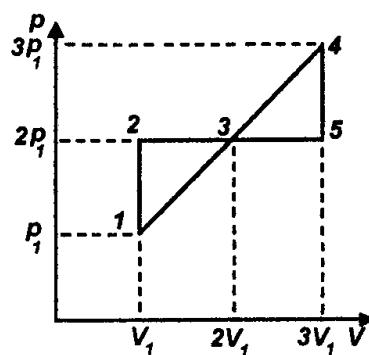


Fig. 1.2.16

27. În figura 1.2.17 sunt reprezentate două transformări ciclice 1-2-3-1 și 1-3-4-1 pentru un gaz ideal. Se cunosc $p_1=2 \cdot 10^5$ Pa, $V_2=4V_1=16L$ și $T_1=T_3$. Să se afle, dacă se cunoaște că $\ln 2=0,7$:

- în care din cele două cazuri gazul efectuează un lucru mecanic mai mare?
- diferența dintre L_{1231} și L_{1341}
- suma dintre L_{1231} și L_{1341} și să se interpreze rezultatul

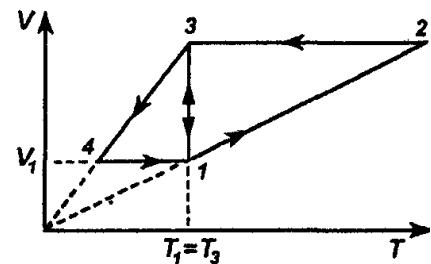


Fig. 1.2.17

28. Un mol de gaz ideal monoatomic suferă transformarea ciclică 1-2-3-4-1 din figura 1.2.18. Se cunoaște că $T_3=16T_1$. Să se afle:

- reprezentarea ciclului în coordonate (V, T) și (p, V)
- parametrii stărilor 2, 3, 4 în funcție de p_1 , V_1 și T_1
- lucrul mecanic efectuat de gaz în ciclul 1-2-3-4-1 în funcție de p_1 și V_1

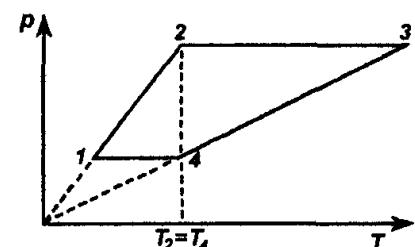


Fig. 1.2.18

29. Un gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări din figura 1.2.19, în care $p_2=3p_1$, $V_3=4V_1$. Să se afle în funcție de parametrii stării 1:

- reprezentarea grafică în coordonate p și T
- variația energiei interne între stările 4 și 1
- lucrul mecanic pe transformarea ciclică ($\ln 2=0,7$)

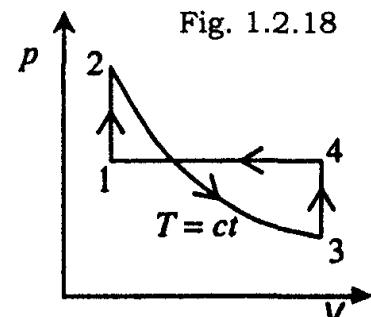


Fig. 1.2.19

30. Un mol de gaz ideal monoatomic execută următoarele transformări: 1-2 încălzire izocoră astfel că $p_2=8p_1/3$, 2-3 o destindere izobară în decursul căreia $V_3=3V_1/2$, 3-4 o destindere izotermă și o transformare 4-1 în care presiunea variază cu volumul după legea $pV^1=\text{constant}$. Să se afle:

- reprezentarea grafică a procesului ciclic în coordonate p și V
- parametrii stării 4 în funcție de parametrii stării 1
- lucrul mecanic pe transformarea ciclică în funcție de p_1 și V_1 ($\ln 4/3=0,287$)

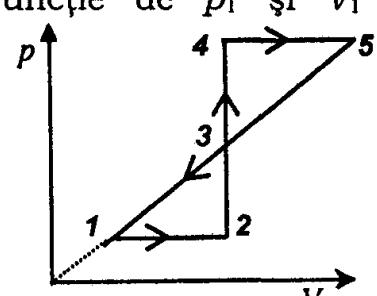


Fig. 1.2.20

31. Un gaz ideal efectuează transformarea ciclică reprezentată grafic în figura 1.2.20, astfel că $V_2=2V_1$, $p_4=4p_1$. Se cunosc parametrii stării 1, presiunea $p_1=10^5$ N/m² și volumul $V_1=1$ L. Să se afle:

- raportul temperaturilor absolute T_5/T_1
- presiunea în starea 3
- lucrul mecanic total

32. Un gaz ideal suferă transformările din figura 1.2.21. Inițial în starea 1 parametrii sunt $p_1=10^5$ Pa și $V_1=1$ L. Să se afle:

- raportul energiilor interne ale gazului în stările 3 și 1
- lucrul mecanic în transformarea 1-2-3
- lucrul mecanic în transformarea ciclică 1-2-3-4-1

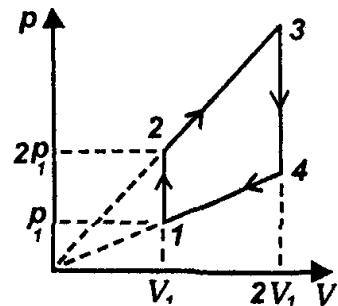


Fig. 1.2.21

33. Un gaz biatomic suferă succesiunea de transformări din figura 1.2.22. Se cunosc parametrii stării 1, presiunea $p_1=10^5$ Pa și volumul $V_1=1$ L, precum și $p_2=2p_1$, $V_3=3V_1$, $V_4=4V_1$. Să se afle:

- temperatura în starea 3 în funcție de temperatura în starea 1
- lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu
- variația energiei interne ΔU_{14}

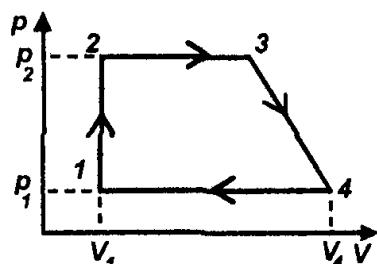


Fig. 1.2.22

34. O cantitate $v=1$ mol de gaz ideal parcurge ciclul din figura 1.2.23, unde $T_1=400$ K, iar procesul 3-1 este descris de ecuația $T = \frac{1}{2}T_1(3 - BV)BV$, unde B

este o constantă pozitivă. Să se afle:

- reprezentarea procesului în coordonate p și V
- lucrul mecanic efectuat de gaz la parcurgerea unui ciclu
- puterea dezvoltată de motor, dacă se efectuează $n=5$ cicluri pe secundă

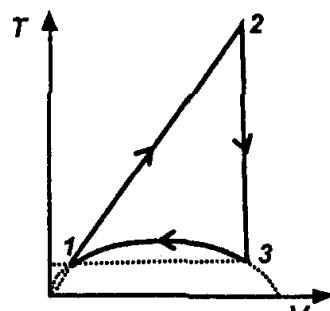


Fig. 1.2.23

35. Într-un vas cu volumul $V_1=20$ L se află un gaz monoatomic la presiunea $p_1=10^5$ N/m² și la temperatura $t_1=27^\circ\text{C}$. În alt vas cu volumul $V_2=40$ L se află un alt gaz monoatomic la presiunea $p_2=3 \cdot 10^5$ N/m² și la temperatura $t_2=227^\circ\text{C}$. Cele două vase se pun în legătură printr-un tub subțire de volum neglijabil. Pereții celor două vase nu permit schimbul de căldură cu mediul exterior. Să se afle:

- temperatura finală după punerea în legătură a vaselor
- presiunea finală care se stabilește în cele două vase
- variația energiei interne în primul vas

36. Un gaz ideal aflat inițial la presiunea $p_1=10^5$ N/m² și volumul $V_1=2$ L suferă succesiunea de transformări: o comprimare 1-2, astfel încât energia internă să rămână constantă iar $V_1=3V_2$, o transformare 2-3, în care densitatea gazului să rămână constantă până ce gazul ajunge la presiunea inițială, iar 3-1, o transformare în care densitatea gazului să varieze invers proporțional cu temperatura absolută. Se cunoaște că $\ln 3=1,1$. Să se afle:

- reprezentarea grafică a transformării ciclice în coordonate (p, V)
- lucrul mecanic al gazului în această transformare ciclică

c. energia internă a gazului monoatomic în starea 3

37. Două recipiente cu volumele $V_1=1$ L și $V_2=7V_1/3$ sunt unite între ele printr-un tub scurt, prevăzut cu o supapă care permite numai trecerea gazului din recipientul mai mare în recipientul mai mic, dacă presiunea din recipientul mai mare depășește presiunea din recipientul mai mic cu $\Delta p=900/7$ kPa. La temperatură $T_2=300$ K, recipientul mai mare conține gaz la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ N/m², iar recipientul mic este vidat, să se afle:

- a. masa aerului conținut inițial în recipientul mare ($\mu=28,9 \cdot 10^{-3}$ kg/mol)
- b. presiunea p_1 care se stabilește în recipientul mai mic atunci când ambele recipiente se găsesc la aceeași temperatură $T=3T_2/2$
- c. variația relativă a energiei interne $\Delta U/U_i$, pentru gaz în acest proces, unde U_i este energia internă a gazului în starea inițială

38. Fie un cilindru izolat de exterior, în care doi pereți delimită 3 compartimente egale. În primul se află $2v$ moli O₂ la presiunea $2p$ și temperatură T_1 , în al doilea se află $3v$ moli de H₂ la presiunea p , iar în al treilea se află v moli de N₂ la presiunea $3p$. Se înlătură pereții și se stabilește echilibrul termic. Să se determine:

- a. temperaturile inițiale ale H₂ și N₂
- b. presiunea finală a amestecului
- c. variația energiei interne a oxigenului ca urmare a procesului de difuzie

39. Două recipiente identice conțin hidrogen la aceeași temperatură $t=27^\circ\text{C}$ și câte $v=10$ moli. Cele două recipiente comunică cu ajutorul unui tub subțire de volum neglijabil. Se mărește temperatura absolută a hidrogenului din primul recipient de $n=2$ iar în cel de-al doilea recipient se micșorează temperatura absolută a hidrogenului de $n=2$. Să se afle:

- a. fracțiunea din masa hidrogenului din primul recipient care trece în cel de-al doilea
- b. variația energiei interne totale a hidrogenului
- c. lucrul mecanic total efectuat de hidrogen în acest proces

40. Un gaz ideal monoatomic se află inițial într-o stare caracterizată de parametrii $p_1=4 \cdot 10^5$ N/m² și $V_1=2$ L. Gazul evoluează până în starea finală caracterizată de parametrii $p_5=10^5$ N/m² și $V_5=4$ L pe trei căi ca în figura 1.2.25. Să se afle:

- a. lucrul mecanic pe calea 1-4-5
- b. lucrul mecanic pe calea 1-2-5 ($\ln 2=0,7$)
- c. variația energiei interne pe calea 1-3-5

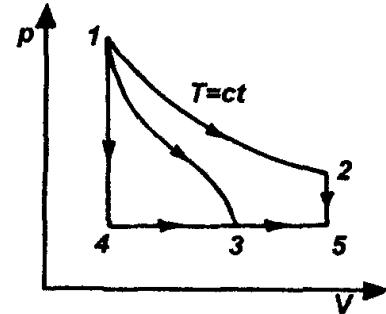


Fig. 1.2.25

41. Un cilindru orizontal cu volumul $V=2$ L este împărțit în două părți egale cu ajutorul unui piston fixat cu secțiunea neglijabilă. Într-un compartiment este vid iar în celălalt se află un gaz biatomic la presiunea $p_0=10^5$ N/m² și temperatură $t=27^\circ\text{C}$. La un moment pistonul se deblochează. Să se afle:

- a. energia internă a gazului în starea inițială
- b. lucrul mecanic efectuat de gaz în timpul destinderii acestuia
- c. temperatura gazului imediat după destindere

1.3. Aplicații ale principiul 1 al termodinamicii

1. Oxigenul ocupă o butelie cu volumul $V=2$ L la temperatura $t_1=27^\circ\text{C}$ și la presiunea $p_1=2 \cdot 10^5$ N/m². Oxigenului i se transmite căldură astfel că presiunea acestuia se triplează. Să se afle:

- a. temperatura finală
- b. lucrul mecanic efectuat de gaz și căldura primită de acesta
- c. variația energiei interne a oxigenului în timpul procesului



2. Într-un recipient se află azot cu masa molară $\mu_{\text{N}_2}=28 \cdot 10^{-3}$ kg/mol la presiunea $p_1=2 \cdot 10^5$ N/m² și la temperatura $t_1=87^\circ\text{C}$. Să se afle:

- a. densitatea azotului în condițiile date
- b. temperatura t_2 la care trebuie încălzit azotul pentru ca presiunea lui să se dubleze
- c. raportul dintre căldura necesară dublării temperaturii absolute a azotului printr-un proces izobar și căldura necesară dublării temperaturii absolute a lui printr-un proces izocor, dacă temperatura inițială este aceeași

3. Într-un cilindru cu volumul $V=16,62$ L se află la presiunea $p=10^5$ Pa un amestec de oxigen ($\mu_1=32 \cdot 10^{-3}$ kg/mol) și hidrogen ($\mu_2=2 \cdot 10^{-3}$ kg/mol). Să se afle:

- a. energia internă a amestecului
- b. variația energiei interne a amestecului, dacă amestecul se încălzește cu $\Delta T=100$ K pornind de la temperatura inițială $t=27^\circ\text{C}$
- c. căldura primită de amestecul de gaze în condițiile punctului b.



4. Într-o butelie se află o cantitate de $v=5$ moli azot la temperatura inițială $t=27^\circ\text{C}$. Azotul primește căldura $Q=20775$ J. Să se afle:

- a. temperatura azotului în stare finală
- b. fracțiunea de disociere a azotului, dacă după disociere energia internă a gazului monoatomic este egală cu cea a celui biatomic rămas
- c. de câte ori crește energia internă a gazului, dacă gazul disociază cu fracțiunea $f=20\%$, iar temperatura absolută crește de $n=3$ ori

5. O cantitate de $v=2$ moli de gaz monoatomic aflat la temperatura $t_1=27^\circ\text{C}$ suferă o transformare izobară în care un gaz efectuează un lucru mecanic $L=1662$ J. Să se afle:

- a. temperatura gazului în stare finală
- b. variația energiei interne
- c. căldura primită de gaz

6. O cantitate $v=1$ mol de azot se destinde izobar dintr-o stare inițială în care presiunea este $p_1=4 \cdot 10^5$ N/m² și temperatura $t_1=27^\circ\text{C}$ până într-o stare

finală. În exterior presiunea este $p_0=10^5$ Pa. În timpul acestui proces variația energiei interne este $\Delta U=831$ J. Să se afle:

- a. temperatura absolută în starea finală
- b. volumul final
- c. căldura absorbită și lucrul mecanic efectuat de gaz

7. O cantitate de oxigen cu masa $m=0,127$ g ($\mu_{O_2}=32 \cdot 10^{-3}$ kg/mol) se află într-un cilindru vertical închis etanș în partea superioară cu un piston cu masa $M=10$ kg și secțiunea $S=1$ cm². Gazului i se transferă o cantitate de căldură astfel că pistonul se ridică, astfel că energia potențială a acestuia crește cu $\Delta E_p=5$ J, iar temperatura devine în starea finală $t_2=227^\circ C$. Să se afle:

- a. lucrul mecanic, căldura și variația energiei interne în acest proces
- b. volumul inițial al gazului
- c. temperatura inițială în grade Celsius

8. Într-un cilindru care conține oxigen se poate deplasa fără frecări un piston cu masa $m=20$ kg și cu secțiunea $S=10$ cm². Cilindrul este așezat sub un unghi $\alpha=30^\circ$ față de orizontală. În exteriorul cilindrului presiunea este cea normală $p_0=10^5$ N/m². Să se afle:

- a. presiunea gazului din cilindru
- b. lucrul mecanic efectuat de gaz, dacă pistonul se ridică astfel că lungimea coloanei de oxigen crește cu $\Delta l=10$ cm
- c. căldura primită de oxigen în condițiile punctului b.

9. Un tub cilindric vertical de secțiuni diferite este închis la ambele capete prin două pistoane de arii diferite ca în figura 1.3.1. Fiecare piston alunecă în porțiunea de tub corespunzătoare, astfel că inițial pistoanele se află în echilibru. Între cele două pistoane legate printr-un fir inextensibil se găsește $v=0,1$ mol de gaz ideal biatomic ($C_v=5R/2$). Diferența dintre secțiunile celor două pistoane este $\Delta S=2 \cdot 10^{-4}$ m², iar suma maselor celor două pistoane este $m=1$ kg, presiunea atmosferică este $p_0=10^5$ N/m². Se încălzește gazul cu $\Delta T=10$ K. Să se afle:

- a. presiunea gazului dintre cele două pistoane și să se arate că transformarea gazului este izobară
- b. cu cât și în ce sens se vor deplasa pistoanele?
- c. cantitatea de căldură primită de gazul biatomic în acest proces

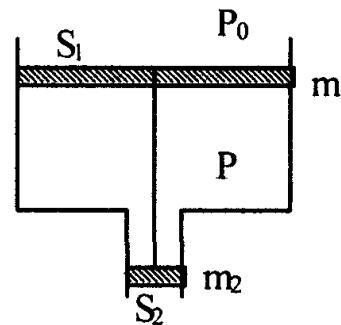


Fig. 1.3.1

10. Într-un recipient se află azot care ocupă volumul $V_1=2$ L la presiunea $p_1=10^5$ N/m². Gazul se destinde izoterm până volumul acestuia crește și devine $V_2=16 V_1$. Să se afle:

- a. presiunea gazului în starea finală
- b. variația energiei interne a gazului
- c. lucrul mecanic și căldura primită de gaz în timpul procesului ($\ln 2=0,693$)

11. Se admite că atât căldura primită de aerul dintr-o cameră de la agentul termic din calorifer, cât și căldura cedată de aerul din cameră mediului exterior sunt direct proporționale cu diferențele de temperatură dintre sursele care schimbă căldură. Într-o zi în care temperatura mediului exterior este $t_{e1}=-20^{\circ}\text{C}$, iar temperatura agentului termic este $t_a=60^{\circ}\text{C}$, temperatura în cameră se menține la $t_1=20^{\circ}\text{C}$. Să se afle:

- temperatura t_2 care s-ar putea menține în cameră într-o zi în care temperatura mediului exterior este $t_{e2}=-40^{\circ}\text{C}$, dacă temperatura agentului termic rămâne $t_a=60^{\circ}\text{C}$
- temperatura pe care ar trebui să o aibă agentul termic pentru ca în ziua în care temperatura mediului exterior este $t_{e2}=-40^{\circ}\text{C}$ în cameră să poată fi menținută temperatura $t_1=20^{\circ}\text{C}$
- temperatura mediului exterior, dacă temperatura agentului termic este $t_a=60^{\circ}\text{C}$, iar temperatura în cameră se menține la $t_3=25^{\circ}\text{C}$

12. În figura 1.3.2 izotermele sunt reprezentate la aceeași temperatură pentru hidrogen. Se știe că masa de hidrogen în cazul izotermei (1) este $m_1=0,5$ g, raportul dintre căldurile absorbite pentru dublarea volumului pe izotermele (1) și (2) este $Q_1/Q_2=0,5$ și căldura absorbită pe izotermă (2) pentru a produce o variație de volum $\Delta V=3$ V_{initial} este $Q'_2=1727,649$ J. Să se afle:

- masa de hidrogen în cazul izotermei (2)
- temperatura absolută la care au fost reprezentate izotermele
- căldura Q_1

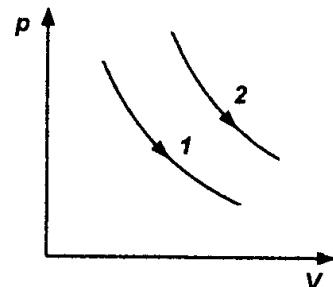


Fig. 1.3.2

13. O masă de oxigen $m=3,2$ g cu masa molară $\mu_{\text{O}_2}=32 \cdot 10^{-3}$ kg/mol se află la temperatura $t_1=27^{\circ}\text{C}$ și se destinde adiabatic efectuând un lucru mecanic $L=166,2$ J. Să se afle:

- temperatura finală în grade Celsius
- variația energiei interne
- căldura schimbată cu mediul exterior

14. Un mol de gaz ideal ocupă la presiunea $p_1=8 \cdot 10^5$ Pa un volum $V_1=1$ L. Gazul se destinde adiabatic până ce presiunea scade de 32 ori și volumul crește de 8 ori. Să se afle:

- exponentul adiabatic al gazului
- lucrul mecanic efectuat de gaz
- variația temperaturii gazului în acest proces

15. O masă de azot $m=28$ g cu masa molară $\mu_{\text{N}_2}=28 \cdot 10^{-3}$ kg/mol se află la temperatura $t_1=27^{\circ}\text{C}$ și ocupă volumul $V_1=2$ m³. Gazul se comprimă adiabatic până ce temperatura devine $t_2=327^{\circ}\text{C}$. Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de gaz
- variația energiei interne a gazului și căldura schimbată cu mediul exterior
- volumul final

16. Un gaz ideal monoatomic evoluează din starea inițială 1 în starea finală 2 printr-o transformare de tipul $p=aV$, unde $a=\text{constant}$. În starea inițială parametrii gazului sunt $p_1=10^5 \text{ N/m}^2$ și $V_1=1 \text{ L}$ și în stare finală $V_2=3 V_1$. Să se afle:

- presiunea finală
- variația energiei interne a gazului
- căldura schimbată cu mediul exterior și lucrul mecanic efectuat de gaz

17. În cilindrul din figura 1.3.3 se află introdus un gaz ideal monoatomic. Resortul este nedeformat când pistonul se află la capătul din stânga. Să se afle:

- legea de dependență dintre presiunea gazului și volumul acestuia
- de câte ori crește temperatura absolută, dacă presiunea crește de 1,5 ori?
- căldura molară a gazului în acest proces



Fig. 1.3.3

18. O masă de heliu trece din starea inițială caracterizată de presiunea $p_1=10^5 \text{ N/m}^2$ și $V_1=10 \text{ L}$ într-o stare finală caracterizată de presiunea $p_3=4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ și $V_3=2 \text{ L}$, printr-o transformare izocoră și apoi o transformare izobară. Să se afle:

- variația energiei interne
- lucrul mecanic total efectuat de gaz între stările 1 și 3
- căldura totală schimbată de gaz cu mediul extern

19. Un gaz ideal monoatomic suferă o transformare izocoră urmată de o transformare izobară ca în figura 1.3.4. Știind că $Q_{12}=Q_{23}$ și că $T_3/T_1=4$, să se afle:

- raportul T_2/T_1
- raportul $\Delta U_{23}/\Delta U_{12}$
- căldura totală care intervine în transformarea 1-2-3, dacă în starea 1 presiunea gazului este $p_1=10^5 \text{ Pa}$ și volumul acestuia $V_1=8 \text{ L}$

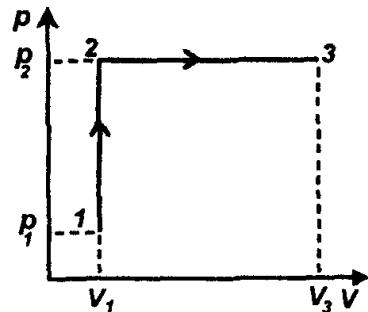


Fig. 1.3.4

20. Un piston care se poate mișca fără frecări într-un cilindru orizontal, separă de mediul exterior un volum $V_1=10 \text{ L}$ de gaz ideal biatomic la temperatură $t_1=27^\circ\text{C}$ și presiunea $p_1=1 \text{ atm}$. Inițial pistonul este în echilibru. Încălzind gazul închis în cilindru pistonul se deplasează lent. Când temperatura devine $T_2=900 \text{ K}$, pistonul se blochează. Aerul din cilindru este încălzit în continuare până când presiunea devine $p_3=5 \text{ atm}$. Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de gaz în timpul deplasării pistonului
- variația energiei interne a gazului în timpul deplasării pistonului
- căldura totală transmisă gazului

21. Un mol de gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări din figura 1.3.5. Se cunoaște că stările 1 și 2 se află pe aceeași izotermă, temperatura absolută în starea 1 este $T_1=300$ K și $V_2=3V_1$. Să se afle:

- variația energiei interne între stările 1 și 3
- raportul lucrurilor mecanice efectuate în procesele 1-2 și 2-3
- căldura schimbată în transformarea 2-3

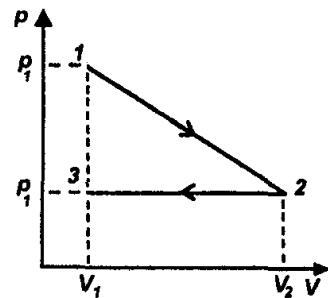


Fig. 1.3.5

22. $v=2$ moli de gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=1,4$ se află inițial în starea 1. Transmițând gazului aceeași cantitate de căldură gazul poate trece fie în starea 2 fie în starea 3 (fig 1.3.6). Să se afle:

- de câte ori variația temperaturii este mai mare în transformarea 1-2 decât în transformarea 1-3?
- căldura în transformarea 1-2, dacă $\Delta T_{12}=300$ K
- căldura molară în transformarea 1-3

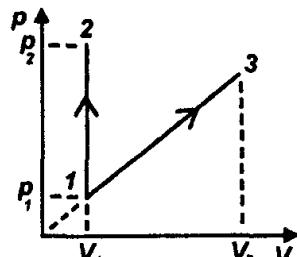


Fig. 1.3.6

23. Un gaz ideal este supus următoarei succesiuni de transformări ca în figura 1.3.7. Cunoscând că $V_2=2V_1$ și $V_3=4V_2$, iar căldura primită de gaz pe transformarea 1-2 este egală cu cea primită de gaz pe transformarea izotermă 2-3, să se afle:

- exponentul adiabatic al gazului ($\ln 2 = 0,693$)
- L_{12}/L_{23}
- raportul variației energiilor interne $\Delta U_{12}/\Delta U_{13}$

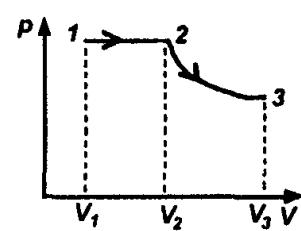


Fig. 1.3.7

24. Un gaz ideal batomic aflat inițial într-o stare în care presiunea $p_1=2 \cdot 10^5$ N/m² și volumul $V_1=5$ L suferă succesiunea de transformări: o transformare izotermă astfel că $V_2=e^2 V_1$ ($e=2,71$), și apoi o transformare izobară până la volumul inițial. Să se afle:

- variația energiei interne între starea inițială și cea finală
- lucrul mecanic total
- căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul

25. O cantitate $v=5$ moli de gaz ideal monoatomic se află inițial în starea 1, caracterizată de parametrii $p_1=10^5$ Pa și $t_1=27^\circ\text{C}$. Gazul suferă succesiunea de procese reprezentate în figura 1.3.8. Se cunosc $p_2=2p_1$ și $V_3=V_2/2$. Să se afle:

- reprezentarea succesiunii de transformări în p și V
- lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior ($\ln 2 \approx 0,7$)
- căldura totală schimbată de gaz cu mediul exterior

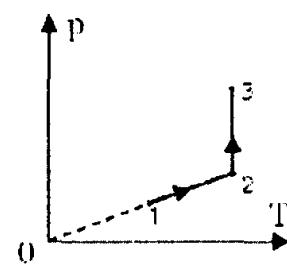


Fig. 1.3.8

26. Un mol de gaz ideal monoatomic, aflat inițial în starea 1, în care presiunea este $p_1=2 \cdot 10^5$ Pa și volumul $V_1=3$ L este supus transformării 1-2-3 reprezentată în figura 1.3.9. Transformare 2-3 este izotermă, iar transformarea 1-2 se reprezintă printr-o dreaptă în coordonate p și V . Să se afle:

- lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul ($\ln 2 \approx 0,7$)
- căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul
- variația energiei interne a gazului între stările 1 și 3

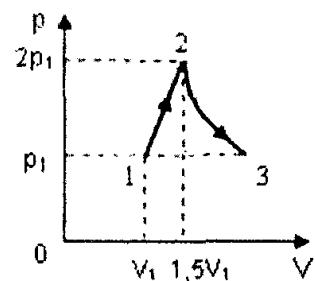


Fig. 1.3.9

27. Un mol de gaz ideal monoatomic, aflat inițial în starea 1, la temperatura $T_1=300$ K este supus succesiunii de transformări 1-2-3 ca în figura 1.3.10. Se știe că $\ln(4/3) \approx 0,29$. Să se afle:

- energia internă a gazului în starea 3
- lucrul mecanic în transformarea 2-3
- căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul în transformarea 1-2-3

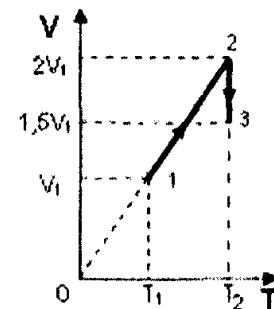


Fig. 1.3.10

28. Un gaz ideal biatomic, aflat inițial în starea 1, în care presiunea este $p_1=4 \cdot 10^5$ Pa și volumul $V_1=1$ L, este supus transformării 1-2-3 ca în figura 1.3.11, astfel că 1-2 este o transformare izotermă ($\ln 2 \approx 0,7$). Să se afle:

- lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul
- căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul
- variația energiei interne a gazului între stările 1 și 3

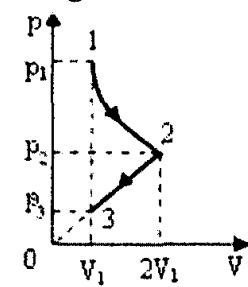


Fig. 1.3.11

29. Un gaz ideal monoatomic se află într-o stare inițială în care $p_1=4 \cdot 10^5$ Pa și $V_1=1$ L. Gazul este răcit izocor și cedează căldura $Q_{12}=-300$ J, apoi se destinde izoterm până în starea finală 3 în care volumul gazului devine $V_3=eV_1$ ($e=2,71$). Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de gaz în transformarea 2-3
- variația energiei interne între stările 1 și 3
- verificați primul principiu al termodinamicii între stările 1 și 3

30. O cantitate de hidrogen suferă o transformare 1-2 în care energia internă rămâne constantă din starea inițială în care $p_1=2,71 \cdot 10^5$ N/m² și $V_1=1$ L până într-o stare finală în care $V_2=eV_1$ ($e=2,71$). Apoi gazul își mărește temperatura absolută de trei ori printr-o transformare 2-3 în care densitatea gazului se menține constantă. Să se afle:

- reprezentarea grafică în coordonate p și V a succesiunii de transformări 1-2-3
- lucrul mecanic total
- presiunea finală în starea 3
- căldura totală schimbată de gaz cu mediul de hidrogen

31. O masă $m=14$ g de azot ($\mu=28$ g/mol și $C_v=5R/2$) se află inițial în starea caracterizată de parametrii $p_0=10^5$ Pa și $V_0=3$ L. Gazul suferă succesiunea de transformări din figura 1.3.12. Să se afle:

- variația energiei interne a gazului în procesul 1-2
- căldura absorbită de gaz în procesul 2-3
- căldura molară a gazului pe transformarea 1-2

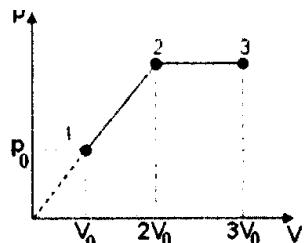


Fig. 1.3.12

32. Un mol de gaz ideal monoatomic este supus succesiunii de transformări 1-2-3 ca în figura 1.3.13. Transformarea 1-2 este adiabatică. În starea 1 parametrii gazului sunt: $p_1=16 \cdot 10^5$ Pa și $V_1=1$ L. Să se afle:

- lucrul mecanic total
- variația energiei interne în procesul 1-2-3
- căldura totală schimbată de gaz cu mediul extern și verificați primul principiu al termodinamicii

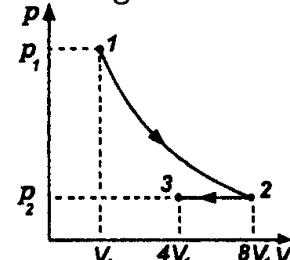


Fig. 1.3.13

33. O masă $m=10$ g de oxigen ($\mu_{O_2}=32$ g/mol) aflată la temperatura absolută $T_1=300$ K și presiunea $p_1=10^5$ Pa este comprimată adiabatic astfel încât energia internă a gazului variază cu $\Delta U=4155$ J. Apoi gazul se destinde izoterm, astfel că în transformarea izotermă căldura primită de gaz este egală cu variația energiei interne în procesul adiabatic. Să se afle:

- temperatura absolută în starea 2 la sfârșitul comprimării adiabatice
- volumul la sfârșitul comprimării adiabatice
- volumul la sfârșitul destinderii izoterme ($e=2,71$, $e^{1,7}=5,47$)

34. Un gaz ideal biațomic trece din starea inițială caracterizată de parametrii $p_1=10^5$ Pa și $V_1=5$ L în starea finală caracterizată de parametrii $p_3=3 \cdot 10^5$ Pa și $V_3=2$ L printr-o transformare adiabatică urmată de o transformare izocoră. Să se afle, dacă $2,5^{1,4}=3,6$:

- variația energiei interne între stările 1 și 3
- căldura totală schimbată de gaz
- lucrul mecanic total efectuat de gaz

35. O cantitate de gaz ideal monoatomic trece din starea 1 în starea 3 în două moduri conform figurii 1.3.14. Se cunosc parametrii stării 1 presiunea $p_1=2 \cdot 10^5$ Pa și volumul $V_1=2$ L. Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat în fiecare situație
- variația energiei interne ΔU_{1-3}
- căldura furnizată gazului în fiecare situație

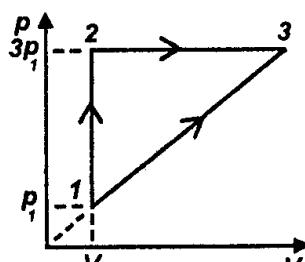


Fig. 1.3.14

36. Un gaz biațomic funcționează după un ciclu ABC reprezentat în figura 1.3.15. În starea inițială gazul ocupă volumul $V_A=4$ L la presiunea $p_A=2 \cdot 10^5$ Pa, în starea B presiunea este $p_B=3p_A$, iar în starea C volumul este $V_C=2V_A$. Să se afle:

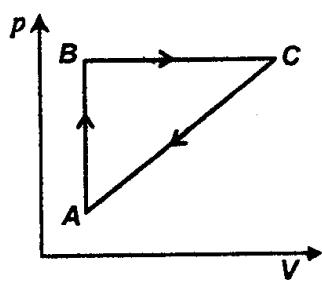


Fig. 1.3.15

- a. lucrul mecanic în transformarea CA
- b. căldura primită în transformarea AB
- c. $\Delta U_{BC}/L_{BC}$

37. Un gaz ideal biatomic având în starea 1 presiunea $p_1=2 \cdot 10^5$ Pa și volumul $V_1=2$ L este încălzit izocor până în starea 2, apoi este destins adiabatic până la temperatura inițială, astfel încât în starea 3 are presiunea $p_3=10^5$ Pa. Sistemul revine în starea inițială printr-o transformare izotermă. Se cunoaște că $2^{0,4} \approx 1,32$. Să se afle:

- a. reprezentarea grafică a procesului 1-2-3-1 în coordonate p și V
- b. lucrul mecanic în destinderea adiabatică
- c. căldura totală schimbată de gaz în cursul procesului 1-2-3-1 ($\ln 2 \approx 0,7$)

38. Un mol de gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=1,4$ trece izocor din starea 1 în starea 2 în care presiunea este $p_2=p_1/n$. Apoi gazul se încălzește la presiune constantă până ajunge la temperatura stării 1 și prin comprimare la temperatură constantă, revine în starea 1. Să se afle:

- a. reprezentarea ciclului în coordonate p și V
- b. temperatura T_1 , dacă în procesul 1-2-3 lucrul mecanic efectuat de gaz este $L=831$ J, pentru $n=1,5$
- c. căldura schimbată de gaz pe întreg ciclu ($\ln 1,5 \approx 0,4$)



39. Un gaz ideal biatomic poate ajunge din starea 1 în starea 2 prin transformările 1-3-2 sau 1-4-2 conform figurii 1.3.16. Se cunosc presiunea $p_1=10^5$ Pa și volumul $V_1=1$ L. Să se afle:

- a. $\frac{\Delta U_{132}}{\Delta U_{142}}$

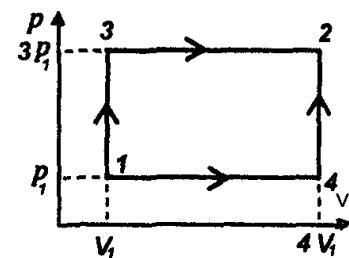


Fig. 1.3.16

- b. diferența dintre căldurile schimbate în cele două procese $Q_{132}-Q_{142}$
- c. lucrul mecanic efectuat de gaz, dacă gazul suferă succesiunea de transformări 1-3-2-4-1

40. $v=2$ moli de hidrogen efectuează o transformare ciclică formată din două transformări izocore și două izobare. Se cunosc $t_1=27^\circ\text{C}$, $t_3=927^\circ\text{C}$ și $t_2=t_4$. Să se afle:

- a. temperatura t_2
- b. fracțiunea din căldura primită pe un ciclu care se cedează mediului într-un ciclu
- c. diferența dintre căldura primită pe un ciclu și modulul căldurii cedate pe un ciclu și să se precizeze ce mărime fizică se obține

41. Un gaz ideal monoatomic suferă șirul de transformări pornind dintr-o stare inițială în care $p_1=2 \cdot 10^5$ Pa și volumul $V_1=2,71$ L, astfel: 1-2 comprimare izotermă până la $V_2=1$ L, 2-3 destindere izobară și 3-1 izocoră. Să se afle:

- a. reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate p și V
- b. lucrul mecanic pe transformarea 1-2

c. căldura schimbată în transformarea 3-1

42. Un gaz ideal biatomic suferă șirul de transformări pornind dintr-o stare inițială în care $p_1=10^5$ Pa și volumul $V_1=1$ L, astfel: 1-2 încălzire izocoră până la $p_2=3p_1$, 2-3 o destindere izotermă și 3-1 o transformare izobară. Să se afle:

- reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate p și V
- căldura cedată în această transformare ciclică
- lucrul mecanic total ($\ln 3=1,1$)

43. Un mol de gaz ideal monoatomic a fost comprimat până ce volumul să fie redus de $n=8$ ori, pornind din aceeași stare inițială 1 o dată izoterm până în starea 2 și o dată adiabatic până în starea 3. Să se afle:

- raportul temperaturilor T_3/T_2
- variația energiei interne ΔU_{13} , dacă $T_1=300$ K
- raportul lucrurilor mecanice L_{12}/L_{13} ($\ln 2=0,693$)

44. Două cantități egale $v=1$ mol din același gaz ideal monoatomic ocupă două incinte A și B izolate adiabatic de exterior, dar separate printr-un perete termoconductor fix. Pistonul ce separă incinta B de exterior este adiabatic și se poate mișca etanș și fără frecări (fig. 1.3.17). Temperaturile inițiale ale gazelor sunt $T_A=640$ K și $T_B=320$ K. Să se afle:

- raportul energiilor interne U_A/U_B
- temperatura de echilibru la care ajung gazele
- lucrul mecanic efectuat de gaze până la atingerea echilibrului termic și variația energiei interne a gazului din incinte

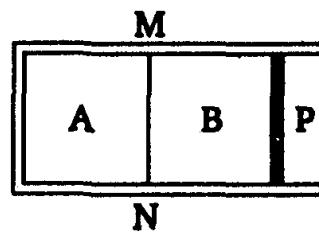


Fig. 1.3.17

45. Un gaz ideal monoatomic suferă procesele 1-3 și 2-3 în care presiunea gazului depinde liniar de volumul gazului ca în figura 1.3.18. Gazul primește de la mediul exterior aceeași cantitate de căldură în fiecare proces $Q=15 p_1 V_1$. Să se afle:

- raportul V_3/V_1
- valoarea presiunii p_3
- variația energiei interne și lucrul mecanic în transformarea 1-3

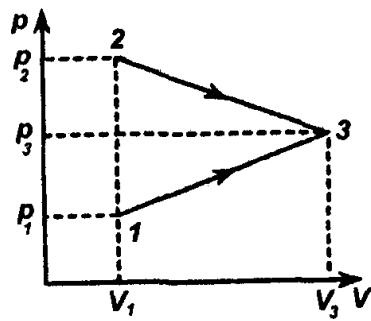
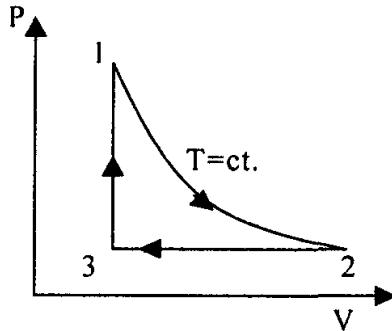


Fig. 1.3.18

46. O masă de gaz ideal suferă transformarea ciclică din figura 1.3.19. Folosind datele din tabel să se determine:

- căldura absorbită pe transformarea 1→2
- variația energiei interne pe transformarea 2→3
- coeficientul adiabatic al gazului ideal și să se specifică argumentând dacă datele din tabel sunt corecte



Transf.	ΔU	L	Q
1→2		30 J	
2→3			
3→1	15 J		
Ciclu		15 J	

Fig. 1.3.19

47. O cantitate de gaz ideal biatomic efectuează o transformare ciclică, reprezentată în coordonate p și V în figura 1.3.20. Transformările 2-3 și 4-1 au loc la temperaturi constante. Se cunosc parametrii stării 1 $p_1=10^5$ Pa, $V_1=2$ L, $T_1=300$ K și volumul în starea 4 $V_4=5$ L. Știind că $\ln 2,5 \approx 0,92$ să se afle:

- a. lucrul mecanic în procesul 1-2
- b. căldura schimbată de gaz cu mediul în procesul 2-3
- c. variația energiei interne în procesul 3-4

48. Un gaz ideal suferă un proces ciclic alcătuit din două transformări izocore, o transformare izotermă și una adiabatică, astfel încât lucrul mecanic corespunzător acestui ciclu să fie nul. Cunoscând temperatura maximă T_1 , astfel că pe ciclu $T_1=eT_2$, iar $e=2,71$ și temperatura minimă pe ciclu $T_2=300$ K, să se afle:

- a. reprezentarea grafică a procesului în coordonate p și V
- b. temperatura izotermei

49. În două incinte cu volumele $V_1=2$ L și $V_2=6$ L se află două gaze la aceeași temperatură $T=300$ K și la presiunile $p_1=3 \cdot 10^5$ Pa și $p_2=2 \cdot 10^5$ Pa. În prima incintă se află oxigen iar în cea de-a doua heliu. Cele două incinte pot comunica prin intermediul unui tub subțire de volum neglijabil închis printr-un robinet. Să se afle:

- a. raportul energiilor interne ale celor două gaze
- b. valoarea exponentului adiabatic al amestecului obținut prin deschiderea robinetului
- c. variația energiei interne a amestecului de gaze, dacă după deschiderea robinetului ambele incinte se încălzesc până la temperatura $T_1=500$ K

50. Într-un cilindru orizontal se găsește un gaz monoatomic la presiunea $p_1=2,5 \cdot 10^4$ Pa și ocupă volumul $V_1=2$ L. În exteriorul cilindrului se află aer la presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m². Pistonul este inițial blocat de un opritor ca în figura 1.3.21. Se

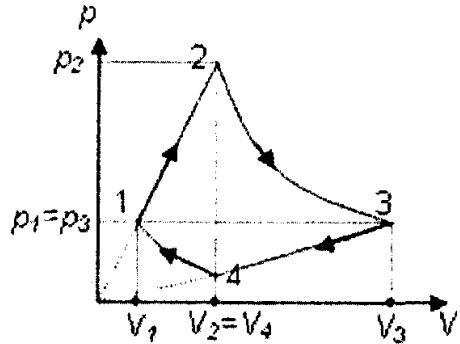


Fig. 1.3.20



Fig. 1.3.21

încălzește gazul până când volumul final devine $V_3=3V_1$. Să se afle:

- de căte ori crește temperatura gazului?
- lucrul mecanic efectuat de gaz
- căldura schimbată de gaz în cursul procesului

51. Într-un cilindru vertical din figura 1.3.22 se află un piston cu masa $m=10$ kg și secțiunea $S=20 \text{ cm}^2$ sub care se află $v=10^{-2}$ mol de gaz ideal biaatomic la temperatura $T=300 \text{ K}$ și presiunea atmosferică $p_0=10^5 \text{ N/m}^2$. Pistonul este suspendat de un fir vertical și el se poate mișca etanș și fără frecări. Se încălzește gazul astfel încât volumul acestuia se dublează. Să se afle:

- înălțimea la care este suspendat inițial pistonul față de fundul cilindrului
- reprezentarea procesului la care este supus gazul în coordonate (p, V)
- cantitatea totală de căldură transferată gazului în acest proces

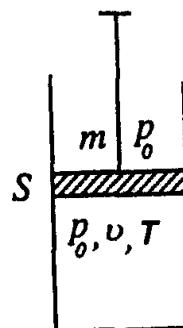


Fig. 1.3.22

52. Două pistoane cu secțiunile S și $4S$ legate printr-o tijă rigidă de lungime $2L$ ca în figura 1.3.23, pot aluneca fără frecare. Între ele se află la echilibru un mol de gaz ideal monoatomic la temperatura $T_1=1000 \text{ K}$. Gazul este răcit până la temperatura $T_2=T_1/5$. Știind că presiunea atmosferică p_0 rămâne constantă, să se afle:

- reprezentarea grafică a procesului de răcire a gazului în coordonate p și V
- variația de energie internă a gazului care se răcește de la T_1 la T_2
- cantitatea de căldură totală cedată de gaz

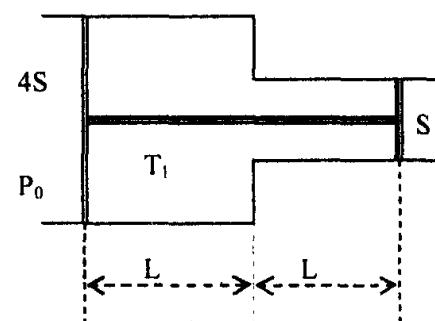


Fig. 1.3.23

53. Într-o butelie cu volumul $V=2 \text{ L}$ se află $v=2$ moli de oxigen la temperatura $t=27^\circ\text{C}$. Butelia este încălzită până când presiunea gazului se triplează. Neglijăm dilatarea buteliei. Să se calculeze:

- presiunea gazului în starea inițială
- căldura primită de gaz în acest proces
- căldura molară la volum constant a amestecului de gaz, obținut în butelie prin disocierea unei fracțiuni $f=40\%$ din numărul inițial de molecule de oxigen

54. Într-o incintă se află un gaz biaatomic cu $v=1$ mol și masa molară $\mu=28 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$, la presiunea p și la temperatura $t_1=27^\circ\text{C}$. Se încălzește gazul până când temperatura sa absolută se triplează. Se cunoaște $C_V=5R/2$. Să se afle:

- variația energiei interne a gazului și căldura primită de gaz în procesul de încălzire
- masa de gaz ce trebuie scoasă din incintă pentru ca presiunea să se mențină la aceeași valoare p

c. exponentul adiabatic al amestecului, dacă gazul disociază în proporție de $f=20\%$

55*. v moli de gaz ideal cu exponentul adiabatic γ se destinde după legea unei transformări politrope $pV^n=ct$, unde n reprezintă indicele transformării politrope. În starea initială temperatura absolută este T_1 , iar în starea finală temperatura absolută este T_2 . Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de gaz în cursul destinderii
- căldura schimbată cu mediul exterior
- căldura molară pe această transformare și să se interpreze fizic rezultatul găsit

56*. Un gaz ideal monoatomic se destinde după legea $V=aT^2$, unde a este o constantă. Știind că variația energiei interne este $\Delta U=150$ J, să se afle:

- ecuația procesului în coordonate p și V
- lucrul mecanic și căldura schimbate de gaz cu mediul extern în transformare
- căldura molară în această transformare

57*. Un gaz ideal monoatomic cu $v=0,12$ moli suferă o transformare între starea 1 în care temperatura absolută este $T_1=300$ K și starea 2 după legea $T=aV^2$, unde a este o constantă. Cunoscând că în această transformare variația energiei interne este $\Delta U=300$ J, să se afle:

- temperatura finală la care ajunge gazul
- lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul extern
- căldura schimbată de gaz cu mediul extern

58*. Un gaz ideal monoatomic se răcește cedând căldura $Q=-800$ J printr-o transformare în care presiunea gazului depinde de temperatura absolută a acestuia după legea $p=aT^{1/2}$, unde a este o constantă. Să se afle:

- dependența densității gazului de temperatura absolută a acestuia
- variația energiei interne a gazului
- lucrul mecanic efectuat de gaz

1.4. Aplicații ale principiului 2 al termodinamicii

1. O cantitate $v=4$ moli de gaz ideal suferă următorul sir de transformări ca în figura 1.4.1: comprimare adiabatică 1-2, o destindere izotermă 2-3 la temperatura $t_1=527^\circ\text{C}$, o destindere adiabatică 3-4 și o comprimare izotermă 4-1 la temperatura $t_2=127^\circ\text{C}$:

- să se arate valabilitatea relațiilor $V_1V_3=V_2V_4$ și $p_1p_3=p_2p_4$
- să se afle randamentul transformării
- să se afle lucrul mecanic efectuat de gaz dacă $V_3=eV_2$, $e=2,71$

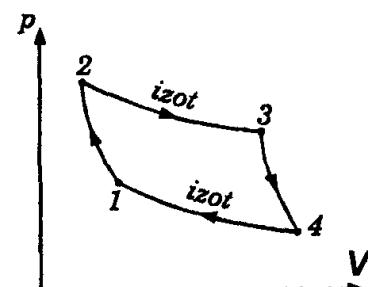


Fig. 1.4.1

2. Într-un ciclu Carnot se primește pe un ciclu căldura $Q_1=6$ kJ la temperatură $t_1=227^\circ C$ și se cedează o cantitate de căldură sursei reci la temperatură $t_2=27^\circ C$. Să se afle:

- a. randamentul ciclului și lucrul mecanic efectuat pe un ciclu
- b. căldura cedată sursei reci într-un ciclu, dacă ambele temperaturi se măresc cu $\Delta t=100^\circ C$ și se primește aceeași căldură
- c. cu cât la sută se modifică în cazul punctului **b.**, față de cazul inițial randamentul ciclului Carnot?

3. O mașină termică ideală funcționează după un ciclu Carnot având ca substanță de lucru un gaz ideal cu masa molară $\mu=28 \cdot 10^{-3}$ kg/mol. Randamentul ciclului este $\eta=75\%$ iar lucrul mecanic efectuat pe un ciclu este $L=900$ J. Diferența dintre temperaturile celor două surse este $\Delta T=300$ K. Să se afle:

- a. temperaturile absolute ale celor două surse
- b. căldura cedată sursei reci într-un număr de $N=10$ cicluri
- c. densitatea gazului la introducerea acestuia în mașina termică la temperatură sursei calde și la presiunea $p=2 \cdot 10^5$ Pa

4. Un motor termic care funcționează după un ciclu Carnot utilizând un gaz ideal monoatomic produce într-un singur ciclu un lucru mecanic $L=600$ J. În cursul destinderii adiabatice temperatura absolută scade de $n=3$ ori. Să se afle:

- a. randamentul ciclului
- b. căldura cedată de gaz sursei reci
- c. raportul dintre valorile maxime și minime ale volumului în destinderea adiabatică

5. O mașină termică ideală efectuează un lucru mecanic $L=1676$ J, absorbind de la sursa caldă, aflată la temperatură $t_1=127^\circ C$, o cantitate de căldură egală cu $Q=4180$ J. Să se determine:

- a. randamentul mașinii
- b. temperatura sursei reci T_2 și căldura cedată sursei reci
- c. volumul ocupat de $m=56$ g azot cu masa molară $\mu_{N_2}=28 \cdot 10^{-3}$ kg/mol ce servește ca agent termic în mașină, dacă acesta se află la presiunea $p=2$ atm și temperatura t_2 .

6. O mașină termică ideală funcționează după două transformări izoterme și două transformări adiabatice. Cunoscând randamentul transformării ciclice $\eta=60\%$, să se afle:

- a. raportul temperaturilor surselor caldă și rece
- b. care randament al transformării ciclice este mai mare dacă temperatura sursei calde se mărește cu ΔT sau dacă temperatura sursei reci se micșorează cu același ΔT ?
- c. randamentul unei transformări ciclice ideale, dacă temperatura sursei calde se mărește cu ΔT și temperatura sursei reci se micșorează cu același $\Delta T=100$ K, iar temperatura maximă inițială este $T_{max}=800$ K

7. O mașină termică ideală care funcționează după două transformări izoterme și două transformări adiabatice, utilizează un gaz ideal biatomic ($\mu=28 \cdot 10^{-3}$ kg/mol). Temperaturile surselor calde și reci sunt $T_1=1200$ K și $T_2=300$ K. Presiunea gazului la sfârșitul destinderii izoterme este egală cu cea de la începutul comprimării adiabatice. Se utilizează $m=500$ g de gaz cu exponentul adiabatic $\gamma=1,4$. Fiecare ciclu se efectuează într-un timp $t=0,25$ s. Să se afle:

- a. randamentul ciclului
- b. puterea consumată de mașină ($\ln 2=0,7$)
- c. puterea utilă a mașinii

8. Un gaz ideal triatomic ($C_v=3R$) este supus unei transformări ciclice Carnot, iar în destinderea adiabatică volumul variază de la $V_2=8$ dm³ la $V_3=27$ dm³. Să se afle:

- a. relația dintre presiunea gazului și temperatura absolută în transformarea adiabatică
- b. randamentul ciclului
- c. reprezentarea ciclului în coordonatele (V, T) și (p, T)

9. Se consideră procesele reversibile desfășurate după ciclurile Carnot $ABCDA$ și $BEFGCB$ conform figurii 1.4.2. Știind că $T_A=1600$ K, $T_D=800$ K, $T_G=400$ K și că în cursul destinderii adiabatice $E-F$, volumul gazului crește de $n=8$ ori, să se afle:

- a. randamentele motoarelor termice care funcționează după cele două procese reversibile
- b. căldura molară la presiune constantă
- c. raportul lucrurilor mecanice efectuate de gaz în cursul celor două procese ciclice reversibile și randamentul motorului care va funcționa reversibil în procesul $ABEFGCDA$, știind că între volumele gazului în stările A , B și E există relația: $V_B^2 = V_A V_E$.

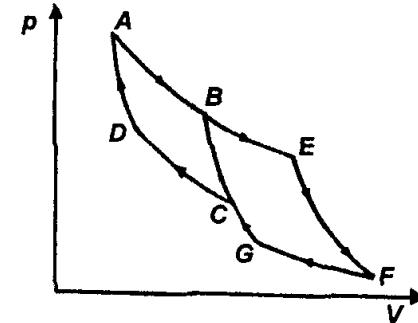


Fig. 1.4.2
Figura 1.4.2 prezintă două cicluri Carnot. Ciclul superior ABCDA se desfășoară pe o curbă adiabatică (AB și DA) și pe o curbă izotermă (BC și CA). Ciclul inferior BEFGCB se desfășoară pe o curbă adiabatică (BE și GF) și pe o curbă izotermă (BG și GF).

10. O cantitate de gaz ideal monoatomic efectuează transformarea ciclică din figura 1.4.3. Cunoscându-se valorile $p_1=10^5$ N/m², $V_1=2$ L, $p_2=3p_1$ și $V_3=9V_1$, să se afle:

- a. lucrul mecanic efectuat la parcurgerea ciclului
- b. căldura schimbată pe transformarea 3-1
- c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme atinse în ciclul din figură

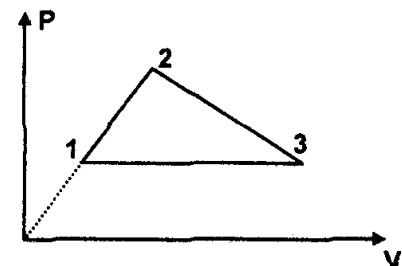


Fig. 1.4.3

11. Fie trei motoare termice M_1 , M_2 și M_3 care au același randament $\eta_1=\eta_2=\eta_3=40\%$. Se furnizează primului motor în cursul fiecărui ciclu căldura $Q_1=100$ kJ. Căldura cedată într-un ciclu de motorul M_1 este preluată integral de motorul M_2 , iar căldura cedată într-un ciclu de motorul M_2 este preluată integral de motorul M_3 . Să se afle:

- a. căldura cedată în cursul unui ciclu de motorul M_2
- b. lucul mecanic L_3 efectuat în cursul unui ciclu de motorul M_3
- c. randamentul ansamblului format din cele trei motoare definit ca L_3/Q_1

12. Un motor termic efectuează o transformare ciclică formată dintr-o izocoră, urmată de o destindere izotermă și de o comprimare izobară (fig 1.4.4). Randamentul ciclului este $\eta=30\%$, iar într-un ciclu se efectuează un lucru mecanic $L=900 \text{ J}$. Dacă cunoaștem raportul presiunilor extreme din ciclu $p_{\max}/p_{\min}=5/3$. Să se afle:

- a. căldura totală primită pe ciclu
- b. căldura totală cedată pe ciclu
- c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme din ciclul dat

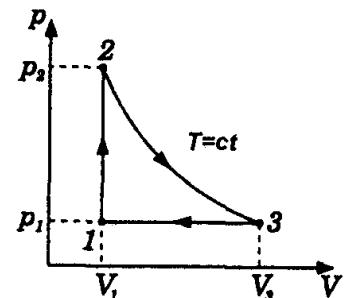


Fig. 1.4.4
Randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme din ciclul dat

13. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ parcurge succesiunea de transformări din figura 1.4.5. Cunoscând raportul de compresie $\epsilon=V_3/V_1$, să se afle:

- a. reprezentarea grafică a procesului în coordonate (p, V) și (p, T)
- b. randamentul ciclului
- c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

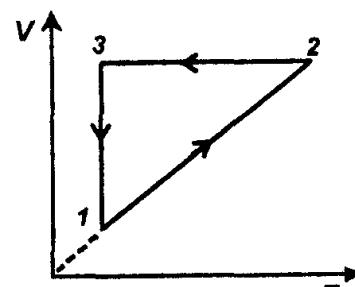


Fig. 1.4.5

14. O mașină termică utilizează un gaz ideal biațomic supus transformării ciclice din figura 1.4.6. Se cunosc parametrii stării 1, $p_1=10^5 \text{ N/m}^2$ și $V_1=1 \text{ L}$, și că transformarea 1-2 este izotermă. Temperatura în starea 3 este $T_3=eT_1$, unde $e=2,71$. Să se afle:

- a. reprezentarea ciclului în coordonate (V, T) și (p, T)
- b. lucrul mecanic primit pe ciclu
- c. randamentul ciclului

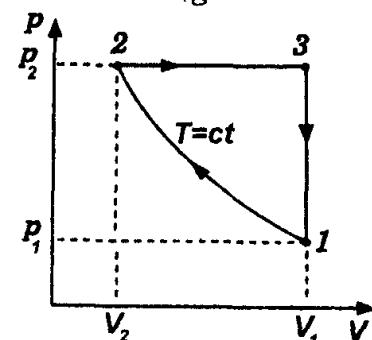


Fig. 1.4.6

15. O cantitate de $v=2$ moli de heliu suferă succesiunea de transformări din figura 1.4.7, în care densitatea gazului este reprezentată în funcție de temperatura absolută. În starea 1 gazul se află la temperatura absolută $T_1=300 \text{ K}$ și ocupă volumul $V_1=1 \text{ L}$. Transformarea 2-3 este descrisă de legea $\rho T=ct$. Se cunoaște $V_1=4V_2$ și $\ln 2=0,693$. Să se afle:

- a. reprezentarea grafică a procesului în coordonate (p, V)
- b. căldurile schimbate de gaz cu mediul exterior în fiecare transformare
- c. randamentul ciclului

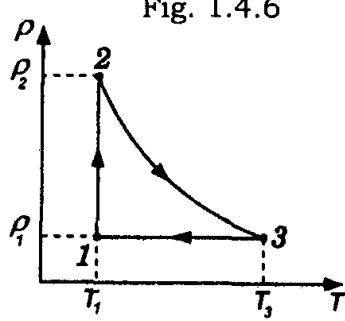


Fig. 1.4.7

16. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ parcurge următoarea succesiune de transformări: 1-2 destindere izobară astfel că $V_2=4V_1$, 2-3

răcire izocoră și 3-1 comprimare izotermă până revine în starea inițială. Să se afle:

- reprezentarea transformării ciclice în coordonate p și V
- diferența dintre căldura primită și modulul căldurii cedate în cursul transformării ciclice în funcție de parametrii stării 1, p_1 și V_1
- randamentul ciclului și randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme, dacă $\ln 2 = 0,7$

- 17.** Un gaz ideal monoatomic aflat în starea 1 în care $p_1 = 8 \cdot 10^5$ Pa și $V_1 = 2$ L, efectuează o transformare ciclică formată din succesiunea de transformări: 1-2 comprimare adiabatică până când $p_2 = 32p_1$, 2-3 destindere izobară până la $V_3 = V_1$ și 3-1 răcire izocoră până revine în starea inițială (fig. 1.4.8). Să se afle:
- parametrii în stările 2 și 3 în funcție de parametrii stării 1
 - lucrul mecanic efectuat de gaz pe întreg ciclul
 - randamentul ciclului

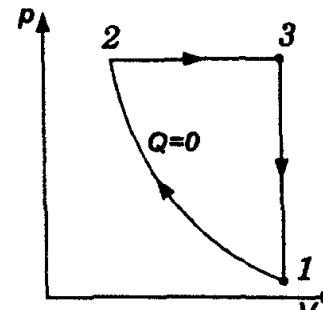


Fig. 1.4.8

- 18.** Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ parcurge următoarea succesiune de transformări din figura 1.4.9. Transformarea 2-3 se caracterizează prin faptul că gazul nu schimbă căldură cu mediul extern. Cunoscând raportul de compresie $\varepsilon = V_3/V_1$ să se afle în funcție de p_1 și V_1 :
- lucrul mecanic efectuat de gaz
 - randamentul ciclului
 - randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

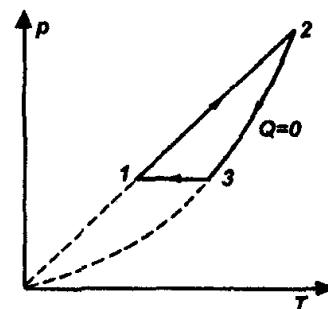


Fig. 1.4.9

- 19.** Un gaz ideal monoatomic suferă șirul de transformări din figura 1.4.10. Transformarea 2-3 este adiabată și transformarea 3-1 este izotermă, astfel că $T_2 = e^2 T_1$, iar $e = 2,71$. Se cunosc $p_1 = 10^5$ N/m² și $V_1 = 10$ dm³. Să se afle:
- căldura primită pe transformarea 1-2 ($e^2 = 7,34$)
 - raportul V_3/V_1 în funcție de valoarea e
 - randamentul ciclului

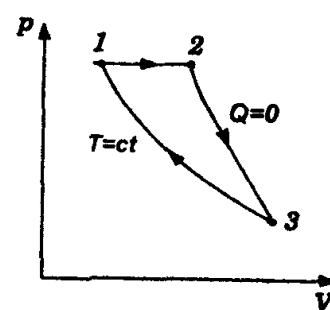


Fig. 1.4.10

- 20.** Un gaz ideal cu exponentul adiabatic al gazului γ suferă șirul de transformări din figura 1.4.11. Se cunosc raportul de compresie $\varepsilon = V_1/V_2$. Să se afle:
- reprezentarea ciclului în coordonate (V, T) și (p, T)
 - raportul temperaturilor T_3/T_1
 - randamentul ciclului

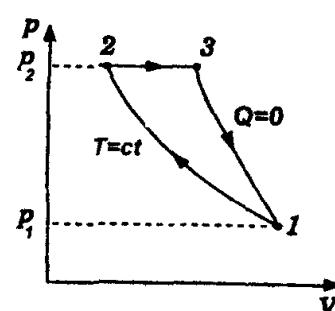


Fig. 1.4.11

21. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ parcurge următoarea succesiune de transformări: 1-2 destindere izotermă astfel că $V_2=\varepsilon V_1$, 2-3 răcire izobară și 3-1 comprimare adiabatică până revine în starea inițială. Să se afle:

- reprezentarea transformării ciclice în coordonate p și V
- rândamentul ciclului
- rândamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

22. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=4/3$ aflat inițial în starea 1 în care parametrii sunt $p_1=10^5$ Pa, $V_1=1$ L și $T_1=300$ K execută următoarele transformări: 1-2 destindere adiabatică până când presiunea devine $p_2=p_1/16$, 2-3 destindere izobară și 3-1 răcire izotermă (fig. 1.4.12). Să se afle:

- parametrii în stările 2 și 3 în funcție de parametrii stării 1
- lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu, dacă $\ln 2=0,7$
- rândamentul transformării ciclice parcuse în sensul 1-3-2-1

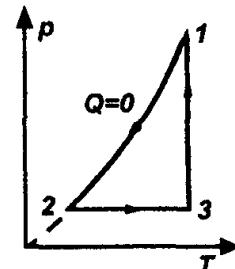


Fig. 1.4.12

23. Un motor termic utilizează o cantitate de gaz ideal monoatomic conform ciclului din figura 1.4.13. Cunoscând $p_2=831$ kPa, $V_1=2$ L, $p_1=277$ kPa, $V_3=6$ L, determinați:

- lucrul mecanic efectuat de motor într-un ciclu
- căldura primită de motor în decursul unui ciclu
- rândamentul motorului și rândamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

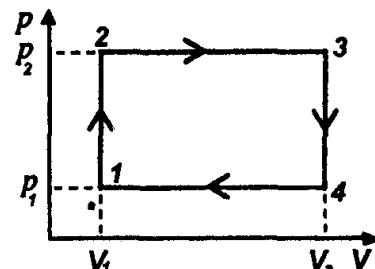


Fig. 1.4.13

24. Un mol de heliu ($\gamma=5/3$) se găsește la presiunea $p_1=2 \cdot 10^5$ Pa și volumul $V_1=4$ L. Gazul suferă transformarea ciclică din figura 1.4.14. În procesele 2-3 și 4-1 densitatea gazului variază invers proporțional cu temperatura absolută, astfel că $\rho T = \text{ct}$. Se știe că $T_2=2T_1$ și $\rho_3=\rho_1/2$. Să se afle:

- reprezentarea ciclului în coordonate p și V
- variația energiei interne în procesul 3-4-1
- rândamentul ciclului

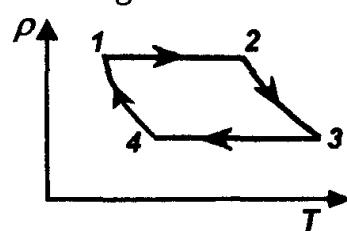


Fig. 1.4.14

25. Un gaz ideal monoatomic suferă transformarea ciclică 1-2-3-4-1 din figura 1.4.15. Se cunosc temperaturile $t_1=270^\circ\text{C}$, $t_2=3270^\circ\text{C}$, presiunea $p_1=1$ atm și volumul $V_1=2L$. Să se afle:

- lucrul mecanic total
- căldura totală schimbată
- raportul dintre căldura cedată și lucrul mecanic schimbat pe ciclu

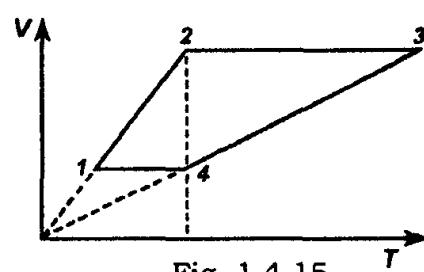


Fig. 1.4.15

26. Un gaz ideal monoatomic suferă transformarea ciclică 1-2-3-4-1 din figura 1.4.16. Se cunosc $V_2=2V_1$ și $T_4=2T_1$. Să se afle:

- reprezentarea ciclului în coordonate (p, T) și (p, V)
- parametrii stărilor 2, 3, 4 în funcție de parametrii p_1, V_1, T_1
- suma căldurilor schimbate de gaz cu mediul pe ciclu și să se interpreteze rezultatul

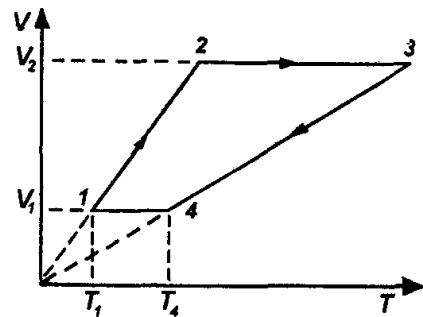


Fig. 1.4.16

27. Un gaz considerat ideal suferă transformările ciclice din figura 1.3.17. Știind că în transformarea 1-2 gazul nu schimbă cu mediul extern energie sub formă de căldură și că exponentul adiabatic este $\gamma=3/2$, să se afle:

- raportul ariilor A_2/A_1
- raportul randamentelor transformărilor ciclice η_2/η_1
- raportul puterilor dezvoltate de mașinile termice, dacă timpul în care se efectuează ciclul 2 este dublu față de cel în care se efectuează ciclul 1

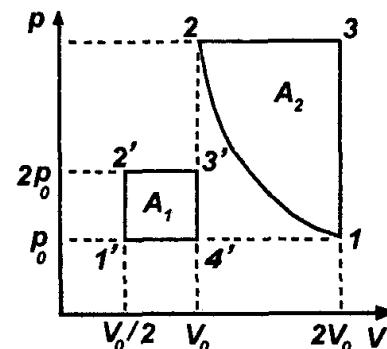


Fig. 1.4.17

28. Un gaz ideal având exponentul adiabatic $\gamma=3/2$, are volumul $V_1=1$ L și se află la presiunea $p_1=10^5$ N/m². Gazul este supus următoarei succesiuni de transformări: 1-2 destindere izotermă până când volumul se dublează, 2-3 răcire izocoră până când presiunea stării 3 devine jumătate din presiunea stării 2, apoi o izobară urmată de o adiabată până la starea inițială 1. Să se afle:

- reprezentarea grafică a ciclului în coordonate (p, V) și (V, T)
- parametrii stării 4 în funcție de valorile parametrilor stării 1
- lucrul mecanic total efectuat de gaz în decursul acestui ciclu și randamentul ciclului ($\sqrt[3]{2}=1,26$, $\ln 2=0,693$)

29. Un mol de gaz ideal monoatomic suferă o succesiune de transformări: 1-2 încălzire izocoră astfel că $T_2=2T_1=600$ K, 2-3 destindere izotermă până când $V_3=e^2V_1$ cu $e=2,71$, 3-4 răcire izocoră urmată de o comprimare izotermă până în starea inițială (fig 1.4.18). Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de gaz pe un ciclu
- căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare
- randamentul ciclului

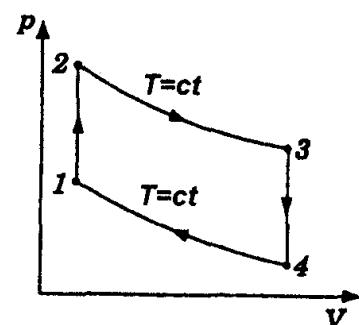


Fig. 1.4.18

- 30.** Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ suferă o succesiune de transformări formate din două izocore și două adiabate ca în figura 1.4.19 (motorul Otto). Se cunoaște $\varepsilon = V_3 / V_1$. Să se afle:
- reprezentarea grafică a ciclului în coordonate (p, T) și (V, T)
 - randamentul ciclului

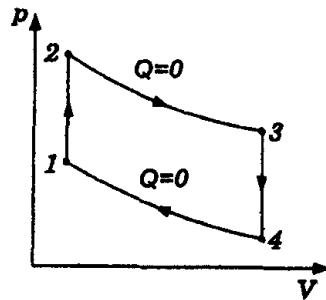


Fig. 1.4.19

- 31.** Motorul unui automobil funcționează după ciclul Otto. În tabelul din figura 1.4.20 sunt indicate: variația energiei interne ΔU_{ij} în cursul compresiei, căldura Q_{23} primită în urma exploziei amestecului carburant și lucrul mecanic L_{34} efectuat de gaz în cursul destinderii acestuia. Să se afle:
- valorile lipsă din tabel
 - lucrul mecanic efectuat de gaz pe un ciclu
 - randamentul ciclului

Procesul $i \rightarrow j$	Q_i [kJ]	L_j [kJ]	ΔU_{ij} [kJ]
1 → 2			720
2 → 3	480		
3 → 4		900	
4 → 1			

Fig. 1.4.20

Procesul $i \rightarrow j$	Q_i [kJ]	L_j [kJ]	ΔU_{ij} [kJ]
1 → 2			920
2 → 3	240	60	
3 → 4			
4 → 1			-120

Fig. 1.4.21

- 32.** Motorul unui automobil funcționează după un ciclu Diesel. În tabelul din figura 1.4.21 sunt indicate pentru un singur ciclu: variația energiei interne ΔU_{12} în cursul compresiei, căldura Q_{23} primită în urma arderii carburantului injectat, lucrul mecanic L_{23} efectuat de gaz în cursul destinderii izobare a acestuia și căldura degajată Q_{41} în exterior în procesul izocor 4-1. Să se afle:
- valorile lipsă din tabel
 - exponentul adiabatic
 - randamentul ciclului

- 33.** Un mol de gaz biatomic parcurge ciclul din figura 1.4.22. Transformările 2-3 și 4-1 sunt izoterme. Se cunosc $t_1=27^\circ\text{C}$, $t_2=227^\circ\text{C}$, $p_1=2,71 \cdot 10^5$ Pa, $p_3=10^5$ Pa și $e=2,71$. Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de gaz
- căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare
- randamentul ciclului

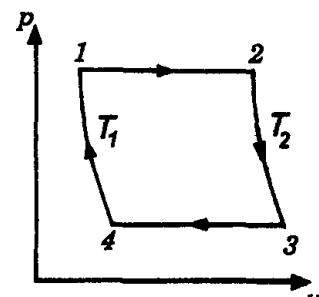


Fig. 1.4.22

- 34.** Un gaz ideal monoatomic suferă un ciclu format din două izobare și două adiabate ca în figura 1.4.23 (motorul cu reacție). Se cunoaște că $p_4=p_1/32$. Să se afle:

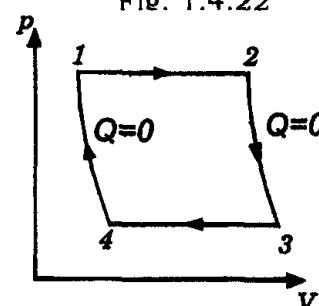


Fig. 1.4.23

- a. raportul temperaturilor absolute pe destinderea adiabatică 2-3 (T_3/T_2)
- b. randamentul ciclului
- c. reprezentarea grafică a ciclului în coordonate (V,T) și (p,T)

35. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ suferă o succesiune de transformări ca în figura 1.4.24 (motorul Diesel). Se cunoaște raportul de compresie $\varepsilon = V_1/V_2$, $\rho = V_3/V_2$. Să se afle:

- a. reprezentarea ciclului în coordonate (p,T) și (V,T)

b. randamentul ciclului

c. randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

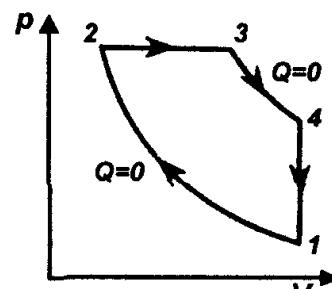


Fig. 1.4.24

36. Un motor cu reacție este format din două transformări izobare și două transformări adiabate ca în figura 1.4.25. Cunoscând raportul de compresie $\varepsilon = V_4/V_1$, $\rho = V_2/V_1$ și exponentul adiabatic γ , să se afle:

- a. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

b. randamentul ciclului

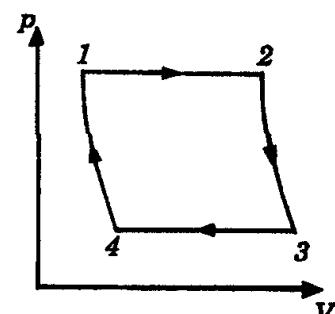


Fig. 1.4.25

37. Un gaz ideal monoatomic execută sirul de transformări din figura 1.4.26. Se cunoaște că $V_2=6V_1$, iar în starea 1 presiunea este $p_1=10^5 \text{ N/m}^2$ și volumul $V_1=50 \text{ cm}^3$. Să se afle:

- a. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T) și (p,T)

b. randamentul ciclului

c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

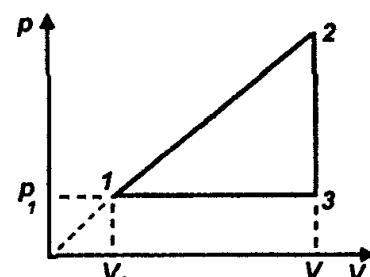


Fig. 1.4.26

38. Un gaz ideal biatomic execută sirul de transformări din figura 1.4.27. Se cunoaște că $p_2=5p_1$, iar în starea 1 presiunea este $p_1=10^5 \text{ N/m}^2$ și volumul $V_1=10 \text{ L}$. Să se afle:

- a. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T) și (p,T)

b. căldura totală primită pe ciclu

c. randamentul ciclului

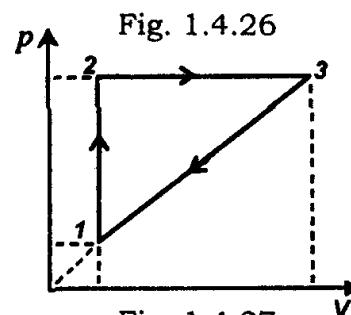


Fig. 1.4.27

39. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=1,5$ suferă succesiunea de transformări redată grafic în figura 1.4.28. Parametrii stării 1 sunt $p_1=10^5 \text{ N/m}^2$ și $V_1=1 \text{ L}$. Se cunosc $p_2=4 p_1$ și $p_3=2 p_1$. Să se afle:

- a. căldura totală primită de gaz

b. lucrul mecanic efectuat de gaz

c. randamentul transformării ciclice

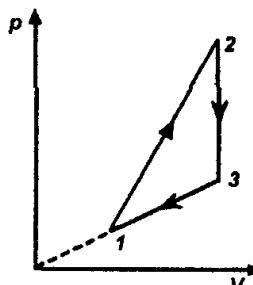


Fig. 1.4.28

40. Un gaz ideal monoatomic evoluează din starea 1 caracterizată prin parametrii $p_1=10^5 \text{ N/m}^2$, T_1 , și $V_1=3 \text{ L}$ în starea 2 printr-o transformare în care presiunea gazului crește direct proporțional cu volumul, până când volumul de dublează. Din starea 2 gazul se comprimă izoterm până la volumul V_1 , după care revine în starea 1 printr-o transformare izocoră (fig 1.4.29). Să se afle:

- parametrii gazului în stările 2 și 3 în funcție de parametrii p_1 , V_1 , T_1
- căldura primită de gaz în cursul transformărilor
- randamentul mașinii termice care ar funcționa după acest ciclu, dacă ciclul este parcurs în sens invers ($\ln 2=0,693$)

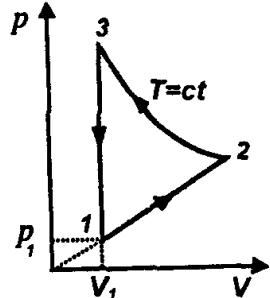


Fig. 1.4.29

41. O cantitate de gaz ideal monoatomic cu parametrii primei stări p_1 , V_1 și $V_3=3V_1$ suferă următoarele transformări: 1-2 o transformare descrisă de legea $p=aV$, unde $a=\text{const}$, 2-3 o transformare izotermă și 3-1 o transformare izobară (fig 1.4.30). Să se afle:

- parametrii stărilor 2 și 3 în funcție de parametrii stării 1, p_1 , V_1 și T_1
- reprezentarea ciclului în coordonate (V, T)
- randamentul ciclului ($\ln 3=1,1$)

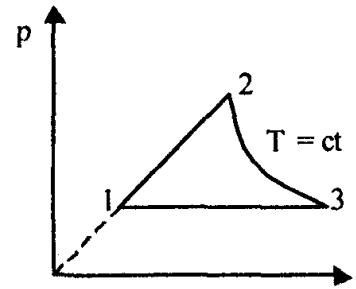


Fig. 1.4.30

42. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=4/3$ suferă sirul de transformări din figura 1.4.31. Știind că $V_3=8V_1$, să se afle în funcție de parametrii stării 1, presiunea p_1 , volumul V_1 și temperatura T_1 :

- parametrii stărilor 2 și 3
- lucrul mecanic pe ciclu
- randamentul ciclului

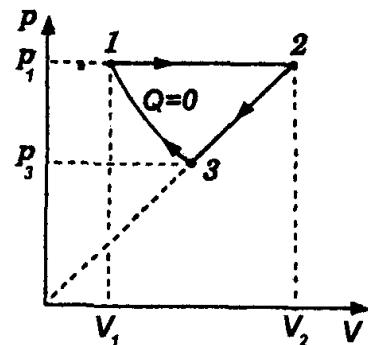


Fig. 1.4.31

43. Un gaz ideal monoatomic suferă un proces în care din starea 1 în starea 2 presiunea gazului depinde direct proporțional de volumul acestuia, astfel încât volumul crește de patru ori. Apoi gazul se comprimă izoterm până la volumul inițial, iar apoi revine izocor în starea inițială.

- să se reprezinte succesiunea de transformări în coordonatele (p, V) și (V, T)
- lucrul mecanic total în această transformare ciclică
- știind că o mașină frigorifică primește lucru mecanic și cedează căldură mediului, să se calculeze eficiența mașinii ce funcționează după acest ciclu, știind că eficiența se definește prin raportul dintre căldura cedată și lucrul mecanic primit ($\varepsilon = \frac{Q_{ced}}{L}$) ($\ln 2=0,693$)

44. Două motoare termice funcționează cu același gaz ideal monoatomic după ciclurile 1-2-3-4-1, respectiv 3-5-6-7-3 reprezentate în figura 1.4.32. Să se afle:

- raportul energiilor interne U_6/U_1
- raportul lucrurilor mecanice totale L_1/L_2 schimbate de gazul ideal cu mediul exterior în cele două procese ciclice
- raportul căldurilor primite Q_1/Q_2 de gazul ideal cu mediul exterior în cele două procese ciclice
- raportul randamentelor celor două cicluri

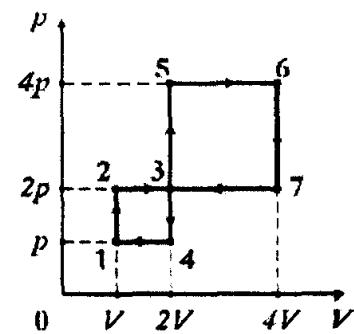


Fig. 1.4.32

45. Un gaz ideal monoatomic aflat inițial în starea caracterizată de presiunea $p_1=10^5$ Pa, volumul $V_1=1$ L și temperatura $T_1=300$ K efectuează procesul ciclic reprezentat în figura 1.4.33. Se cunoaște că în starea 2 temperatura gazului este $T_2=4T_1$ și în starea 3 presiunea este $p_3=p_1/2$. Să se afle:

- reprezentarea ciclului în coordonate (p, V) și (V, T)
- variația energiei interne a gazului între stările 2-4
- randamentul ciclului ($\ln 2=0,7$)

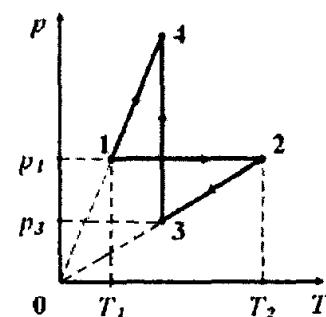


Fig. 1.4.33

46. Un mol de gaz ideal monoatomic efectuează transformarea ciclică din figura 1.4.34. Se cunosc $p_1=10^5$ Pa, $V_1=1$ L, $V_2=8$ L, $V_3=4$ L și $(\sqrt[3]{2})^{10} \approx 10$.

Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de ciclu
- căldura schimbată de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare
- randamentul ciclului

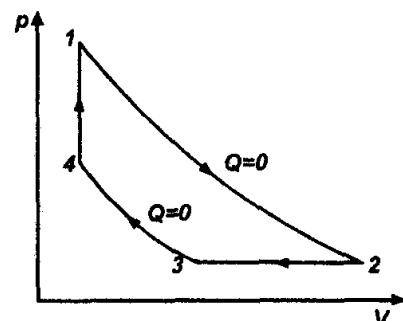


Fig. 1.4.34

47. Fie ciclul din figura 1.4.35 în care se cunosc $\alpha=p_3/p_2$, $\beta=V_4/V_1$, $T_1=\delta T_2$ și exponentul adiabatic γ . Transformările 1-2 și 3-4 sunt transformări adiabatice. Să se afle:

- randamentul ciclului
- randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

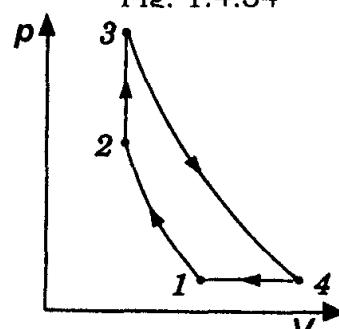


Fig. 1.4.35

48. Un kilomol de gaz ideal suferă o transformare ciclică reversibilă ca în figura 1.4.36. Transformarea 3-1 este descrisă de legea $T=ap^2$, unde a este o constantă. Pe ciclul din figură gazul primește căldura totală $Q=15789$ kJ, $p_2=2p_1$ și $T_1=200$ K. Să se afle:

- reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate (p, V)
- căldura molară izocoră

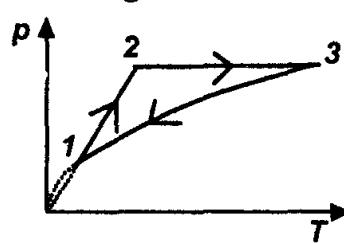


Fig. 1.4.36

- c. căldura molară în procesul 1-3
d. randamentul motorului termic

49. Un mol de gaz ideal monoatomic execută o transformare ciclică ca în figura 1.4.37. Când gazul trece din starea 1 în starea 2 acesta absoarbe o cantitate de căldură $Q_{12}=23,5 \cdot p_1 V_1$. Se cunosc $p_2=2p_1$ și $V_3=4V_1$. Să se afle în funcție de p_1 și V_1 :

- a. lucrul mecanic pe ciclu
b. randamentul ciclului
c. randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

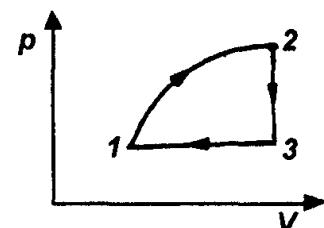


Fig. 1.4.37

50. Un gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări descrise în ciclul din figura 1.4.38 în care $T_2=4T_1$ iar transformarea 3-1 este dată de legea $V=a\sqrt{T}$. Se cunosc parametrii stării 1: presiunea $p_1=10^5 \text{ N/m}^2$ și volumul $V_1=10 \text{ L}$. Să se afle:

- a. parametrii stărilor 2 și 3 exprimăți în funcție de parametrii stării 1
b. puterea motorului, dacă ciclul se produce într-o milisecundă
c. randamentul ciclului

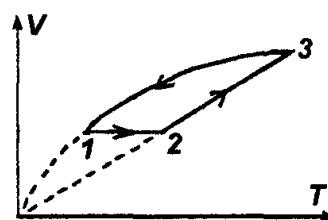


Fig. 1.4.38

51. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ evoluează între izocorele cu volumele V_1 și V_2 , astfel că $V_1=\varepsilon V_2$ pe două căi: 1-A-2-1 în care 1-A este o comprimare izotermă, A-2 o încălzire izocoră urmată de 2-1 răcire adiabatică și respectiv 1-2-B-1 în care 1-2 este o comprimare adiabatică, 2-B o destindere izotermă și B-1 o răcire izocoră (fig 1.4.39). Să se afle:

- a. randamentul ciclului 1-2-B-1
b. randamentul ciclului 1-A-2-1
c. randamentul unui ciclu Carnot care funcționează între temperaturile extreme

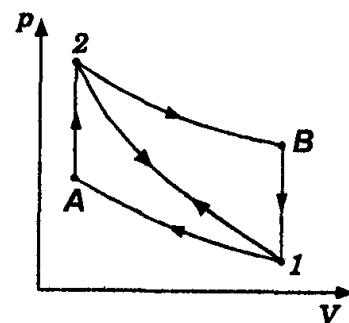


Fig. 1.4.39

52. Un gaz ideal monoatomic parurge ciclul din figura 1.4.40. Știind că $T_2=16T_1$ și că $p_3=2p_1$ să se afle:

- a. lucrul mecanic în transformarea ciclică
b. randamentul motorului termic care ar funcționa după transformarea ciclică
c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme ale ciclului dat

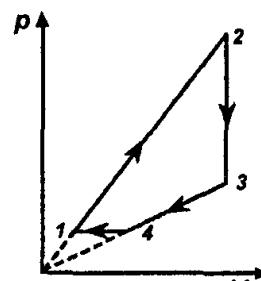


Fig. 1.4.40

53. Un motor termic suferă succesiunea de transformări: 1-2 izocoră, astfel că $p_2=3p_1$, o transformare 2-3 în care presiunea depinde direct proporțional de volumul gazului până $V_3=2V_2$, o transformare 3-4 izobară și 4-1 o altă transformare în care presiunea depinde direct proporțional de volumul

gazului până în starea inițială 1. Să se afle în funcție de p_1 și V_1 , dacă gazul este monoatomic:

- reprezentarea grafică a transformării în coordonate p și V
- căldurile schimbate pe fiecare transformare
- lucrul mecanic efectuat de gaz în transformarea ciclică
- randamentul motorului termic

54. Un motor termic funcționează cu un mol de heliu ($C_v=3R/2$) care parcurge ciclul din figura 1.4.41. Temperatura stării 1 este $T_1=250$ K. Să se afle:

- căldura absorbită pe ciclu
- căldura cedată pe ciclu
- randamentul ciclului

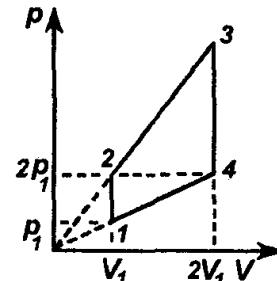


Fig. 1.4.41

55. O cantitate $v=1$ mol de gaz ideal este supus la următoarea succesiune de transformări: 1-2 destindere izobară până la volumul $V_2=2V_1$, 2-3 destinderea adiabatică până la volumul $V_3=4V_1$, 3-4 răcire izobară și 4-1 încălzire izocoră. Se cunosc temperatura maximă atinsă pe ciclu $T_{\max}=1600$ K, exponentul adiabatic al gazului $\gamma=1,4$ și $2^{0,4} \approx 4/3$. Să se afle:

- reprezentarea grafică a transformării în coordonate p și V
- temperatura gazului în starea 4
- randamentul ciclului
- lucrul mecanic efectuat pe ciclu

56. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=4/3$ suferă sirul de transformări din figura 1.4.42. Se cunosc: $V_1=1$ L, $p_1=10^5$ N/m², $p_2=6 \cdot 10^5$ N/m², $V_3=2L$, $V_4=4L$ și $\sqrt[3]{2}=1,26$. Să se afle:

- căldura schimbată de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare
- lucrul mecanic efectuat de ciclu
- randamentul ciclului

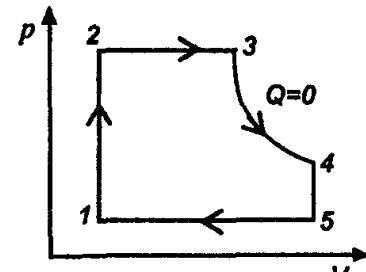


Fig. 1.4.42

57. O cantitate de gaz de v moli de gaz ideal efectuează un ciclu compus din alternanță de izoterme și adiabate din figura 1.4.43. Fiecare detentă izotermă este însoțită de o creștere a volumului de k ori. Știind că izotermele au loc la temperaturile T_1 , T_2 și T_3 , să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de gaz în decursul unui ciclu
- randamentul ciclului
- randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

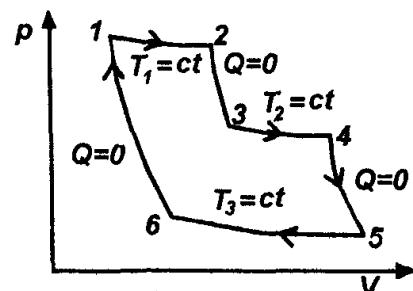


Fig. 1.4.43

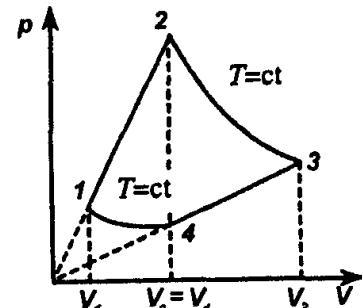
58. Un gaz ideal monoatomic se află inițial într-o stare caracterizată de parametrii $p_1=10^5$ Pa, $V_1=1$ L și $T_1=200$ K. Acest gaz este supus

următoarelor transformări: 1-2 încălzire izocoră astfel că $T_2=3T_1$, 2-3 o transformare în care $p=aV$ până când $V_3=2V_1$ 3-4 o destindere adiabatică până ce $p_4=p_1$, iar apoi o comprimare izobară 4-1. Se cunoaște că $6^{0,6} \approx 2,93$. Să se afle:

- căldura totală primită de gaz
- lucrul mecanic efectuat de gaz
- randamentul transformării ciclice

59. Un gaz ideal biatomic suferă succesiunea de transformări din figura 1.4.44. Se cunosc parametrii în stareia inițială $p_1=10^5$ N/m² și $V_1=1$ L, $V_2=V_4$ și că $V_3=4V_1$. Dacă $\ln 2=0,693$, să se afle:

- volumul V_2
- lucrul mecanic efectuat pe ciclu
- randamentul ciclului



60*. Un mol de gaz ideal monoatomic evoluează după transformarea ciclică din figura 1.4.45, astfel că transformarea 2-3 este o politropă descrisă de ecuația $pV^3=ct$. Să se afle în funcție de p_1 , V_1 și T_1 :

- parametrii stării 3
- randamentul ciclului
- lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu

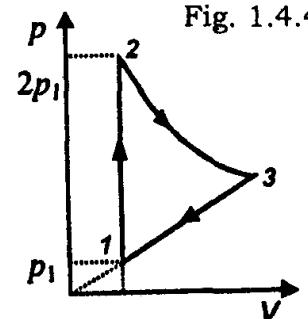


Fig. 1.4.45

61*. Fie o transformare politropă descrisă de legea $pV^n=ct$, unde n reprezintă indicele politropei. Să se afle:

- căldura molară, dacă exponentul adiabatic al gazului este γ
- căldura molară pentru o politropă descrisă de ecuația $pV^2=ct$, dacă gazul este monoatomic
- căldura molară pentru o politropă descrisă de ecuația $pV^{-1}=ct$, dacă gazul este biatomic

62*. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=3/2$ parcurge ciclul din figura 1.4.46. Știind că în stareia inițială $p_1=4 \cdot 10^5$ N/m² și $V_1=1$ L și că $p_2=3p_1$ iar $V_3=2V_1$, să se afle:

- căldura primită pe ciclu
- randamentul motorului termic care ar funcționa după transformarea ciclică
- randamentul motorului termic ideal (Carnot) care ar funcționa între temperaturile extreme

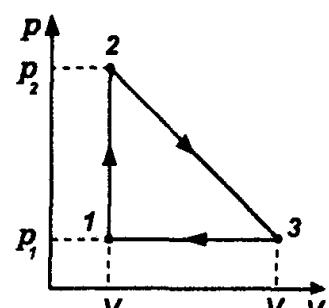


Fig. 1.4.46

63*. Un gaz ideal suferă transformarea din figura 1.4.47. Să se precizeze:

- fenomenele suferite de gaz, pe baza primului principiu al termodinamicii pe porțiunile 1A, AX și X2
- pe ce porțiune căldura molară este negativă?
- pe ce porțiune gazul se răcește deși primește

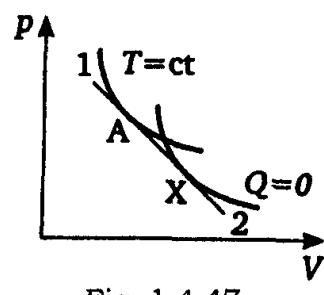


Fig. 1.4.47

căldură?

1.5. Calorimetrie. Transformări de fază

1. Într-un vas izolat adiabatic de mediul extern se amestecă patru cantități de lichide cu masele m_1 , $m_2=4m_1$, $m_3=2m_1$, $m_4=3m_1$, cu cădurile specifice c_1 , $c_2=c_1/2$, $c_3=2c_1$, $c_4=3c_1$ și temperaturile inițiale t_1 , $t_2=3t_1$, $t_3=4t_1$, $t_4=t_1/3$. Să se afle, dacă se neglijeează capacitatea calorică a vasului:
- temperatura de echilibru
 - care corpuri se încălzesc și care se răcesc?
2. Două corpuri cu masele m_1 , $m_2=2m_1$, cădurile specifice c_1 , $c_2=4c_1$ și temperaturile inițiale t_1 și $t_2=2t_1$ sunt introduse într-un vas cu capacitate calorică neglijabilă. Până la realizarea echilibrului termic vasul cedează în exterior căldura $Q=2m_1c_1t_1$. Să se afle temperatura de echilibru în momentul realizării acestuia.
3. Într-o cadă se pun $n=3$ găleți plini cu apă cu volumul $V=5$ L, la $t_1=75^\circ\text{C}$ și apoi se adaugă apă rece de la robinet cu temperatură $t_2=10^\circ\text{C}$, pentru ca în final să se poată atinge temperatura de echilibru $t=25^\circ\text{C}$. Se neglijeează pierderile de căldură. Știind că densitatea apei este $\rho=10^3 \text{ kg/m}^3$, să se afle masa apei care se lasă să curgă de la robinet.
4. În figura 1.5.1 este reprezentată grafic dependența căldurii specifice a apei în intervalul de temperatură de la $t_0=0^\circ\text{C}$ la $t_f=30^\circ\text{C}$. Să se afle căldura primită de $m=1$ g de apă care este încălzit de la $t_1=5^\circ\text{C}$ la $t_2=15^\circ\text{C}$.
-
- Fig. 1.5.1
5. Într-o incintă cu volumul $V=516,6$ L se află vaporii de apă la presiunea $p=10^5 \text{ N/m}^2$ și la temperatura $t_1=100^\circ\text{C}$. Se cunoaște masa molară a apei $\mu_{\text{apă}}=18 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$. Dacă întreaga cantitate de vaporii se condensează și se transformă în apă la temperatura t_1 iar apoi se introduce o masă de apă aflată la temperatura $t_2=20^\circ\text{C}$, temperatura finală de echilibru se stabilește la $t_3=50^\circ\text{C}$. Se neglijeează pierderile de căldură și se consideră $c_{\text{apă}}=4200 \text{ J/kgK}$. Să se afle:
- masa de vaporii apă aflată în recipient
 - masa de apă introdusă în incintă
 - cantitatea de căldură primită de masa de apă introdusă în incintă
6. Într-o cutie izolată adiabatic se introduce un hamster. În cutie se află aer cu căldura specifică $c_{\text{aer}}=1020 \text{ J/kgK}$ și masa $m=100$ g. Deoarece hamsterul aleargă prin cutie temperatura aerului din incintă crește cu $\Delta t=2^\circ \text{ C/h}$. Hamsterul se hrănește cu semințe, care prin metabolizare îi furnizează acestuia o energie $E=25 \text{ J/g}$ pe fiecare gram de semințe mâncat. Se neglijeează căldura preluată de cutie de la aer. Să se afle:
- cantitatea de căldură furnizată de hamster aerului din cutie în $t=2 \text{ h}$

- b.** energia pe care trebuie să o ia hamsterul în timpul $t=2$ h, dacă randamentul conversiei hranei în căldură este $\eta=20\%$
- c.** masa de semințe pe care trebuie să le mănânce hamsterul în timpul $t=2h$, în condițiile precizate mai sus

7. Într-un vas cu capacitatea calorică neglijabilă în care se află aer uscat la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ Pa se introduce apă cu masa $m=20$ g și cu temperatura inițială $t=20^\circ\text{C}$. Se încălzește vasul până ce întreaga cantitate de apă se vaporizează complet la temperatura $t_f=100^\circ\text{C}$. Apoi sistemul se încălzește până ce temperatura crește cu $\Delta t=50^\circ\text{C}$. Se cunosc: căldura specifică a apei $c_a=4200$ J/kgK, căldura latentă de vaporizare a apei $\lambda_v=2,25$ MJ/kg și masa molară a apei $\mu=18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol. Să se afle:

- a.** cantitatea de căldură necesară vaporizării întregii cantități de apă
- b.** volumul vasului și presiunea finală care se stabilește în vas imediat după vaporizarea apei, dacă vaporii sunt saturanți (au presiunea $p_0=10^5$ Pa)
- c.** de câte ori se modifică presiunea în vas după încălzirea amestecului?

8. Într-un cilindrul vertical deschis se introduce o cantitate de gheăță cu masa $m=100$ g la temperatura inițială $t_1=-10^\circ\text{C}$. În exterior se află aer la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ Pa. Cilindrul are capacitatea calorică neglijabilă. Se încălzește sistemul până ce întreaga cantitate de gheăță se vaporizează. Se cunosc căldura specifică a gheții $c_g=2100$ J/kgK, căldura latentă de topire a gheții $\lambda_g=335$ kJ/kg, căldura specifică a apei $c_a=4200$ J/kgK, căldura latentă de vaporizare a apei $\lambda_v=2,25$ MJ/kg. Să se afle:

- a.** căldura ecesară vaporizării întregii cantități de apă
- b.** masa de combustibil arsă pentru vaporizarea apei știind că acesta are un randament $\eta=60\%$, iar puterea calorică este $q=7500$ kJ/kg

9. Într-un calorimetru cu capacitatea calorică $C=200$ J/K, în care se află o cantitate de gheăță cu masa $m_g=400$ g la temperatura $t_g=-10^\circ\text{C}$, se introduce o bucată de alamă cu masa $m=2$ kg și la temperatura $t=60^\circ\text{C}$, astfel că o parte din gheăță se topește. Alama este formată din $f=60\%$ cupru, iar restul zinc. Căldura specifică a cuprului este $c_{Cu}=395$ J/kgK, a zincului $c_{Zn}=399$ J/kgK, căldura specifică a gheții $c_g=2100$ J/kgK și căldura latentă de topire a gheții $\lambda_g=334$ kJ/kg. Să se afle:

- a.** căldura specifică a alamei
- b.** masa de gheăță care se topește

10. Într-un calorimetru cu echivalentul în apă $m_a=25$ g se află $m_g=200$ g gheăță la temperatura $t_g=-10^\circ\text{C}$. Se toarnă în calorimetru fosfor topit la temperatura $t_p=80^\circ\text{C}$. Temperatura finală de echilibru a amestecului este $t_e=20^\circ\text{C}$. Se cunosc: căldura specifică a fosforului în fază lichidă $c=850$ J/kgK, căldura specifică a fosforului în fază solidă $c_s=785$ J/kgK, căldura specifică a gheții $c_g=2100$ J/kgK, căldura specifică a apei $c_a=4200$ J/kgK, căldura latentă de topire a gheții $\lambda_g=334$ kJ/kg, căldura latentă de topire a fosforului $\lambda_p=21$ kJ/kg și temperatura de topire a fosforului $t_t=44^\circ\text{C}$. Să se afle masa de fosfor care se introduce în vas?

11. Într-un calorimetru cu masa $m=200$ g și care are căldura specifică $c=920$ J/kgK se află apă la temperatura $t_a=40^\circ\text{C}$ și căldura specifică a apei $c_a=4200$ J/kgK. Se introduce o bucată de cupru cu masa $m_c=100$ g și căldura specifică a cuprului $c_c=380$ J/kgK la temperatura $t_c=100^\circ\text{C}$ și o bucată de gheată cu masa $m_g=25$ g, căldura specifică a gheții $c_g=2100$ J/kgK și căldura latentă de topire a gheții $\lambda_g=335$ kJ/kg, aflată la temperatura $t_g=-20^\circ\text{C}$. Să se afle masa de apă aflată inițial în calorimetru, dacă temperatura de echilibru devine $t=25^\circ\text{C}$.

12. O bară de fier cu masa $m_1=50$ g și una de aluminiu cu masa $m_2=100$ g aflate la aceeași temperatură $t_1=100^\circ\text{C}$, sunt introduse într-un calorimetru cu capacitatea calorică $C=125$ kJ/K în care se află o masă de apă $m_a=200$ g la temperatura $t_2=20^\circ\text{C}$. Se cunosc căldura specifică a gheții $c_g=2100$ J/kgK, căldura specifică a apei $c_a=4200$ J/kgK, căldura specifică a aluminiului $c_{Al}=900$ J/kgK, căldura specifică a fierului $c_{Fe}=500$ J/kgK și căldura latentă de topire a gheții $\lambda_g=335$ kJ/kg. Să se afle:

a. temperatura finală de echilibru

b. masa m_g a unei bucați de gheată care introdusă în calorimetru la temperatura $t_3=-5^\circ\text{C}$ face ca prin topirea ei integrală temperatura de echilibru să devină $t=0^\circ\text{C}$

13. Într-un vas de alamă cu masa $m_1=200$ g se află apă cu masa $m_2=480$ g la temperatura de echilibru $t_1=15^\circ\text{C}$. Se introduce apoi mercur cu masa $m_3=500$ g și la temperatura de $t_2=100^\circ\text{C}$. În urma schimbului de căldură se stabilește temperatura de echilibru $t=17,7^\circ\text{C}$. Cunoscând căldura specifică a apei $c_a=4200$ J/kgK, căldura specifică a alamei $c_a=386$ J/kgK și căldura latentă de topire a gheții $\lambda_g=335$ kJ/kg. Să se afle:

a. valoarea căldurii specifice a mercurului

b. temperatura finală a unui amestec, dacă se amestecă gheată cu masa $m=10$ g la temperatura $t=0^\circ\text{C}$ și masa de mercur aflată la temperatura t_2

14. Prin încălzirea apei dintr-un vas care are temperatura inițială $t_0=0^\circ\text{C}$, se obține într-o oră o cantitate $m_1=100$ g de vapori, având temperatura $t=100^\circ\text{C}$. Știind că randamentul instalației de încălzire este $\eta=60\%$, să se afle:

a. cantitatea de căldură necesară pentru funcționarea instalației timp $t=2$ h

b. masa de vapori care s-a consensat prin introducerea unei bucați de gheată, care are masa $m_2=1$ kg și temperatura inițială $t_g=0^\circ\text{C}$, dacă temperatura finală de echilibru este $t=100^\circ\text{C}$. Se cunosc căldura specifică a apei $c_a=4180$ J/kgK, căldura latentă de topire a gheții $\lambda_g=335$ kJ/kg și căldura latentă de vaporizare a apei $\lambda_v=2,25$ MJ/kg

15. Se amestecă într-un calorimetru cu capacitatea calorică neglijabilă apă cu masa $m_a=200$ g cu temperatura $t_a=20^\circ\text{C}$ cu gheată cu masa $m_g=1$ kg la temperatura $t_g=-50^\circ\text{C}$. Se cunosc căldura specifică a gheții $c_g=2100$ J/kgK, căldura specifică a apei $c_a=4200$ J/kgK, căldura latentă de topire a gheții $\lambda_g=334$ kJ/kg. Să se afle temperatura de echilibru.

16. Se amestecă într-un calorimetru cu capacitatea calorică neglijabilă apă cu masa $m_a=100$ g la temperatura $t_a=15^\circ\text{C}$ și gheată cu masa $m_g=400$ g la temperatura $t_g=-10^\circ\text{C}$. Se cunosc: căldura specifică a gheții $c_g=2100 \text{ J/kgK}$, căldura specifică a apei $c_a=4200 \text{ J/kgK}$, căldura latentă de topire a gheții $\lambda_g=334 \text{ kJ/kg}$. Să se afle temperatura de echilibru și compoziția amestecului.

17. Se amestecă într-un calorimetru cu capacitatea calorică neglijabilă apă cu masa m_a la temperatura $t_a=40^\circ\text{C}$ și gheată cu masa $m_g=500$ g la temperatura $t_g=-30^\circ\text{C}$. Se cunosc căldura specifică a gheții $c_g=2100 \text{ J/kgK}$, căldura specifică a apei $c_a=4200 \text{ J/kgK}$, căldura latentă de topire a gheții $\lambda_g=334 \text{ kJ/kg}$. Temperatura de echilibru este $t_e=10^\circ\text{C}$. Să se afle masa de apă din calorimetru.

18. Într-o incintă vidată se introduce o picătură de apă la 0°C . Să se afle ce fracțiune din picătură îngheată, dacă căldura latentă de topire a gheții $\lambda_g=335 \text{ kJ/kg}$ și căldura latentă de vaporizare a apei $\lambda_v=2,25 \text{ MJ/kg}$.

19. Într-un recipient în care se află apă cu masa $m_a=10 \text{ kg}$ este introdus un vas cilindric cu peretei perfect conductori, conform figurii 1.5.2. În vas se află un piston cu masa $m=5 \text{ kg}$ și secțiunea $S=5 \text{ cm}^2$ egală cu suprafața cilindrului. În cilindru se află închiși $v=0,01 \text{ moli}$ de aer. Inițial apa din recipient și aerul din vas se află la echilibru termic la temperatura inițială $t_0=27^\circ\text{C}$. Apa din recipient este încălzită cu o serpentină parcursă de un agent termic lichid care intră la temperatura $\theta_1=200^\circ\text{C}$ și ieșe la temperatura $\theta_2=150^\circ\text{C}$. Căldura specifică a agentului termic este $c=1000 \text{ J/kgK}$, iar serpentina este parcursă într-o secundă de o masă $D=0,1 \text{ kg}$. Se consideră că recipientul este izolat termic, iar apa și aerul au temperaturi egale în fiecare moment. Se cunosc: căldura specifică a apei $c_a=4200 \text{ J/kgK}$, căldura latentă de vaporizare a apei $\lambda_v=2,25 \text{ MJ/kg}$, căldura molară a aerului la presiune constantă $C_p=1020 \text{ J/molK}$, masa molară a aerului $\mu=29 \text{ g/mol}$, presiunea atmosferică $p_0=10^5 \text{ Pa}$. Să se afle:

- înălțimea h_0 a pistonului de la fundul cilindrului în stare inițială
- dependența de timp a înălțimii h dintre piston și fundul cilindrului din momentul începerii încălzirii până la momentul $t=20 \text{ min}$ și să se reprezinte grafic această dependență
- masa de vapori care părăsește recipientul într-o secundă, după ce a fost atinsă temperatura de fierbere

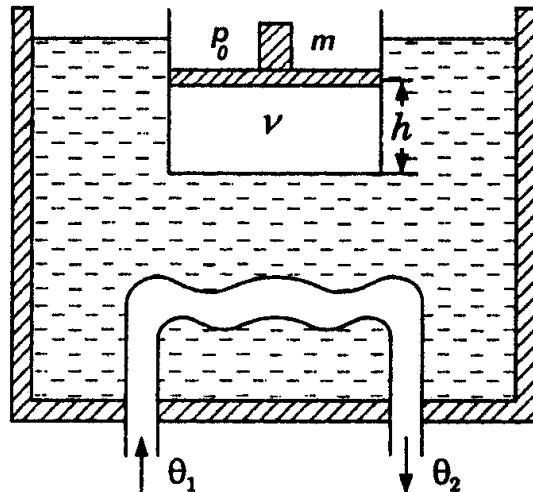


Fig. 1.5.2

- 20.** În figura 1.5.3 este reprezentată grafic dependența de timp a temperaturii unei anumite cantități de apă introdusă în congelator. Se consideră că apa cedează congelatorului aceeași cantitate de căldură în fiecare minut. Cunoscând căldura specifică a apei $c_a=4200 \text{ J/kgK}$ și căldura latentă de topire a gheții $\lambda_g=336 \text{ kJ/kg}$, să se afle:
- timpul după care îngheață toată apa
 - căldura primită de congelator în procesul anterior, dacă masa apei este $m_a=500 \text{ g}$

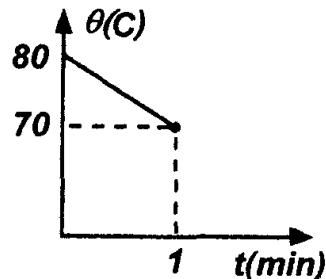


Fig. 1.5.3

- 21.** Într-un vas cu capacitatea calorică neglijabilă, se află apă și gheață cu masa totală $m=10 \text{ kg}$. Vasul a fost adus de afară în cameră și s-a măsurat temperatura t în funcție de timpul t , obținându-se graficul din figura 1.5.4. Se consideră că mediul cedează sistemului aceeași cantitate de căldură în fiecare minut. La momentul $t_1=60 \text{ min}$ se introduce în vas o bucată de gheață cu masa $m_2=2 \text{ kg}$ și la temperatura $t_2=-5^\circ\text{C}$. Se constată că după intervalul de timp $\Delta t=20 \text{ min}$ temperatura amestecului devine $t_3=0^\circ\text{C}$. Se cunosc căldura specifică a gheții $c_g=2100 \text{ J/kgK}$, căldura specifică a apei $c_a=4200 \text{ J/kgK}$, căldura latentă de topire a gheții $\lambda_g=335 \text{ kJ/kg}$. Să se afle:
- căldura cedată de aer într-un minut
 - masa m_1 a gheții din vas în momentul introducerii în cameră
 - compoziția amestecului la momentul $t_2=80 \text{ min}$

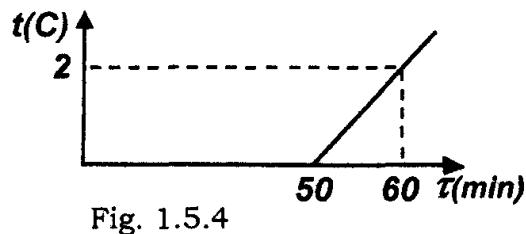


Fig. 1.5.4

- 22.** Un motor termic cu puterea $P=50 \text{ kW}$ are turația $n=3000 \text{ rot/min}$ și funcționează cu un randament $\eta=25\%$. Răcirea motorului se realizează cu apă, care are la intrarea în schimbătorul de căldură temperatura $t_1=35^\circ\text{C}$ și la ieșire temperatura $t_2=95^\circ\text{C}$. Neglijăm frecările și pierderile de căldură, iar căldura specifică a apei este $c=4185 \text{ J/kgK}$. Să se afle:
- lucrul mecanic efectuat de motor pe parcursul unui ciclu
 - căldura absorbită de motor pe parcursul unui ciclu
 - debitul masic al apei de răcire, dacă se presupune că toată căldura cedată de motor este absorbită de apă

- 23.** În graficul din figura 1.5.5 este redată dependența temperaturii a două corpuri în funcție de timp. Să se precizeze:
- corpurile 1 și 3 sunt din același material?
 - care dintre corpurile 1 și 3 are masa mai mare?
 - corpurile 2 și 4 se încălzesc la fel de repede?

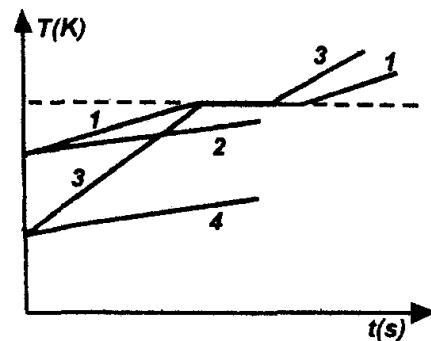


Fig. 1.5.5

2. CIRCUITE DE CURENT CONTINUU

2.1. Rezistență electrică. Legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu

1. Prin secțiunea transversală a unui fir metalic trece un curent cu intensitatea $I=2$ A într-un interval de timp $t=4$ s. Cunoscând valoarea sarcinii elementare $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ C, să se afle numărul de electroni care traversează secțiunea.

2. În figura 2.1.1 este reprezentată grafic dependența intensității curentului electric de timp. Să se afle:

- a. sarcina electrică care traversează secțiunea transversală a unui fir metalic în intervalul de timp considerat $t=5$ s
- b. intensitatea curentului la momentul $t_2=4$ s
- c. intensitatea medie a curentului în $\Delta t=5$ s

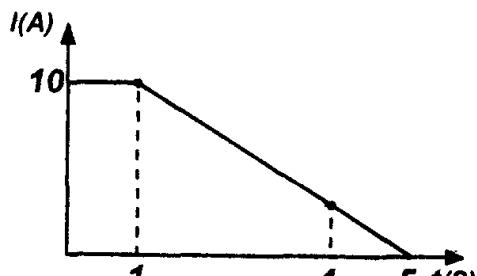


Fig. 2.1.1

3. Să se afle valoare vitezei medii de transport a electronilor printr-un conductor de secțiune $S=1$ mm² străbătut de un curent cu intensitatea $I=1,6$ A, dacă concentrația volumică a electronilor este $n=10^{28}$ m⁻³.

4. Coeficientul termic al rezistivității al unui metal este $\alpha=4 \cdot 10^{-4}$ grad⁻¹. Să se afle temperatura la care un conductor din acest metal are rezistență de 1,5 ori mai mare decât rezistența sa la $t_0=0^\circ$ C.

5. Un rezistor se află la temperatura $t=2000^\circ$ C. Să se afle valoarea rezistenței electrice a rezistorului, știind că acesta este confectionat dintr-un metal care are la zero grade Celsius rezistivitatea $\rho_0=17,2 \cdot 10^{-9}$ Ωm, lungimea $\ell_0=50$ m secțiunea firului $S=0,1$ mm², dacă coeficientul termic al rezistivității este $\alpha=4 \cdot 10^{-3}$ K⁻¹.

6. Un bastonaș de grafit cu rezistivitatea la 0° C, $\rho_{01}=6 \cdot 10^{-5}$ Ωm și coeficientul termic al rezistivității $\alpha_1=-5 \cdot 10^{-4}$ K⁻¹ se leagă în serie cu bastonaș de fier cu rezistivitatea la 0° C, $\rho_{02}=4 \cdot 10^{-5}$ Ωm, coeficientul termic al rezistivității $\alpha_2=3 \cdot 10^{-4}$ K⁻¹ și cu aceeași grosime. Să se afle raportul dintre lungimile inițiale ale bastonașelor, dacă rezistența sistemului nu depinde de temperatură.

7. Un fir de cupru cu densitatea $d=8600$ kg/m³ are masa $m=860$ g și secțiunea $S=1$ mm². Firul se alimentează la o tensiune $U=3,4$ V. Să se afle:

- a. lungimea firului
- b. intensitatea inițială a curentului care se stabilește prin fir, dacă se cunoaște rezistivitatea $\rho_{Cu}=1,7 \cdot 10^{-8}$ Ωm
- c. tensiunea maximă care trebuie aplicată inițial firului dacă se cunoaște că acesta se arde la o intensitate $I_{max}=10$ A

8. În graficul din figura 2.1.2 sunt reprezentate intensitățile curentilor electrici în funcție de tensiunea aplicată la capetele lor. Să se afle:

- care rezistență electrică este mai mare?
- valoarea rezistenței 1, dacă la un moment dat intensitatea curentului prin ea este $I_1=4$ A și tensiunea măsurată este $U_1=8$ V
- R_1/R_2 , dacă la aceeași tensiune U , intensitățile curentilor sunt $I_1=12$ A și $I_2=4$ A

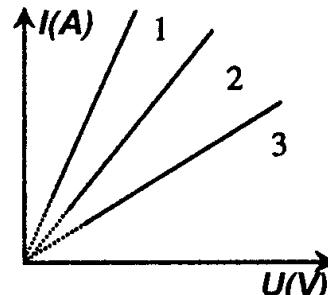


Fig. 2.1.2

9. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare $E=40$ V se leagă un rezistor R . Intensitatea curentului de scurtcircuit este $I_{sc}=100$ A. Se constată că raportul tensiunilor la capetele rezistorului R și căderei internă de tensiune este $n=4$. Să se afle:

- valoarea rezistenței rezistorului
- intensitatea curentului prin circuit în condițiile date
- secțiunea firului din care este confectionată rezistența, dacă se cunosc lungimea ei $\ell=50$ m și rezistivitatea $\rho=10^{-7}$ Ωm

10. Un fir de crom-nichel are lungimea $\ell=20$ m și secțiunea $S=1$ mm^2 se leagă la bornele unei surse cu tensiunea $E=12$ V și rezistență internă $r=1$ Ω . Se cunoaște rezistivitatea electrică a firului $\rho=10^{-7}$ Ωm . Să se afle:

- rezistența electrică a firului
- tensiunea electrică la bornele firului
- raportul intensităților curentilor care circulă prin sursă, dacă din fir se realizează un dreptunghi cu latura $L=6$ m, iar sursa de tensiune se leagă întâi la capetele laturii mici și apoi la capetele laturii mari

11. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare $E=10$ V și cu rezistență internă $r=1$ Ω se leagă un rezistor cu $R=4$ Ω . Să se afle:

- intensitatea curentului prin circuit
- tensiunea la bornele sursei
- valoarea intensității curentului de scurtcircuit

12. Dacă la bornele unei surse se conectează un rezistor cu rezistență $R_1=2$ Ω intensitatea curentului prin circuitul principal devine $I_1=4$ A. Conectând în locul rezistorului R_1 , rezistorul $R_2=11$ Ω , intensitatea curentului prin circuitul principal devine $I_2=1$ A. Să se afle:

- rezistența internă a sursei
- tensiunea electromotoare a sursei
- intensitatea curentului prin circuitul principal dacă rezistența circuitului exterior este $R_3=3$ Ω

13. La bornele unei surse de tensiune se conectează un consumator și se măsoară tensiunea la bornele sursei în funcție de intensitatea curentului electric prin circuit, obținându-se graficul din figura 2.1.3. Să se afle:

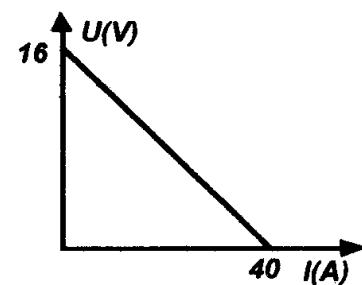


Fig. 2.1.3

- a. tensiunea electromotoare a sursei
- b. rezistența internă a bateriei
- c. valoarea rezistenței circuitului exterior când $U=4$ V

14. O rezistență aflată inițial la $t_0=0^\circ\text{C}$ are valoarea $R_0=20 \Omega$. Se alimentează rezistență la o sursă cu tensiunea $E=44$ V și cu rezistență internă $r=2 \Omega$. Coeficientul termic al rezistivității este $\alpha=5 \cdot 10^{-4} \text{ grad}^{-1}$. După trecerea unui interval de timp rezistență ajunge la valoarea $R=42 \Omega$. Să se afle:

- a. tensiunea la capetele rezistenței la $t_0=0^\circ\text{C}$
- b. temperatura la care ajunge rezistență
- c. variația relativă a tensiunii la bornele rezistenței

15. O baterie debitează pe un rezistor un curent electric cu intensitatea $I=24$ A. Dacă se mărește rezistență cu $f_1=25\%$, intensitatea curentului scade cu $f_2=20\%$. Să se afle:

- a. noua valoare a intensității curentului electric prin circuit, dacă rezistență se micșorează cu $f_1=25\%$
- b. cu cât la sută se modifică tensiunea la bornele rezistenței în cazul în care aceasta se micșorează față de cazul în care crește?
- c. cu cât la sută se modifică rezistența conductorului, dacă temperatura acestuia variază cu $\Delta t=80^\circ\text{C}$, iar coeficientul termic al rezistivității este $\alpha=6 \cdot 10^{-4} \text{ grad}^{-1}$ și inițial rezistență se află la temperatura 0°C

2. 2. Gruparea rezistoarelor

1. Rezistoarele cu rezistențele R , $2R$, $3R$ conectate în paralel au rezistență echivalentă de 12Ω . Să se afle:

- a. rezistența echivalentă la legarea lor în serie
- b. intensitățile curentului electric prin fiecare rezistor, dacă în cazul conectării paralel se aplică grupării o tensiune $U=66$ V
- c. tensiunea pe rezistență R , când rezistențele se leagă în serie și se aplică grupării aceeași tensiune $U=66$ V

2. În graficul din figura 2.2.1 sunt reprezentate dependențele tensiunilor aplicate la capetele a două rezistențe în funcție de intensitatea curentului care circulă prin rezistențele respective. Să se afle:

- a. valorile rezistențelor
- b. raportul dintre rezistența grupării serie și cea a grupării paralel a celor două rezistențe

3. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B când comutatorul K este deschis și apoi când este închis (fig 2.2.2).

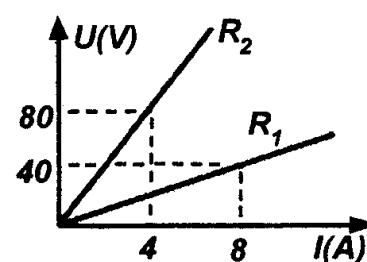


Fig. 2.2.1

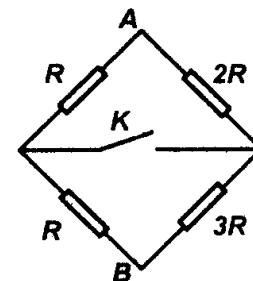


Fig. 2.2.2

4. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B (fig 2.2.3).

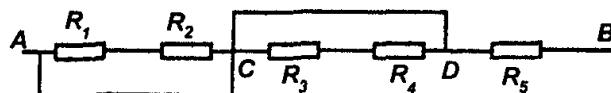


Fig. 2.2.3



Fig. 2.2.4

5. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B (fig 2.2.4).

6. Se cunosc $R_1=3 \Omega$, $R_2=4 \Omega$, $R_3=6 \Omega$, $R_4=2 \Omega$ (fig 2.2.5). Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B, A și C, A și D, B și D.

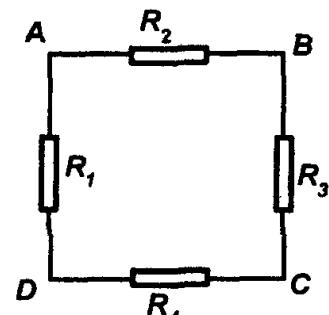


Fig. 2.2.5

7. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B (fig 2.2.6).

8. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B, dacă $R_1=1 \Omega$, $R_2=3 \Omega$, $R_3=6 \Omega$, $R_4=12 \Omega$, $R_5=2 \Omega$ (fig 2.2.7).

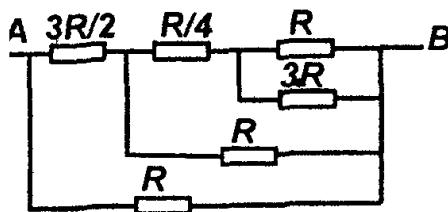


Fig. 2.2.6

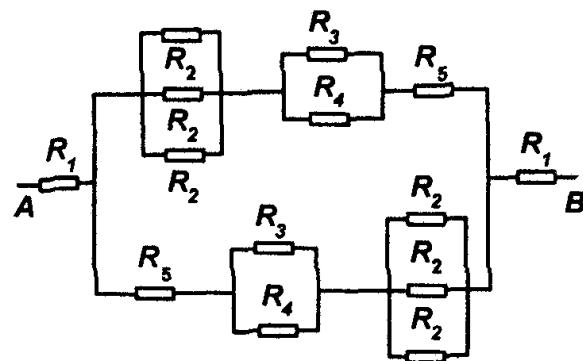


Fig. 2.2.7

9. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B, dacă $R=3 \Omega$ (fig 2.2.8).

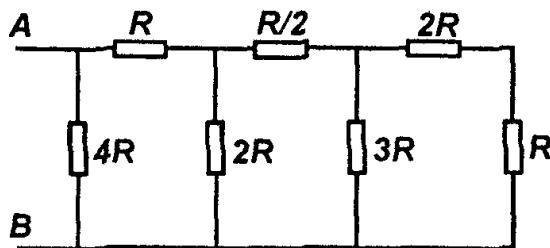


Fig. 2.2.8

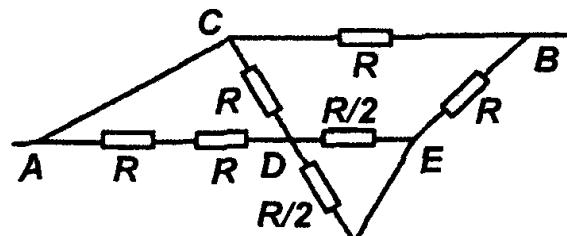


Fig. 2.2.9

10. Să se afle rezistențele echivalente între punctele A și B, A și C, A și D (fig 2.2.9).

11. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B, A și C, A și D, dacă $R=1 \Omega$ (fig 2.2.10).

12. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B, A și C, A și D, dacă $R=9 \Omega$ (fig 2.2.11).

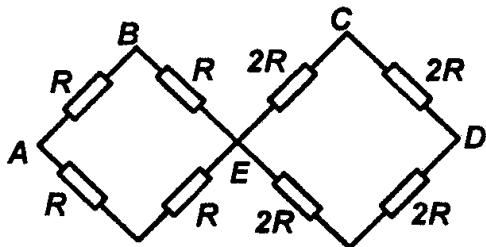


Fig. 2.2.10

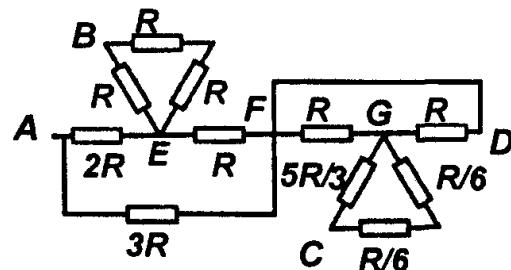


Fig. 2.2.11

13. Să se afle dacă se cunosc valorile rezistențelor $R_1=1 \Omega$, $R_2=2 \Omega$, $R_3=4 \Omega$, $R_4=2 \Omega$, $R_5=2 \Omega$ (fig 2.2.12):

- rezistența echivalentă între punctele A și B
- valoarea rezistenței R_3 , astfel ca prin rezistența R_5 să nu circule curent electric

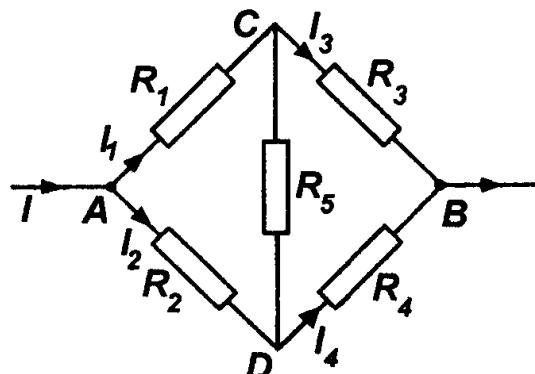


Fig. 2.2.12

14. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B (fig 2.2.13).

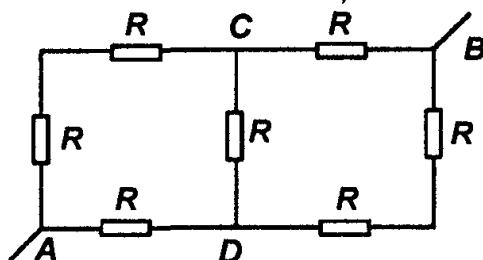


Fig. 2.2.13

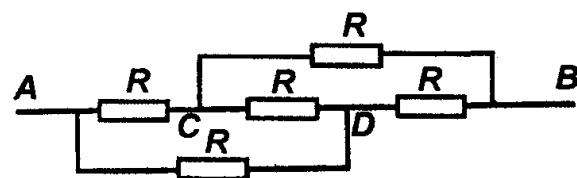


Fig. 2.2.14

16. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B (fig 2.2.15).

17. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B (fig 2.2.16).

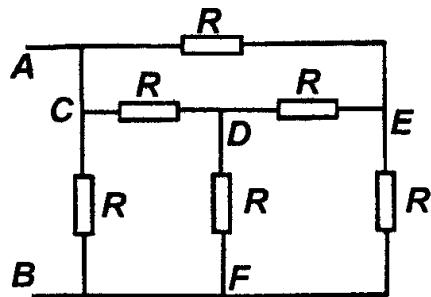


Fig. 2.2.15

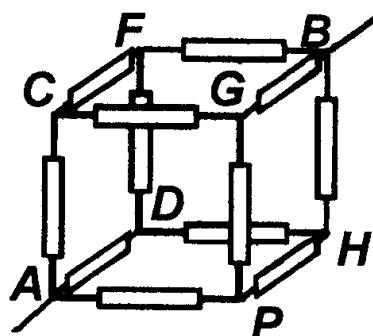


Fig. 2.2.16

18. Să se afle rezistența echivalentă a lanțului infinit de rezistențe (fig 2.2.17).

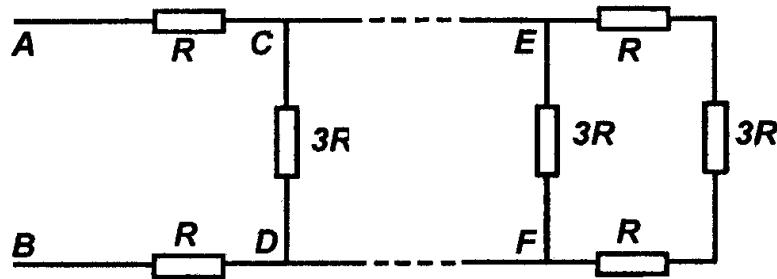


Fig. 2.2.17

19. Fie două rezistoare care au la temperatura inițială $t_0=0^\circ\text{C}$ rezistențele R_{01} și $R_{02}=3R_{01}$ și coeficienții termici ai rezistivităților α_1 și respectiv α_2 . Neglijăm dilatarea rezistențelor cu creșterea temperaturii. Să se afle coeficientul termic al rezistorului echivalent, dacă rezistențele se leagă:

- a. serie
- b. paralel

2.3. Legile lui Kirchhoff

1. Se conectează o rezistență de şunt R_s în paralel cu un ampermetru, care are rezistență $R_A=1\ \Omega$. Intensitatea maximă măsurată de ampermetru este $I_A=100\ \text{mA}$. Să se afle valoarea rezistenței de şunt, dacă ampermetrul este pus să măsoare un curent cu intensitatea $I=1\ \text{A}$. De câte ori se mărește domeniul de măsurabilitate al ampermetrului?

2. Dacă se suntează același ampermetru cu două rezistoare cu rezistențele R_1 și R_2 , el își mărește domeniul de măsurabilitate de n_1 , respectiv n_2 ori. Să se afle de câte ori se mărește domeniul de măsurabilitate al ampermetrului, dacă acesta se suntează cu gruparea rezistențelor:

- a. serie
- b. paralel

3. Un voltmetru cu rezistență $R_V=100\ \Omega$ măsoară o tensiune $U_V=10\ \text{V}$. Se leagă voltmetrul între două puncte, astfel încât acesta să măsoare o tensiune $U=100\ \text{V}$. Ce rezistență adițională legăm în serie cu voltmetrul și de câte ori se mărește domeniul de măsurabilitate al voltmetrului?

4. La bornele unui voltmetru se leagă pe rând în serie două rezistoare cu rezistențele R_1 și R_2 , astfel că acesta își mărește domeniul de măsurabilitate de n_1 , respectiv n_2 ori. Să se afle de câte ori se mărește domeniul de măsurabilitate al voltmetrului, dacă acesta se leagă în serie cu gruparea rezistențelor:

- a. serie
- b. paralel

5. Fie circuitul din figura 2.3.1. Voltmetrul indică o tensiune $U=36$ V. Rezistența internă a sursei este $r=1 \Omega$, iar rezistența circuitului exterior este $R=9 \Omega$. Se consideră că instrumentele de măsură sunt ideale. Să se afle:

- intensitatea curentului electric prin circuit
- tensiunea electromotoare a sursei
- indicațiile instrumentelor de măsură, dacă se scurtcircuitează rezistența R

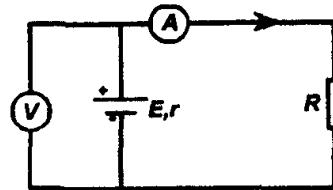


Fig. 2.3.1

6. În montajul din figura 2.3.2 voltmetrul indică $U=90$ V. Se cunosc $E=100$ V, $r=2 \Omega$, $R_2=500 \Omega$, $R_3=1500 \Omega$, și $R_V=3 \text{ k}\Omega$. Să se afle:

- intensitatea curentului prin baterie
- valoarea rezistenței R_1
- tensiunea la bornele rezistenței R_3

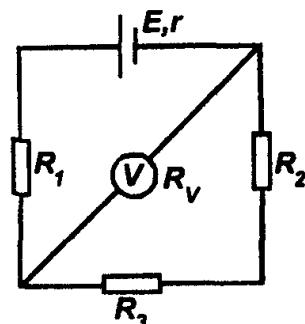


Fig. 2.3.2

7. În circuitul din figura 2.3.3 se cunosc $E=60$ V, $r=2 \Omega$, $I=5$ A, $R_3=10 \Omega$. Știind că tensiunea pe rezistență R_1 este $U_1=20$ V, să se afle:

- valoarea rezistenței R_1
- valoarea rezistenței R_2
- tensiunea la bornele bateriei

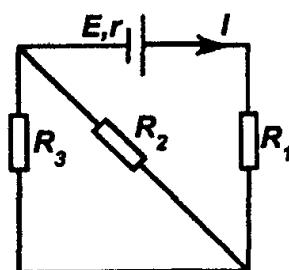


Fig. 2.3.3

8. În circuitul din figura 2.3.4 se cunosc $E=20$ V, $r=1,6 \Omega$, $R_1=4 \Omega$, $R_2=6 \Omega$. Firul metalic AB are lungimea $\ell=60$ cm și rezistență $R=3 \Omega$. Pe acest fir metalic se deplasează un cursor C. Să se afle:

- rezistența echivalentă a rezistoarelor R_1 și R_2
- rezistivitatea firului metalic, dacă secțiunea acestuia este $S=0,02 \text{ mm}^2$
- lungimea porțiunii de fir AC , dacă tensiunea între punctele A și C este $U_{CA}=4$ V

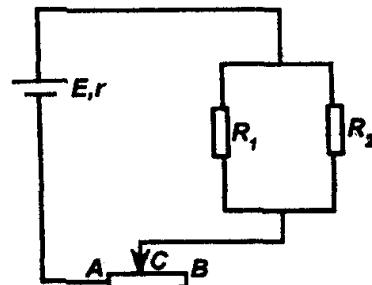


Fig. 2.3.4

9. La bornele unei surse de tensiune se leagă un rezistor cu rezistență R , astfel că tensiunea la borne măsurată a fost $U=29$ V. Dacă se înlocuiește rezistența cu alta cu valoarea $4R$, tensiunea la borne crește cu $f=10\%$. Să se afle tensiunea electromotoare a sursei.

10. La bornele unei surse de tensiune se leagă în serie două voltmetre care vor indica valorile $U_1=12$ V și $U_2=9$ V. Dacă se leagă la bornele sursei numai primul voltmetru, acesta va indica o valoare $U_1'=18$ V. Să se afle:

- valoarea tensiunii electromotoare a sursei
- rezistența internă a sursei dacă $R_1=1\ \Omega$
- rezistența R_2

11. În circuitul din figura 2.3.5 se cunosc $E=24$ V, $r=1,4\ \Omega$, $R_1=3\ \Omega$, $R_2=8\ \Omega$ și $R_3=2\ \Omega$. Să se afle:

- intensitățile curenților prin fiecare latură a circuitului
- tensiunea electrică U_{AB}
- intensitatea curentului electric care circulă prin sursă, dacă între punctele A și B se leagă un fir metalic fără rezistență

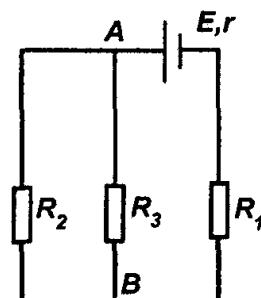


Fig. 2.3.5

12. Fie circuitul din figura 2.3.6, în care se cunosc $R_1=6\ \Omega$, $R_2=4\ \Omega$, $E=24$ V, $r=1\ \Omega$ și $U_1=12$ V. Să se afle:

- tensiunea electrică pe rezistența R_2
- intensitatea curentului care circulă prin baterie
- valoarea rezistenței R_3

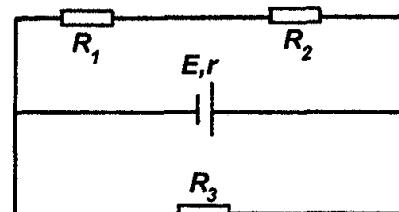


Fig. 2.3.6

13. Un circuit electric conține o sursă de tensiune $E=12$ V și cu rezistență internă $r=1,2\ \Omega$. Sursa de tensiune alimentează sistemul de rezistoare ca în figura 2.3.7. Se cunosc $R_1=6\ \Omega$, $R_2=2\ \Omega$, $R_3=12\ \Omega$. Să se afle:

- intensitățile curenților prin rezistențe
- tensiunea indicată de un voltmetru ideal legat la bornele sursei
- tensiunea U_{AB}

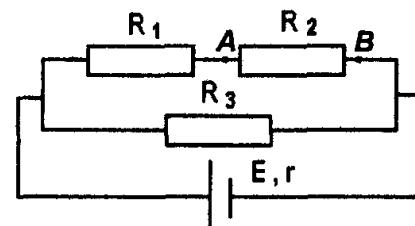


Fig. 2.3.7

14. Fie circuitul din figura 2.3.8, în care se cunosc $R_1=2\ \Omega$, $R_2=3\ \Omega$, $R_3=R_4=4\ \Omega$. Dacă prin rezistența R_1 circulă un curent cu intensitatea $I_1=3$ A și considerând neglijabilă rezistență internă a sursei, să se afle:

- intensitatea prin rezistența R_2
- intensitatea prin baterie
- tensiunea electromotoare a bateriei

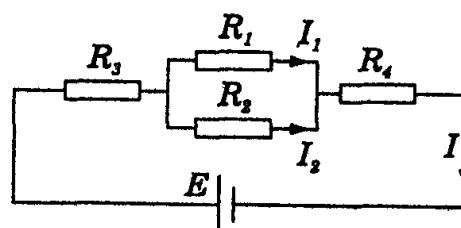


Fig. 2.3.8

15. În circuitul din figura 2.3.9 se cunosc $E=6$ V, $R_1=2\ \Omega$, $R_2=6\ \Omega$, $R_3=3\ \Omega$, $R_4=1,5\ \Omega$. Rezistența internă a sursei este $r=0,5\ \Omega$. Să se afle:

- rezistența echivalentă între punctele A și C
- tensiunea electrică între punctele A și C
- intensitatea curentului care circulă prin

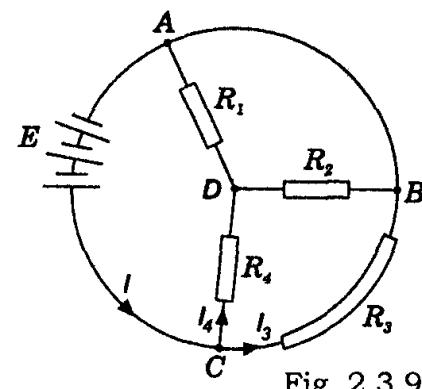


Fig. 2.3.9

rezistența R_2 și prin firul AB

16. Fie circuitul din figura 2.3.10. Se utilizează două ampermetre identice, două voltmetre identice și o sursă de tensiune cu rezistență internă neglijabilă. Se cunosc indicațiile ampermetrelor A_1 și A_2 , $I_1=1,1 \text{ mA}$ și respectiv $I_2=0,9 \text{ mA}$, iar indicația voltmetrului V_2 , $U_2=0,25 \text{ V}$. Să se afle:

- indicația voltmetrului U_1
- tensiunea electromotoare a sursei
- indicațiile celor patru instrumente de măsură, dacă se scurtcircuitează voltmetrul V_1

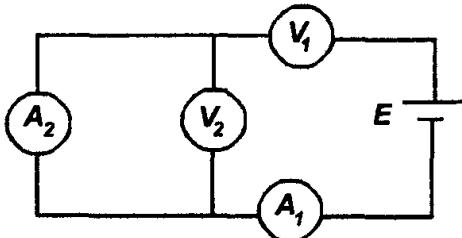


Fig. 2.3.10

17. În circuitul din figura 2.3.11 se cunosc $r=1,2 \Omega$, $R_1=2,7 \Omega$, $R_2=3 \Omega$, $R_3=7 \Omega$. Ampermetrul ideal indică $I_2=1,4 \text{ A}$. Să se afle:

- rezistența echivalentă a circuitului exterior
- intensitățile curentilor prin fiecare rezistență
- căderea interioară pe sursa de tensiune și tensiunea electromotoare a sursei

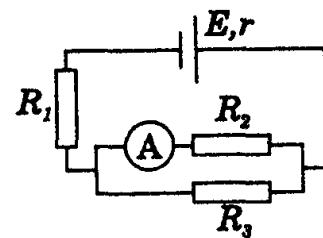


Fig. 2.3.11

18. Fie circuitul electric din figura 2.3.12 care conține o sursă de tensiune cu rezistență internă $r=2 \Omega$, rezistențele $R=10 \Omega$ și $R_1=15 \Omega$. Tensiunea măsurată la bornele sursei este $U=20 \text{ V}$. Să se afle:

- tensiunea electromotoare a bateriei
- tensiunile pe rezistențele R și R_1
- cu cât la sută se modifică tensiunea măsurată de un voltmetru ideal conectat la bornele sursei, dacă se înlocuiește rezistența R_1 cu o rezistență de trei ori mai mare?

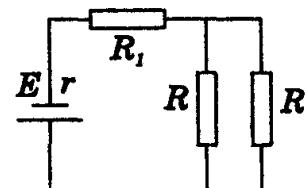


Fig. 2.3.12

19. Circuitul electric din figura 2.3.13 este format dintr-o baterie cu tensiunea electromotoare E și rezistență internă $r=0,4 \Omega$ la capetele căreia se leagă gruparea de rezistențe. Se cunosc $R_1=12 \Omega$, $R_2=4 \Omega$, $R_3=8 \Omega$ și $R_4=5,6 \Omega$. Cunoscând valoarea intensității curentului care străbate rezistența R_1 , $I_1=1 \text{ A}$, să se afle:

- intensitatea curentului care circulă prin baterie
- tensiunea U_{ab}
- intensitatea de scurtcircuit, dacă din greșală se leagă bornele sursei între ele

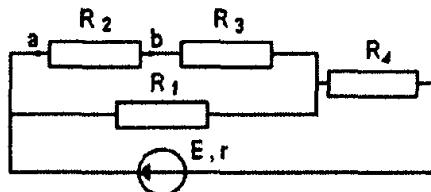


Fig. 2.3.13

20. Fie circuitul din figura 2.3.14 în care se cunosc $E=60 \text{ V}$ și rezistențele $R_1=15 \Omega$, $R_2=16 \Omega$, $R_3=4 \Omega$. Rezistența R_3 este o bobină obținută prin înfășurarea a $N=100$ spire pe un suport izolator care are diametrul $d=10 \text{ cm}$. Secțiunea

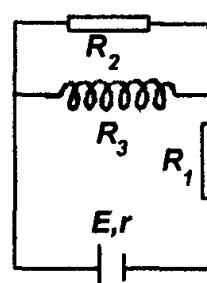


Fig. 2.3.14

firului rezistenței este $S=1 \text{ mm}^2$. Să se afle:

- rezistența internă a sursei, dacă intensitatea de scurtcircuit este $I_{sc}=100/3 \text{ A}$
- rezistivitatea electrică a firului bobinei
- tensiunea la bornele sursei

21. În circuitul din figura 2.3.15 se cunosc $E=8 \text{ V}$, $r=1 \Omega$, $R_1=6 \Omega$, $R_2=12 \Omega$, $R_3=4 \Omega$, $R_4=4 \Omega$, $R_5=1 \Omega$. Punctul B se leagă la Pământ. Să se afle:

- rezistența circuitului exterior
- intensitatea curentului prin sursă
- potențialul punctului A

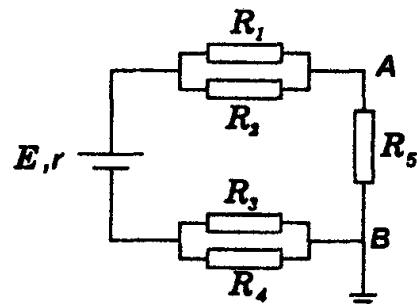


Fig. 2.3.15

22. Circuitul din figura 2.3.16 conține o sursă cu tensiunea electromotoare $E=24 \text{ V}$ și rezistența internă r și rezistențele electrice $R=30 \Omega$ și $R_1=15 \Omega$. Ampermetrul ideal indică un curent cu intensitatea $I_1=1,5 \text{ A}$ când comutatorul K este deschis și comutatorul K_1 este închis. Să se afle:

- rezistența internă a sursei
- rezistența echivalentă a circuitului exterior, dacă ambele comutatoare sunt închise
- intensitatea indicată de ampermetru dacă ambele comutatoare sunt închise
- intensitatea curentului prin sursă când comutatorul K este închis și comutatorul K_1 este deschis

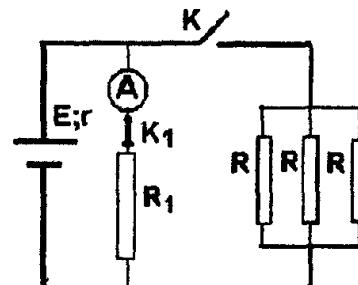


Fig. 2.3.16

23. În schema electrică din figura 2.3.17 se cunosc $E=12 \text{ V}$, $R_1=15 \Omega$, $R_2=20 \Omega$, $R_3=50 \Omega$, $R_4=100 \Omega$ și valoarea intensității indicate de ampermetrul ideal $I_3=0,1 \text{ A}$. Să se afle:

- tensiunea electrică la capetele rezistenței R_3
- intensitatea curentului care trece prin rezistență R_1
- rezistența internă a bateriei

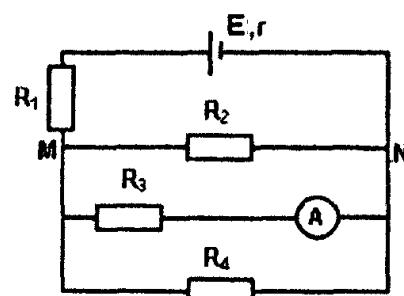


Fig. 2.3.17

24. O sursă cu tensiunea electromotoare $E=80 \text{ V}$ și rezistența internă $r=8 \Omega$ este conectată la un circuit ca în figura 2.3.18. Conductorul AB , omogen și cu secțiunea constantă este confecționat din aluminiu și are rezistență electrică $R=32 \Omega$. Cursorul C împarte conductorul AB în raportul $|AC|/|CB|=1/3$. Să se afle:

- intensitatea curentului electric
- tensiunea electrică între punctele P și N
- căderea internă de tensiune pe sursă atunci când între punctele P și N se conectează un rezistor cu rezistență $R_{PN}=8 \Omega$

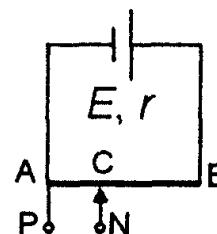


Fig. 2.3.18

- 25.** În schema electrică din figura 2.3.19 se cunosc $E=3,2$ V, $r=1 \Omega$ și $R=10 \Omega$. Să se afle:
- intensitatea curentului debitat de sursa de tensiune
 - tensiunea electrică între punctele c și d
 - indicația unui voltmetru ideal conectat la bornele sursei din figură

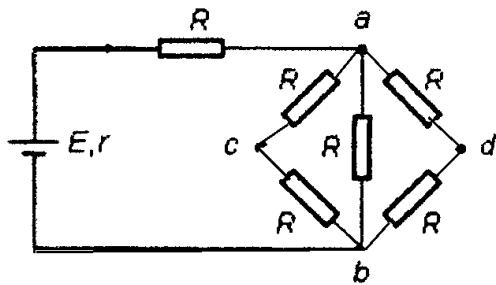


Fig. 2.3.19

- 26.** În circuitul electric din figura 2.3.20 întrerupătorul K este deschis. Se cunosc tensiunea electromotoare a sursei $E=20$ V, rezistența ei internă $r=2 \Omega$, rezistențele $R_1=6 \Omega$, $R_2=12 \Omega$, $R_3=4 \Omega$ și $R_4=1 \Omega$. Se consideră ampermetrul ideal. Să se afle:
- indicația ampermetrului în situația inițială
 - de câte ori se modifică intensitatea curentului electric care circulă prin baterie la închiderea întrerupătorului?
 - de câte ori se modifică intensitatea curentului electric indicat de ampermetru la închiderea întrerupătorului?
 - valoarea rezistenței R_3 , dacă la închiderea întrerupătorului ampermetrul nu indică prezența curentului electric

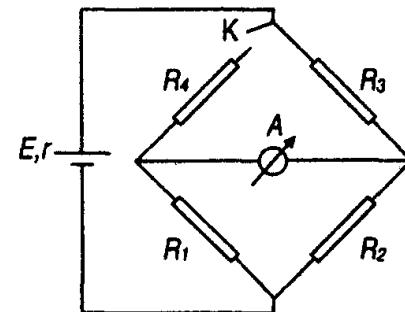


Fig. 2.3.20

- 27.** O sursă cu tensiunea electromotoare $E=29$ V și rezistență internă $r=1,6\Omega$ alimentează un circuit serie format din rezistențele R_1 și R_2 și se înregistrează un curent cu intensitatea $I_1=2,5$ A. Dacă cele două rezistențe se leagă în paralel valoarea intensității curentului care circulă prin sursă este $I_2=7,25$ A. Să se afle:
- valorile tensiunii la bornele sursei în fiecare situație
 - valorile celor două rezistențe
 - raportul intensităților prin rezistențelele R_1 și R_2 când acestea sunt legate în paralel

- 28.** Se realizează montajul din figura 2.3.21 cu ajutorul unei surse de curent continuu, două voltmetre identice și două miliampermetre identice. Instrumentele de măsură legate în paralel indică $U_1=0,25$ V și $I_1=0,75$ mA. Al doilea ampermetru indică $I=1$ mA. Să se afle:
- tensiunea indicată de voltmetrul legat în serie cu ampermetrul
 - tensiunea electromotoare E a sursei, dacă rezistența ei internă este $r=66,66 \Omega$
 - de câte ori este mai mare intensitatea de scurtcircuit a sursei față de intensitatea care circulă prin ea în montajul dat?

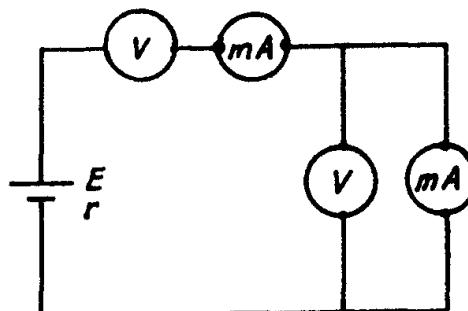


Fig. 2.3.21

29. La bornele unei surse cu parametrii $E=18$ V și $r=5,4$ Ω se leagă trei rezistențe $R_1=0,6$ Ω, $R_2=12$ Ω și $R_3=4$ Ω, ca în figura 2.3.22. Să se afle:

- indicația unui voltmetru ideal conectat între punctele A și B
- indicația unui ampermetru ideal conectat între punctele A și B
- de câte ori se modifică tensiunea la bornele sursei, dacă în locul voltmetrului ideal conectat între punctele A și B se conectează ampermetrul ideal?

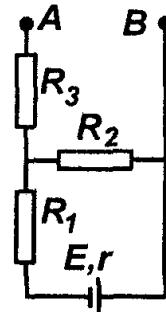
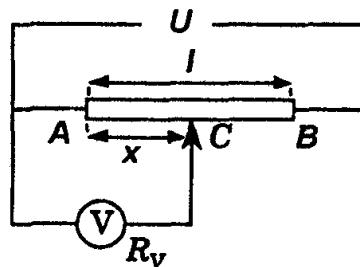


Fig. 2.3.22

30. La capetele unui potențiometru cu rezistență R și lungimea $\ell=AB$ se aplică o tensiune U . Între un capăt al potențiometrului și cursor se conectează un voltmetru cu rezistență R_V . Să se afle dependența indicației voltmetrului în funcție de distanța $x=AC$ a cursorului (fig 2.3.23).



31. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare $E=14$ V și rezistență internă $r=1$ Ω se leagă rezistențele $R_1=4$ Ω, $R_2=6$ Ω, și firul metalic AB cu rezistență electrică $R_{AB}=15$ Ω, ca în figura 2.3.24. Se consideră că firul metalic are aceeași secțiune. Pe firul metalic se poate deplasa un cursor care leagă un ampermetru ideal între punctele D și C. Poziția cursorului este aleasă astfel ca ampermetrul să nu indice nimic. Să se afle:

- rezistența circuitului exterior
- raportul lungimilor ℓ_{CB}/ℓ_{AC} în situația dată
- intensitatea curentului prin circuitul principal

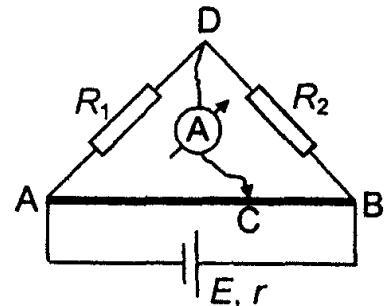


Fig. 2.3.24

32. Fie circuitul electric din figura 2.3.25, în care $R_1=R_2=R_3=6$ Ω. Când intrerupătorul este deschis ampermetrul ideal indică $I=2,75$ A, iar când este închis indică $I'=3$ A. Să se afle:

- rezistența echivalentă a circuitului exterior când intrerupătorul este deschis
- tensiunea electromotoare a sursei E și rezistența ei internă r
- raportul tensiunilor între punctele B și D când intrerupătorul este initial deschis și apoi închis
- raportul tensiunilor între punctele B și C când intrerupătorul este inițial deschis și apoi închis

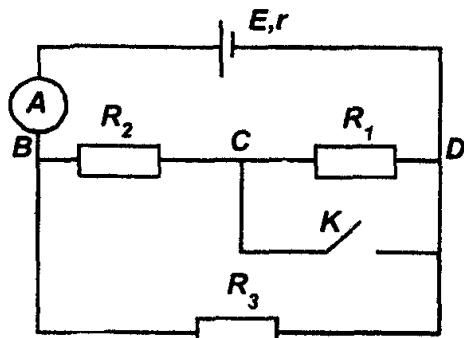


Fig. 2.3.25

33. Două voltmetre cu rezistențele interioare $R_{V1}=36$ k Ω și $R_{V2}=9$ k Ω sunt legate în serie. În paralel cu ele se leagă un rezistor cu rezistență electrică $R=16$ k Ω . La bornele acestui circuit se aplică tensiunea $U=240$ V, ca în figura 2.3.26. Să se afle:

- indicația voltmeterelor când comutatorul K este deschis
- indicația voltmeterelor când comutatorul K se închide pe cursorul aflat la $AB/4$ de capătul A
- raportul R_{AC}/R_{CB} , dacă indicațiile celor două voltmetre sunt egale când comutatorul K este închis

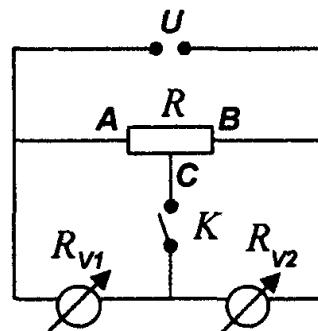


Fig. 2.3.26

34. În circuitul din figura 2.3.27 se cunosc tensiunea electromotoare a sursei $E=47$ V, rezistența ei internă $r=1$ Ω , rezistențele $R_1=4$ Ω , $R_2=2$ Ω , $R_3=2$ Ω , $R_4=1$ Ω , $R_5=3$ Ω . Să se afle:

- rezistența echivalentă între punctele A și B
- intensitățile curentilor care circulă prin fiecare rezistență
- tensiunea electrică pe rezistența R_5

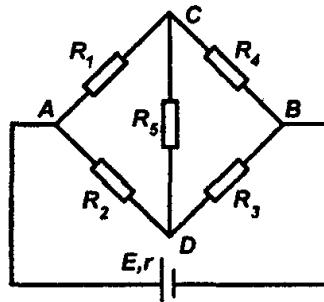


Fig. 2.3.27

35. În montajul din figura 2.3.28 se cunosc $E=20$ V și $R=50$ Ω . Punctul F este legat la Pământ. Să se afle:

- intensitatea curentului prin baterie
- tensiunea U_{AF}
- tensiunea U_{AF} , dacă rezistențele de pe două laturi opuse se triplează

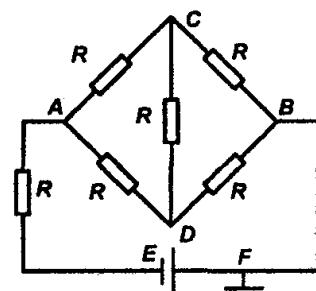


Fig. 2.3.28

36. Se leagă în serie o sursă $E_1=12$ V, $r_1=2$ Ω cu o altă sursă $E_2=2$ V, $r_2=3$ Ω ca în figura 2.3.29. În circuit se introduce o rezistență de sarcină $R=5$ Ω . Să se afle:

- intensitatea curentului prin circuit și să se precizeze sensul în care circulă curentul electric
- tensiunea electrică la bornele sursei E_2
- valoarea tensiunii E' , pentru care tensiunea la bornele ei se anulează și să se interpreze rezultatul obținut

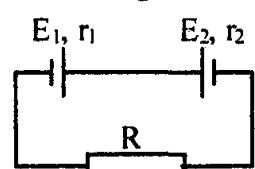


Fig. 2.3.29

37. Se leagă în serie o sursă cu parametrii $E_1=12$ V, $r_1=2$ Ω cu o altă sursă cu parametrii $E_2=24$ V, $r_2=3$ Ω , polul pozitiv al unei surse fiind legat cu polul negativ al celeilalte surse. În circuit se introduce o rezistență $R=5$ Ω . Să se afle:

- intensitatea curentului prin circuit
- tensiunea electrică la bornele sursei de E_1
- căderea interioară de tensiune electrică la bornele sursei E_2

38. În circuitul din figura 2.3.30 se cunosc $R_1=3 \Omega$, $R_2=6 \Omega$, $R_3=5 \Omega$, $r_1=r_2=1 \Omega$, $E_1=16 \text{ V}$, $E_2=48 \text{ V}$. Punctul A se leagă la Pământ. Să se afle:

- intensitatea curentului electric prin circuit
- potențialele punctelor B, C, D, E
- tensiunea electrică U_{BD} între punctele B și D

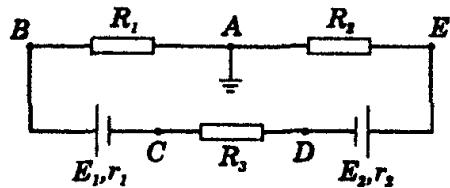


Fig. 2.3.30

39. Fie circuitul electric din figura 2.3.31 în care se cunosc valorile tensiunilor electromotoare ale surselor $E_1=14 \text{ V}$ și $E_2=6 \text{ V}$ și rezistențele lor interne $r_1=r_2=0,5 \Omega$. Valorile rezistențelor din circuit sunt $R_1=1 \Omega$, $R_2=2 \Omega$, $R_3=3 \Omega$ și rezistența firului metalic AB este $R=8 \Omega$. Cursorul se deplasează până în poziția C, astfel că AC este o fracțiune $f=0,6$ din lungimea firului AB. Să se afle:

- rezistența echivalentă a circului exterior
- intensitatea curentului prin cele două surse
- lungimea firului metalic AB, dacă rezistivitatea firului este $\rho=5 \cdot 10^{-7} \Omega \text{m}$ iar secțiunea firului este $S=1 \text{ mm}^2$

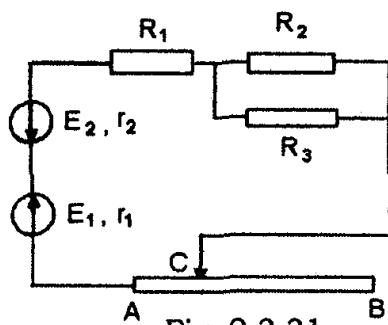


Fig. 2.3.31

40. Se realizează montajul din figura 2.3.32, utilizându-se două surse de tensiune $E_1=15 \text{ V}$ și $E_2=3 \text{ V}$ și rezistențele interne $r_1=2 \Omega$ și $r_2=1 \Omega$. Rezistoarele introduse în circuit au valorile $R_1=6 \Omega$ și $R_2=9 \Omega$. Să se afle:

- rezistența echivalentă a circului exterior
- intensitatea curentului prin cele două surse
- tensiunea electrică între punctele A și B

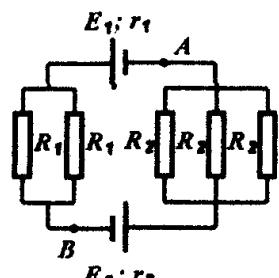


Fig. 2.3.32

41. Un circuit serie ocupă laturile unui patrat. Pe latura AB se află o sursă cu tensiunea electromotoare $E=14 \text{ V}$ și rezistență $r=1 \Omega$ cu borna pozitivă legată la punctul A și o rezistență $R=3 \Omega$. Latura BC conține un fir metalic fără rezistență, iar latura CD conține o sursă cu tensiunea electromotoare $4E$ și rezistență $2r$ cu borna pozitivă legată la punctul D și o rezistență $2R$. Pe latura DA se află o rezistență $3R$. Să se afle:

- tensiunea la bornele sursei aflată pe latura AB
- tensiunea la bornele sursei aflată pe latura CD
- raportul intensităților prin laturile CD și AB, dacă punctele B și D se leagă la Pământ
- prin ce punct intră electronii în circuit în cazul punctului c.?

42. În circuitul din figura 2.3.33 se cunosc $E_1=4,5 \text{ V}$, $r_1=1,6 \Omega$, $E_2=1,5 \text{ V}$, $r_2=0,4 \Omega$, $R_1=20 \Omega$, $R_2=24 \Omega$ și $R_3=12 \Omega$. Să se afle:

- parametrii generatorului echivalent
- rezistența echivalentă a circuitului exterior
- tensiunea electrică între punctele M și N

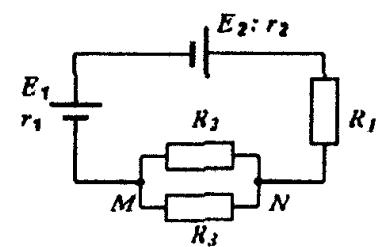


Fig. 2.3.33

43. Se leagă în paralel două surse cu tensiunile $E_1=20$ V și $E_2=40$ V și cu rezistențele interne $r_1=3 \Omega$ și $r_2=2 \Omega$ ca în figura 2.3.34. Să se afle:

- parametrii sursei echivalente
- intensitatea curentului printr-un rezistor $R=8,8 \Omega$, dacă acesta se leagă la bornele celor două surse
- intensitatea de scurtcircuit a sursei echivalente

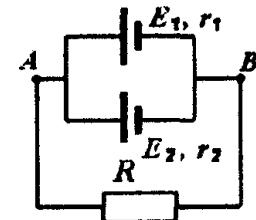


Fig. 2.3.34

44. În circuitul din figura 2.3.34 se cunosc $E_1=8$ V, $E_2=48$ V, $r_1=3 \Omega$, $r_2=2 \Omega$ și $R=2 \Omega$. Să se afle:

- intensitatea curentului care circulă prin rezistorul R
- tensiunea electrică la bornele surselor la funcționarea în gol
- intensitatea de scurtcircuit a sursei echivalente

45. În circuitul din figura 2.3.35 se cunosc $E_1=25$ V, $E_2=15$ V, $R_1=100 \Omega$ și $R_2=75 \Omega$. Rezistențele interne ale surselor sunt neglijabile și aparatelor de măsură sunt ideale. Să se afle:

- tensiunea electrică indicată de voltmetru când intrerupătorul K este deschis
- intensitatea curentului electric indicat de ampermetru și tensiunea indicată de voltmetru, dacă intrerupătorul K este închis
- valoarea rezistenței R_2 pentru care voltmetrul indică o tensiune nulă, când intrerupătorul este deschis

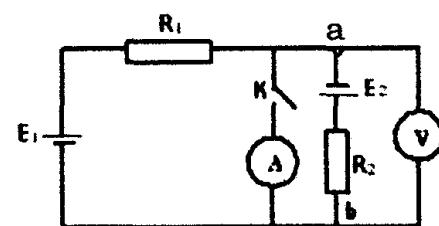


Fig. 2.3.35

46. În figura 2.3.36 se cunosc $E=3$ V, $r=1 \Omega$, $R_1=R_2=3 \Omega$ și $R_3=1 \Omega$. Să se afle:

- rezistența echivalentă a circuitului exterior
- intensitatea curentului electric prin rezistorul R_3
- tensiunea la capetele rezistorului R_1

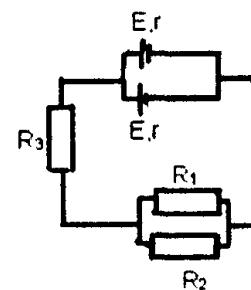


Fig. 2.3.36

47. La bornele becului din circuitul din figura 2.3.37 sunt conectate două baterii. Bateriile au tensiunile electromotoare $E_1=6$ V, $E_2=4,5$ V și rezistențele interne $r_1=1,5 \Omega$, $r_2=0,75 \Omega$. Tensiunea asigurată de cele două baterii la bornele becului are valoarea $U=4,5$ V. Să se afle:

- intensitatea curentului electric care trece prin bec
- rezistența electrică a becului
- cu cât crește tensiunea la bornele becului față de situația inițială, dacă cele două baterii se grupează în serie (în fază) și se conectează la bornele becului?

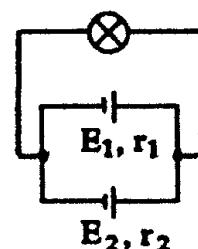


Fig. 2.3.37

48. Două surse cu tensiunile $E_1=30$ V și $E_2=10$ V legate ca în figura 2.3.38 și cu rezistențele interne $r_1=3 \Omega$ și $r_2=1 \Omega$ alimentează un rezistor cu rezistență $R=3 \Omega$. Să se afle:

- intensitățile curenților prin fiecare latură a circuitului
- tensiunea electrică U_{AB}

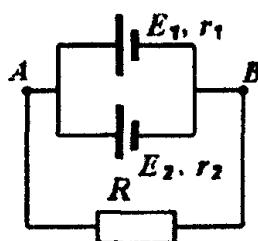


Fig. 2.3.38

- c. valoarea tensiunii electromotoare a sursei E'_1 , astfel încât intensitatea curentului prin sursa a două să se anuleze, dacă $r_1=3 \Omega$
d. valoarea tensiunii electromotoare a sursei E'_2 , astfel ca $I_1=I_2$, dacă $r_2=1 \Omega$

49. Se leagă în paralel două surse cu tensiunile electromotoare $E_1=30 \text{ V}$ și $E_2=5 \text{ V}$ și cu rezistențele interne $r_1=3 \Omega$ și $r_2=1 \Omega$ în opozitie de fază. La bornele lor se leagă o grupare paralel de două rezistențe $R_1=4R_2=5 \Omega$. Să se afle:

- a. tensiunea la bornele gupării de rezistoare
b. raportul intensităților prin cele două surse
c. valoarea intensității curentului electric prin circuitul principal, dacă sursele se leagă în fază

50. Două surse fără rezistențe interne sunt conectate ca în figura 2.3.39. Se cunosc $E_1=45 \text{ V}$, $R_1=25 \Omega$ și $R_2=15 \Omega$. Valoarea indicată de ampermetrul ideal conectat între punctele A și B este zero. Să se afle:

- a. valoarea tensiunii electromotoare E_2
b. potențialul punctului A, dacă punctul B se leagă la Pământ
c. indicația ampermetrului, dacă $E_2=10 \text{ V}$ și $R_3=10 \Omega$

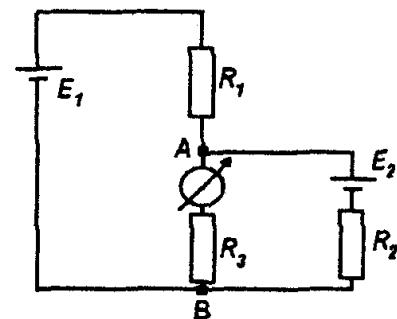


Fig. 2.3.39

51. Se consideră montajul electric din figura 2.3.40 în care tensiunea electrică U este variabilă. Rezistența electrică montată în circuit are valoarea $R=6 \Omega$, iar bateria este ideală și are tensiunea electromotoare E constantă și rezistență internă nulă. Pentru o valoare a tensiunii U egală cu $U_1=2 \text{ V}$, intensitatea curentului electric prin rezistență R este egală cu zero, iar intensitatea curentului prin bec este $I_b=0,55 \text{ A}$. Să se afle:

- a. tensiunea electromotoare E a bateriei
b. rezistența electrică a becului
c. tensiunea U pentru care intensitatea curentului prin baterie este nulă

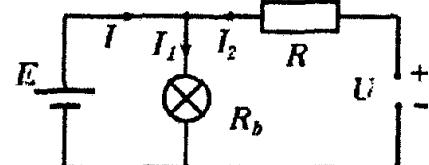


Fig. 2.3.40

52. Fie rețeaua din figura 2.3.41 în care se cunosc $E_1=48 \text{ V}$, $E_2=8 \text{ V}$, $R_1=R_3=2 \Omega$, $R_2=3 \Omega$. Să se afle:

- a. intensitățile curenților I_1 , I_2 , I_3 și să se interpreteze rezultatul
b. tensiunea electrică între punctele F și B
c. valoarea tensiunii E'_2 astfel ca prin R_3 să nu circule curent

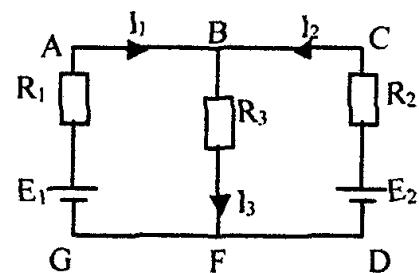


Fig. 2.3.41

53. Fie circuitul electric din figura 2.3.42. Se cunoasc $E_1=10$ V, $r_1=1$ Ω , $R_1=9$ Ω , $E_2=30$ V, $r_2=0,5$ Ω , $R_2=4,5$ Ω și $R=3$ Ω . Să se calculeze:

- rezistența echivalentă între punctele A și B
- valorile intensităților din laturile ce conțin sursele de tensiune
- intensitatea de scurtcircuit a primei surse

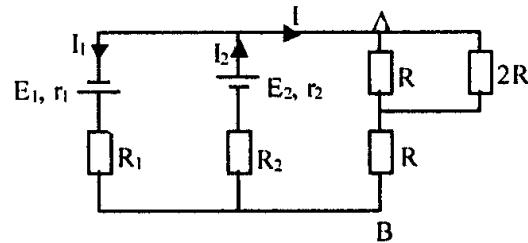


Fig. 2.3.42

54. Fie circuitul din figura 2.3.43 în care se cunosc $R_1=2$ Ω , $R_2=4$ Ω , $R_3=6$ Ω , $R_4=1$ Ω și $E_1=15$ V. Se consideră neglijabile rezistențele interne ale celor două surse. Să se afle:

- valoarea tensiunii indicate de un voltmetru ideal, dacă acesta se conectează între punctele A și M când intrerupătorul K este pe poziția deschis
- valoarea tensiunii E_2 , dacă la închiderea intrerupătorului prin această sursă nu trece curent electric
- raportul intensităților care circulă prin R_3 și prin R_4 în condițiile punctului anterior

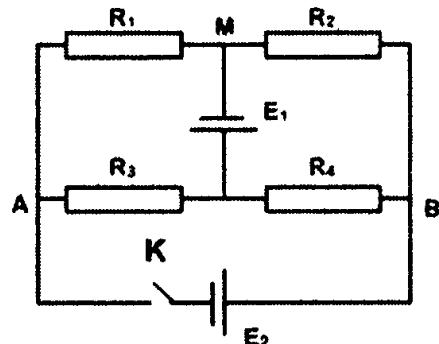


Fig. 2.3.43

55. Fie montajul din figura 2.3.44 în care se cunosc $E_1=16$ V, $r_1=2$ Ω , $E_2=14$ V. Să se afle:

- valoarea rezistenței R , dacă prin bateria E_2 nu circulă curent electric
- valorile intensității curentului prin cele două rezistențe R
- valoarea rezistenței interne a sursei E_2 , dacă cele două surse au aceeași valoare a intensității de scurtcircuit

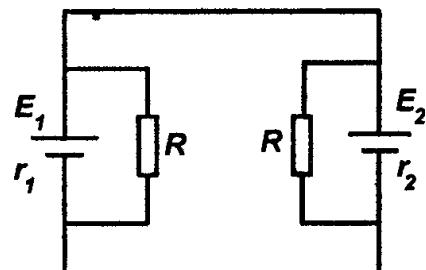


Fig. 2.3.44

56. Fie circuitul electric din figura 2.3.45 în care se cunosc $E_1=27$ V, $E_2=30$ V, $r_1=30$ m Ω , $r_2=50$ m Ω , $R_1=R_2=R_5=8$ Ω , $R_3=1,97$ Ω , $R_4=2,95\Omega$, $R_6=12$ Ω și $R_7=1,2$ Ω . Să se afle:

- rezistența echivalentă a laturii fără sursă de tensiune
- intensitățile curenților din laturile circuitului
- tensiunea electrică între punctele A și B

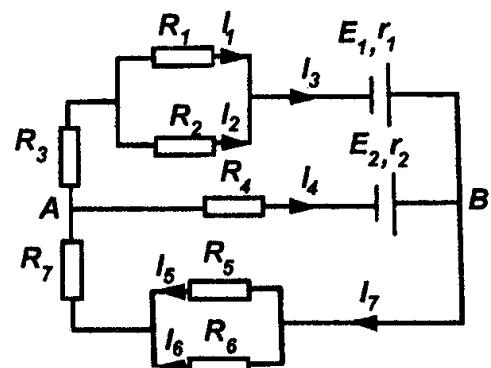


Fig. 2.3.45

57. Se consideră montajul din figura 2.3.46 în care se cunosc $E_1=12$ V, $E_2=28$ V, $r_1=0,8$ Ω, $r_2=1,2$ Ω, $R_1=14$ Ω și $R_2=5$ Ω. Se înlocuiește montajul cu un circuit electric simplu. Să se afle:

- parametrii sursei echivalente din circuitul electric simplu
- rezistența exterioară a circuitului electric simplu
- tensiunea electrică la bornele rezistorului R_2

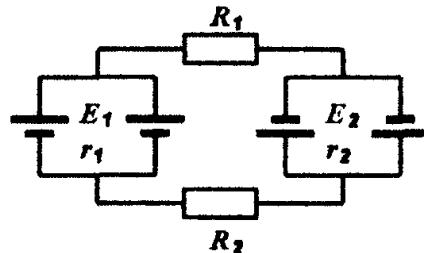


Fig. 2.3.46

58. Circuitul electric din figura 2.3.47, conține trei surse de tensiune legate în serie cu parametrii $E_1=6$ V, $E_2=15$ V, $E_3=4$ V. În circuit sunt introduse rezistențele $R_1=3$ Ω, $R_2=5$ Ω, $R_3=2$ Ω. Să se afle:

- intensitatea curentului prin circuit
- tensiunea electrică între punctele A și B
- tensiunea electrică pe rezistența R_3

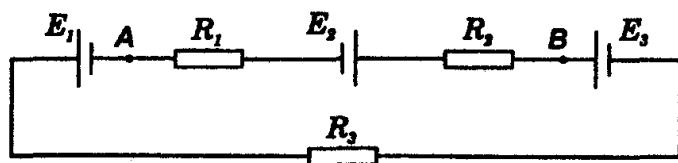


Fig. 2.3.47

59. Trei surse legate în paralel ca în figura 2.3.48 alimentează un rezistor cu rezistență $R=2$ Ω. Se cunosc $E_1=12$ V, $E_2=6$ V, $E_3=8$ V, $r_1=2$ Ω, $r_2=1$ Ω, $r_3=1$ Ω. Să se afle:

- intensitatea curentului electric prin rezistorul R
- tensiunea la bornele surselor
- parametrii sursei echivalente a celor trei surse legate în paralel

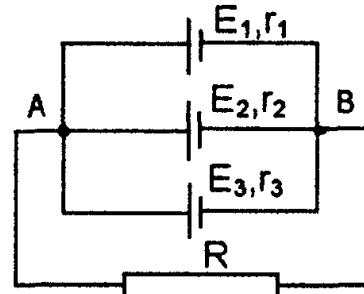


Fig. 2.3.48

60. Pentru reîncărcarea unui acumulator cu tensiunea $E_0=12$ V și rezistența $r_0=2$ Ω se utilizează o baterie formată din două generatoare cu tensiunile electromotoare $E_1=24$ V, $E_2=32$ V și rezistențele interne $r_1=r_2=4$ Ω, precum și un reostat cu cursor ca în figura 2.3.49. Să se afle:

- parametrii generatorului echivalent
- valorile intensității curentilor electrici care se stabilesc prin generatoare, dacă între bornele a și b se conectează un conductor cu rezistență neglijabilă
- intensitatea curentului prin firul metalic în condițiile punctului b , și în lipsa ramurii cu acumulator
- valoarea rezistenței R a reostatului, astfel încât intensitatea curentului de încărcare a acumulatorului să fie $I=1$ A

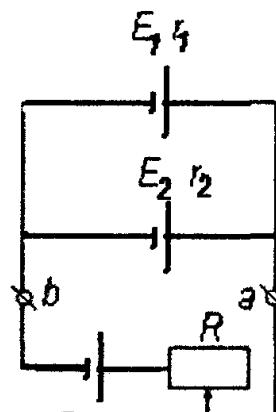


Fig. 2.3.49

61. Pentru circuitul electric din figura 2.3.50 se cunosc tensiunile electromotoare ale surselor $E_1=6$ V, $E_2=4$ V, $E_3=2$ V și rezistențele interne $r_1=r_2=r_3=1$ Ω precum și rezistențele rezistorilor din circuit $R_1=R_2=R_3=2$ Ω. Să se afle:

- intensitățile curenților prin laturile circuitului
- tensiunea electrică între punctele A și B
- tensiunea electrică la bornele sursei E_2

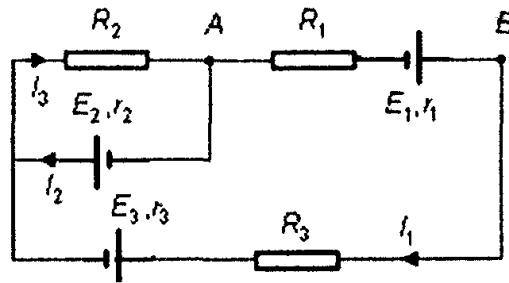


Fig. 2.3.50

62. Fie circuitul electric din figura 2.3.51 în care se cunosc $E_1=10$ V, $r_1=1$ Ω, $R_1=4$ Ω, $E_2=30$ V, $r_2=2$ Ω, $R_2=3$ Ω, $E_3=40$ V, $r_3=3$ Ω, $R_3=7$ Ω. Ampermetrul este ideal. Să se afle:

- intensitatea curentului indicat de ampermetru, când comutatorul K este deschis
- valoarea tensiunii E'_2 , astfel ca prin ramura 2 să nu circule curent electric, când comutatorul K este deschis și justificați răspunsul
- indicația ampermetrului, dacă comutatorul K se închide

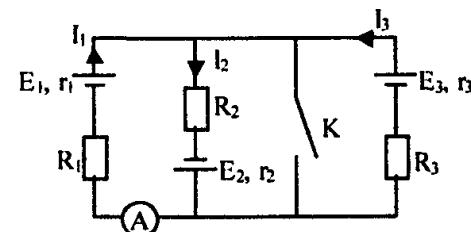


Fig. 2.3.51

63. Fie circuitul din figura 2.3.52 în care se cunosc $E_1=10$ V, $E_2=5$ V, $E_3=6$ V, $r_1=1$ Ω și $r_2=2$ Ω, $r_3=1$ Ω, $R_1=5$ Ω, $R_2=R_3=3$ Ω. Să se afle:

- intensitățile curenților de pe fiecare latură
- tensiunea electrică între punctele A și B
- tensiunile la bornele surselor E_1 și E_2 și să se interpreteze rezultatul

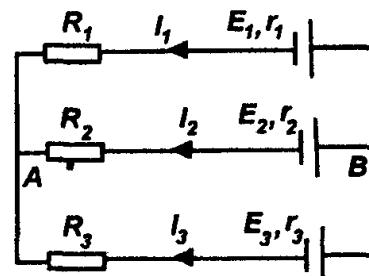


Fig. 2.3.52

64. Fie circuitul din figura 2.3.53 în care se cunosc $E_1=8$ V, $E_2=2$ V, $E_3=4$ V, $R_1=R_3=4$ Ω și $R_2=8$ Ω și se neglijeează rezistențele interne ale surselor. Să se afle:

- intensitățile curenților de pe fiecare latură
- tensiunea electrică între punctele A și B
- diferența de potențial între polul negativ al sursei E_1 și polul negativ al sursei E_2

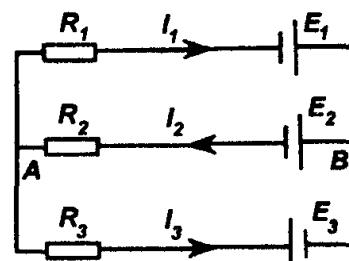


Fig. 2.3.53

65. În circuitul din figura 2.3.54 se cunosc $E_1=10$ V, $E_2=20$ V, $E_3=30$ V, $R_1=1$ Ω, $R_2=2$ Ω, $R_3=3$ Ω, $R_4=4$ Ω, $R_5=5$ Ω, $R_6=6$ Ω și $R_7=7$ Ω. Se neglijeează rezistențele interne ale surselor. Să se afle:

- intensitățile curenților electrici din laturile circuitului
- tensiunea electrică între punctele A și B
- raportul tensiunilor pe rezistențele R_2 și R_4

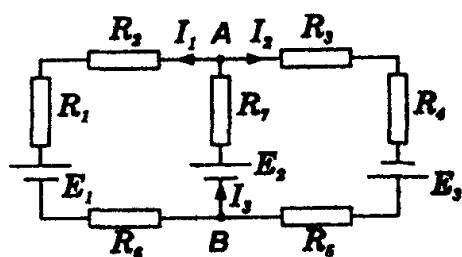


Fig. 2.3.54

66. În circuitul din figura 2.3.55 se cunosc $E_1=10$ V, $E_2=6$ V, $E_3=18$ V și rezistențele lor interne $r_1=0,4$ Ω, $r_2=0,6$ Ω, $r_3=1$ Ω. Valorile rezistențelor din circuit sunt $R_1=6$ Ω, $R_2=5$ Ω, $R_3=3$ Ω. Să se afle:

- intensitățile curentilor electrici din laturile circuitului
- tensiunea electrică pe rezistența R_2
- tensiunea electrică la bornele sursei E_1

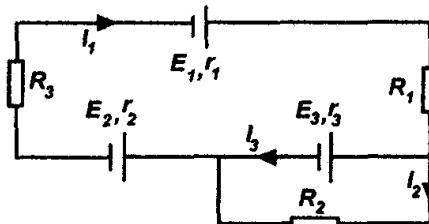


Fig. 2.3.55

67. Fie montajul din figura 2.3.56 în care se cunosc $E_1=205$ V, $E_2=136$ V, $E_3=10$ V și cu rezistențele lor interne neglijabile. Valorile rezistențelor din circuit sunt $R_1=5$ Ω, $R_2=2$ Ω, $R_3=2$ Ω, $R_4=1$ Ω, $R_5=4$ Ω. Să se afle:

- intensitățile curentilor electrici din laturile circuitului
- tensiunea electrică pe rezistența R_2
- tensiunea electrică U_{AC}

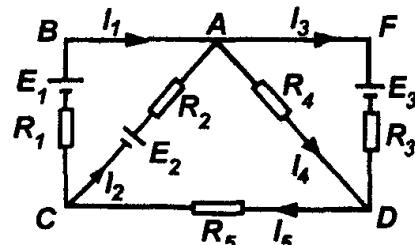


Fig. 2.3.56

68. În circuitul din figura 2.3.57 se cunosc $E_1=1$ V, $E_2=2$ V, $E_3=3$ V, $R_1=1$ Ω, $R_2=2$ Ω, $R_3=3$ Ω, $R_4=4$ Ω. Se neglijeează rezistențele interne ale surselor. Să se afle:

- intensitățile curentilor electrici din laturile circuitului
- tensiunea electrică între punctele A și B
- tensiunea electrică pe rezistorul R_4

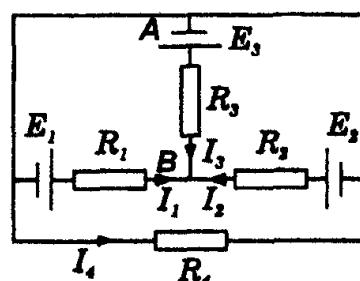


Fig. 2.3.57

69. În circuitul din figura 2.3.58 se cunosc $E_1=6$ V, $E_2=4$ V, $E_3=2$ V, $E_4=8$ V, $R_1=2$ Ω, $R_2=1$ Ω, $R_3=1$ Ω, $R_4=4$ Ω. Se neglijeează rezistențele interne ale surselor, iar punctul A se leagă la Pământ. Să se afle:

- intensitatea curentului electric în circuit
- potențialele punctelor A, B, C, D, E, F, G, H
- cum se modifică tensiunea electrică între punctele B și G, dacă punctul A nu mai este legat la Pământ?

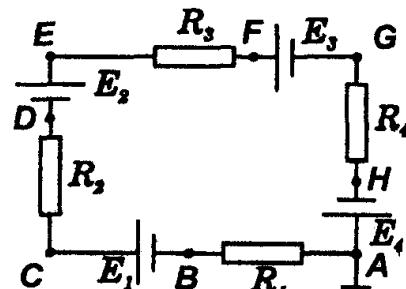


Fig. 2.3.58

70. În circuitul din figura 2.3.59 se cunosc $E_1=55$ V, $E_2=10$ V, $E_3=30$ V, $E_4=15$ V, $r_1=0,3$ Ω, $r_2=0,4$ Ω, $r_3=0,1$ Ω și $r_4=0,2$ Ω. Rezistențele au valorile $R_1=9,5$ Ω, $R_2=19,6$ Ω și $R_3=4,9$ Ω. Să se afle:

- intensitățile curentilor prin laturile circuitului

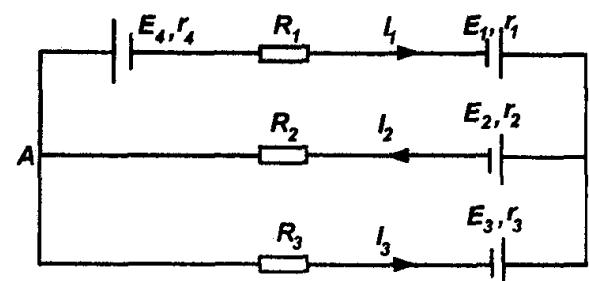


Fig. 2.3.59

- b. tensiunea între punctele A și B
- c. raportul tensiunilor la bornele surselor E_1 și E_4

71. Un număr n de baterii identice (E, r) legate în paralel alimentează un rezistor R . Inversarea polarității a două din baterii produce micșorarea intensității curentului prin rezistor de $k=2$ ori. Să se afle n .

72. Se consideră cinci surse de tensiune legate în paralel cu parametrii (E, r) , $(2E, 2r)$, $(3E, 3r)$, $(4E, 4r)$ și $(5E, 5r)$. Să se afle:

- a. parametrii sursei echivalente
- b. de câte ori este mai mare intensitatea curentului prin rezistor cu rezistență $R=2r$ când la capetele rezistorului se leagă sursa echivalentă față de situația în care se leagă numai prima sursă?
- c. raportul dintre intensitatea de scurtcircuit a sursei echivalente și intensitatea de scurtcircuit a unei surse

73. Se consideră $N=24$ surse identice având fiecare tensiunea electromotoare $E=2$ V și rezistență internă $r=0,3 \Omega$. Se leagă un număr de n surse în serie, formându-se un număr m de grupări care se leagă în paralel. La capetele grupării mixte se leagă o rezistență $R=0,2 \Omega$. Să se afle n și m , astfel ca intensitatea curentului prin rezistență să fie maximă și valoarea acestei intensități.

2.4. Puterea și energia electrică

1. O sursă cu tensiunea electromotoare $E=120$ V și rezistență internă $r=10 \Omega$ debitează în circuitul exterior curentul cu intensitatea $I=2$ A. Să se afle:

- a. rezistența circuitului exterior
- b. bilanțul puterilor pentru acest circuit simplu
- c. rezistența circuitului exterior, astfel ca puterea debitată pe acesta să fie maximă și valoarea maximă a acestei puteri

2. Un bec electric are înscrise pe soclul lui valorile $U_b=120$ V și $P=100$ W. Să se afle:

- a. rezistența becului în condiții de funcționare normală
- b. energia consumată de bec în regim de funcționare normală în timpul $t=5$ h
- c. valoarea rezistenței a unui rezistor care trebuie legat în serie cu becul, pentru ca acesta să funcționeze în condiții normale, dacă se alimentează ansamblul la tensiunea $U=220$ V

3. Pe un bec sunt înscrise valorile parametrilor nominali $U_n=220$ V și $P_n=100$ W. La $t_0=0^\circ\text{C}$ rezistența electrică a filamentului becului este $R_0=397 \Omega$, iar în timpul funcționării normale temperatura acestuia este $t=2200^\circ\text{C}$. Să se afle:

- a. rezistența R a becului în condiții de funcționare normală
- b. coeficientul termic al rezistivității

c. energia totală consumată de trei becuri identice în timpul $t=5$ min, dacă acestea au rezistența R constantă, astfel că două becuri sunt legate în paralel, iar gruparea lor este legată în serie cu cel de-al treilea, alimentarea grupării realizându-se la sursa de tensiune $U=220$ V

4. Două becuri care funcționează normal la tensiunea $U=220$ V consumă puterile $P_1=110$ W și $P_2=220$ W. Să se afle:

a. rezistența becului al doilea

b. intensitatea curentului electric prin primul bec în condiții normale de funcționare

c. rezistența unui rezistor care trebuie legat în paralel cu unul din cele două becuri, astfel ca becurile să funcționeze normal la o tensiune de alimentare $U'=440$ V și să se precizeze care este becul cu care legăm rezistorul în paralel

5. Două rezistoare au rezistențele electrice $R_1=3 \Omega$ și respectiv $R_2=6 \Omega$. Putelele electrice maxime admise pentru cele două rezistoare sunt $P_{m1}=27$ W și respectiv $P_{m2}=96$ W. Considerând că valorile rezistențelor electrice nu depind de temperatură, să se afle:

a. intensitățile maxime admise ale curenților care trec prin cele două rezistoare

b. tensiunea maximă care se poate aplica grupării serie a celor două rezistoare

c. tensiunea maximă care se poate aplica grupării paralel a celor două rezistoare

d. raportul puterilor totale în cazurile b. și c.

6. Pentru a realiza un circuit electric, un elev are la dispoziție un bec și patru baterii identice. Pe soclul unui bec sunt inscripționate valorile nominale $U=12$ V și $P=36$ W. Fiecare baterie are tensiunea electromotoare $E=4,5$ V și rezistență internă $r=1/6 \Omega$. Să se afle:

a. valoarea intensității curentului electric prin bec în cazul funcționării la parametrii nominali

b. numărul minim de baterii pe care trebuie să le folosească elevul și modul de legare al acestora, pentru ca becul să funcționeze la parametrii nominali

c. valoarea unei rezistențe electrice R care trebuie legată în serie cu becul pentru ca tensiunea la bornele becului să devină $U_1=U/2$ în condițiile punctului b.

7. Un calorifer electric se conectează la o priză cu tensiunea $U=220$ V. Caloriferul are puterea $P=4840$ W, iar priza utilizată pentru alimentarea caloriferului este protejată cu o siguranță fuzibilă care suportă o intensitate $I_{max}=50$ A. Considerând că în cursul utilizării caloriferului, rezistența electrică a acestuia nu se modifică cu temperatura, să se afle:

a. energia electrică utilizată de un calorifer într-o oră de funcționare

b. puterea electrică maximă care poate fi extrasă prin priza protejată cu siguranță fuzibilă

c. numărul de calorifere identice care pot fi alimentate în paralel de la această priză

8. La bornele unei surse de tensiune se leagă o rezistență $R_1=10 \Omega$, iar un ampermetru ideal indică o intensitate $I_1=5 \text{ A}$. Dacă se schimbă rezistență cu o alta $R_2=20 \Omega$, ampermetrul indică $I_2=3 \text{ A}$. Să se afle:

- rezistență internă și tensiunea electromotoare a sursei
- tensiunea la bornele sursei și puterea disipată pe circuitul exterior când rezistența circuitului exterior este $R_3=25 \Omega$
- dacă se leagă în paralel cele două rezistențe R_1 și R_2 și se conectează la o sursă, cât de mare trebuie să fie rezistența internă a sursei, pentru ca puterea disipată pe circuitul exterior format din cele două rezistențe să fie maximă și valoarea maximă a acestei puteri, dacă tensiunea electromotoare este cea determinată la punctul a.

9. La bornele unei surse de tensiune $E=10 \text{ V}$ și cu rezistență internă $r=1 \Omega$ se leagă două rezistențe electrice întâi în serie când se înregistrează un curent cu intensitatea $I_1=2,5 \text{ A}$, iar apoi în paralel când se înregistrează un curent cu intensitatea $I_2=6 \text{ A}$. Să se afle:

- valorile electriche ale celor două rezistențe
- puterea electrică pe circuitul exterior în cele două situații
- raportul tensiunilor la bornele sursei în cele două situații

10. În circuitul din figura 2.4.1 se cunosc $R_1=2,5 \Omega$, $R_2=7,5 \Omega$, rezistența ampermetrului $R_A=1 \Omega$, iar rezistorul R este confectionat dintr-un fir de nichelină cu diametrul $d=1 \text{ mm}$ și rezistivitatea $\rho=0,42 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$. Ampermetrul indică o valoare $I_1=1 \text{ A}$, când comutatorul K este deschis și o valoare $I_1'=0,8 \text{ A}$, când comutatorul este închis. Să se afle:

- lungimea firului de nichelină din care este confectionat rezistorul R , dacă puterea disipată în acesta când comutatorul K este deschis este $P=9 \text{ W}$
- rezistența exteroară a circuitului când comutatorul K este închis
- tensiunea electromotoare E și rezistența internă r a bateriei

11. În figura 2.4.2 este reprezentată puterea electrică în funcție de pătratul intensității curentului electric printr-o rezistență electrică R_1 . Această rezistență se leagă apoi în paralel cu o rezistență $R_2=8 \Omega$ și apoi gruparea rezistențelor se alimentează la o sursă cu tensiunea electromotoare $E=12 \text{ V}$ și rezistență internă $r=0,4 \Omega$. Să se afle:

- rezistența R_1
- puterea grupării de rezistențe
- puterea sursei la scurtcircuit

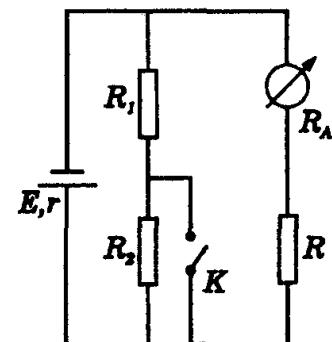


Fig. 2.4.1

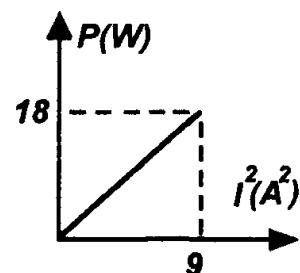


Fig. 2.4.2

12. În figura 2.4.3 este reprezentată tensiunea electrică pe un consumator în funcție de intensitatea curentului care îl străbate. Se presupune că rezistența rezistorului nu variază cu temperatura. Să se afle:

- puterea dezvoltată de rezistor când intensitatea care circulă prin el este $I_1=4\text{ A}$
- puterea medie dezvoltată de consumator pe durata variației tensiunii aplicate de la 0 la 18 V
- căldura degajată de rezistor în timpul $t=5\text{ min}$, dacă tensiunea pe acesta este $U=6\text{ V}$

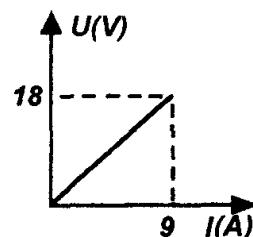


Fig. 2.4.3

13. Graficul puterii totale a unei surse de curent continuu în funcție de I se obține în situația în care variază rezistența consumatorului R (fig 2.4.4). Să se afle:

- valoarea intensității de scurtcircuit
- valoarea tensiunii electromotoare și valoarea rezistenței interne a sursei
- valoarea pe care ar trebui să o aibă rezistența circuitului exterior pentru ca pe acesta sursa să debiteze o putere maximă și valoarea acestei puteri

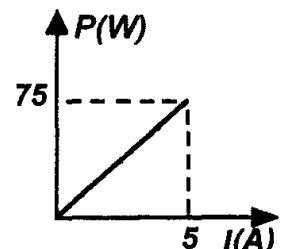


Fig. 2.4.4

14. În figura 2.4.5 este reprezentată grafic puterea utilă pe un consumator în funcție de intensitatea curentului prin acesta. Să se afle:

- valoarea rezistenței electrice interne a bateriei
- valoarea tensiunii electromotoare a bateriei
- valoarea intensității de scurtcircuit

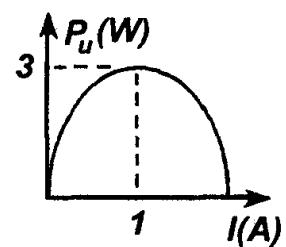


Fig. 2.4.5

15. O sursă cu tensiunea electromotoare E și rezistența internă r este legată la bornele unui rezistor cu rezistență variabilă R . În graficul din figura 2.4.6 este reprezentată dependența puterii utile în funcție de tensiunea de la bornele rezistorului. Să se afle:

- tensiunea electromotoare a sursei
- puterea electrică totală debitată de sursă când $R=20\Omega$
- raportul dintre puterea debitată de sursă pe circuitul exterior și puterea totală a sursei când rezistența circuitului este $R=8\Omega$

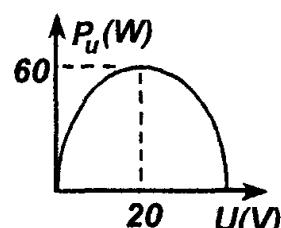


Fig. 2.4.6

16. În figura 2.4.7 este reprezentată puterea utilă la capetele unui consumator ohmic în funcție de rezistența acestuia. Să se afle:

- valoarea rezistenței interne a bateriei
- tensiunea electromotoare a bateriei
- puterea utilă pe un rezistor cu rezistență $R=0,3\Omega$, care se leagă la bornele bateriei precedente

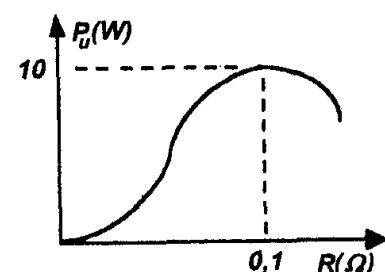


Fig. 2.4.7

17. În figura 2.4.8 este reprezentată dependența intensității curentului electric generat de o sursă printr-un rezistor, în funcție de rezistență electrică R a rezistorului. Să se afle:

- puterea disipată de sursă pe circuitul exterior atunci când rezistența acestuia este $R_1=3\ \Omega$
- tensiunea electromotoare a sursei
- puterea maximă debitată de sursă pe circuitul exterior

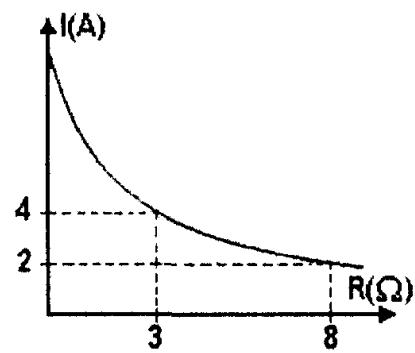


Fig. 2.4.8

18. Fie circuitul electric din figura 2.4.9 care conține o sursă cu tensiunea electromotoare $E=14\text{ V}$ și rezistență internă $r=1\ \Omega$, iar valorile rezistențelor sunt $R_1=4\ \Omega$, $R_2=6\ \Omega$, $R_3=3\ \Omega$. Să se afle:

- raportul puterilor pe rezistențele R_2 și R_3
- puterea sursei
- căldura degajată de rezistență R_1 în intervalul de timp $t=20\text{ min}$

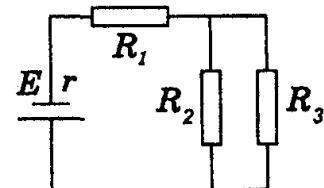


Fig. 2.4.9

19. Fie un conductor circular cu raza $r_1=10\text{ cm}$ și secțiunea $S=\pi \cdot 10^{-9}\text{ m}^2$ confecționat dintr-un metal cu rezistivitatea $\rho=3 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}$. De conductor se leagă în punctele A și B , care împart conductorul în două părți aflate în raportul $1/2$ două conductoare fără rezistență. Prin intermediul conductoarelor se leagă o sursă de tensiune cu $E=6\text{ V}$ și $r=2/3\ \Omega$ ca în figura 2.4.10. Să se afle:

- rezistența echivalentă între punctele A și B
- valoarea intensității curentului prin circuitul principal
- valoarea puterii disipate în baterie

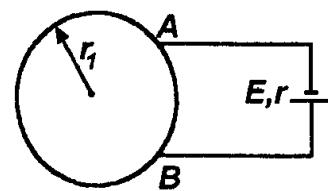


Fig. 2.4.10

20. O sursă de curent continuu alimentează circuitul din figura 2.4.11 în care $R_1=4\ \Omega$, $R_2=6\ \Omega$ și $R_3=1,6\ \Omega$. Intensitatea curentului prin rezistorul R_3 atunci când comutatorul K este închis este $I=2\text{ A}$, iar când comutatorul K este deschis este $I'=1,5\text{ A}$. Să se afle:

- tensiunea electromotoare a sursei
- puterea debitată în circuitul exterior de sursă când comutatorul K este deschis
- puterea prin rezistență R_2 , când comutatorul K este închis

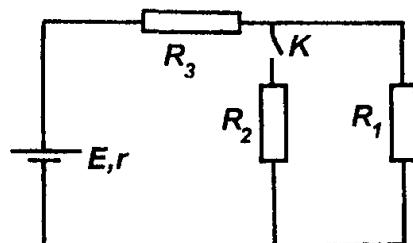


Fig. 2.4.11

21. Se dă următorul circuit din figura 2.4.12, în care $R_1=R_2=R_3=R_4=R=3 \Omega$, $E=12 \text{ V}$ și $r=1 \Omega$. Să se afle:

- rezistența echivalentă între punctele A și B și intensitatea curentului prin circuitul principal
- raportul intensităților care circulă prin R_2 și prin rezistențele R_3 și R_4 , precum și al puterilor consumate în cele două laturi cuprinse între A și B
- valoarea pe care trebuie să o aibă rezistență interioară a bateriei, astfel ca puterea disipată prin circuitul exterior să fie maximă și valoarea maximă a acestei puteri, dacă $E=12 \text{ V}$

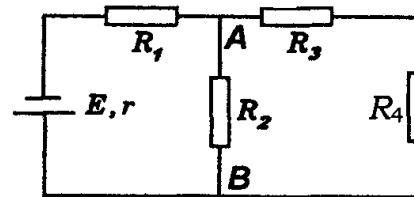


Fig. 2.4.12

22. Două fire metalice identice cu lungimea $\ell=40 \text{ m}$ și rezistivitatea $\rho=1,75 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ au secțiunea $S=0,1 \text{ mm}^2$. Cele două fire sunt legate în paralel la bornele unei surse cu $E=12 \text{ V}$ și rezistența internă $r=0,5 \Omega$ (fig 2.4.13). Să se afle:

- rezistența unui fir metallic
- valoarea intensității curentului prin circuitul principal, dacă fiecare din cele două fire se leagă într-un fir metallic, fără rezistență la aceeași distanță x de capătul din stânga
- energia disipată prin circuitul exterior, în cazul b., într-un interval de timp $t=2 \text{ min}$

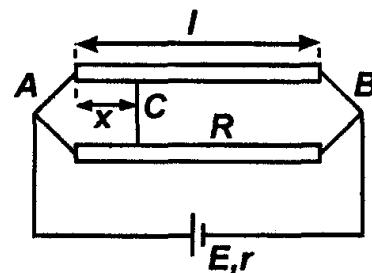


Fig. 2.4.13

23. În montajul din figura 2.4.14, se cunosc $R_1=6 \Omega$, $I_1=1 \text{ A}$, $R_5=10 \Omega$, $I_5=0,4 \text{ A}$, $R_3=4 \Omega$, $I_3=0,5 \text{ A}$ și $E=13,1 \text{ V}$. Să se afle:

- valorile rezistențelor R_4 și R_2
- valoarea rezistenței R_2 , astfel ca prin R_5 să nu circule curent
- valoarea rezistenței circuitului exterior, care trebuie legat între punctele A și B, astfel încât puterea disipată pe circuitul exterior să fie maximă, precum și valoarea puterii maxime

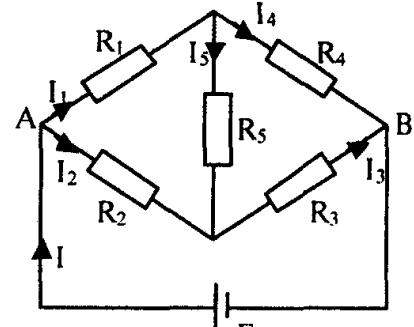


Fig. 2.4.14

24. În circuitul electric din figura 2.4.15, intrerupătoarele K_1 și K_2 sunt deschise. Se cunosc tensiunea electromotoare a sursei $E=20 \text{ V}$, rezistența internă a sursei $r=2 \Omega$, rezistența ampermetrului $r_A=1 \Omega$ și rezistențele $R_1=2 \Omega$, $R_2=4 \Omega$, $R_3=2 \Omega$. Să se afle:

- puterea degajată pe rezistența R_3
- variația relativă a puterii disipate pe rezistența R_3 la închiderea intrerupătorului K_1
- puterea sursei după închiderea și a intrerupătorului K_2

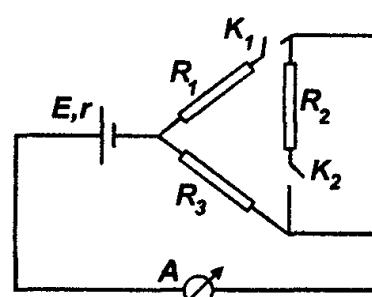


Fig. 2.4.15

25. O sursă cu tensiunea electromotoare $E=30$ V și rezistență internă $r=10 \Omega$ alimentează doi consumatori R_1 și R_2 legați în paralel. Să se afle:

- a. raportul rezistențelor R_1 și R_2 astfel ca puterile consumate de acestea să fie egale
- b. valorile rezistențelor R_1 și R_2 pentru ca puterea debitată de sursă pe circuitul exterior să fie maximă în condițiile de la punctul a., precum și valoarea maximă a acestei puteri
- c. energia electrică disipată de cea de-a doua rezistență într-un timp $t=30\text{min}$

26. La bornele unei surse de tensiune continuă se conectează pe rând rezistențele $R_1=4 \Omega$ și $R_2=9 \Omega$, astfel că acestea degajă aceeași cantitate de energie în același interval de timp. Să se afle:

- a. rezistență internă a sursei
- b. puterea sursei, dacă tensiunea electromotoare a acesteia este $E=60$ V și la bornele ei se leagă un rezistor cu $R=14 \Omega$
- c. randamentul circuitului în condițiile punctului b.

27. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare E și rezistență internă r se leagă un consumator cu rezistență variabilă. Când tensiunea pe reostat este $U_1=40$ V sau $U_2=90$ V puterea disipată pe reostat prin efect Joule are aceeași valoare $P=100$ W. Să se afle:

- a. rezistență internă a sursei
- b. tensiunea electromotoare a sursei
- c. valoarea tensiunii la bornele reostatului pentru care puterea disipată în acesta este maximă și valoarea acestei puteri

28. O sursă alimentează circuitul din figura 2.4.16. Se cunoaște intensitatea indicată de ampermetrul ideal $I=0,9$ A, rezistență internă a bateriei $r=0,4 \Omega$ și valorile rezistențelor din circuit $R_1=30 \Omega$, $R_2=24 \Omega$, $R_3=50 \Omega$, $R_4=40 \Omega$ și $R_5=60 \Omega$. Să se afle:

- a. tensiunea la bornele sursei
- b. puterea sursei
- c. bilanțul puterilor

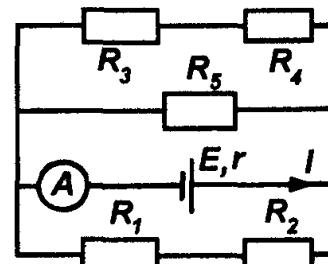


Fig. 2.4.16

29. Se utilizează două surse cu tensiunile electromotoare $E_1=6$ V și $E_2=24$ V și rezistențele interne egale $r=2 \Omega$. Sursele se leagă în antifază și la bornele lor se leagă un bec pe care sunt înscrise valorile $P=4$ W și $U=4$ V. Să se afle:

- a. rezistența becului
- b. dacă becul va funcționa?
- c. puterea și tensiunea care trebuie să scrie pe bec, dacă rezistența acestuia este aceeași ca la punctul a., pentru ca acesta să funcționeze la parametrii nominali

30. Trei consumatori care au puterile $P_1=40$ W, $P_2=60$ W, $P_3=100$ W și aceeași tensiune $U=110$ V. Să se afle:

- prin care consumator trece curentul cu intensitatea cea mai mare în timpul funcționării sale normale?
- lungimea firului metalic din care este confectionat cel de-al doilea consumator, dacă firul are la temperatură de funcționare secțiunea $S=0,3\text{ mm}^2$ și rezistivitatea $\rho=36,3 \cdot 10^{-7}$ Ωm
- modul în care trebuie grupați cei trei consumatori, astfel încât ei să funcționeze normal când la bornele grupării este aplicată tensiunea $U'=220$ V și să se justifice răspunsul

31. La o sursă de tensiune $U=220$ V se conectează patru becuri cu puterile înschise pe soclurile lor (fig 2.4.17). Să se afle:

- intensitățile prin cele două ramuri
- rezistențele becurilor
- tensiunea indicată de un voltmetru ideal conectat între punctele A și B

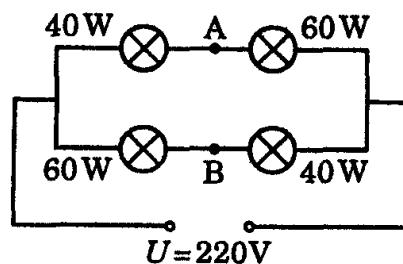


Fig. 2.4.17

32. Sursa de tensiune $E=24$ V și rezistență internă $r=5$ Ω alimentează circuitul electric din figura 2.4.18. Rezistențele electrice au valorile $R_1=R_4=47$ Ω și $R_2=R_3=23$ Ω . Să se afle:

- tensiunea electrică între punctele B și D
- energia electrică disipată în circuitul exterior într-un interval de timp $\Delta t=10$ min
- valoarea rezistenței electrice a circuitului exterior, care trebuie conectată între punctele A și C pentru ca puterea disipată pe circuitul exterior să fie maximă și valoarea acestei puteri maxime

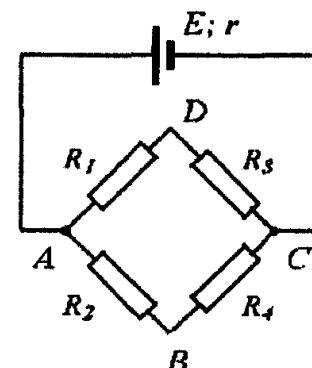


Fig. 2.4.18

33. În circuitul din figura 2.4.19, becurile luminează normal la puterile nominale $P_1=10$ W și respectiv $P_2=24$ W, când sunt parcurse de curenții electrici cu intensitățile $I_1=0,5$ A și respectiv $I_2=0,6$ A. Utilizându-se o sursă cu tensiunea electromotoare $E=63$ V și rezistență internă $r=3$ Ω și un potențiometru se asigură alimentarea becurilor la parametrii nominali. Să se afle:

- rezistența potențiometrului R
- intensitatea curentului electric din conductorul AC și să se precizeze sensul acestui curent
- valoarea rezistenței interne a altei sursei, pentru ca puterea disipată de această sursă pe circuitul exterior să fie maximă

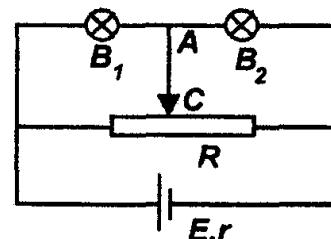


Fig. 2.4.19

34. Două consumatoare funcționează la parametrii nominali $U_{n1}=100$ V, $P_1=500$ W, $U_{n2}=50$ V și $P_2=100$ W. Se alimentează ansamblul celor două consumatoare legate în serie la o tensiune $U=250$ V. Să se afle:

- modul de legare a unor rezistențe pentru ca ambele consumatoare să funcționeze la parametrii nominali
- valorile rezistențelor de la punctul precedent
- puterea totală consumată de rezistențele introduse

35. La bornele unei baterii cu tensiunea electromotoare $E=24$ V și rezistență internă $r=0,5$ Ω se leagă un rezistor cu rezistență $R=1,9$ Ω, în serie cu un montaj paralel de două becuri. Primul bec consumă o putere $P_1=24$ W, iar al doilea consumă o putere $P_2=36$ W. Să se afle:

- intensitatea curentului electric prin baterie
- rezistența echivalentă a grupării de becuri
- raportul dintre puterea circuitului exterior și puterea totală a bateriei

36. În circuitul prezentat în figura 2.4.20, puterea debitată de sursă în circuitul exterior are aceeași valoare atunci când intrerupătorul K este deschis sau închis. Cunoscând $R_1=3R_2$ și $R_2=2$ Ω, să se afle:

- rezistența internă a sursei, în aceste condiții
- de câte ori se mărește puterea disipată în interiorul sursei prin închiderea intrerupătorului K ?
- valoarea pe care ar trebui să aibă rezistența internă a sursei, astfel încât aceasta să debiteze o putere maximă în circuitul exterior, atunci când intrerupătorul K este închis

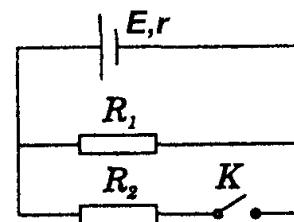


Fig. 2.4.20

37. Pentru reglarea tensiunii pe o sarcină R se utilizează montajul din figura 2.4.21, în care sarcina și potențiometru au aceeași rezistență electrică R , iar tensiunea de la intrarea în circuit este U_0 . Să se afle:

- intensitatea curentului prin porțiunea MC a rezistorului potențiometrului când cursorul C se află la mijlocul acestuia
- raportul dintre puterea dezvoltată în sarcină și puterea dezvoltată în circuitul exterior când cursorul rămâne la jumătatea rezistorului potențiometrului
- fracțiunea $f=R_{MC}/R_{NC}$ în care cursorul C trebuie să împartă rezistența potențiometrului astfel încât tensiunea pe sarcină să fie $U_0/2$

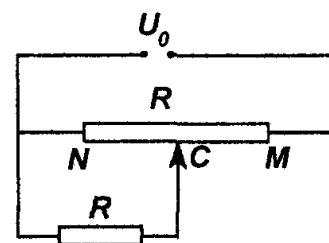


Fig. 2.4.21

38. La bornele unei surse de tensiune cu rezistență internă $r=4$ Ω se leagă un rezistor cu rezistență variabilă. Când intensitatea curentului din circuit are valorile $I_1=4$ A și respectiv $I_2=36$ A, puterea disipată prin efect Joule în cele două rezistențe are aceeași valoare P . Să se afle:

- raportul rezistențelor R_1/R_2
- tensiunea electromotoare a sursei
- valoarea puterii disipate P

39. O sursă cu tensiunea electromotoare $E=10$ V și rezistență internă $r=5 \Omega$ debitează un curent electric pe o rezistență R . Să se afle:

- valoarea energiei electrice printr-un rezistor $R=15 \Omega$, într-un interval de timp de $t=3$ h
- valoarea lui R pentru care tensiunea la bornele sursei este $E/5$
- valoarea randamentului transferului de putere în circuitul exterior în condițiile punctului b.
- valorile lui R în funcție de r , pentru care puterea debitată în circuit reprezintă o pătrime din valoarea corespunzătoare a puterii maxime pe care o poate debita sursa pe circuitul exterior

40. Fie circuitul din figura 2.4.22, în care se cunosc $R_2=40 \Omega$, $R_3=120 \Omega$, rezistență internă a sursei $r=5 \Omega$, iar voltmetrul ideal indică $U_1=90$ V. Puterea consumată pe circuitul extern este $P=300$ W. Să se afle:

- intensitatea curentului electric care străbate sursa
- puterea sursei
- randamentul transferului de putere

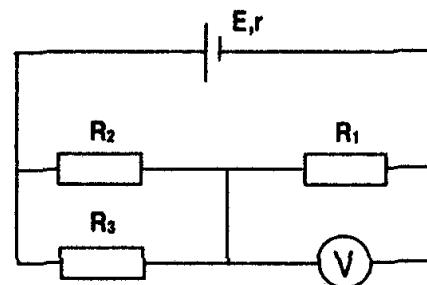


Fig. 2.4.22

41. Se conectează la aceeași sursă de tensiune U pe rând o rezistență R_1 și apoi o rezistență R_2 . Rezistența R_1 degajă o cantitate de căldură Q într-un interval de timp $t_1=20$ min, iar rezistența R_2 degajă aceeași cantitate de căldură Q într-un interval de timp $t_2=30$ min. Să se afle:

- timpul în care cele două rezistențe legate în serie și conectate la aceeași sursă de tensiune U degajă împreună aceeași cantitate de căldură Q
- timpul în care cele două rezistențe legate în paralel și conectate la aceeași sursă de tensiune U degajă împreună aceeași cantitate de căldură Q
- rezistența R_1 , este obținută dintr-un fir metalic de aluminiu cu lungimea $\ell=1$ m, secțiunea $S=1$ mm², densitatea $d=2700$ kg/m³, căldura specifică $c=1100$ J/kgK, rezistivitatea la $t_0=0^\circ$ C, $\rho_0=3 \cdot 10^{-8}$ Ωm, coeficientul termic al rezistivității $\alpha=4 \cdot 10^{-3}$ K⁻¹ și temperatura de topire $t_f=650^\circ$ C. Cunoscând temperatura mediului în care se lucrează, $t_1=20^\circ$ C și pierderile de căldură $f=10\%$, firul poate suporta un curent cu intensitatea $I=10$ A, timp de $\tau=3$ min, fără să se topească, dacă se neglijeează dilatarea firului?

42. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare $E=22$ V și rezistență internă $r=1,1 \Omega$ se leagă ca în figura 2.4.23, ansamblul de rezistoare ce rezistențele R_1 , R_2 , R_3 și R . Rezistența circuitului conectat la bornele A și B ale sursei este egală cu R . Puterea în rezistorul R din circuit este $P=27,5$ W. Să se afle:

- valoarea rezistenței R , știind că puterea furnizată de baterie în circuitul exterior este maximă
- valorile intensităților curenților prin fiecare rezistor

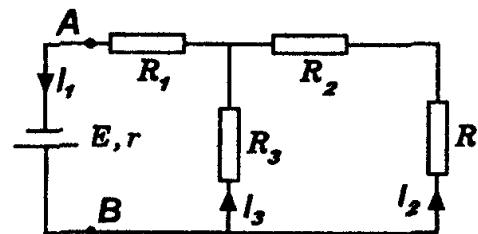


Fig. 2.4.23

- c. valorile rezistențelor R_1 și R_2 în funcție de valoarea rezistenței R_3 , precum și domeniul în care poate lua valori rezistența R_3
- d. lungimea l și secțiunea S a conductorului rezistorului R , știind că în intervalul de timp $t=10$ s, rezistența crește cu $f=0,5\%$, în condițiile în care puterea P nu se modifică și se neglijază pierderile de căldură spre exterior, iar inițial temperatura rezistenței R a fost $t_0=0^\circ\text{C}$. Se cunosc rezistivitatea materialului din care a fost realizată rezistența R , $\rho=2 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$, coeficientul termic al rezistivității $\alpha=4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, densitatea $d=8900 \text{ kg/m}^3$ și căldura specifică $c=400 \text{ J/KgK}$

43. Un circuit este alcătuit din nouă rezistențe egale r , care formează laturile unui hexagon și diagonalele care pleacă din același vârf, conform figurii 2.4.24. Circuitul este alimentat de o sursă cu tensiunea electromotoare $E=110$ V și cu rezistență internă $r_s=2 \Omega$, printr-o rezistență $R=7 \Omega$. Se cunoaște că circuitul exterior absorbe de la sursă o putere $P=968 \text{ W}$. Să se afle:

- a. intensitatea curentului care stăbate sursa și puterea consumată în laturile hexagonului
 b. tensiunea U_{CD} și valoarea unei rezistențe r
 c. intensitățile curenților care trec prin toate laturile hexagonului

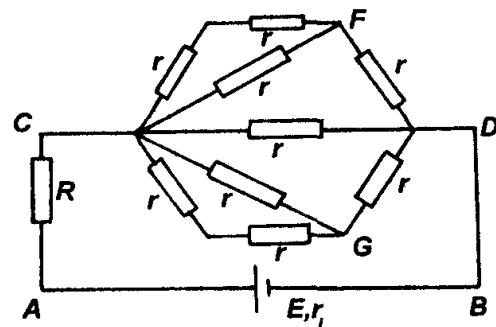


Fig. 2.4.24

44. Fie circuitul din figura 2.4.25, în care se cunosc $E=120$ V, $r=1 \Omega$, $R_1=19 \Omega$, $R_2=20 \Omega$. Să se afle:

- a. valorile rezistenței X , pentru ca puterea disipată pe aceasta să fie $P=80 \text{ W}$
 b. tensiunea între punctele A și B în cele două situații
 c. raportul puterilor sursei în cele două situații

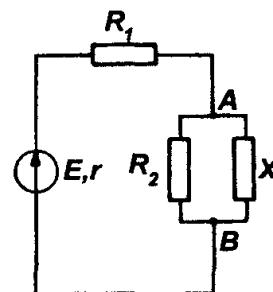


Fig. 2.4.25

45. În circuitul din figura 2.4.26 se cunosc valorile rezistențelor electrice $R_1=2,5 \Omega$, $R_2=7,5 \Omega$ și $R_A=1 \Omega$. Intensitatea curentului înregistrat de ampermétru are valoarea $I_1=1 \text{ A}$ când comutatorul K este deschis, respectiv valoarea $I_2=0,8 \text{ A}$ când comutatorul K este închis. Să se afle:

- a. valoarea rezistenței R , dacă în cazul în care comutatorul K este deschis energia dezvoltată de aceasta în timpul $\Delta t=10 \text{ min}$ are valoarea $W=1,5 \text{ Wh}$
 b. puterea disipată de rezistorul R_1 în cazul în care comutatorul K este închis
 c. randamentul circuitului electric în condițiile punctului **b.**

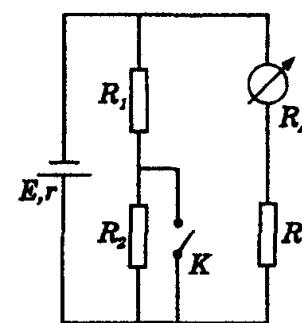


Fig. 2.4.26

46. Un receptor de energie electrică cu puterea $P=100$ W este conectat prin intermediul a două conductoare la o rețea de curent continuu, cu tensiunea $U=220$ V. Receptorul este un rezistor cu rezistență R , a cărei mărime poate fi variată. Pentru o valoare unică a rezistenței electrice a receptorului se obține o singură valoare P a puterii receptorului. Să se afle:

- rezistența electrică a conductoarelor de legătură
- valoarea intensității curentului electric prin receptor în condițiile punctului a.
- valoarea intensității curentului electric prin receptor, dacă conductoarele de legătură au rezistență de trei ori mai mare decât cea determinată la punctul a.

47. Fie circuitul electric din figura 2.4.27, în care sursele sunt au tensiunile electromotoare $E_1=6$ V și $E_2=24$ V și rezistențele interne $r_1=0,2 \Omega$ și $r_2=0,8 \Omega$. Se leagă la bornele celor două surse o rezistență $R=3 \Omega$ și o grupare de trei rezistențe identice R . Să se afle:

- tensiunea U_{BA}
- raportul dintre energia disipată în circuitul exterior și energia totală dezvoltată de cele două surse în același interval de timp
- căldura degajată în gruparea paralel a celor trei rezistoare într-un interval de timp $t=5$ min

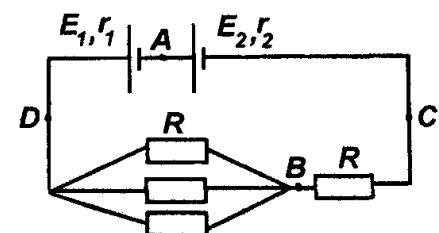


Fig. 2.4.27

48. În montajul din figura 2.4.28 se cunosc $E_1=4$ V, $E_2=6$ V, $r_1=0,25 \Omega$, $r_2=1,5 \Omega$, $R_1=2,5 \Omega$, $R_2=1 \Omega$, $R_3=3 \Omega$. Să se afle: obținem

- puterea electrică totală debitată de sursele de tensiune
- căldura degajată de circuitul exterior într-o oră
- rezistența circuitului exterior pentru ca puterea disipată în acesta să fie maximă și valoarea acestei puteri

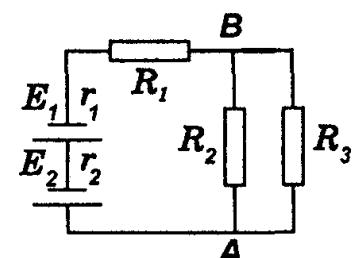


Fig. 2.4.28

49. La bornele unor surse identice legate în paralel fiecare cu tensiunea electromotoare $E=60$ V și rezistență internă $r=2 \Omega$ se leagă rezistențele ca în figura 2.4.29. Se cunosc $R_1=5 \Omega$, $R_2=20 \Omega$ și R . Rezistența R_1 degajă în timpul $t=10$ min, o cantitate de căldură $Q=12$ kJ. Să se afle:

- intensitatea curentului care circulă prin rezistență R
- căldura degajată de rezistență R în același timp t
- puterea electrică totală debitată de sursele de tensiune

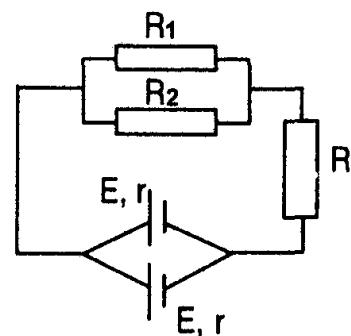


Fig. 2.4.29

50. Fie circuitul electric din figura 2.4.30, în care se cunosc $E_1=6$ V, $E_2=4$ V, $R_1=2 \Omega$ și $R_2=4 \Omega$. Se neglijă rezistențele interne ale surselor. Să se afle:

- puterea dezvoltată de rezistorul R_2
- căldura degajată prin efect Joule de cele două rezistențe într-un timp $t=5$ min
- puterea electrică totală debitată de sursele de tensiune

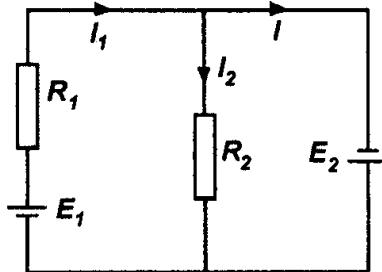


Fig. 2.4.30

51. Se consideră circuitul electric din figura 2.4.31 în care se cunosc $R=8,8 \Omega$, $R_1=4 \Omega$, $R_2=6 \Omega$, rezistența ampermetrului $R_A=2 \Omega$, $E_1=6$ V, $r_1=2 \Omega$, $E_2=9$ V și $r_2=3 \Omega$. Să se afle:

- energia disipată prin efect Joule de rezistorul R în timpul $\Delta t=10$ min
- tensiunea electromotoare a primei surse, dacă curentul electric prin această sursă se anulează
- puterea electrică dezvoltată de porțiunea de circuit alcătuită de cele două rezistoare R_1 și R_2 , dacă sursa de tensiune E_2 este scoasă din circuit

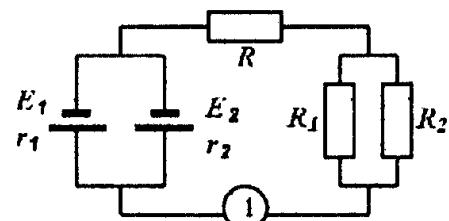


Fig. 2.4.31

52. Circuitul electric din figura 2.4.32 conține două surse identice având fiecare tensiunea electromotoare $E=36$ V și rezistența internă $r=1,8 \Omega$ și trei rezistori având rezistențele electrice $R_1=7 \Omega$, $R_2=3 \Omega$ și $R_3=6 \Omega$. Să se afle:

- căldura disipată prin rezistorul R_3 în timpul $\Delta t=5$ min
- puterea electrică consumată în circuitul exterior
- randamentul circuitului electric

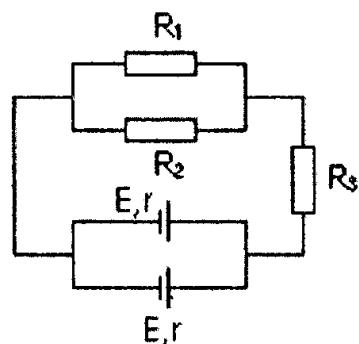


Fig. 2.4.32

53. Fie circuitul electric din figura 2.4.33. Se cunosc $r_1=2 \Omega$, $E_2=36$ V, $r_2=4 \Omega$, $R_1=8 \Omega$, $R_2=36 \Omega$, $R_3=80 \Omega$ și valoarea intensității indicate de ampermetrul ideal $I_2=0,5$ A. Să se afle:

- puterea electrică disipată de rezistorul R_2
- intensitatea curentului electric prin rezistorul R_3
- energia electrică consumată de rezistorului R_1 în intervalul de timp $\Delta t=20$ min
- valoarea tensiunii electromotoare E_1

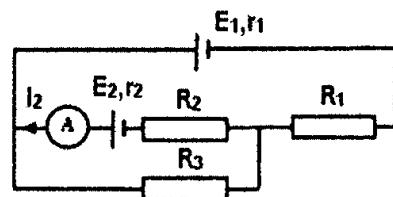


Fig. 2.4.33

54. În circuitul electric a cărui schemă este redată în figura 2.4.34 se cunosc $R_1=R_2=R_3=R_4=4 \Omega$, $E_1=12$ V și $E_2=8$ V. Neglijând rezistențele interne ale surselor, să se afle:

- tensiunea electrică între punctele A și B
- puterea electrică disipată pe rezistorul R_4
- căldura degajată prin efect Joule de rezistorul R_1 în

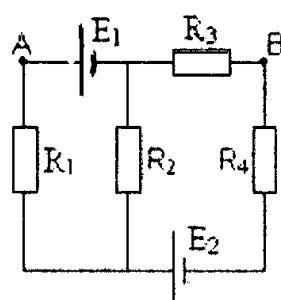


Fig. 2.4.34

timpul $\Delta t=10$ min

- 55.** Pentru circuitul din figura 2.4.35 se cunosc $E_1=6$ V, $r_1=1$ Ω , $E_2=8$ V, $r_2=1$ Ω , $R_1=2$ Ω , $R_2=4$ Ω , $R_3=6$ Ω . Să se afle:

- valoarea intensității curentului electric prin rezistorul R_3
- energia electrică dissipată pe rezistorul R_1 în timpul $\Delta t=5$ min
- puterea electrică dissipată pe sursa E_2

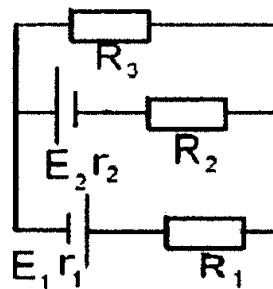


Fig. 2.4.35

- 56.** Fie circuitul din figura 2.4.36, în care se cunosc $E_1=10$ V, $r_1=r_2=1$ Ω , $R_1=4$ Ω , $R_2=2,5$ Ω și $R_b=2\Omega$. Puterea electrică a becului este $P=8$ W. Să se afle:

- intensitatea curentului electric care trece prin bec
- valoarea tensiunii electromotoare E_2
- puterea electrică dissipată pe R_1

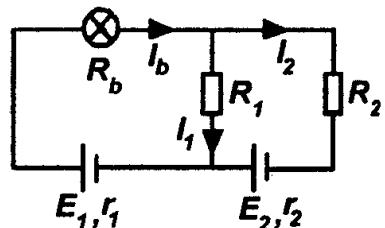


Fig. 2.4.36

- 57.** Fie circuitul din figura 2.4.37, în care tensiunea electromotoare a sursei $E_1=2$ V, iar rezistorii au rezistențele $R_1=R_3=1$ Ω și $R_2=R_4=2$ Ω . Puterea dissipată pe rezistență R_4 este $P_4=2W$. Se consideră neglijabile rezistențele interne ale surselor. Să se afle:

- intensitatea curentului prin fiecare rezistor
- tensiunea electromotoare a sursei E_2
- puterea sursei E_1

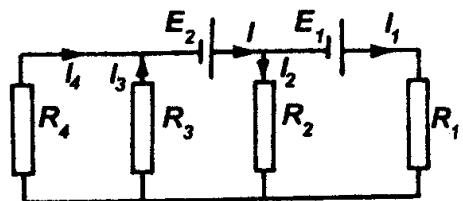


Fig. 2.4.37

- 58.** Montajul electric din figura 2.4.38 conține rezistorul cu rezistență R , ampermetrul cu rezistență $R_A=1$ Ω , rezistențele $R_1=2,5$ Ω , $R_2=7,5$ Ω și $R_3=3$ Ω . Sursele electrice sunt ideale și au tensiunea electromotoare $E_1=2$ V și rezistențele interne neglijabile. Când comutatorul K este deschis, ampermetrul indică valoarea $I=1$ A, iar energia dezvoltată în rezistorul R în timpul $t=10$ min este $W=1,5$ Wh. Să se afle:

- tensiunea electromotoare E_2
- intensitatea indicată de ampermetru când comutatorul K este închis
- puterea electrică dezvoltată în rezistorul R_1 când comutatorul este închis

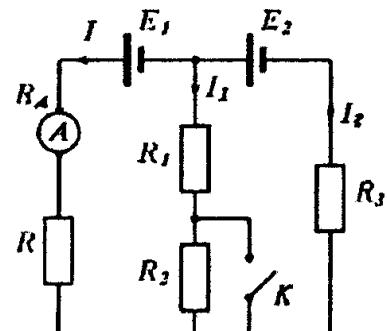


Fig. 2.4.38

59. O sursă electrică cu tensiunea electromotoare $E=24$ V și rezistență internă $r=0,5 \Omega$, legată în serie cu un reostat, încarcă două acumulatoare legate în paralel la bornele a și b ca în figura 2.4.39. Fiecare acumulator are tensiunea electromotoare $E_0=12$ V și rezistență internă $r_0=2 \Omega$, iar intensitatea curentului electric printr-un acumulator este $I_0=2$ A. Să se afle:

- rezistența electrică R a reostatului
- puterea dezvoltată de sursă
- puterea disipată prin efect Joule în întregul circuit
- bilanțul puterilor

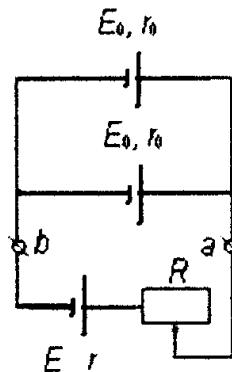


Fig. 2.4.39

60. Fie circuitul electric din figura 2.4.40. Se cunosc $E_1=12$ V, $E_3=3$ V, $r_1=2 \Omega$, $r_2=1 \Omega$, $r_3=3 \Omega$, $R_1=16 \Omega$, $R_2=9 \Omega$ și valoarea intensității indicate de ampermetrul ideal $I_1=0,25$ A. Sensul curentului electric I_1 este indicat în figură. Să se afle:

- puterea electrică furnizată de sursa E_3
- valoarea tensiunii electromotoare E_2
- energia consumată împreună de către rezistoarele R_1 și R_2 în timpul $\Delta t=20$ min

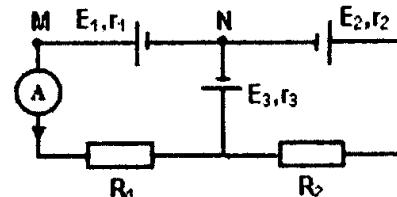


Fig. 2.4.40

61. În figura 2.4.41 se cunosc $r_1=r_3=1 \Omega$, $r_2=0$, $E_1=6$ V, $E_3=30$ V, $R_1=R_3=8 \Omega$ și $R_2=5 \Omega$. Intensitatea curentului electric prin rezistorul R_3 are valoarea $I_3=3$ A. Să se afle:

- energia electrică consumată de rezistorul R_3 în intervalul de timp $\Delta t=5$ min
- valoarea tensiunii electromotoare E_2
- puterea totală disipată pe rezistoarele R_1 , R_2 și R_3

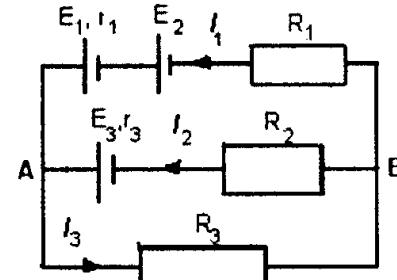


Fig. 2.4.41

62. Se consideră montajul electric din figura 2.4.42, în care sursele $E_1=E_3=9$ V, $E_2=3$ V au rezistențele interne $r_1=r_3=2 \Omega$ și $r_2=1 \Omega$, iar $R=4\Omega$. Să se afle:

- intensitățile curenților prin cele trei laturi ale circuitului
- puterea disipată pe toate rezistențele din circuit
- puterea totală a surselor și să se interpreteze rezultatul obținut

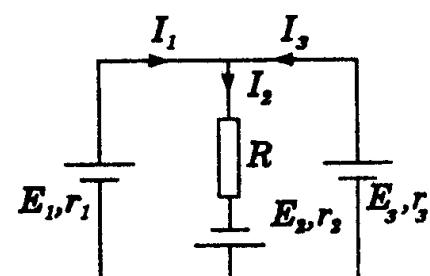


Fig. 2.4.42

63. Cu ajutorul a trei surse de tensiune cu t.e.m. $E_1=6$ V, $E_2=10$ V și $E_3=20$ V și cu rezistențele interne $r_1=0,2$ Ω, $r_2=0,2$ Ω și $r_3=0,4$ Ω, se alimentează rezistențele din figura 2.4.43. Se cunosc $R_1=19,8$ Ω, $R_2=5,8$ Ω, $R_3=10$ Ω și $R_4=9,6$ Ω. Să se afle:

- intensitățile curenților prin cele trei laturi ale circuitului
- puterea dissipată pe toate rezistențele din circuit
- bilanțul puterilor

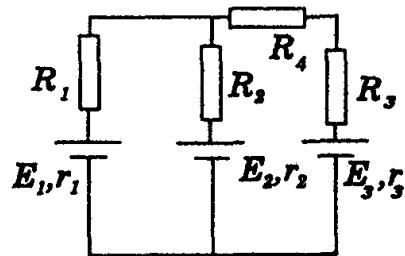


Fig. 2.4.43

64. Cu ajutorul a opt surse identice cu tensiunea electromotoare $E=4$ V și rezistență internă $r=8/15$ Ω se formează următorul montaj: trei surse se leagă în serie, restul de surse se leagă tot în serie și cele două grupări astfel formate se leagă în paralel. Cu ansamblul astfel format se alimentează un reostat cu cursor. Să se afle:

- valorile tensiunii și a rezistenței interne ale sursei echivalente, care ar înlocui cele opt surse
- valoarea rezistenței reostatului, astfel încât prin ramura cu trei surse să nu circule curent electric
- în ce domeniu trebuie să fie cuprinsă rezistența reostatului, dacă reostatul este alimentat de o singură sursă cu parametrii E și r , astfel încât puterea dissipată de reostat să fie mai mare decât $E^2/8r$?

65. Fie circuitul electric din figura 2.4.44, în care rezistența $R=4$ Ω se leagă în paralel cu două baterii de acumulatoare. Prima baterie este formată din $n_1=8$ elemente legate în serie, iar a doua din $n_2=5$ elemente legate tot în serie. Elementele celor două baterii sunt identice, fiecare având tensiunea electromotoare $E=2$ V și rezistență $r=0,2$ Ω. Să se afle:

- intensitățile curenților prin fiecare latură
- valoarea rezistenței R , dacă intensitatea curentului prin ramura cu n_2 acumulatoare se anulează
- valoarea rezistenței R , astfel încât puterea dissipată pe circuitul exterior să fie maximă și valoarea acestei puteri

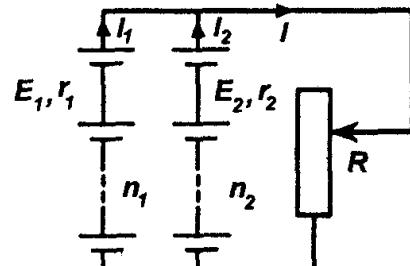


Fig. 2.4.44

66. Se utilizează un număr $N=20$ surse identice cu care se realizează o baterie prin gruparea lor în $n=5$ ramuri identice (figura 2.4.45). Fiecare sursă are tensiunea electromotoare $E_1=3$ V și rezistență internă $r_1=0,1$ Ω. Circuitul exterior este format din rezistoarele cu rezistență $R_1=2$ Ω, $R_2=3$ Ω, $R_3=4,72$ Ω. Să se afle:

- intensitățile curenților electrici prin rezistoare și în ramurile bateriei

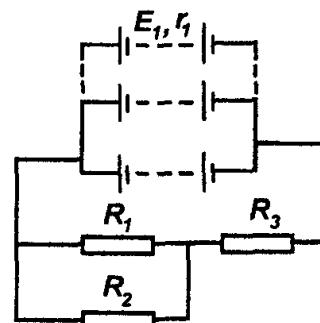


Fig. 2.4.45

- b. puterea degajată de rezistență R_2
- c. randamentul transferului de putere

67. O sursă cu parametrii R și r disipa pe un rezistor o putere P . Legând în serie cu sursa dată o sursă identică cu prima, puterea disipată pe rezistor crește cu $f=44\%$. Conectând în serie cu primele două surse încă o sursă identică cu ele, de câte ori va crește puterea disipată pe rezistor comparativ cu puterea disipată de prima sursă P ?

68. Se constată că la legarea serie sau paralel a $n=4$ surse identice pe același rezistor se disipa aceeași putere $P=160$ W. Ce putere va disipa o singură sursă pe același rezistor?

69. Se transmite de la o sursă de tensiune $U_0=220$ V pe două linii de transport fiecare cu lungimea $\ell=100$ m o putere $P=60$ W la un consumator. Pierderile de tensiune pe linii sunt $f=0,1$. Cunoscând rezistivitatea $\rho=10^{-7}$ Ωm a metalului din care este confectionată linia, să se afle diametrul secțiunii minime a conductoarelor de linie.

70. Se transportă energie electrică pe două linii de transport fiecare cu lungimea $\ell=100$ m, confectionată dintr-un conductor cu rezistivitatea $\rho=10^{-7}$ Ωm. Intensitatea curentului care revine unității de secțiune a conductoarelor este $j=10^6$ A/m², iar pierderile de tensiune pe linie sunt $f=0,1$. Să se afle tensiunea sub care este transmisă energia electrică.

71. Două acumulatoare au tensiunile electromotoare identice. Primul acumulator poate furniza unui circuit exterior o putere maximă $P_1=30$ W, iar cel de-al doilea $P_2=10$ W. Să se afle puterea maximă pe care gruparea acumulatoarelor o furnizează circuitului exterior, dacă acumulatoarele sunt legate în:

- a. serie
- b. paralel

72. Un acumulator legat la un rezistor exterior are randamentul de utilizare $\eta_1=40\%$, alt acumulator, legat la bornele aceluiasi rezistor, are randamentul de utilizare $\eta_2=60\%$. Să se afle randamentul de utilizare a grupării, dacă se conectează acumulatorii la bornele aceluiasi rezistor în:

- a. serie
- b. paralel

1.1. Noțiuni termodinamice de bază

1. a) Pentru a afla numărul de molecule conținute în masa m , calculăm numărul de moli. Știind că în fiecare mol de substanță numărul de molecule este $N_A \approx 6,023 \cdot 10^{23}$ molecule, atunci: $N = N_A \cdot v = N_A \cdot \frac{m}{\mu} \approx 4 \cdot 10^{25}$ molecule.

b) Cunoscând masa molară și știind că într-un mol se află N_A molecule, atunci: $\mu = N_A \cdot m_0 \Rightarrow$ masa unei molecule este: $m_0 = \frac{\mu}{N_A} \approx 5 \cdot 10^{-26}$ kg.

c) Presupunem că moleculele sunt distribuite uniform în incintă și ocupă fiecare câte o "cămăruță" cubică identică. Latura acestui cub reprezintă distanța medie dintre cele două molecule din incintă.

Considerăm un mol de gaz în condiții normale. Volumul ocupat de acest mol este volumul molar $V_{\mu_0} \approx 22,41$ L. Cum într-un mol se află N_A molecule, atunci volumul unei cămăruțe cubice aferente unei molecule este:

$$v = \frac{V_{\mu_0}}{N_A} = \ell^3 \Rightarrow \ell = \sqrt[3]{\frac{V_{\mu_0}}{N_A}} \approx 3,33 \cdot 10^{-9} \text{ m.}$$

2. a) Aplicăm ecuația termică de stare: $pV = vRT \Rightarrow v = \frac{pV}{RT} = 0,645$ moli, deci cantitatea de substanță se exprimă cu ajutorul numărului de moli.

b) Știind că $\mu = N_A m_0$ (rezolvare 1.b.) rezultă că masa moleculei de apă:

$$m_0 = \frac{\mu}{N_A} \approx 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ kg.} \quad \text{Cunoscând că unitatea atomică de masă}$$

$1u \approx 1,67 \cdot 10^{-26}$ kg, exprimăm masa moleculei de apă cu ajutorul unității atomice de masă, adică calculăm masa moleculară relativă $m_{r_{apă}} = \frac{m_0}{u} \approx 18$.

Observăm că masa moleculară relativă este numeric egală cu masa molară.

c) Aplicăm ecuația termică de stare în starea finală :

$$p'V = vRT' \Rightarrow p' = \frac{3vRT}{V} = 3p = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

3. a) Aplicăm definiția masei molare:

$$\mu_m = \frac{m_t}{v_t} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{v_1 + v_2 + v_3} = \frac{\mu_1 v_1 + \mu_2 v_2 + \mu_3 v_3}{v_1 + v_2 + v_3}.$$

Cum $v_1 = \frac{N}{N_A}$; $v_2 = \frac{2N}{N_A} = 2v_1$ și $v_3 = \frac{3N}{N_A} = 3v_1$, obținem:

$$\mu_m = \frac{\mu \cdot v_1 + 2\mu \cdot v_1 + 3\mu \cdot v_1}{v_1 + 2v_1 + 3v_1} = 2,33 \mu.$$

b) $m_t = m_1 + m_2 + m_3 = \mu_1 v_1 + \mu_2 v_2 + \mu_3 v_3 = 14 \mu \cdot v = 14 N \mu / N_A$.

c) Aplicăm ecuația termică de stare: $p \cdot V = v_f R(t + 273)$, unde:

$$v_f = v_1 + v_2 + v_3 = 6v_1 \Rightarrow V = \frac{6v_1 R(t + 273)}{p} = \frac{6N}{p N_A} R(t + 273).$$

4. a. Numărul total de molecule din amestec este:

$$N = N_1 + N_2 = (v_1 + v_2) N_A = \left(\frac{m_{He}}{\mu_{He}} + \frac{m_{Ne}}{\mu_{Ne}} \right) N_A = 6,023 \cdot 10^{26} \text{ molecule}$$

b. Cum masa unei molecule de neon este $m_{0Ne} = \mu_{Ne} / N_A$ și a unei molecule de heliu $m_{0He} = \mu_{He} / N_A \Rightarrow$ raportul celor două mase ale moleculelor este $m_{0Ne} / m_{0He} = \mu_{Ne} / \mu_{He} = 5$

c. Densitatea amestecului este $\rho = \frac{m_{He} + m_{Ne}}{V_1} = 2 \text{ kg/m}^3$

d. Aplicăm ecuația termică de stare: $p(V_1 + V_2) = (v_1 + v_2)RT \Rightarrow$

$$p = \left(\frac{m_{He}}{\mu_{He}} + \frac{m_{Ne}}{\mu_{Ne}} \right) RT / (V_1 + V_2) = 2,493 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

e. $\mu_m = \frac{m_t}{V_1} = \frac{m_{He} + m_{Ne}}{V_{He} + V_{Ne}} = \frac{m_{He} + m_{Ne}}{m_{He} / \mu_{He} + m_{Ne} / \mu_{Ne}} = 7,2 \text{ g/mol}$

5. a. Numărul de moli conținuți în masa de apă este $v = m / \mu_{apă}$. Cum moleculele de apă conțin doi atomi de hidrogen și unul de oxigen masa molară a apelor este numeric egală cu masa moleculară relativă, astfel că:

$$\mu_{apă} = 2m_H + m_O \Rightarrow \mu_{apă} = 18 \text{ g/mol}. \text{ Obținem } v \approx 55,55 \text{ moli}$$

b. Moleculele de sare de bucătărie conțin un atom de clor și unul de sodiu, astfel că $\mu_{NaCl} = m_{Na} + m_{Cl} = 57 \text{ g/mol}$, astfel că numărul de molecule conținute în masa de sare de bucătărie este $N = N_A m / \mu_{NaCl} \approx 1,056 \cdot 10^{25} \text{ molecule}$

c. Moleculele de azot conțin doi atomi identici de azot, astfel că $\mu_{N_2} = 2m_N = 28 \text{ g/mol}$. Masa de azot conținută într-un volum V aflat în condiții normale de presiune și temperatură este $m = \mu_{N_2} v_{N_2} = \mu_{N_2} V / V_{\mu_0} \Rightarrow m = 1,25 \text{ g}$

6. a. Cum $v_{O_2} = N/N_A = 3$ moli, atunci masa oxigenului din balon este $m = \mu v_{O_2} = 96$ g, iar densitatea acestuia este $\rho = m/V = 1,155$ kg/m³

b. Pe baza ecuației termice de stare, obținem $p = \frac{vRT}{V} = 9,6 \cdot 10^4$ Pa

c. Concentrația volumică a moleculelor din butelie, după introducerea unei mase de heliu m_{He} este $n = N_t/V$, unde N_t reprezintă numărul total de molecule. Astfel că $N_t = N + N_{He}$, cu $N_{He} = m_{He}N_A/\mu_{He} \approx 42,161 \cdot 10^{23}$ molecule de heliu. Obținem $n \approx 7,248 \cdot 10^{25}$ molecule/m³

d. Masa molară a amestecului de gaze este $\mu_m = \frac{m_i}{v_i} = \frac{m_{He} + m_{O_2}}{v_{He} + v_{O_2}}$, unde $v_{He} = m_{He}/\mu_{He} = 7$ moli. Obținem $\mu_m = 12,4$ g/mol

7. a. Numărul de moli de azot din compartimentul A este $v_{N_2} = m/\mu_{N_2} = \rho V/\mu_{N_2} = 0,1$ mol

b. Numărul de molecule de aer din compartimentul B este $N = N_A m/\mu_{aer} \approx 2,077 \cdot 10^{22}$ molecule

c. Masa de oxigen din compartimentul C este $m_C = N \mu_{O_2}/N_A \approx 2,125$ g

d. Dacă se înlătură pereții despărțitori gazele se amestecă astfel că masa

molară a amestecului este $\mu_m = \frac{m_i}{v_i} = \frac{\mu_{N_2} v_{N_2} + m + \mu_{O_2} v_{O_2}}{v_{N_2} + m/\mu_{aer} + v_{O_2}}$, unde $v_{O_2} = N_3/N_A \approx 0,066$ moli. Obținem $\mu_m \approx 29,625$ g/mol

8. a) Aplicăm ecuația termică de stare: $pV = v_i RT \Rightarrow p = \frac{v_i RT}{V} = 1,2 \cdot 10^6$ Pa

b) $m = \mu \cdot v_i = 112$ g.

c) Utilizăm pentru amestecul format ecuația termică de stare în starea finală: $p_f \cdot V = v_i R(T + \Delta T) = (v_1 + v_2 + v_3)R(T + \Delta T) \Rightarrow$

$$p_f = \frac{(v_1 + v_2 + v_3)R(T + \Delta T)}{V} = 4,8 \cdot 10^6 \text{ Pa.}$$

9. a) Aplicăm ecuația termică de stare în starea inițială:

$$p_i V = v_i RT_i \Rightarrow V = \frac{v_i RT_i}{p_i} = 99,72 \text{ L.}$$

b) Din grafic observăm că transformarea gazului este izocoră, deoarece $V = \text{ct}$. Din ecuația termică de stare $pV = vRT \Rightarrow$

$$\frac{p}{T} = \frac{vR}{V} = \text{ct} \Rightarrow \frac{p}{T} = \text{ct} \Rightarrow \text{ecuația transformării izocore.}$$

$$\text{Astfel } \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = 3T_1 = 900 \text{ K.}$$

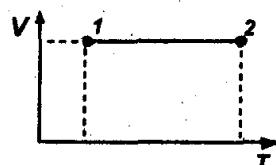


Fig. R 1.1.1

c) Reprezentăm transformarea în (V, T) și (p, T) (fig R 1.1.1 și R 1.1.2).

În (p, T) transformarea izocoră este o dreaptă care trece prin originea axelor de coordonate, deoarece presiunea gazului și temperatura lui absolută depind direct proporțional una de cealaltă.

10. a) Prin definiție $\rho_1 = \frac{m}{V_1}$.

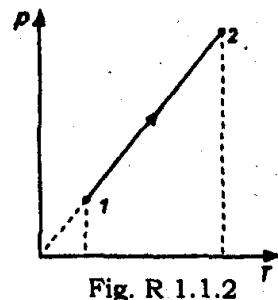


Fig. R 1.1.2

Cum $p_1 V_1 = vRT_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{\mu \cdot p_1} \Rightarrow \rho_1 = \frac{p_1 \mu}{RT_1} \approx 1,28 \text{ kg/m}^3$.

b) Aplicăm legea transformării izocore între starea inițială și starea finală

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = (1+f)T_1, \text{ deoarece } p_2 = p_1(1+f).$$

Aflăm cu cât la sută se modifică temperatura absolută a gazului:

$$f_1 = \frac{\Delta T}{T_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = 40\%, \text{ deci temperatura absolută crește cu } 40\%.$$

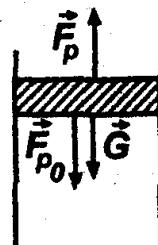
c) Prin definiție concentrația volumică de molecule reprezintă raportul dintre numărul de molecule N dintr-un volum V și mărimea acestui volum:

$$n = \frac{N}{V}. \text{ Cum } N = N_A \cdot v = N_A \frac{p_1 V}{RT_1}, \text{ deoarece } v = \frac{p_1 V}{RT_1} \Rightarrow n = \frac{N_A p_1}{RT_1} \Rightarrow$$

$$n \approx 2,41 \cdot 10^{25} \text{ molecule/m}^3.$$

11. a) Impunem condiția de echilibru pistonului, astfel că rezultanta forțelor este nulă. Asupra pistonului acționează greutatea lui și două forțe de presiune exercitată de gazul din cilindru și de aerul din afară (fig R 1.1.3).

$$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow p \cdot S = p_0 S + m \cdot g \Rightarrow p = p_0 + \frac{mg}{S} = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$



b) Aplicăm ecuația de stare pentru gazul din cilindru în starea inițială, ținând cont că $V = Sh \Rightarrow pSh = vRT_1 \Rightarrow h = \frac{vRT_1}{p \cdot S} = 6,23 \text{ cm}$.

Fig. R 1.1.3

c) Deoarece poziția pistonului nu se modifică, volumul gazului rămâne același. Putem considera că între starea inițială și cea finală gazul suferă o

transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$. Cum $T_2 = 2T_1 \Rightarrow p_2 = 2p_1 \Rightarrow$

$$p_0 + \frac{(m + \Delta m)g}{S} = 2(p_0 + \frac{mg}{S}), \text{ deoarece } p_2 = p_0 + \frac{(m + \Delta m)g}{S}, \text{ iar cu } \Delta m$$

am notat masa suplimentară adăugată pe piston. Obținem:

$$\Delta m = m + \frac{p_0 S}{g} = 4 \text{ kg}$$

12. a) Calculăm presiunea din butelie utilizând ecuația termică de stare:

$$pV = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{mRT}{\mu V} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

b) Transformarea gazului de butelie este izocoră, astfel că

$$\frac{p}{T} = \frac{p_e}{T_e} \Rightarrow T_e = \frac{p_e T}{p}. \text{ Cum diferența dintre presiunea la care explodează}$$

pereții buteliei și cea exterioară este Δp , aflăm presiunea la care explodează

$$\text{butelia: } \Delta p = p_e - p_0 \Rightarrow p_e = \Delta p + p_0 \Rightarrow T_e = \frac{(\Delta p + p_0)T}{p} = 1200 \text{ K.}$$

c) Prin disocierea unei molecule biatomice apar doi atomi de oxigen rezultă că prin disocierea a N molecule se vor obține: $N_{\text{atomi}} = 2N$. Cum

$$N = N_A \nu = N_A \frac{m}{\mu} \Rightarrow N_{\text{atomi}} = 2N_A \frac{m}{\mu} \approx 24,092 \cdot 10^{23}$$

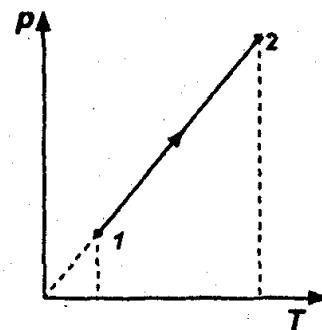


Fig. R 1.1.4

13. a) Deoarece cu creșterea temperaturii densitatea

$$\text{rămâne constantă și } \rho = \frac{m}{V} \text{ înseamnă că } V = \text{ct},$$

deoarece masa hidrogenului nu se modifică.

Transformarea gazului este izocoră. Reprezentarea în (p, T) este o dreaptă care trece prin origine (fig R 1.1.4).

$$\text{b)} \rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{\mu \nu}{V_1}. \text{ Cum } p_1 V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow \nu = \frac{p_1 V_1}{RT_1} \Rightarrow \rho_1 = \frac{p_1 \mu}{RT_1} \approx 0,66 \text{ kg/m}^3.$$

$$\text{c)} \text{ În starea finală: } V_2 = V_1 = \frac{\nu R T_1}{p_1} = 3 \text{ L și } T_2 = 3T_1 = 900 \text{ K.}$$

$$\text{Cum legea transformării izocore este: } \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = 3 p_1 \Rightarrow$$

$$p_2 = 24,93 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

14. a) Aflăm volumul inițial utilizând ecuația termică de stare:

$$p_1 V_1 = \nu RT_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{p_1 \cdot \mu} \approx 12,465 \text{ L.}$$

b) Din $pV = \nu RT \Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{\nu R}{p} = ct$. Legea transformării izobare $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$. Cum

$$V_2 = V_1(1-f) \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} = (1-f)T_1 = 240 \text{ K.}$$

c) Cum $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{1-f} = 1,25$.

15. a. Numărul de moli din recipient este $\nu = m/\mu = 25$ moli

b. Numărul de molecule din unitatea de volum este $n = N/V_1 = N_A \nu / V_1$, unde volumul gazului este $V_1 = \nu RT / p \Rightarrow n = N_A p / RT \approx 4,83 \cdot 10^{25}$ molecule/m³

c. Aplicăm conservarea numărului de moli pentru sistem și obținem numărul de moli din recipiente: $\nu_f = \nu_1 + \nu_2$. Cum $\nu_f = \frac{p_f(V_1 + V_2)}{RT}$,

$$\nu_1 = \frac{p_1 V_1}{RT} \text{ și } \nu_2 = \frac{p_2 V_2}{RT} \text{ obținem } p_f(V_1 + V_2) = p_1 V_1 + p_2 V_2 \Rightarrow \\ p_f = (p_1 + 3p_2)/4 = 1,25 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

16. a) Pe baza ecuației termice de stare: $p_1 V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow p = \frac{\nu R T_1}{V_1}$.

$$\nu = \frac{N}{N_A} \Rightarrow p = \frac{N \cdot R T_1}{N_A \cdot V_1} \approx 12,465 \cdot 10^5 \text{ Pa, iar masa gazului este}$$

$$m = \mu \nu = \mu \frac{N}{N_A} = 28 \text{ g}$$

b) Deoarece volumul gazului depinde direct proporțional de temperatura absolută a acestuia, transformarea gazului este izobară, astfel că $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$.

$$\text{Cum } T_2 = 4T_1 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = 4V_1 = 8 \text{ L.}$$

c) Reprezentările cerute sunt figurile R 1.1.5 și R 1.1.6:

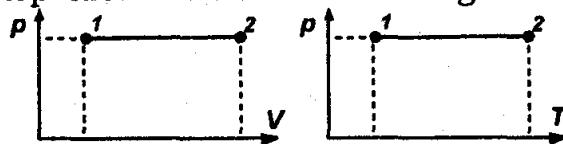


Fig. R 1.1.5

Fig. R 1.1.6

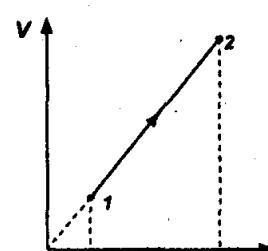


Fig. R 1.1.7

17. a) Deoarece curba densității în funcție de temperatura absolută este o hiperbolă echilateră, înseamnă că densitatea gazului variază invers proporțional cu temperatura absolută, astfel că $\rho T = ct$. Cum

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{m \cdot T}{V} = ct \Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{m}{ct} = c$ rezultă că transformarea gazului este o transformare izobară (fig R 1.1.7).

b) Cum $\rho_1 = \frac{m}{V_1}$, iar $m = \mu v$ și $V_1 = \frac{vRT_1}{p_1} \Rightarrow \rho_1 = \frac{\mu p_1}{RT_1} \approx 1,33 \text{ kg/m}^3$.

c) În starea finală: $p_2 = p_1 = 8,31 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$; $T_2 = 4T_1 = 1200 \text{ K}$ și cum $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = 4V_1 = 4 \frac{vRT_1}{p_1} = 24 \text{ L}$.

18. a) Impunem condiția de echilibru pistonului:

$$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow p_1 S = p_0 S + mg \Rightarrow p_1 = p_0 + \frac{mg}{S} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

b) Deoarece $p = ct$, transformarea gazului este izobară, astfel

$$\text{că: } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \approx 1,33.$$

c) Dacă volumul gazului nu se modifică, transformarea gazului este izocoră,

$$\text{astfel că: } \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = \frac{4}{3} p_1. \text{ Cum } p_2 = p_0 + \frac{mg}{S} \Rightarrow$$

$$p_0 + \frac{mg}{S} = \frac{4}{3} \left(p_0 + \frac{mg}{S} \right) \Rightarrow p_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \Rightarrow p_0 / p_0 = 2.$$

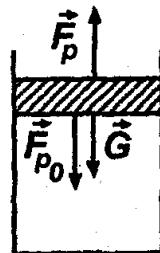


Fig. R 1.1.8

19. a) Impunem condiția de echilibru coloanei de mercur:

$$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow pS = p_0 S + mg, \text{ unde}$$

$$m = \rho V = \rho Sh \Rightarrow p = p_0 + \rho gh = 105440 \text{ N/m}^2 \text{ (fig R 1.1.9).}$$

Dacă lucrăm în torri (mm coloană de Hg), atunci $p_0 = 760$ torri rezultă că $p = 800$ torri.

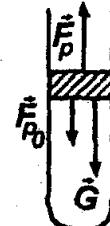


Fig. R 1.1.9

b. Deoarece coloana de mercur se află în echilibru, presiunea gazului p rămâne constantă, astfel că transformarea gazului este izobară rezultă că:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}. \text{ Cum } T_2 = T_1(1+f) \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = V_1(1+f) \Rightarrow Sh_2 = Sh(1+f) \Rightarrow$$

$$\Delta h = h_2 - h = hf = 1,6 \text{ cm.}$$

c) Pe baza definiției $n = \frac{N}{V_1} = \frac{N_A v}{V_1}$.

Cum $pV_1 = vRT_1 \Rightarrow v = \frac{pV_1}{RT_1} \Rightarrow n = \frac{N_A p}{RT_1} \approx 2,55 \cdot 10^{25} \text{ molecule/m}^3$.

20. a) Aplicăm ecuația termică de stare: $p_1 S \ell_1 = vRT_1 \Rightarrow \ell_1 = \frac{vRT_1}{p_1 S}$. Aflăm presiunea din cilindru impunând condiția de echilibru pistonului (fig R

$$1.1.8) p_1 S = p_0 S + Mg \Rightarrow p_1 = p_0 + \frac{Mg}{S} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow \ell_1 = \frac{vRT_1}{p_0 S + Mg} = 62,3 \text{ cm.}$$

b) Când cilindrul este așezat în poziție orizontală, deoarece pistonul rămâne în echilibru, trebuie ca în incintă presiunea să fie egală cu cea din exterior astfel că: $p_2 = p_0$. Deoarece temperatura nu se modifică, transformarea este izotermă. Cum $pV = vRT = \text{ct} \Rightarrow pV = \text{ct}$ este legea transformării izoterme.

Astfel: $p_1 S \ell_1 = p_0 S \ell_0 \Rightarrow \ell_0 = \frac{p_1 \ell_1}{p_0} = \left(1 + \frac{Mg}{p_0 S}\right) \ell_1 \Rightarrow \ell_0 \approx 124,6 \text{ cm.}$

c) Deoarece poziția pistonului nu se schimbă când cilindrul este adus în poziție orizontală înseamnă că transformarea gazului este izocoră, deci:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} \Rightarrow T_2 = \frac{p_0 S}{p_0 S + Mg} T_1 \Rightarrow \Delta T = T_2 - T_1 = -\frac{Mg T_1}{p_0 S + Mg} \Rightarrow \Delta T = -150 \text{ K.}$$

21. a) Aplicăm legea transformării izoterme: $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = 8V_1$

Cum $V_1 = \frac{vRT_1}{p_1} = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{p_1}$ din ecuația termică de stare $\Rightarrow V_2 = 8 \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{p_1} \approx 50 \text{ L.}$

$$\text{b)} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = 0,125$$

$$\text{c)} n = \frac{N}{V_2} = \frac{N_A v}{8vRT_1} p_1 = \frac{N_A p_1}{8RT_1} \approx 2,4 \cdot 10^{25} \text{ molecule/m}^3.$$

22. a. Pe baza ecuației transformării izoterme:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = 8V_1 = 64 \text{ L.}$$

b) Conform ecuației de stare în starea 1: $p_1 V_1 = vRT_1$ și în starea 3:

$$p_3 V_3 = vRT_3. Împărțind relațiile obținem \frac{V_1}{V_3} = \frac{T_1}{T_3}, deoarece din grafic$$

$$p_1 = p_3 \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_1}{V_1} = 2T_1 = 600 \text{ K.}$$

c) Conform definiției $\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{\mu V}{V_1} = 1,75 \text{ kg/m}^3$

23. a. Pe baza ecuației transformării izoterme: $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} \Rightarrow$

$V_2 = 10 V_1 = 10 \text{ dm}^3$, deoarece $p_2 = p_1 / 10$.

b. Ecuația de stare în starea 1 este $p_1 V_1 = \nu R T_1$ și în starea 3 $p_3 V_3 = \nu R T_2$.

Cum $p_3 = p_1$ prin împărțirea celor două relații obținem $\frac{V_1}{V_3} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_3 T_1}{V_1}$

$\Rightarrow T_2 = 900 \text{ K}$

c. Împărțind ecuațiile de stare în starea 1 $p_1 V_1 = \nu_1 R T_1$ și starea 3

$p_1 V_3 = \nu_2 R T_2$, obținem: $\frac{V_1}{V_3} = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2} = \frac{\mu_2 T_1}{\mu_1 T_2} \Rightarrow \mu_2 = \frac{\mu_1 V_1 T_2}{V_3 T_1} = 22 \text{ g/mol}$

24. Numărul de molecule de heliu din sistem este $N = N_A \nu = N_A p_1 V_1 / R T_1$

$\Rightarrow N \approx 1,45 \cdot 10^{25} \text{ molecule}$

b. Cum $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1 (V_1 / V_2)^\gamma = p_1 / 32 = 3,125 \text{ kPa}$

c. Pe baza ecuației transformării generale $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2 T_1}{p_1 V_1} = 75 \text{ K}$

d. Scriem legea transformării izobare între stările 2 și 3, astfel

că: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_2} = 37,5 \text{ K}$

25. a) Deoarece temperatura gazului nu se modifică, transformarea gazului închis cu ajutorul dopului A și a pistonului B este izotermă. Astfel:

$$p_0(S_1 l_1 + S_2 l_2) = p[S_1(l_1 - d) + S_2 l_2]$$

$$\Rightarrow p = \frac{p_0(S_1 l_1 + S_2 l_2)}{S_1(l_1 - d) + S_2 l_2} = 1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

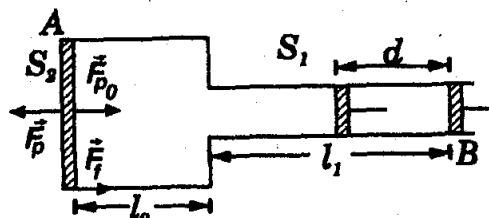


Fig. R 1.1.10

b) Considerăm că în momentul când dopul sare, acesta se mai află în echilibru, astfel că rezultanta forțelor este zero (fig R 1.1.10). Scalar:

$$F_p = F_{p_0} + F_f \Rightarrow F_f = pS_2 - p_0 S_2 \Rightarrow F_f = (p - p_0)S_2 = \frac{p_0 S_1 S_2 d}{S_1(l_1 - d) + S_2 l_2} \Rightarrow$$

$F = 20 \text{ N}$.

c) $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m}{V_2} \cdot \frac{V_1}{m} = \frac{S_1 l_1 + S_2 l_2}{S_1(l_1 - d) + S_2 l_2} = 1,1$

26. a) Deoarece coloana de mercur se află în echilibru când tubul se află în poziție orizontală coloana de aer închisă în tub se află la presiunea atmosferică p_0 .

Impunem condiția de echilibru coloanei de mercur când tubul se află cu capătul închis în jos (fig R 1.1.11). Scalar: $F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow pS = p_0S + mg$, unde S reprezintă secțiunea tubului, iar m masa coloanei de mercur.

Cum $m = \rho Sh \Rightarrow pS = p_0S + \rho Shg \Rightarrow p = p_0 + \rho gh$.

b) Studiem transformarea izotermă a gazului:

$$p_0Sl = pSl' \Rightarrow l' = \frac{p_0l}{p} = \frac{p_0l}{p_0 + \rho gh}$$

c) Deoarece coloana de aer revine în poziția inițială putem considera că transformarea gazului este o izocoră, deoarece volumul gazului rămâne

același, astfel că: $\frac{p_0}{T_1} = \frac{p}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{p}{p_0} = \frac{p_0 + \rho gh}{p_0}$.

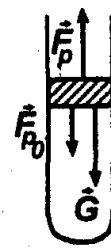


Fig. R 1.1.11

27. a) Studiem transformarea izotermă a aerului închis cu ajutorul coloanei de mercur rezultă $p_1Sl_1 = p_2Sl_2$, unde p_1 și p_2 reprezintă presiunile aerului în cele două situații (fig R.1.1.12). Impunem condiția de echilibru coloanei de mercur în cele două situații. Când tubul este vertical cu capătul închis în jos obținem: $p_1S = p_0S + mg$, cu

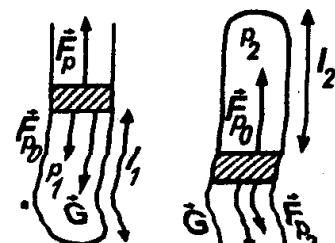


Fig. R 1.1.12

$m = \rho Sh \Rightarrow p_1 = p_0 + \rho gh$, iar când tubul este vertical și are capătul închis în sus obținem:

$$p_2S + mg = p_0S \Rightarrow p_2 = p_0 - \rho gh \Rightarrow (p_0 + \rho gh)l_1 = (p_0 - \rho gh)l_2 \Rightarrow$$

$$p_0 = \frac{\rho gh(l_1 + l_2)}{l_2 - l_1} = 10^5 \text{ N/m}^2$$

În mm coloană de mercur (adică în torri), $p_0 = \frac{h(l_1 + l_2)}{l_2 - l_1} = 760 \text{ mm col Hg}$

(toate lungimile le-am transformat în milimetri).

b) Pentru a afla lungimea coloanei de aer când tubul este adus în poziție orizontală, utilizăm legea transformării izoterme:

$$p_0Sl_0 = p_1Sl_1 \Rightarrow l_0 = \frac{p_1l_1}{p_0} = \frac{(p_0 + \rho gh)l_1}{p_0} \approx 37,9 \text{ cm}$$

c) Deoarece presiunea gazului aflat în tubul pe poziție orizontală se păstrează, transformarea aerului din tub este izobară, astfel

$$\text{că: } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

Cum $V_2 = V_1(1-f)$ ⇒ $\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1-f} = 1,25$ ⇒ temperatura absolută scade de 1,25 de ori.

28. a) Aflăm presiunea în tubul vertical după ce o parte din mercur s-a scurs aplicând condiția de echilibru coloanei (fig R.1.1.13):

$$F_{p_2} + G = F_{p_0} \Rightarrow p_2 S + \rho S \frac{h}{4} g = p_0 S \Rightarrow p_2 = p_0 - \rho g \frac{h}{4} \Rightarrow$$

$$p_2 = 740 \text{ mm col Hg} \approx 97280 \text{ N/m}^2$$

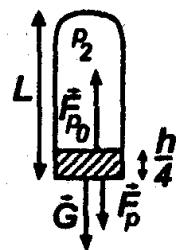


Fig. R 1.1.13

b) Pentru a afla lungimea coloanei inițiale de aer, utilizăm legea transformării izoterme: $p_1 S \ell_1 = p_2 S \ell_2 \Rightarrow \ell_1 = \frac{p_2 \ell_2}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} \left(L - \frac{h}{4}\right)$.

Din condiția de echilibru impusă coloanei de mercur când tubul este așezat vertical cu capătul închis în jos, aflăm p_1 , astfel că (fig R 1.1.12):

$$G + F_{p_0} = F_{p_1} \Rightarrow \rho Shg + p_0 S \Rightarrow p_1 = p_0 + \rho gh \Rightarrow \ell_1 = \frac{(p_0 - \rho g \frac{h}{4})(L - \frac{h}{4})}{p_0 + \rho gh} \Rightarrow$$

$$\ell_1 = 74 \text{ cm}$$

c) Transformarea gazului închis în tubul vertical cu capătul deschis în sus este izobară, deoarece $p_1 = \text{ct}$. Dacă tubul este suficient de lung astfel că mercurul rămâne în tub, utilizând legea transformării izobare obținem:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} = \frac{(\ell_1 + \Delta h) T_1}{\ell_1} = 324,32 \text{ K}$$

29. a) Când se acoperă tubul cu degetul se închide aer la presiunea atmosferică. Din ecuația termică de stare obținem:

$$p_0 S \frac{\ell}{2} = \nu RT \Rightarrow \nu = \frac{p_0 S \ell}{2RT} \Rightarrow N = N_A \nu = \frac{N_A p_0 S \ell}{2RT} = 2,42 \cdot 10^{20} \text{ molecule}$$

b) Notăm cu x lungimea coloanei de mercur care rămâne în tub. Transformarea gazului este izotermă, astfel că:

$$p_0 S \frac{\ell}{2} = p S (\ell - x) \Rightarrow p_0 \frac{\ell}{2} = p (\ell - x).$$

Din condiția de echilibru impusă coloanei de mercur obținem (vezi rezolvare problema 21. a.) $F_p + G = F_{p_0} \Rightarrow pS + \rho Sxg = p_0 S \Rightarrow p = p_0 - \rho gx \Rightarrow$

$$p_0 \frac{\ell}{2} = (p_0 - \rho g x)(\ell - x) = 0 \Rightarrow \rho g x^2 + (p_0 + \rho g \ell)x - p_0 \frac{\ell}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-(p_0 + \rho g \ell) + \sqrt{(p_0 + \rho g \ell)^2 + 2\rho \cdot p_0 \ell}}{2\rho g} \approx 8,7 \text{ cm}$$

c) Când mercurul se evacuează total din tub, presiunea aerului din tub este cea atmosferică și presupunând că aerul nu ieșe din tub, volumul acestuia este $V = S\ell$. Transformarea gazului este izobară dacă se consideră starea inițială când tubul este introdus pe jumătate în mercur, astfel că:

$$\frac{S\ell}{2T_1} = \frac{S\ell}{T_2} \Rightarrow T_2 = 2T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 2, \text{ deci temperatura absolută trebuie mărită de două ori.}$$

30. a) Prin definiție, $\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu v}{V}$.

Conform ecuației de stare $p_0 V = \nu R T \Rightarrow V = \frac{\nu R T}{p_0} \Rightarrow \rho = \frac{\mu p_0}{R T} \approx 1,163 \text{ kg/m}^3$

b) Studiem transformarea izotermă a gazului închis în tub :

$$p_0 S\ell = p S(\ell - x) \Rightarrow p_0 \ell = p(\ell - x). \quad (1)$$

Pentru a determina presiunea p a gazului din tub, utilizăm o proprietate a presiunii hidrostatice și anume că în orice plan orizontal aflat în interiorul unui lichid la echilibru presiunea are aceeași valoare. Considerăm planul aflat la suprafața

mercurului din tub astfel că: $p_0 + \rho g \left(\frac{\ell}{2} - x \right) = p$, deoarece

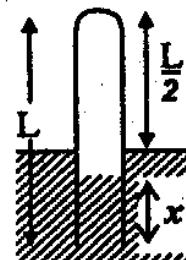


Fig. R 1.1.14

gazul din tub apasă cu presiunea p până la nivel, iar aerul și mercurul din vas aflat deasupra nivelului ales apasă împreună cu presiunile atmosferică

p_0 și respectiv cu presiunea hidrostatică $\rho g \left(\frac{\ell}{2} - x \right)$. Deci ecuația (1) devine:

$$p_0 \ell = \left[p_0 + \rho g \left(\frac{\ell}{2} - x \right) \right] (\ell - x) \Rightarrow \rho g x^2 - x \left(p_0 + 3 \frac{\rho g \ell}{2} \right) + \rho g \frac{\ell^2}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$x \approx 24,86 \text{ cm}$$

c) Pentru ca mercurul să fie evacuat din tub trebuie ca aerul să ocupe întreg volumul tubului și prin urmare, dacă considerăm starea inițială când tubul nu se află în mercur și starea finală când mercurul este evacuat putem

considera că aerul suferă o transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_0}{T} = \frac{p'}{T'}$, unde:

$$p' = p_0 + \rho g \frac{\ell}{2} \Rightarrow T' = \frac{p'T}{p_0} = \frac{\left(p_0 + \rho g \frac{\ell}{2}\right)T}{p_0} \approx 497,4 \text{ K}$$

31. a) Studiem transformarea izotermă a gazului închis în incintă (fig. R 1.1.15): $p_0 S_1 \ell_1 = p S_2 x$ (1). Aflăm presiunea gazului din tubul cu secțiunea S_2 , utilizând proprietatea că în toate punctele unui plan orizontal aflat în interiorul unui lichid la echilibru, presiunea are aceeași valoare, astfel că: $p_0 + \rho g x = p$ (2). Din (1) și (2) obținem:

$$p_0 S_1 \ell_1 = (p_0 + \rho g x) S_2 x \Rightarrow \rho g S_2 x^2 + p_0 S_2 x - p_0 S_1 \ell_1 = 0$$

$$x = \frac{-p_0 S_2 + \sqrt{(p_0 S_2)^2 + 4 \rho g p_0 S_1 S_2 \ell_1}}{2 \rho g S_2} \approx 22,88 \text{ cm}$$

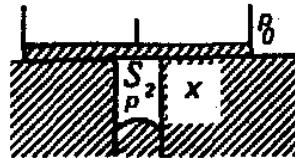


Fig. R 1.1.15

b) Deoarece aerul a ajuns la capătul tubului (2), presiunea gazului este:

$$p_2 = p_0 + \rho g \ell_2 = 1,272 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

c. Pentru ca aerul să înceapă să iasă din tubul 2, trebuie ca:

$$x = \ell_2 \Rightarrow p_0 S_{1\min} \ell_1 = (p_0 + \rho g \ell_2) S_2 \ell \Rightarrow S_{1\min} = \frac{(p_0 + \rho g \ell_2) S_2 \ell_2}{p_0 \ell_1} \approx 16,96 \text{ cm}^2$$

32. a) Studiem transformarea izotermă a gazului din capătul închis al tubului U. Deoarece inițial mercurul se află la aceleași nivel în ambele ramuri presiunea gazului închis este p_0 . Deschizând robinetul, mercurul coboară mai rapid în ramura deschisă decât în cea închisă, deoarece în ramura deschisă apasă p_0 , în timp ce în ramura închisă gazul se destinde izoterm și apasă cu o presiune p , din ce în ce mai mică. Prin urmare $p_0 S h_1 = p S(h_1 + h_2)$ (1). Considerând nivelul de referință, NR , care are proprietate că în punctele A și B presiunile sunt egale, obținem:

$$p_0 = p + \rho g(h - h_2) \Rightarrow p = p_0 - \rho g(h - h_2) \quad (2). \text{ Din (1) și (2) rezultă:}$$

$$\frac{p_0 h_1}{h_1 + h_2} = p_0 - \rho g(h - h_2) \Rightarrow h = h_2 \left[1 + \frac{p_0}{\rho g(h_1 + h_2)} \right] \approx 49,41 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= \frac{m}{V_1} = \frac{m}{S h_1} \\ \rho_2 &= \frac{m}{V_2} = \frac{m}{S(h_1 + h_2)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_1 + h_2}{h_1} \approx 1,67$$

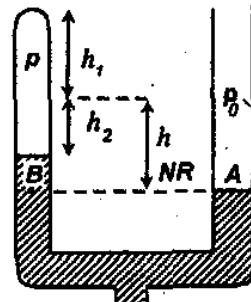


Fig. R 1.1.16

33. a) Masa de aer închisă în tub se află din ecuația termică de stare:

$$p_0 S \ell = vRT = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow m = \frac{p_0 S \ell \mu}{RT} \approx 18,6 \text{ mg}$$

b) Studiem transformare izotermă a gazului aflat în ramura închisă a tubului. Notăm cu x lungimea coloanei de aer, în ramura închisă după umplerea completă cu mercur a ramurii deschise. Inițial presiunea aerului în ramura închisă este p_0 , deoarece nivelul mercurului este la aceeași înălțime în ambele ramuri: $p_0 S \ell = p S x$ (1).

Alegem nivelul de referință la marginea superioară a coloanei de mercur din ramura închisă și obținem:

$$p = p_0 + \rho g x \quad (2)$$

Din (1) și (2): $p_0 \ell = (p_0 + \rho g x)x \Rightarrow \rho g x^2 + p_0 x - p_0 \ell = 0 \Rightarrow$

$$x = \frac{-p_0 + \sqrt{p_0^2 + 4p_0 \rho g \ell}}{2\rho g} \approx 13,575 \text{ cm}$$

c) Lungimea coloanei de mercur turnate este $\ell_1 = 2\ell - x$, deoarece în ramura închisă se toarnă o coloană cu lungimea ℓ , iar în cea închisă pătrunde o coloană cu lungimea: $\ell - x$, astfel că masa de mercur turnată va fi: $m = \rho S(2\ell - x) = 0,25 \text{ g}$

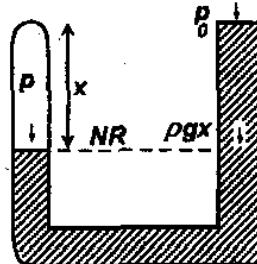


Fig. R 1.1.17

34. a) Utilizăm ecuația termică de stare în starea inițială pentru aerul închis în compartimentul inferior, astfel că: $p_0 V = vRT$, iar

$$v = \frac{m}{\mu} = \frac{\rho V}{\mu} \Rightarrow p_0 V = \frac{\rho V}{\mu} RT \Rightarrow \rho = \frac{p_0 \mu}{RT} \approx 1,163 \text{ kg/m}^3$$

b) Când aerul începe să iasă din vas presiunea p este egală cu suma dintre presiunea atmosferică p_0 și presiunea hidrostatică a apelor cu înălțimea x de deasupra ($\rho g x$), astfel că: $p = p_0 + \rho g x$ (1). Studiem transformarea izotermă a aerului

închis: $p_0 S \frac{h}{2} = p S x$ (2). Din (1) și (2) rezultă:

$$p_0 \frac{h}{2} = (p_0 + \rho g x)x \Rightarrow \rho g x^2 + p_0 x - p_0 \frac{h}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{-p_0 + \sqrt{p_0^2 + 2\rho g p_0 h}}{2\rho g}$$

$x = 47,72 \text{ cm} \Rightarrow$ înălțimea stratului de apă în partea inferioară a vasului este:

$$y = \frac{h}{2} - x = 2,28 \text{ cm}$$

c) $p = p_0 + \rho g x \approx 1,048 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

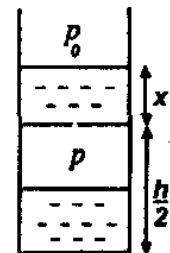


Fig. R 1.1.18

35. a) Studiem transformările izoterme a gazelor închise în cele două incinte de coloana de mercur. Inițial când tubul este orizontal, presiunea are aceeași valoare p în ambele compartimente, deoarece coloana de mercur este în echilibru. Când tubul este adus în poziție verticală, coloana de mercur se deplasează cu h . Notăm cu p_1 și p_2 presiunile gazului în incintele 1 și 2 în poziția verticală ca în figură, deci:

$$pS\left(\frac{L-h}{2}\right) = p_1S\left(\frac{L-h}{2} + \ell\right) \quad (1) \text{ pentru gazul din incinta 1;}$$

$$pS\left(\frac{L-h}{2}\right) = p_2S\left(\frac{L-h}{2} + \ell\right) \quad (2) \text{ pentru gazul din incinta 2.}$$

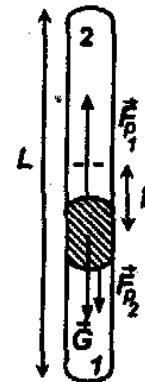


Fig. R 1.1.19

Impunem condiția de echilibru coloanei de mercur când aceasta se află în poziție verticală, astfel că: $p_1S = p_2S + mg$. Cum $m = \rho Sh \Rightarrow p_1 = p_2 + \rho gh$ (3).

$$\text{Din (1): } p_1 = \frac{p\left(\frac{L-h}{2}\right)}{\frac{L-h}{2} - \ell} \text{ și din (2): } p_2 = \frac{p\left(\frac{L-h}{2}\right)}{\frac{L-h}{2} + \ell} \text{ și din (3): }$$

$$\rho gh = p_1 - p_2 = \frac{p(L-h)\ell}{\left(\frac{L-h}{2}\right)^2 - \ell^2} \Rightarrow p = \rho gh \frac{\left[\left(\frac{L-h}{2}\right)^2 - \ell^2\right]}{(L-h)\ell} = 750 \text{ mm col Hg} \Rightarrow$$

$$p \approx 0,9868 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{b) } p_1 = 1000 \text{ mm col Hg} \approx 1,316 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 600 \text{ mm col Hg} \approx 7,9 \cdot 10^4 \text{ Pa, deoarece } 760 \text{ mm col Hg} \approx 10^5 \text{ Pa}$$

c) Studiem transformarea gazului din compartimentul inferior. Deoarece coloana de mercur rămâne la jumătatea tubului volumul gazului nu se modifică față de situația inițială și prin urmare transformarea gazului este

izocoră, astfel că: $\frac{p}{T} = \frac{p'}{T'} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{p'}{p}$ unde p' este presiunea după încălzire

a gazului din compartimentul inferior.

Deoarece gazul din compartimentul superior își păstrează volumul și temperatura înseamnă că și presiunea p'_2 este egală cu presiunea inițială p .

Pe baza condiției de echilibru impusă coloanei de mercur în poziție verticală după încălzirea gazului din compartimentul inferior obținem:

$$p'_1 = p'_2 + \rho gh \Rightarrow p'_1 = p + \rho gh \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{p + \rho gh}{p} \approx 1,533$$

36. a) Studiem transformarea gazelor închise în fiecare incintă. Presupunem că se ridică cu x pistonul A. Gazele suferă transformări izoterme. Deoarece în compartimentul B pistonul rămâne blocat, lichidul coboară în această ramură și urcă în cealaltă ramură în care se ridică pistonul A. Deoarece ramurile sunt identice cu cât coboară lichidul în prima ramură B a tubului cu atât urcă în cealaltă ramură A, astfel că denivelarea este h (fig R 1.1.20). Prin urmare lichidul coboară cu $h/2$ în ramura B și urcă $h/2$ în A. Pentru gazul închis în compartimentul B: $p_0 Sh = p_1 S \frac{3h}{2} \Rightarrow p_1 = \frac{2p}{3}$ este presiunea finală a gazului din ramura compartimentului B.

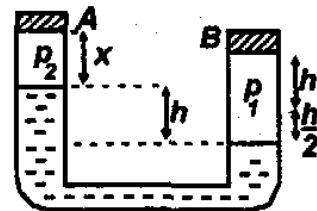


Fig. R 1.1.20

Pentru gazul închis în compartimentul A: $pSh = p_2 S \left(x + \frac{h}{2} \right)$, unde p_2 este presiunea finală a gazului compartimentul A.

Punem condiția ca la suprafața liberă a mercurului din compartimentul B presiunea care apasă să aibă aceeași valoare. Obținem:

$$p_1 = p_2 + \rho gh \Rightarrow p_2 = p_1 - \rho gh = \frac{2p}{3} - \rho gh \Rightarrow ph = \left(\frac{2p}{3} - \rho gh \right) \left(x + \frac{h}{2} \right) \Rightarrow$$

$$x = \frac{(4p + 3\rho gh)h}{2(2p - 3\rho gh)}$$

37. a) Impunem condiția de echilibru a pistonului înainte și după așezarea nisipului pe piston.

$$\text{Înîțial: } F_{p_1} = F_{p_0} + G \Rightarrow p_1 S = p_0 S + mg \Rightarrow p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}$$

$$\text{Final: } F_{p_2} = F_{p_0} + G + G_i \Rightarrow p_2 S = p_0 S + mg + m_i g \Rightarrow$$

$$p_2 = p_0 + \frac{(m+m_i)g}{S} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa (fig R 1.1.21)}$$

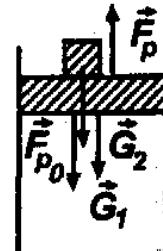


Fig. R 1.1.21

b) Scăderea relativă a volumului după așezarea nisipului pe piston este:

$$\frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{V_2}{V_1} - 1. \text{ Cum gazul suferă o transformare izobară rezultă:}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - \Delta T}{T_1} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{T_1 - \Delta T}{T_1} - 1 = - \frac{\Delta T}{T_1} = - 16,66\%$$

c) Înîțial transformarea gazului este izotermă, iar gazul

evoluează din starea 1 cu presiunea $p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}$ și se

comprimă până în starea cu presiunea $p_2 = 6 \cdot 10^6 \text{ Pa}$, iar apoi gazul se răcește izobar. Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.1.22.

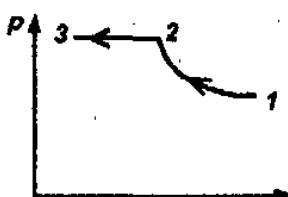


Fig. R 1.1.22

38. a) Pentru a găsi ecuația procesului $p = aV$ în alte coordonate utilizăm și ecuația termică de stare $pV = \nu RT$, astfel că $aV^2 = \nu RT \Rightarrow V = \sqrt{\frac{\nu RT}{a}} = ct\sqrt{T}$

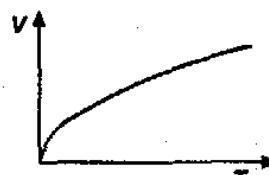


Fig. R 1.1.23

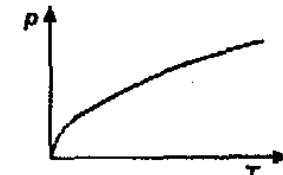


Fig. R 1.1.24

reprezintă ecuația procesului în coordonate V și T (fig R 1.1.23), iar în coordonate p și T obținem $\frac{p^2}{a} = \nu RT \Rightarrow p = \sqrt{\nu RaT} = ct\sqrt{T}$. (fig R 1.1.24)

b) Cum $p = ct\sqrt{T} \Rightarrow \frac{p}{\sqrt{T}} = ct \Rightarrow \frac{p_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{p_2}{\sqrt{T_2}} \Rightarrow p_2 = p_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \approx 2,582 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

c) Cum $V = ct\sqrt{T} \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{T}} = ct \Rightarrow \frac{V_0}{\sqrt{T_0}} = \frac{V_3}{\sqrt{T_3}} \Rightarrow V_3 = V_0 \sqrt{\frac{T_3}{T_0}} \Rightarrow V_3 \approx 2 \text{ L}$

39. a. Conform ecuației de stare în starea 1 obținem: $p_1 V_1 = \nu RT_1$. Cum presiunea depinde direct proporțional de volum $p_1 = aV_1 \Rightarrow aV_1^2 = \nu RT_1 \Rightarrow a = \nu RT_1 / V_1^2 = 10^8 \text{ Pa/m}^3$

b. Cum legea transformării gazului este $\frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_2 V_1}{p_1} = 2V_1$
 $\Rightarrow V_2 = 16,62 \text{ L}$

c. Cum din ecuația de stare în starea 2: $p_2 V_2 = \nu RT_2 \Rightarrow T_2 = p_2 V_2 / \nu R \Rightarrow T_2 = 4p_1 V_1 / \nu R = 4T_1 = 3324 \text{ K}$

40. a) Deoarece pistoanele nu se deplasează, transformarea gazului închis între pistoane este o transformare izocoră. Scriem legea transformării izocore: $\frac{p_0}{T_0} = \frac{p}{T} \Rightarrow p = p_0 \frac{T}{T_0}$.

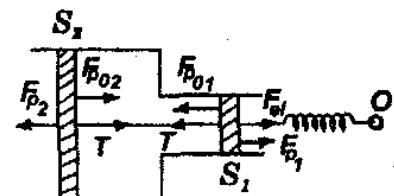


Fig. R 1.1.25

Impunem condiția de echilibru pentru fiecare piston, deci pentru S_2 : $F_{p_{02}} + T = F_{p_2} \Rightarrow p_0 S_2 + T = p S_2 \Rightarrow T = (p - p_0)S_2$ și pentru S_1 : $F_{p_1} + F_{el} = F_{p_{01}} + T \Rightarrow p S_1 + kx = p_0 S_1 + T \Rightarrow kx = T - (p - p_0)S_1$

$$kx = (p - p_0)S_2 - (p - p_0)S_1 = (p - p_0)(S_2 - S_1) \Rightarrow x = \frac{(p - p_0)(S_2 - S_1)}{k}$$

$$x = \frac{p_0(T - T_0)(S_2 - S_1)}{kT_0} = 6,25 \text{ cm}$$

b). Inițial gazul ocupă volumul $V_0 = S_2\ell + S_1\ell = (S_1 + S_2)\ell$ la presiunea p_0 și temperatură T_0 și după răcire volumul minim va fi $V = 2S_1\ell$, deoarece pistonul cu secțiunea S_2 se deplasează spre dreapta până se blochează. Din condițiile de echilibru impuse pistoanelor în lipsa resortului vom obține: pentru S_1 : $T = (p - p_0)S_1$.

pentru S_2 : $T = (p - p_0)S_2 \Rightarrow (p - p_0)S_1 = (p - p_0)S_2$, condiție îndeplinită întotdeauna, dacă $p = p_0$, deci gazul va suferi o transformare izobară.

$$\text{Astfel: } \frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T'} \Rightarrow T' = \frac{V}{V_0} T_0 = \frac{2S_1\ell}{(S_1 + S_2)\ell} T_0 = \frac{2S_1 T_0}{S_1 + S_2} \approx 266,66 \text{ K}$$

c) Dacă răcim gazul aflat în situația de la punctul b, gazul suferă o transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_0}{T'} = \frac{\rho_f}{T_f} \Rightarrow p_f = \frac{p_0 T_f}{T'}$.

$$\text{Deoarece } T_f = \frac{T'}{2} \Rightarrow p_f = \frac{p_0}{2} = 5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

41. a) Fie cazul a două izoterme. Considerăm presiunea constantă, astfel încât $pV_1 = vRT_1$ și $pV_2 = vRT_2$, deoarece gazele ideale identice cu aceeași masă au același număr de moli. Prin împărțirea celor

$$\text{două relații obținem: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1.$$

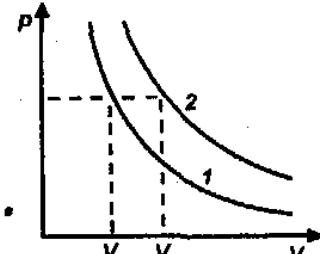


Fig. R 1.1.26

Din graficul R 1.1.26 avem $V_2 > V_1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} > 1 \Rightarrow T_2 > T_1$, deci cu cât izotermele

aceleiași gaz sunt trasate la temperaturi diferite, izoterma situată mai departe de axe de coordonate corespunde unei temperaturi mai mari, deci în cazul problemei relația dintre temperaturi este $T_1 < T_2 < T_3$.

b) Deoarece gazele sunt de natură diferită utilizăm ecuația termică de stare, astfel că: $p_1 V_1 = v_1 RT$ și $p_2 V_2 = v_2 RT$.

Considerăm că $p_1 = p_2$, adică alegem aceeași presiune pentru cele două gaze și împărțim relațiiile, deci $\frac{V_1}{V_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{m}{m} \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$, deoarece masele gazelor sunt egale. Cum din grafic $V_2 > V_1 \Rightarrow \mu_1 > \mu_2$ rezultă că dacă reprezentăm pentru aceeași masă de gaz izotermele la aceeași temperatură gazul cu masa molară cea mai mică are izoterma cea mai depărtată de axe, astfel că în cazul celor

trei izoterme se obține $\mu_1 > \mu_2 > \mu_3$.

c) Pentru ca primele două izoterme trase la aceeași temperatură pentru gaze diferite să coincidă trebuie ca în orice punct p , V și T să aibă aceeași valoare, astfel că: $pV = \nu RT \Rightarrow \nu = \nu_1 = \nu_2 \Rightarrow \frac{m_1}{\mu_1} = \frac{m_2}{\mu_2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$, adică raportul maselor reprezintă raportul maselor molare ale celor două gaze.

42. a) Considerăm temperatura constantă, astfel că un gaz suferă între stările 1 și 2 o transformare izotermă:

$$p_2 V_2 = p_1 V_1 \Rightarrow p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2}.$$

Din graficul R 1.1.27, $V_1 > V_2 \Rightarrow p_2 > p_1$ rezultă că dacă reprezentăm în coordonate V și T izobarele la diferite presiuni pentru același gaz, cu cât izobara este mai apropiată de axa temperaturii absolute cu atât presiunea este mai mare. Deoarece masele de gaze sunt egale și sunt din același gaz rezultă că $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \nu$. Deci putem considera un singur gaz care suferă trei transformări izobare la presiuni diferite, astfel că $p_3 > p_2 > p_1$.

b) Deoarece gazele sunt de natură diferită, utilizăm ecuația termică de stare. Considerăm două gaze, astfel că: $pV_1 = \nu_1 RT_1$ și $pV_2 = \nu_2 RT_2$. Considerăm că cele două gaze au aceeași temperatură astfel că: $T_1 = T_2 = T$ și aceeași masă.

$$\text{Prin împărțirea relațiilor obținem: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}.$$

Cum $V_1 > V_2 \Rightarrow \mu_2 > \mu_1$, deci cu cât izobarele trase la aceeași presiune pentru gaze diferite cu mase egale sunt mai apropiate de axa temperaturii absolute cu atât masa molară a gazului este mai mare. În cazul celor trei gaze diferite relația dintre masele molare în condițiile problemei este: $\mu_3 > \mu_2 > \mu_1$.

c) Pentru ca cele trei izobare pentru gaze diferite să coincidă în cazul în care acestea sunt trase la aceeași presiune trebuie ca să aibă același număr de

$$\text{moli, deoarece } \nu = \frac{pV}{RT} \Rightarrow \nu_1 = \nu_2 = \nu_3 \Rightarrow \frac{m_1}{\mu_1} = \frac{m_2}{\mu_2} = \frac{m_3}{\mu_3} \Rightarrow$$

$m_1 : m_2 : m_3 = \mu_1 : \mu_2 : \mu_3$, adică raportul maselor gazelor se află în raportul maselor lor molare.

43. a) Deoarece gazele au aceeași masă și sunt de aceeași natură, putem considera că $\nu = \frac{m}{\mu}$ moli de gaz

ideal suferă transformări izocore la volume diferite și menținem și temperatura constantă, astfel că:

Fig. R 1.1.27

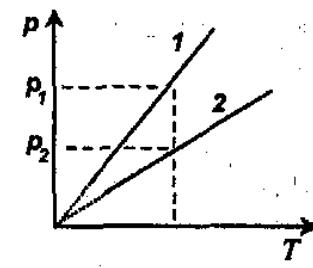
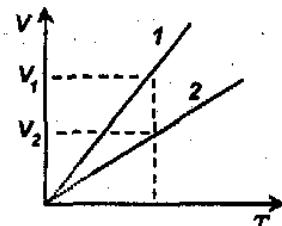


Fig. R 1.1.28

$p_1 V_1 = p_2 V_2$. Cum din graficul R 1.1.28, $p_2 < p_1$ și $V_2 = \frac{p_1}{p_2} V_1 \Rightarrow V_2 > V_1$. Cu

cât izocora unui gaz este trasată mai aproape de axa temperaturii absolute, cu atât volumul izocorei este mai mare. În cazul problemei se obține $V_3 > V_2 > V_1$.

b) Deoarece gazele sunt de natură diferită, utilizăm ecuația de stare $pV = \nu RT = pV = \frac{m}{\mu} RT$. Cum gazele au aceeași presiune și considerăm și aceeași temperatură, împărțind ecuațiile termice de stare pentru două gaze obținem $\frac{p_1}{p_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$, deoarece $m_1 = m_2$. Cum din graficul R 1.1.28

$p_1 > p_2 \Rightarrow \mu_2 > \mu_1$. În cazul celor trei gaze diferite relația dintre masele molare în condițiile problemei este $\mu_3 > \mu_2 > \mu_1$. Cu cât gazul este mai ușor izocora gazului este mai depărtată de axa temperaturii absolute, dacă se trasează izcorele la același volum și pentru aceeași masă de gaz.

c) Prin definiție $\rho = \frac{m}{V}$.

Din ecuația de stare $pV = \nu RT = pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow V = \frac{mRT}{p\mu} \Rightarrow \rho = \frac{p\mu}{RT}$.

Dar $\tan \alpha = \frac{p}{T} \Rightarrow \rho = \frac{\mu}{R} \tan \alpha = ct \tan \alpha$.

Dacă α crește, cum $\tan \alpha$ este monoton crescătoare rezultă că ρ crește. În graficul R 1.1.29, $\alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1 \Rightarrow \rho_3 < \rho_2 < \rho_1$, deoarece în condițiile problemei se utilizează un singur gaz deoarece $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \nu$.

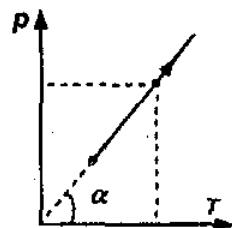


Fig. R 1.1.29

44. a. Numărul de molecule de oxigen este $N = N_A \nu = N_A m / \mu = 6,023 \cdot 10^{25}$

b. Din ecuația de stare $p_1 V_1 = \nu_1 RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{\mu p_1} = 2,493 \text{ m}^3$

c. Densitatea minimă atinsă de gaz este $\rho = m / V_2 = m / 2V_1 \approx 0,64 \text{ kg/m}^3$

45. a) Reprezentarea grafică în coordonate p și V este redată în graficul R 1.1.30:

b) Scriem legea transformării izoterme între stările 1 și

$$2: p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2} = \frac{p_1}{4} = 0,75 \text{ atm} \text{ și}$$

$$p_3 = p_2 = 0,75 \text{ atm}$$

c) $2 \rightarrow 3$ este o comprimare izobară și legea acestei

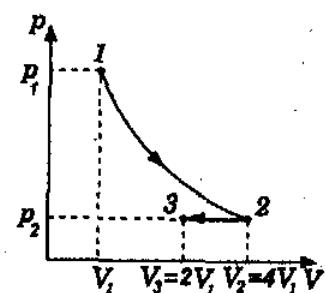


Fig. R 1.1.30

transformări este : $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_2} = \frac{2 V_1 T_1}{4 V_1} = \frac{T_1}{2} = 200 \text{ K}$

46. a. Masa unei molecule de oxigen este $m_{O_2} = \frac{\mu_{O_2}}{N_A} \approx 5,31 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$

b. Numărul de molecule de oxigen care alcătuiesc gazul este $N = N_A V = 12,046 \cdot 10^{26} \text{ molecule}$

c. Conform ecuației de stare pentru starea 3, obținem:

$$p_3 V_3 = \nu R T_3 \Rightarrow T_3 = p_3 V_3 / \nu R = 3 p_1 V_1 / 2 \nu R = 3 T_1 / 2 = 450 \text{ K}$$

47. a) Deoarece densitatea gazului se menține constantă, iar $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = ct$, rezultă că gazul suferă o transformare izocoră. Legea izocorei între stările 1 și 2 este: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = 2 p_1$.

b) $\rho_1 = \frac{m}{V_1}$ și din ecuația termică de stare:

$$p_1 V_1 = \nu R T_1 = \frac{m}{\mu} R T_1 \Rightarrow V_1 = \frac{m R T_1}{p_1 \mu} \Rightarrow \rho_1 = \frac{p_1 \mu}{R T_1} = 0,32 \text{ kg/m}^3$$

c) Transformarea $2 \rightarrow 3$ este izobară, astfel că:

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_2} = \frac{4 V_1 2 T_1}{V_1} = 8 T_1 = 2400 \text{ K} \Rightarrow t_3 = 2127^\circ\text{C}$$

48. a. Numărul de molecule este $N = N_A V = N_A m / \mu$, astfel că numărul de molecule din unitatea de volum în starea 1 este: $n = N / V_1 = N_A m / \mu V_1 \Rightarrow n = 12,046 \cdot 10^{23} \text{ molecule}$

b. Legea transformării $1 \rightarrow 2$ este de tipul $\frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_2}{V_1} \Rightarrow$

$p_2 = 2 p_1$. Conform ecuației de stare $p_1 V_1 = \nu R T_1 = m R T_1 / \mu \Rightarrow p_1 = m R T_1 / \mu V_1 \Rightarrow p_2 = 2 m R T_1 / \mu V_1 \approx 1,33 \cdot 10^6 \text{ Pa}$. Temperatura gazului în starea 2 este $T_2 = p_2 V_2 / \nu R = 4 p_1 V_1 / \nu R = 4 T_1 = 1600 \text{ K}$

c. Densitatea gazului în starea 3 este $\rho = m / V_3 = m / 2 V_1 = 3,2 \text{ kg/m}^3$.

49. a) Transformarea $1 \rightarrow 2$ este izocoră, iar $3 \rightarrow 1$ este o transformare izobară.

b) Determinăm parametrii stării 2: $p_2 = 3 p_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ și $V_2 = V_1 = 1 \text{ L}$
și pe baza legii transformării izocore avem:

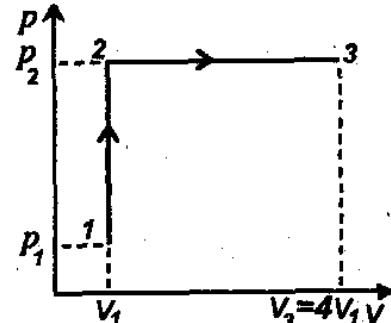


Fig. R 1.1.31

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = 3T_1 = 900 \text{ K} \Rightarrow t_2 = 627^\circ\text{C}$$

Parametrii stării 3 sunt: $p_3 = p_1 = 10^5 \text{ N/m}^2$ și $T_3 = T_2 = 900 \text{ K} \Rightarrow t_3 = 627^\circ\text{C}$

Pe baza legii transformării izoterme între stările 2 și 3 obținem:

$$p_2 V_2 = p_3 V_3 \Rightarrow V_3 = \frac{p_2 V_2}{p_3} = \frac{3p_1}{p_1} V_1 = 3V_1 = 3 \text{ L}$$

Am reprezentat succesiunea de transformări în coordonate (V, T) și (p, T) în graficele R 1.1.32.

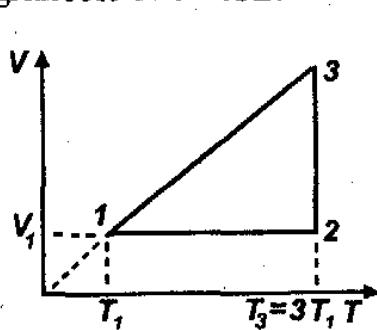


Fig. R 1.1.32

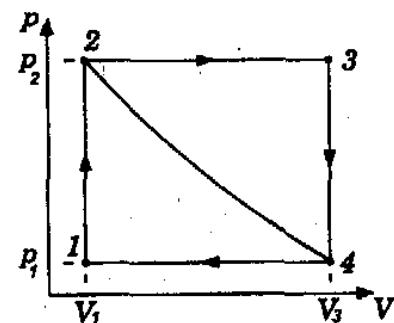


Fig. R 1.1.33

50. a. Reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p și V este redată în graficul R 1.1.33.

b. Numărul de moli de azot este $v = p_1 V_1 / RT_1$, astfel că masa azotului $m = \mu v = \mu p_1 V_1 / RT_1 \approx 1,123 \text{ g}$ și numărul de molecule de azot este $N = N_A v = N_A p_1 V_1 / RT_1 \approx 2,41 \cdot 10^{22} \text{ molecule}$

c. Densitatea gazului în starea 3 este $\rho = m / V_3 = \mu v / V_3$. Cum $V_3 = vRT_3 / p_3 \Rightarrow \rho_3 = p_3 \mu / RT_3 = p_2 \mu / RT_3$. Scriem ecuațiile de stare în cele patru stări:

$p_1 V_1 = vRT_1$; $p_2 V_1 = vRT_2$; $p_2 V_3 = vRT_3$ și $p_1 V_3 = vRT_4$. Înmulțim prima ecuație cu a treia și a doua cu a patra, astfel că: $p_1 p_2 V_1 V_3 = v^2 R^2 T_1 T_3$ și $p_1 p_2 V_1 V_3 = v^2 R^2 T_2 T_4 = v^2 R^2 T_2^2$. Din cele două ecuații obținem: $T_1 T_3 = T_2^2 \Rightarrow T_3 = \frac{T_2^2}{T_1}$. Din legea transformării izocore obținem: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} \Rightarrow T_2 = 450 \text{ K} \Rightarrow T_3 = 675 \text{ K} \Rightarrow \rho_3 \approx 0,75 \text{ kg/m}^3$

51. a) În punctul x (fig. R 1.1.34) în care izoterma devine tangentă la reprezentarea grafică a procesului 1-2 în coordonate p și V , temperatura absolută este maximă. Pentru a determina valoarea acestei temperaturi utilizăm ecuația termică de stare: $pV = vRT \Rightarrow T = \frac{pV}{vR}$.

Determinăm ecuația procesului 1-2 în coordonate p și V .

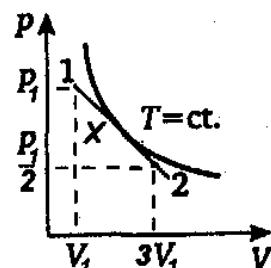


Fig. R 1.1.34

Deoarece presiunea gazului depinde liniar de volumul acestuia: $p = aV + b$, unde a și b sunt constante. Determinăm valorile constantelor a și b punând condiția ca dreapta să treacă prin punctele 1 și 2 și obținem sistemul de ecuații: $p_1 = aV_1 + b$ (1) și $\frac{p_1}{2} = 3aV_1 + b$ (2). Prin scăderea celor două

ecuații obținem: $\frac{p_1}{2} = -2aV_1 \Rightarrow a = -\frac{p_1}{4V_1}$ și introducând a în (1) obținem:

$$b = p_1 - aV_1 = p_1 + \frac{p_1}{4} = \frac{5p_1}{4} \Rightarrow p = -\frac{p_1}{4V_1}V + \frac{5p_1}{4} \Rightarrow$$

$T = \frac{pV}{vR} = -\frac{p_1 V^2}{4vRV_1} + \frac{5p_1 V}{4vR}$ este o funcție de gradul doi în V cu coeficientul lui V^2 negativ, ceea ce arată că această funcție atinge un maxim. Utilizând ecuația de gradul doi: $T = AV^2 + BV + C$, găsim prin identificare

$$A = -\frac{p_1}{4vRV_1}; B = \frac{5p_1}{4vR}; C = 0.$$

Determinăm valoarea lui V pentru care temperatura ajunge la valoarea maximă. Pentru aceasta utilizăm coordonatele vârfului parabolei. Obținem:

$$V_{T_{\max}} = -\frac{B}{2A} = \frac{5}{2}V_1, \text{ deoarece } V_{T_{\max}} \in [V_1, V_2] \text{ înseamnă că pe transformarea 1-2 se obține o temperatură maximă a cărei valoare se poate afla fie utilizând}$$

cealaltă coordonată a vârfului parabolei: $T_{\max} = -\frac{\Delta}{4A} = -\frac{B^2}{4A}$ sau introducând valoarea lui $V_{T_{\max}}$ în funcția ce redă dependența lui T în funcție de V .

$$T_{\max} = -\frac{p_1}{4vRV_1} \cdot \frac{25}{4}V_1^2 + \frac{5p_1}{4vR} \frac{5}{2}V_1 = \frac{25p_1V_1}{16vR} = \frac{25}{16}T_1 = 1250 \text{ K}$$

Obs: Dacă $V_{T_{\max}} \notin [V_1, V_2]$ înseamnă că pe transformarea 1 → 2 temperatura variază monoton (crește sau scade). Pentru a preciza cum variază temperatura în acest caz calculăm T_1 și T_2 și apoi le comparăm.

52. a) Conform definiției $\rho = \frac{m}{V}$ și utilizând ecuația termică de stare

$$pV = vRT = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow V = \frac{mRT}{p\mu} \Rightarrow \rho_1 = \frac{p\mu}{RT_1} \approx 2,326 \text{ kg/m}^3$$

b) Prin încălzirea vasului, aerul ieșe din acesta, astfel că masa care părăsește vasul se calculează scăzind din masa inițială a gazului din vas masa finală a gazului din vas:

$$m_c = m_1 - m_2 = \mu V_1 - \mu V_2 = \mu \left(\frac{pV}{RT_1} - \frac{pV}{RT_2} \right) \Rightarrow m_c = \frac{\mu pV}{RT_1 T_2} (T_2 - T_1) = 2,326 \text{ g}$$

c) După ce din vas a ieșit gaz la temperatura t_2 și acesta se închide în el presiunea gazului este p . După depozitarea într-o încăpere gazul suferă o transformare izocoră, astfel că utilizând legea izocorei obținem:

$$\frac{p}{T_2} = \frac{p'}{T_1} \Rightarrow p' = \frac{pT_1}{T_2} \approx 1,67 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

53. a) Utilizăm ecuația termică de stare pentru gazul care a pătruns în corpul de pompă: $p_0 V_1 = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow m = \frac{p_0 V_1 \mu}{RT} \approx 0,116 \text{ g}$

b) Numărul de moli finali din vas este $\nu_f = \frac{p_f V}{RT}$, cel inițial din vas $\nu_i = \frac{p_i V}{RT}$

și numărul de moli din corpul de pompă $\nu_0 = \frac{p_0 V}{RT}$. Utilizăm legea de conservare a numărului de moli: $\nu_f = \nu_i + N \nu_0 \Rightarrow \frac{p_f V}{RT} = \frac{p_i V}{RT} + \frac{N p_0 V_1}{RT}$

$$\Rightarrow N = \frac{(p_f - p_i) \cdot V}{p_0 V_1} \approx 20$$

54. a) Aflăm presiunea care se obține în vas după prima cursă a pompei de vidare. Inițial gazul se află numai în vas și apoi pătrunde în corpul de pompă la aceeași temperatură mărindu-și volumul, astfel presiunea gazului scade. Utilizăm ecuația transformării izoterme și aflăm presiunea p_1 la sfârșitul primei curse: $p_0 V = p_1 (V + V_1) \Rightarrow p_1 = \frac{p_0 V}{V + V_1}$.

Se închide supapa care leagă vasul cu pompa și se evacuează gazul care a pătruns în corpul de pompă. La începutul cursei a două a pompei în vas presiunea este p_1 și după deschiderea supapei care leagă vasul cu pompa presiunea în vas devine p_2 calculabilă cu ajutorul legii izotermei rezultă că:

$$p_1 V = p_2 (V + v) \Rightarrow p_2 = p_1 \frac{V}{V + V_1} = p_0 \left(\frac{V}{V + V_1} \right)^2$$

Apoi după închiderea supapei gazul care a pătruns în corpul de pompă este din nou evacuat. Pe baza acestui raționament, după n curse presiunea în vas devine:

$$p_n = p_0 \left(\frac{V}{V+V_1} \right)^n \Rightarrow \frac{p}{p_0} = \left(\frac{V}{V+V_1} \right)^n \Rightarrow \lg \left(\frac{p}{p_0} \right) = n \lg \left(\frac{V}{V+V_1} \right)^n \Rightarrow n = \frac{\lg \left(\frac{p_0}{p} \right)}{\lg \left(\frac{V+V_1}{V} \right)} \approx 349$$

55. a) Utilizăm ecuația termică de stare: $pV = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow V = \frac{mRT}{\mu p}$ și

$$\text{cum } \rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT} \approx 3,21 \text{ kg/m}^3$$

b) Deoarece presiunea în butelie este mai mare decât cea atmosferică, când butelia se deschide ieșe gaz din aceasta până când presiunea din butelie devine egală cu cea atmosferică. Astfel: $m_{iesita} = m_i - m_f$

$$m_{iesita} = \mu v_i - \mu v_f = \mu(v_i - v_f) \Rightarrow m_{iesita} = \mu \left(\frac{pV}{RT} - \frac{p_0V}{RT} \right) = \frac{\mu(p - p_0)V}{RT}.$$

$$\text{Raportul cerut este } f = \frac{m_{ramasa}}{m_{iesita}}$$

$$\text{și cum } m_f = m_{ramasa} = \mu v_f = \frac{\mu \cdot p_0 V}{RT} \Rightarrow f = \frac{p_0}{p - p_0} \approx 0,667$$

56. a) Calculăm numărul de moli din butelie: $N = N_A \nu = N_A \frac{m}{\mu} \approx 1,8 \cdot 10^{25}$

molecule

b) Deoarece peretii buteliei nu suportă presiunii mai mari decât Δp și în exterior este presiunea p_0 , înseamnă că în butelie presiunea maximă este $p_1 = \Delta p + p_0$.

Deoarece transformarea gazului din butelie este izocoră, utilizăm ecuația

$$\text{acestei transformări: } \frac{p}{T} = \frac{p_1}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{p_1 T}{p} = \frac{(p_0 + \Delta p)T}{p} = 600 \text{ K} \Rightarrow$$

temperatura în grade Celsius este $t_1 = 327^\circ\text{C}$

c) Oxigenul ieșe din butelie până ce presiunea în aceasta devine p_0 .

Calculăm numărul de moli care ieș din butelie:

$$\Delta \nu = v_i - v_f = \frac{pV}{RT} - \frac{p_0V}{RT} = \frac{(p - p_0)V}{RT}$$

Calculăm volumul V_1 ocupat de acești moli de oxigen la presiunea p_0 și la temperatură T pe baza ecuației termice de stare, astfel că:

$$p_0 V_1 = (\Delta \nu) RT \Rightarrow V_1 = \frac{(\Delta \nu) RT}{p_0} = \frac{(p - p_0)V}{p_0} \text{ cu } V = \frac{mRT}{\mu p}$$

Cum prin definiție debitul volumic este: $D_V = \frac{V_1}{t} \Rightarrow t = \frac{(p - p_0)mRT}{\mu \cdot p p_0 D_V} \Rightarrow t = 100 \text{ min}$

57. a) Prin definiție numărul de molecule din unitatea de volum reprezintă fizic concentrația volumică $n = \frac{N}{V}$.

Pe baza ecuației termice de stare $pV = \nu RT \Rightarrow \nu = \frac{pV}{RT}$ și din

$$N = N_A \nu = N_A \frac{pV}{RT} \Rightarrow n = \frac{pN_A}{RT} \approx 3,62 \cdot 10^{26} \text{ molecule}$$

b) $\frac{\Delta p}{p} = \frac{p_f - p}{p} = \frac{p_f}{p} - 1$, reprezintă variația relativă a presiunii.

Cum transformarea oxigenului este o transformare izocoră, aplicăm legea transformării izocore: $\frac{p_f}{T_f} = \frac{p}{T} \Rightarrow \frac{p_f}{p} = \frac{T_f}{T} = n \Rightarrow \frac{\Delta p}{p} = n - 1 = 2$

c) Prin definiție masa molară este: $\mu_{am} = \frac{m}{\nu} = \frac{m}{\nu_{mono} + \nu_{bi}}$.

Fracțiunea de disociere reprezintă numărul de molecule care disociază din numărul inițial de molecule, astfel că: $f = \frac{N_{dis}}{N_i} \Rightarrow N_{dis} = fN_i$. Calculăm numărul de moli proveniți de la atomii obținuți prin disocierea moleculelor biatomice. Deoarece prin disocierea unei molecule biatomice se obțin doi atomi, înseamnă că prin disocierea a N_{dis} molecule biatomice se obțin

$$N_{atomi} = 2N_{dis} = 2fN_i \Rightarrow \nu_{mono} = \frac{N_{atomi}}{N_A} = \frac{2fN_i}{N_A} \Rightarrow \nu_{mono} = 2f\nu_i$$

Calculăm numărul de moli proveniți de la restul de molecule biatomice care nu au disociat astfel:

$$\nu_{bi} = \frac{N_{nedis}}{N_A} = \frac{N_i - N_{dis}}{N_A} = \frac{N_i - fN_i}{N_A} = \frac{(1-f)N_i}{N_A} = (1-f)\nu_i \text{ astfel că:}$$

$\nu_f = \nu_{mono} + \nu_{bi} = (1+f)\nu_i$. Obținem masa molară a amestecului:

$$\mu_{am} = \frac{m}{(1+f)\nu_i} = \frac{\mu}{1+f} = 20 \text{ g/mol}$$

58. a) Impunem condiția de echilibru pistonului (fig R 1.1.34). Astfel scalar $F_p = F_{el} \Rightarrow p_1 S = kh_1 \Rightarrow p_1 = \frac{kh_1}{S}$.

Utilizăm ecuația termică de stare în starea inițială:

$$p_1 V_1 = \nu_1 RT_1 \Rightarrow \frac{kh_1}{S} Sh_1 = \nu_1 RT_1 \Rightarrow kh_1^2 = \nu_1 RT_1 \quad (1)$$

Procedăm la fel după ce se introduce sub piston o altă cantitate de gaz, astfel că $\nu_2 = n\nu_1$ și $p_2 = \frac{kh_2}{S}$.

Din ecuația de stare obținem: $kh_2^2 = \nu_2 RT_2 \quad (2)$.

Împărțim cele două ecuații (2) la (1) și obținem:

$$\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2 = \frac{\nu_2}{\nu_1} \frac{T_2}{T_1} = n \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow h_2 = h_1 \sqrt{n \frac{T_2}{T_1}} \approx 24,5 \text{ cm}$$



Fig. R 1.1.34

59. a. Masa unei molecule de azot este $m_{ON2} = \mu_{N2}/N_A \approx 4,65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$

b. Scriem ecuațiile de stare pentru gazele aflate în compartimentele A și B:

$$p_A V_A = \nu_A RT_A = mRT_A / \mu_{O_2} \text{ și } p_B V_B = \nu_B RT_B = mRT_B / \mu_{N_2}.$$

Împărțim ecuațiile și obținem: $\frac{p_A V_A}{p_B V_B} = \frac{\mu_{N_2} T_A}{\mu_{O_2} T_B} \Rightarrow \frac{p_A}{p_B} = \frac{\mu_{N_2} T_A V_B}{\mu_{O_2} T_B V_A} \approx 0,583$

c. Dacă pistonul se deblochează, presiunile celor două gaze au aceeași valoare. Ecuațiile de stare pentru gazele aflate în compartimentele A și B după deblocarea pistonului sunt:

$$pV_A = \nu_A RT = mRT / \mu_{O_2} \text{ și } pV_B = \nu_B RT = mRT / \mu_{N_2}.$$

Împărțind cele două ecuații obținem: $\frac{V_A}{V_B} = \frac{\mu_{N_2}}{\mu_{O_2}} = 0,875$

60. a. Deoarece pistonul se află în echilibru mecanic la mijlocul cilindrului presiunile gazelor în cele două compartimente sunt egale. Scriem ecuațiile de stare pentru gazele aflate în cele două compartimente: $pV = mRT / \mu_{O_2}$ și

$$pV = mRT_2 / \mu_{N_2}. \text{ Din cele două ecuații obținem: } \frac{T_1}{\mu_{O_2}} = \frac{T_2}{\mu_{N_2}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\mu_{O_2}}{\mu_{N_2}} \Rightarrow$$

$$T_1/T_2 \approx 1,14$$

b. Deoarece $T_1 > T_2$ azotul se încălzește și se dilată, pistonul deplasându-se pe distanța x . Scriem ecuația generală a azotului: $\frac{pV}{T_2} = \frac{p'S(L/2+x)}{T_1} \quad (1)$ și

ecuația transformării izoterme a oxigenului: $pV = p'S(L/2-x) \quad (2)$. Împărțind cele două ecuații, obținem:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{L/2 + x}{L/2 - x} \Rightarrow x = \frac{(T_1 - T_2)L}{2(T_1 + T_2)} = \frac{(\mu_{O_2} - \mu_{N_2})L}{2(\mu_{O_2} + \mu_{N_2})} \approx 5 \text{ cm}$$

c. După îndepărarea pistonului masa molară a amestecului format din cele două gaze este $\mu = \frac{m}{V_1 + V_2} = \frac{2m}{m + m} = \frac{2m}{\mu_{O_2} + \mu_{N_2}} \approx 29,87 \text{ g/mol}$

61. a. Deoarece pistonul se află în echilibru la mijlocul cilindrului, gazele ocupă volume egale la presiuni egale. Calculăm din ecuațiile de stare numărul de moli din fiecare compartiment. Astfel că: $V_1 = \frac{pV}{RT_1}$ și $V_2 = \frac{pV}{RT_2}$.

Raportul maselor celor două gaze este $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_{N_2}V_1}{\mu_{CO}V_2} = \frac{\mu_{N_2}T_2}{\mu_{CO}T_1}$, unde masele

molare se calculează ținând cont că sunt numeric egale cu masa moleculară relativă: $\mu_{N_2} = m_{r,N_2} = 2m_{r,N} = 28 \text{ g/mol}$ și $\mu_{CO} = m_{r,CO} = m_{r,C} + m_{r,O} = 28 \text{ g/mol} \Rightarrow m_1/m_2 \approx 1,035$

b. Raportul numărului de molecule celor două gaze este $\frac{N_1}{N_2} = \frac{N_A V_1}{N_A V_2} = \frac{T_2}{T_1} \approx 1,035$

c. Fie V_1 volumul ocupat de azot după încălzirea acesteia cu ΔT . Scriem legea transformării azotului: $\frac{pV}{2T} = \frac{p'V_1}{T_1 + \Delta T}$ și a monooxidului de carbon:

$pV/2 = p'(V - V_1)$. Din cele două ecuații obținem: $V_1 = \frac{(T_1 + \Delta T)V}{2T_1 + \Delta T} = 5,9 \text{ dm}^3$

\Rightarrow variația volumului ocupat de azot este $\Delta V = V_1 - V/2 = 0,1 \text{ dm}^3$

62. a. Scriem ecuațiile de stare ale gazelor din cele două compartimente în starea inițială: $p_1V = \frac{m_1}{\mu}RT_1$ și $p_2V = \frac{m_2}{\mu}RT_2$. Împărțind cele două relații

obținem raportul presiunilor initiale ale gazelor din cele două compartimente: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1 T_1}{m_2 T_2} = 0,25$

b. Scriem ecuațiile de stare ale gazelor din cele două compartimente în starea finală: $p_1'V = \frac{m_1}{\mu}RT$ și $p_2'V = \frac{m_2}{\mu}RT \Rightarrow \frac{p_1'}{p_2'} = \frac{m_1}{m_2} \approx 0,33$

c. Dacă pistonul se deblochează presiunile hidrogenului în cele două compartimente devin egale, astfel că pe baza ecuațiilor de stare:

$$pV_1 = \frac{m_1 RT}{\mu} \text{ și } pV_2 = \frac{m_2 RT}{\mu} \text{ obținem } \frac{V_1}{V_2} = \frac{m_1}{m_2} \approx 0,33$$

63. a) Până ce balonul nu explodează, gazele din cele două incinte suferă transformări izocore. Calculăm pe baza ecuației de stare presiunile în fiecare incintă imediat înainte de explozie:

$$p_1 V_1 = \nu_1 RT_1 \Rightarrow p_1 = \frac{\nu_1 RT_1}{V_1} \text{ și } p_2 (V_2 - V_1) = \nu_2 RT \Rightarrow p_2 = \frac{\nu_2 RT}{V_2 - V_1}. \text{ Cum}$$

$$p = p_1 - p_2 = RT \left(\frac{\nu_1}{V_1} - \frac{\nu_2}{V_2 - V_1} \right) \Rightarrow T = \frac{p}{R \left(\frac{\nu_1}{V_1} - \frac{\nu_2}{V_2 - V_1} \right)} \Rightarrow T = \frac{p V_1 (V_2 - V_1)}{R [\nu_1 (V_2 - V_1) - \nu_2 V_1]}$$

$$\Rightarrow T = 401,12 \text{ K}$$

b) După explozie gazele se amestecă și aplicăm pentru a afla presiunea finală p_f ecuația termică de stare:

$$p_f V_2 = (\nu_2 + \nu_1) RT \Rightarrow p_f = \frac{(\nu_2 + \nu_1) RT}{V_2} \Rightarrow p_f = \frac{(\nu_2 + \nu_1) p V_1 (V_2 - V_1)}{V_2 [\nu_1 (V_2 - V_1) - \nu_2 V_1]} = 6,86 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

c) Pentru ca explozia să nu se producă oricât ar crește temperatura, trebuie să nu se poată atinge valoarea p , ceea ce se realizează numai dacă este îndeplinită condiția: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} = 50$

$$\text{îndeplinită condiția: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} = 50$$

64. a) Deoarece pistonul rămâne în aceeași poziție după deblocare, trebuie să se acționeze cu o forță dinspre incinta 2 spre incinta 1 (fig R 1.1.35), astfel că: $F_{p_1} = F_{p_2} + F \Rightarrow F = F_{p_1} - F_{p_2}$

$$\Rightarrow F = (p_1 - p_2)S = 200 \text{ N.}$$

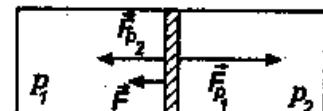


Fig. R 1.1.35

b) Lăsat liber pistonul se va afla în echilibru când presiunile din cele două incinte vor fi egale. Transformările gazelor din cele două compartimente sunt izoterme, astfel că vom aplica legea acestei transformări pentru studiul gazelor din cele două compartimente. Pentru azotul din compartimentul 1:

$$p_1 S \frac{\ell}{2} = p S \ell_1 \quad (1), \text{ unde } \ell_1 \text{ reprezintă lungimea incintei 1, iar pentru azotul}$$

din compartimentul 2: $p_2 S \frac{\ell}{2} = p S \ell_2 = p S (\ell - \ell_1) \quad (2), \text{ unde } \ell_2 \text{ reprezintă lungimea incintei 2. Împărțim relațiile (1) la (2) și obținem:}$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\ell_1}{\ell - \ell_1} \Rightarrow \ell_1 = \frac{p_1 \ell}{p_1 + p_2} = 1,2 \text{ m și } \ell_2 = \ell - \ell_1 = \frac{p_2 \ell}{p_1 + p_2} = 0,8 \text{ m}$$

c) Pentru ca pistonul lăsat liber să se afle la mijlocul cilindrului, trebuie să scoatem gaz din compartimentul cu presiunea mai mare, adică din compartimentul 1, până ce se ajunge la presiunea din compartimentul 2.

$$m = m_i - m_f = \mu v_i - \mu v_f = \mu \left(\frac{p_1 V}{2RT} - \frac{p_2 V}{2RT} \right) = \frac{\mu S\ell}{2RT} (p_1 - p_2) \Rightarrow m \approx 2,326 \text{ g}$$

65. a) Pentru a afla masa de gaz din fiecare compartiment utilizăm ecuația termică de stare: $p_0 S\ell = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow m = \frac{\mu p_0 S\ell}{RT} \approx 2,246 \text{ g}$

b) Studiem transformările azotului din fiecare compartiment. Deoarece în final pistonul se află în echilibru trebuie ca în ambele compartimente presiunea să aibă aceeași valoare p' . Dacă pistonul se deplasează spre dreapta ca în figura R 1.1.36 scriem ecuația proceselor generale pentru fiecare gaz.

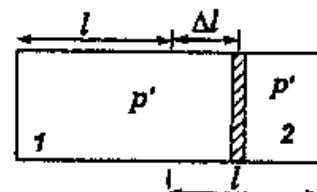


Fig. R 1.1.36

Pentru gazul din compartimentul 1: $\frac{pS\ell}{T} = \frac{p'S(\ell + \Delta\ell)}{T + \Delta T} \quad (1)$

Pentru gazul din compartimentul 2: $\frac{pS\ell}{T} = \frac{p'S(\ell - \Delta\ell)}{T - \Delta T} \quad (2)$

Din cele două ecuații obținem: $\frac{\ell + \Delta\ell}{T + \Delta T} = \frac{\ell - \Delta\ell}{T - \Delta T} \Rightarrow \Delta T = \frac{T\Delta\ell}{\ell} = 120 \text{ K}$.

c) Deoarece pistonul se menține în echilibru la jumătatea cilindrului în compartimente trebuie să fie aceeași presiune și anume cea mai mică. Această presiune se obține în compartimentul răcit, iar gazul din acest compartiment suferă o transformare izocoră, astfel că:

$$\frac{p_0}{T} = \frac{p_1}{T - \Delta T} \Rightarrow p_1 = \frac{p_0(T - \Delta T)}{T}. \text{ Deci din compartimentul încălzit trebuie să scoatem gaz, astfel că:}$$

$$m_{\text{extras}} = m_i - m_f = \mu v_i - \mu v_f = \mu(v_i - v_f) \Rightarrow m_{\text{extras}} = \mu \left(\frac{p_0 S\ell}{R T} - \frac{p_1 S\ell}{R(T + \Delta T)} \right) = \\ = \frac{\mu S\ell}{R} \left(\frac{p_0}{T} - \frac{p_0(T - \Delta T)}{T(T + \Delta T)} \right) \Rightarrow m_{\text{extras}} = \frac{2\mu S\ell p_0 \Delta T}{R T(T + \Delta T)} = 1,123 \text{ g.}$$

66. a) Deoarece pistonul se află la echilibru mecanic presiunile gazelor de-o parte și de celalaltă a lui sunt egale. Scriem ecuația termică de stare pentru fiecare gaz (fig. R 1.1.37) și obținem pentru hidrogen

$$pV_{H_2} = \frac{m_1}{\mu_{H_2}} RT \text{ și pentru oxigen } pV_{O_2} = \frac{m_2}{\mu_{O_2}} RT.$$

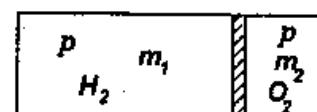


Fig. R 1.1.37

Apoi împărțim relațiile și obținem: $\frac{V_{H_2}}{V_{O_2}} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{\mu_{O_2}}{\mu_{H_2}} = 2$

b) Studiem transformările gazelor: astfel hidrogenul suferă o transformare generală dată de legea: $\frac{pV_{H_2}}{T_1} = \frac{p'S\ell_{H_2}}{T_2}$, iar oxigenul o transformare izotermă astfel că: $pV_{O_2} = p'S(\ell - \ell_{H_2})$. Împărțim relațiile și obținem:

$$\frac{V_{H_2}}{T_1 V_{O_2}} = \frac{\ell_{H_2}}{T_2(\ell - \ell_{H_2})} \Rightarrow V_{H_2} T_2 \ell - V_{H_2} T_2 \ell_{H_2} = T_1 V_{O_2} \ell_{H_2} \Rightarrow \ell_{H_2} = \frac{V_{H_2} T_2 \ell}{T_1 V_{O_2} + V_{H_2} T_2}$$

Cum $V_{H_2} = 2V_{O_2} \Rightarrow \ell_{H_2} = \frac{2\ell T_2}{T_1 + 2T_2} \approx 72,72 \text{ cm}$

c) Aplicăm ecuația termică de stare pentru amestecul de gaze aflat la temperatură absolută T_3 , astfel că:

$$pS\ell = (\nu_1 + \nu_2)RT_3 = \left(\frac{m_1}{\mu_{H_2}} + \frac{m_2}{\mu_{O_2}} \right)RT_3 \Rightarrow p = \left(\frac{m_1}{\mu_{H_2}} + \frac{m_2}{\mu_{O_2}} \right) \frac{RT_3}{S\ell} \approx 2,49 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

67. a) $m = \mu_{O_2} \nu_1 = 64 \text{ g}$

b) Pistonul se află în echilibru, astfel că rezultanta forțelor care acționează asupra pistonului este nulă (fig R 1.1.38). Obținem:

$$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow pS = p_0 S + Mg \Rightarrow p = p_0 + \frac{Mg}{S}$$

$p = 1,15 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ de unde rezultă că presiunea amestecului de gaze când se deschide robinetul are aceeași valoare ca cea calculată anterior. Deoarece gazul din cilindru are deja presiunea p , înseamnă că după deschiderea robinetului oxigenul din balon se destinde izoterm până ce presiunea lui devine p și astfel pistonul cu masa M se deplasează. Aplicăm pentru oxigen legea transformării izoterme:

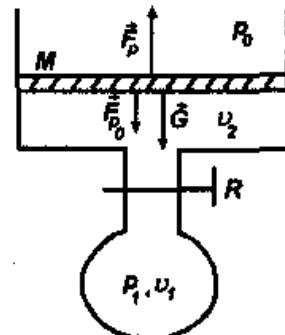
$$p_1 V_1 = p(V_1 + S\Delta x) \Rightarrow \Delta x = \frac{(p_1 - p)V_1}{pS}$$

Utilizăm ecuația de stare pentru a afla volumul oxigenului din balon:

$$p_1 V_1 = \nu_1 RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{\nu_1 RT_1}{p_1} \approx 40 \text{ L} \Rightarrow \Delta x = \frac{(p_1 - p)\nu_1 RT}{Sp_1 p} \approx 1,73 \text{ m}$$

c) Aflăm volumul total ocupat în final de amestec, utilizând ecuația termică de stare: $pV = (\nu_1 + \nu_2)RT \Rightarrow V = \frac{(\nu_1 + \nu_2)RT}{p} \approx 0,108 \text{ m}^3$

68. a) Deoarece pistonul mobil este în echilibru înseamnă că presiunile celor două gaze sunt egale cu p . Utilizăm ecuațiile de stare pentru cele două gaze:



Fie. R 1.1.38

Pentru oxigen: $pV_1 = \nu_1 RT = \frac{m_1}{\mu_{O_2}} RT$, iar pentru azot: $pV_2 = \nu_2 RT = \frac{m_2}{\mu_{N_2}} RT$

de unde rezultă că prin împărțirea relațiilor obținem:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{\mu_{N_2}}{\mu_{O_2}} \Rightarrow m_2 = m_1 \frac{V_2}{V_1} \cdot \frac{\mu_{N_2}}{\mu_{O_2}} = 84 \text{ g}$$

b) Volumul cilindrului este $V = V_1 + V_2 = 4V_1$. Se obțin în starea inițială volumele: $V_1 = \frac{V}{4}$ și $V_2 = \frac{3V}{4}$.

Deoarece ν_{N_2} este constant și temperatura nu se schimbă înseamnă că azotul suferă o transformare izotermă, astfel că:

$$pV_2 = p_2 \frac{V}{2} \Rightarrow p \frac{3V}{4} = p_2 \frac{V}{2} \Rightarrow p_2 = \frac{3p}{2}$$

Impunem ecuația de echilibru pistonului (fig R 1.1.39):

$$F_{p_2} + G = F_i \Rightarrow p_2 S + mg = p_i S \Rightarrow p_i = p_2 + \frac{mg}{S} = \frac{3p}{2} + \frac{mg}{S}$$

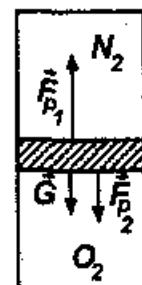


Fig. R 1.1.39

Calculăm masa de oxigen care trebuie introdusă sub piston pentru ca aceasta să se afle la jumătatea cilindrului:

$$\Delta m = m_f - m_i = \frac{p_1 V}{2RT} \mu - \frac{p V_1}{RT} \mu, \text{ unde masele se calculează din ecuația termică de stare: } \Delta m = \frac{\mu V}{2RT} \left(p_1 - \frac{p}{2} \right) \Rightarrow \Delta m = \left(p + \frac{mg}{S} \right) \frac{V \mu}{2RT} \approx 7,7 \text{ g}$$

c) Utilizăm ecuația termică de stare după înlăturare pistonului și obținem:

$$p_f V = (\nu_1 + \nu_2) RT = \left(\frac{m_1}{\mu_{O_2}} + \frac{m_2}{\mu_{N_2}} \right) RT \Rightarrow p_f = \left(\frac{m_1}{\mu_{O_2}} + \frac{m_2}{\mu_{N_2}} \right) \frac{RT}{V} \Rightarrow p_f = 2,493 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

69. a) Deoarece cilindrii sunt orizontali, iar pistoanele și lichidul se află în echilibru înseamnă că presiunile în trei cilindrii sunt inițial egale, astfel că din ecuația de stare $pS(L-a) = \nu RT \Rightarrow \nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \nu$, deci în fiecare compartiment se află același număr de moli. Cum $N = \nu N_A \Rightarrow N_1 : N_2 : N_3 = 1:1:1$, adică în fiecare compartiment se află același număr de molecule.

b) Când pistonul ajunge la capătul cilindrului 1 la încălzirea gazului din acesta, împinge lichidul și acesta din motive de simetrie pătrunde în mod egal cu ceilalți doi cilindri, astfel că volumul final al acestora devine:

$$V'_i = S \left(L - a - \frac{a}{2} \right) = S \left(L - \frac{3a}{2} \right)$$

Studiem transformarea generală a gazului din cilindrul (1), cel încălzit, astfel că obținem: $\frac{pS(L-a)}{T} = \frac{p' S L}{T'} \quad (1)$

Studiem transformarea izotermă a unui gaz din ceilalți doi cilindrii (2) sau (3), astfel că obținem: $pS(L-a) = p' S L \left(L - \frac{3a}{2} \right) \quad (2)$.

$$\text{Impărțim (1) la (2) și obținem: } \frac{1}{T} = \frac{L}{T' \left(L - \frac{3a}{2} \right)} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{L}{L - \frac{3a}{2}} = 2$$

c) $\frac{p'}{p} = \frac{L-a}{a} \cdot \frac{T'}{T} \approx 1,33$

70. a) Deoarece în ambele compartimente se găsește aceeași masă din același gaz, înseamnă că în fiecare incintă se află același număr de moli. Scriem ecuațiile de stare ale gazelor. Pentru gazul din primul compartiment: $p_1 V_1 = \nu R T_1$ și pentru cel din de-al doilea compartiment: $p_2 V_2 = \nu R T_2$. Din cele două ecuații obținem: $p_1 V_1 = p_2 V_2$. Cum $V_1 = 3V_2 \Rightarrow p_2 = 3p_1$.

Studiem echilibrul pistonului (fig R 1.1.40), astfel că:

$$F_{p_1} + G = F_{p_2} \Rightarrow p_1 S + mg = p_2 S \Rightarrow$$

$$mg = (p_2 - p_1)S = 2p_1 S \Rightarrow p_1 = \frac{mg}{2S} \Rightarrow p_2 = \frac{3mg}{2S} \quad (1)$$

$$\text{Cum } V = V_1 + V_2 = V_2 + 3V_2 = 4V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{4} \text{ și } V_1 = \frac{3V}{4} \quad (2)$$

Încălzim întreg sistemul, astfel că dimensiunile compartimentelor se modifică. Analog, pe baza ecuațiilor de stare scrise pentru cele două gaze în stare finală, obținem: $p'_1 V'_1 = \nu R T_2$ și $p'_2 V'_2 = \nu R T_2 \Rightarrow p'_1 V'_1 = p'_2 V'_2 \quad (3)$

$$\text{Notăm cu } x = \frac{V'_1}{V'_2} \Rightarrow V'_1 = x V'_2 \quad (4) \text{ și din (3) și (4) obținem } p'_2 = x p'_1 \quad (5)$$

Studiem echilibrul pistonului, astfel că: $F'_{p_1} + G = F'_{p_2} \Rightarrow p'_1 S + mg = p'_2 S \Rightarrow$

$$mg = (p'_2 - p'_1)S = p'_1(x-1)S \Rightarrow p'_1 = \frac{mg}{S(x-1)} \Rightarrow p'_2 = \frac{mgx}{(x-1)S}$$

$$\text{Cum } V = V'_1 + V'_2 = (x+1)V'_2 \Rightarrow V'_2 = \frac{V}{x+1} \quad (7)$$

Studiem transformarea generală a gazului din compartimentul inferior:

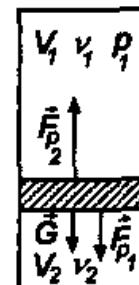


Fig. R 1.1.40

$$\frac{p_2 V_2}{T_1} = \frac{p'_2 V'_2}{T_1}. \text{ Din (1), (2), (6) și (7) obținem: } \frac{3mg}{2S} \cdot \frac{V}{4} \cdot \frac{1}{T_1} = \frac{mgx}{(x-1)S} \cdot \frac{V}{x+1} \cdot \frac{3}{4T_1} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{x^2 - 1} \Rightarrow x^2 - 1 - 2x = 0 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow x \approx 2,41$$

71. a) Deoarece pistoanele sunt semipermeabile pentru hidrogen și gazul trece prin acestea până când presiunea lui de-o parte și de cealaltă a pistoanelor este aceeași, hidrogenul ocupă în final întreg volumul $3V$.

Hidrogenul suferă o transformare izotermă: $pV = p_{H_2} \cdot 3V \Rightarrow p_{H_2} = \frac{p}{3}$.

Deoarece inițial oxigenul ocupă volumul V și în final ocupă și compartimentul 2, volumul final al acestuia este $2V$, astfel că pe baza legii izotermei, obținem: $pV = p_{O_2} \cdot 2V \Rightarrow p_{O_2} = \frac{p}{2}$. În final în compartimentele 1 și 2 vom avea atât oxigen cât și hidrogen, astfel că presiunea finală va fi:

$p_2 = p_{H_2} + p_{O_2} = \frac{p}{3} + \frac{p}{2} = \frac{5p}{6}$, adică suma presiunilor parțiale ale celor două gaze dacă acestea ar ocupa singure compartimentul, conform legii lui Dalton.

$$\text{Astfel: } \frac{\Delta p_2}{p} = \frac{p_2 - p}{p} = \frac{p_2}{p} - 1 = -16,66\%.$$

În compartimentele 1 și 2 presiunea scade cu 16,66%.

În compartimentul 3, conform legii lui Dalton, presiunea finală se obține adunând presiunile parțiale ale gazelor componente, astfel că:

$$p_3 = p_{H_2} + p_{O_2} = p + \frac{p}{3} = \frac{4p}{3} \Rightarrow \frac{\Delta p_3}{p} = \frac{p_3 - p}{p} = \frac{p_3}{p} - 1 = 33,33\%.$$

În compartimentul 3 presiunea crește cu 33,33%.

b) Calculăm masa inițială în compartimentul 1, conform ecuației termice de

$$\text{stare } pV = \frac{m_1}{\mu_{O_2}} RT \Rightarrow m_1 = \frac{pV\mu_{O_2}}{RT}.$$

Calculăm masa finală în compartimentul 1:

$$m_{1_f} = m_{H_2} + m_{O_2} = \frac{p_{H_2} V \mu_{H_2}}{RT} + \frac{p_{O_2} V \mu_{O_2}}{RT} = \frac{pV\mu_{H_2}}{3RT} + \frac{pV\mu_{O_2}}{2RT} = \frac{pV}{RT} \left(\frac{\mu_{H_2}}{3} + \frac{\mu_{O_2}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{m_{1_f}}{m_{1_i}} = \left(\frac{\mu_{H_2}}{3} + \frac{\mu_{O_2}}{2} \right) \frac{1}{\mu_{O_2}} = \frac{\mu_{H_2}}{3\mu_{O_2}} + \frac{1}{2} \approx 0,52 \Rightarrow m_{1_f} < m_{1_i}$$

⇒ masa amestecului în compartimentul 1 scade și presiunea scade.

Procedăm analog pentru compartimentul 2:

$$m_{2_f} = \frac{pV\mu_{H_2}}{RT} \text{ și } m_{2_f} = m_{H_2} + m_{O_2} = \frac{pV}{RT} \left(\frac{\mu_{H_2}}{3} + \frac{\mu_{O_2}}{2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_{2_f}}{m_{2_i}} = \left(\frac{\mu_{H_2}}{3} + \frac{\mu_{O_2}}{2} \right) \frac{1}{\mu_{H_2}} = \frac{\mu_{O_2}}{2\mu_{H_2}} + \frac{1}{3} \approx 8,33 \Rightarrow m_{2_f} > m_{2_i}$$

Masa amestecului în compartimentul 2 crește și presiunea scade. Acest lucru se explică prin difuzia prin peretele despărțitor dintre compartimentele 1 și 2 a celor două gaze, astfel că din compartimentul 2 difuzează spre compartimentul 1 un gaz ușor (hidrogenul) în timp ce un gaz greu (oxigenul) difuzează dinspre compartimentul 1 spre compartimentul 2.

c) Inițial în compartimentul 3 se află numai He a cărui masă inițială este

$$m_{3_i} = \frac{pV\mu_{H_e}}{RT}, \text{ iar în final masa amestecului de He și H}_2 \text{ este:}$$

$$m_{3_f} = m_{He} + m_{H_2} = \frac{pV\mu_{H_e}}{RT} + \frac{pV\mu_{H_2}}{3RT} = \frac{pV}{RT} \left(\mu_{He} + \frac{\mu_{H_2}}{3} \right)$$

$$\frac{m_{3_f}}{m_{3_i}} = \left(\mu_{He} + \frac{\mu_{H_2}}{3} \right) \frac{1}{\mu_{He}} = 1 + \frac{\mu_{H_2}}{3\mu_{He}} \approx 1,167.$$

72. a) Notăm cu V_1, V_2, V_3 volumele finale ale celor trei compartimente. Presiunea finală în compartimentul 1 va fi $p_1 = p_{N_2} + p_{H_2}$.

Presiunea finală în compartimentele 2 și 3 va fi

$$p_2 = p_3 = p_{O_2} + p_{H_2}.$$

Deoarece pistoanele sunt mobile și în final ajung într-o stare de echilibru trebuie ca presiunile finale în compartimente să fie egale, deci:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow p_{N_2} + p_{H_2} = p_{O_2} + p_{H_2} \Rightarrow p_{N_2} = p_{O_2} \quad (1).$$

Studiem transformările izoterme ale hidrogenului, azotului și oxigenului.

$$\text{Pentru } H_2 : p2V = p_{H_2} \cdot 4V \Rightarrow p_{H_2} = \frac{p}{2}.$$

$$\text{Pentru } N_2 : pV = p_{N_2} \cdot V \Rightarrow p_{N_2} = \frac{pV}{V_1} \quad (2).$$

$$\text{Pentru } O_2 : pV = p_{O_2} (V_2 + V_3) \Rightarrow p_{O_2} = \frac{pV}{V_2 + V_3} \quad (3).$$

$$\text{Din (1), (2) și (3) rezultă: } \frac{pV}{V_1} = \frac{pV}{V_2 + V_3} \Rightarrow V_1 = V_2 + V_3.$$

$$\text{Dar } V_1 + V_2 + V_3 = 4V \Rightarrow V_2 + V_3 = 4V - V_1 \Rightarrow V_1 = 4V - V_1 \Rightarrow V_1 = 2V.$$

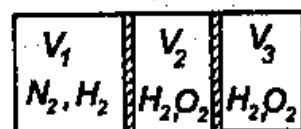


Fig. R 1.1.41

Cum compartimentele 2 și 3 au volumele egale: $V_2 = V_3 = \frac{V - V_1}{2} = V$.

b) $p_1 = p_{N_2} + p_{H_2} = \frac{pV}{2V} + \frac{p}{2} = p \Rightarrow \frac{p_1}{p} = 1 \Rightarrow$ presiunea nu se modifică prin difuzia gazelor

c) Notăm cu v_{2i} numărul inițial de moli din compartimentul 2, astfel că pe baza ecuației de stare $v_{2i} = \frac{2pV}{RT}$. În final în compartimentul 2:

$$v_{2f} = v_{H_2} + v_{O_2} \Rightarrow v_{2f} = \frac{p}{2} \cdot \frac{V}{RT} + \frac{p_{O_2}V}{RT} \text{ cu } p_{O_2} = \frac{p}{2} \Rightarrow v_{2f} = \frac{pV}{RT}$$

$$\frac{\Delta v_2}{v_{2f}} = \frac{v_{2f} - v_{2i}}{v_{2i}} = \frac{v_{2f}}{v_{2i}} - 1 = -\frac{1}{2} = -50\%$$

Numărul de moli din compartimentul 2 scade în urma procesului de difuzie al gazelor prin pistoanele semipermeabile.

73. a) Deoarece pistonul este semipermeabil pentru hidrogen, presiunile hidrogenului de-o parte și de cealaltă a pistonului sunt egale, ca și cum pistonul nu ar exista pentru hidrogen.

Scriem ecuațiile de stare pentru hidrogen în starea finală. Obținem în compartimentul superior:

$$p_{H_2} S \left(\frac{\ell}{2} - x \right) = v_{1_{H_2}} RT = \frac{(1-f)m}{\mu_{H_2}} RT \quad (1), \text{ iar în compartimentul inferior:}$$

$$p_{H_2} S \left(\frac{\ell}{2} + x \right) = v_{2_{H_2}} RT = \frac{fm}{\mu_{H_2}} RT \quad (2).$$

Impărțim cele două relații și

$$\text{obținem: } \frac{\ell - 2x}{\ell + 2x} = \frac{1-f}{f} \Rightarrow x = \frac{\ell(2f-1)}{2} = 24 \text{ cm}$$

b) Impunem condițiile de echilibru pistonului atât în stare inițială cât și în stare finală (fig R 1.1.42). Obținem în stare inițială: $p_1 S + mg = p_2 S$ (3) și în stare finală: $mg = p'_2 S$ (4).

Deci din (3) și (4) rezultă: $p_1 S + p'_2 S = p_2 S$ (5).

Studiem transformarea izotermă a azotului:

$$p_2 S \frac{\ell}{2} = p'_2 S \left(\frac{\ell}{2} + x \right) \Rightarrow p'_2 = \frac{p_2 \ell}{\ell + 2x} \quad (6)$$

Din (5) și (6) rezultă:

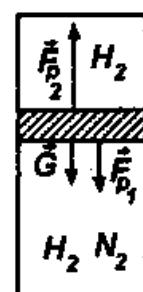


Fig. R 1.1.42

$$p_1 + \frac{p_2 \ell}{\ell + 2x} = p_2 \Rightarrow p_1 = p_2 \left(1 - \frac{\ell}{\ell + 2x} \right) \Rightarrow p_1 = p_2 \frac{2x}{\ell + x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = \frac{p_1(\ell + 2x)}{2x} = \frac{2fp_1}{2f-1} = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

c) $m = \frac{p'_2 S}{g} = \frac{p_2 \ell S}{g(\ell + 2x)} = \frac{pS}{(2f-1)g} = 2,5 \text{ kg}$

1.2. Lucrul mecanic și energia internă

1. a. Masele molare ale celor gaze se calculează ținând cont că acestea sunt numeric egale cu masele moleculare relative. Astfel că: $\mu_1 = m_{r,C} + m_{r,O} = 28 \text{ g/mol}$ și $\mu_2 = m_{r,C} + 2m_{r,O} = 44 \text{ g/mol}$. Numărul de molecule din incintă este:

$$N = (\nu_1 + \nu_2) N_A = \left(\frac{m}{\mu_1} + \frac{m}{\mu_2} \right) N_A \approx 5,42 \cdot 10^{24} \text{ molecule}$$

b. Densitatea amestecului este: $\rho = \frac{2m}{V}$, unde volumul ocupat de amestecul

de gaze este $V = \frac{(\nu_1 + \nu_2)RT}{p} = \left(\frac{m}{\mu_1} + \frac{m}{\mu_2} \right) \frac{RT}{p} \approx 0,204 \text{ m}^3 \Rightarrow \rho \approx 1,51 \text{ kg/m}^3$

c. Energia internă a amestecului este: $U = U_1 + U_2 = \nu_1 C_{V_1} T + \nu_2 C_{V_2} T \Rightarrow$

$$U = mRT \left(\frac{5}{2\mu_1} + \frac{3}{\mu_2} \right) \approx 55 \text{ kJ}$$

2. a. Pe baza ecuației de stare: $pV = \nu_1 RT \Rightarrow p = \frac{m_1 RT}{\mu V} \approx 3,12 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

b. Densitatea gazului rămas în butelie este $\rho = \frac{m_2}{V} = 1 \text{ kg/m}^3$

c. Energia internă a gazului rămas în butelie este
 $U = \nu_2 C_V T = \frac{5m_2 RT}{2\mu} \approx 97,38 \text{ kJ}$

3. a. Reprezentarea succesiunii de procese în coordonate (p, V) este redată în figura R 1.2.1

b. $\Delta U_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1)$. Din legea transformării 1-2

$$\text{obținem: } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} = 3T_1 \text{ și cu } \Rightarrow$$

$$\Delta U_{12} = 3\nu RT_1 = 3p_1 V_1 = 1800 \text{ J}$$

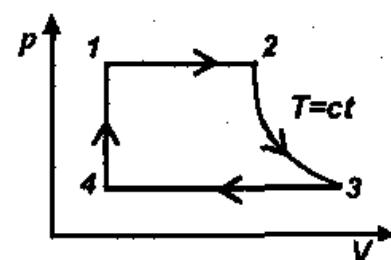


Fig. R 1.2.1

c. Lucrul mecanic efectuat de gaz în procesul 2-3 este $L_{23} = \nu RT_2 \ln(V_3/V_2)$
 $\Rightarrow L_{23} = 3\nu RT_1 \ln(p_2/p_3) = 3p_1V_1 \ln 2 \approx 1260 \text{ J}$

4. a) Studiem echilibrul fiecărui piston pentru (fig R 1.2.2):

$$S_2 : F_{p_2} = F_{p_02} + T \Rightarrow pS_2 = p_0S_2 + T \Rightarrow T = (p - p_0)S_2$$

$$S_1 : F_{p_1} = F_{p_01} + T \Rightarrow pS_1 = p_0S_1 + T \Rightarrow T = (p - p_0)S_1.$$

Din cele două relații rezultă că: $(p - p_0)S_2 = (p - p_0)S_1$, condiție care trebuie

îndeplinită întotdeauna astfel încât $p = p_0$, de unde rezultă că gazul dintre pistoane suferă o transformare izobară, astfel că reprezentarea grafică în p și V este izobară și gazul se încălzește (fig R 1.2.3).

b) Conform legii transformării izobare:

$$V_2 = S_2(\ell_2 + \Delta\ell) + S_1(\ell_1 - \Delta\ell) = S_2\ell_2 + S_2\Delta\ell_2 + S_1\ell_1 - S_1\Delta\ell \Rightarrow V_2 = V_1 + (S_2 - S_1)\Delta\ell$$

$$V_1 = S_1\ell_1 + S_2\ell_2 \Rightarrow V_1 + (S_2 - S_1)\Delta\ell = V_1 \left(1 + \frac{\Delta T}{T_1}\right) \Rightarrow (S_2 - S_1)\Delta\ell = \frac{V_1}{T_1} \Delta T \Rightarrow$$

$$\Delta\ell = \frac{V_1 \Delta T}{T_1 (S_2 - S_1)} = 12,5 \text{ cm}$$

$$c) L = p_0 \Delta V = p_0 (S_2 - S_1) \Delta\ell = p_0 \frac{V_1 \Delta T}{T_1} = 37,5 \text{ J}$$

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} (\nu RT_2 - \nu RT_1) = \frac{3}{2} p_0 (V_2 - V_1) \Rightarrow$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} p_0 L = \frac{3}{2} \frac{p_0 V_1 \Delta T}{T_1} = 56,25 \text{ J}$$

$$5. a) \Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1)$$

Cum $1 \rightarrow 2$ este izocoră: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = 2T_1$, iar $2 \rightarrow 3$ este izobară:

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_2} = 6T_1 \Rightarrow \Delta U_{13} = \frac{15}{2} \nu R T = \frac{15}{2} p_1 V_1 = 750 \text{ J}$$

$$b) L_{123} = L_{12} + L_{23} = p_2 (V_3 - V_1) = 2p_1 (3V_1 - V_1) = 4p_1 V_1 = 400 \text{ J}$$

$$c) U_2 = \nu C_V T_2 = \frac{3}{2} \nu R 2T_1 = 3\nu R T_1 = 3p_1 V_1 = 300 \text{ J}$$

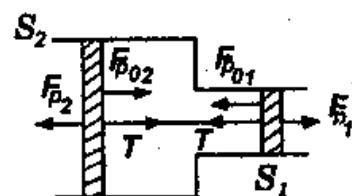


Fig. R 1.2.2

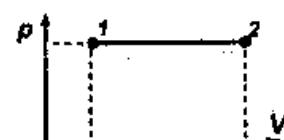


Fig. R 1.2.3

6. a) Transformarea $1 \rightarrow 2$ este izobară, deci

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} = 2T_1 \Rightarrow U_2 = \nu C_V T_2 = 5\nu R T_1 = 24,93 \text{ kJ}$$

$$\text{b)} \Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R T_1 = 12,465 \text{ kJ}$$

$$\text{c)} L_{123} = L_{12} + L_{23} = p_1(V_2 - V_1) + \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} \Rightarrow L_{123} = p_1 V_1 + 2\nu R T_1 \ln 2 = p_1 V_1 + 2p_1 V_1 \ln 2$$

$$\Rightarrow L_{123} = p_1 V_1 (1 + 2 \ln 2) \Rightarrow \nu R T_1 (1 + 2 \ln 2) = 11,9664 \text{ kJ}$$

7. a) Identificăm transformările: $1 \rightarrow 2$ izotermă și $2 \rightarrow 3$ este izocoră (fig R 1.2.4).

$$\text{b)} \Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1)$$

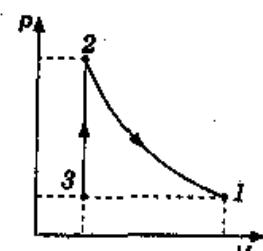


Fig. R 1.2.4

$$\text{Cum } 2 \rightarrow 3 \text{ este izocoră rezultă că } \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{p_3 T_2}{p_2} = \frac{p_1 T_1}{p_2}.$$

Cum $2 \rightarrow 3$ este izotermă rezultă că:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = e p_1 \Rightarrow T_3 = \frac{T_1}{e} \Rightarrow \Delta U_{13} = -\frac{3}{2} \nu R T_1 \frac{e-1}{e} \Rightarrow$$

$$\Delta U_{13} = -\frac{3}{2} p_1 V_1 \frac{e-1}{e} = -94,65 \text{ J}$$

$$\text{c)} L_{123} = L_{12} + L_{23} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = -p_1 V_1 = -100 \text{ J.}$$

8. a) Conform legii transformării rezultă: $p = aV$ (fig R 1.2.5)

$$p_2 = aV_2 = 3aV_1 = 3p_1 \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} = \frac{9p_1 V_1}{\nu R} = 9T_1.$$

$$\text{b)} \Delta U = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R 8T_1 = 12\nu R T_1 = 12 p_1 V_1 = 10,8 \text{ kJ}$$

c) Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece presiunea este reprezentată în funcție de volum, aria cuprinsă între curba presiunii și axa volumelor și cele două ordonate reprezintă fizic lucrul mecanic: $L = A_{trapez} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = 4p_1 V_1 \Rightarrow L = 3,6 \text{ kJ}$

$$\text{9. a)} \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 12 \Rightarrow T_2 = 12T_1.$$

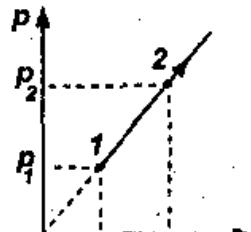


Fig. R 1.2.5

b) $\Delta U_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R \cdot 11T_1 = \frac{55}{2} \nu R T_1 = 5,5 \text{ kJ}$

c) Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece presiunea este reprezentată în funcție de volum, aria cuprinsă între curba presiunii și axa volumelor reprezintă fizic lucrul mecanic (fig R 1.2.6). Astfel că:

$$L = A_{trapez} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = 1,2 \text{ kJ}$$

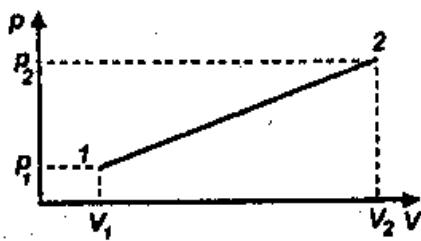


Fig. R 1.2.6

10. a) $T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} = \frac{2p_0 V_0}{\nu R}$ și $T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R} = \frac{2p_0 V_0}{\nu R} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1 \Rightarrow$ Stările 1 și 2 sunt situate pe aceeași transformare izotermă.

b) $\Delta U_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = 0$

c) Aflăm parametrii stării 3: $p_3 = \frac{3p_0}{2}$ și $V_3 = \frac{3V_0}{2}$

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece presiunea este reprezentată în funcție de volum, aria cuprinsă între curba presiunii și axa volumelor și cele două ordonate reprezintă fizic lucrul mecanic (fig R 1.2.7). Obținem:

$$L_{13} = \frac{(p_1 + p_3)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{\left(p_0 + \frac{3p_0}{2}\right)\left(\frac{3V_0}{2} - V_0\right)}{2} = -\frac{5p_0 V_0}{8}$$

$$L_{32} = \frac{(p_3 + p_2)(V_2 - V_3)}{2} = \frac{\left(2p_0 + \frac{3p_0}{2}\right)\left(V_0 - \frac{3V_0}{2}\right)}{2} = -\frac{7p_0 V_0}{8} \Rightarrow \frac{L_{13}}{L_{32}} \approx 0,714.$$

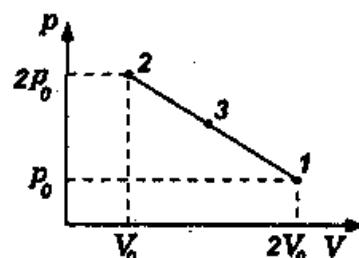


Fig. R 1.2.7

11. a) Conform definiției:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (aV_2 - bV_2^2 - aV_1 + bV_1^2) = \frac{3}{2} \nu R \cdot [a(V_2 - V_1) - b(V_2^2 - V_1^2)]$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (V_2 - V_1) \cdot [a - b(V_2 + V_1)] = \frac{3}{2} \nu R V_1 (a - 3bV_1)$$

$$p_1 V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow V_1 = \frac{\nu R T_1}{p_1} \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \frac{\nu^2 R^2 T_1}{p_1} \left(a - \frac{3b \nu R T_1}{p_1} \right) \Rightarrow \Delta U = 5,684 \text{ kJ, cu}$$

$$T_2 = aV_1 - bV_1^2 = 528 \text{ K, deoarece } V_1 = 6 \text{ L}$$

b) $U_f = U_i \Rightarrow \Delta U = U_f - U_i = 0 \Rightarrow a = 3b \nu R T_1 / p_1 = 18 \cdot 10^3 \text{ K/m}^3$

c) Scriem ecuația procesului în coordonate p, V utilizând ecuația termică de stare și ecuația procesului în coordonate V și T . Prin urmare în ecuația $pV = \nu RT$ introducem $T = aV - bV^2$ și

$$\text{obținem: } pV = \nu R(aV - bV^2) \Rightarrow p = \nu R(a - bV)$$

Presiunea gazului scade liniar cu creșterea volumului, astfel că $L = A_{\text{trapez}}$ (pe seama interpretării geometrice a lucrului mecanic) (fig R 1.2.8).

$$L = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} \Rightarrow L = \frac{\nu R(a - bV_1 + a - bV_2)}{2}(V_2 - V_1)$$

$$L = \frac{\nu R}{2}[2a - b(V_1 + V_2)] \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow L = \frac{\nu R}{2}[2a - 3bV_1] \cdot V_1 = 4686,84 \text{ J.}$$

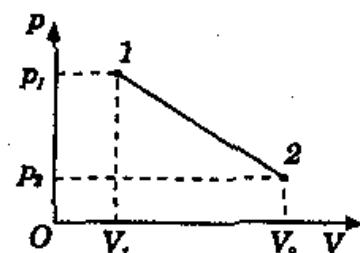


Fig. R 1.2.8

12. a) Identificăm transformările $1 \rightarrow 2$ izocoră și $2 \rightarrow 3$ izobară (fig R 1.2.9).

b) $\Delta U_{13} = \nu C_V(T_3 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R(T_3 - T_1)$

Cum $\rho_3 = \frac{\rho_1}{4} \Rightarrow \frac{m}{V_3} = \frac{m}{4V_1} \Rightarrow V_3 = 4V_1$.

Cum $p_{\max} = p_2 = 8p_1 \Rightarrow T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = 32T_1 \Rightarrow$

$$\Delta U_{13} = \frac{93}{2} \nu R T_1 \approx 115,92 \text{ kJ}$$

c) $L_{123} = L_{12} + L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = 8p_1(4V_1 - V_1) = 24p_1V_1 = 24\nu R T_1 \approx 59,83 \text{ kJ}$

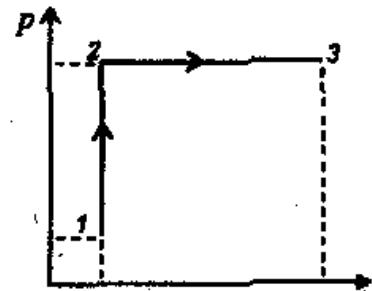


Fig. R 1.2.9

13. a) $U_t = \nu C_V T_1 = \frac{3}{2} \nu R T_1 \approx 14,96 \text{ kJ}$

b) Deoarece transformarea $1 \rightarrow b \rightarrow 2$ este izotermă, atunci:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = 2V_1.$$

Presiunea gazului scade liniar cu creșterea volumului pe transformarea 1-a-2, astfel că $L = A_{\text{trapez}}$ (pe seama interpretării geometrice a lucrului mecanic)

$$L_{1a2} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{3p_2 V_1}{2} = \frac{3p_1 V_1}{8} = \frac{3\nu R T_1}{4} = 7479 \text{ J}$$

c) $L_{123} = \nu R T_1 \ln \frac{V_3}{V_1} = \nu R T_1 \ln 2 = 6980,4 \text{ J}$

Deoarece gazul evoluează din starea 1 în starea 2 pe două căi, observăm că lucrul mecanic depinde de transformare, deci lucrul mecanic este o mărime de proces.

14. a. Din legea transformării 1-2: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} = \frac{T_1}{2}$. Transformarea 2-3 este descrisă de legea $p = aV \Rightarrow \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 V_3}{V_2} = 2 p_1$.

Din ecuația termică de stare obținem temperatura în starea 3:

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = 2 T_1 \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = 2$$

b. $\Delta U_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) = \frac{9\nu RT_1}{4} = \frac{9}{4} p_1 V_1 = 225 \text{ J}$

c. $L_{12} = p_1 (V_2 - V_1)$ și $L_{34} = p_3 (V_2 - V_1) = 2 p_1 (V_2 - V_1) \Rightarrow \frac{L_{12}}{L_{34}} = 0,5$

15. a. Reprezentarea proceselor în coordonate p și V este redată în figura R 1.2.10.

b. Deoarece temperatura revine la valoarea inițială, atunci $T_3 = T_1$, astfel că $\Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = 0$.

c. $L_{123} = L_{12} + L_{23}$. Dar $L_{12} = p_1 (V_2 - V_1) = p_1 V_1 = \nu R T_1$
 $L_{23} = -\Delta U_{23} = \nu C_V (T_2 - T_3)$. Din legea transformării

izobare obținem: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} = 2 T_1 \Rightarrow L_{23} = \frac{3}{2} \nu R T_1 \Rightarrow L_{123} = \frac{5}{2} \nu R T_1$

$$L_{123} = 12,465 \text{ kJ}$$

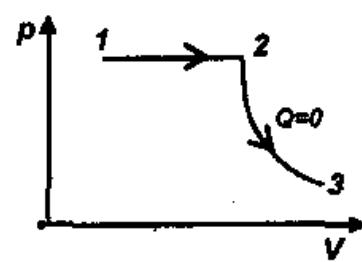


Fig. R 1.2.10

16. a. Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic acesta este egal cu aria cuprinsă între dreapta 1-2, axa volumelor și cele două ordonate construite prin extremități. Figura geometrică este un trapez, astfel că:

$$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = 2 p_1 V_1 = 800 \text{ J}$$

b. $\Delta U_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{25}{2} p_1 V_1 = 5 \text{ kJ}$

c. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în cazul parcurgerii ciclului 1-A-2-1 reprezintă fizic aria triunghiului 1A21, astfel că $L_{1A21} = A_{1A21} = p_1 V_1$. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în cazul parcurgerii ciclului 1-B-2-1 reprezintă fizic aria triunghiului 1B21 luată cu semn schimbat, deoarece ciclul este parcurs în sens contrar acelor de ceasornic. Astfel că $L_{1B21} = -A_{1B21} = -p_1 V_1 \Rightarrow L_{1A21}/|L_{1B21}| = 1$, deoarece cele două triunghiuri 1A21 și 1B21 au ariile egale.

$$17. \text{ a)} U_A = \nu C_V T_1 \text{ și } U_3 = \nu C_V T_3 \Rightarrow \frac{U_3}{U_1} = \frac{T_3}{T_1}.$$

Transformarea $3 \rightarrow 1$ este o transformare deschisă de legea $p = aV$, astfel

$$\text{că: } \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow V_3 = \frac{p_3 V_1}{p_1} = 4V_1.$$

$$\text{Conform ecuației termice de stare: } T_3 = \frac{p_3 V_1}{\nu R} = 16T_1 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 16$$

$$\left. \begin{array}{l} L_{123} = L_{12} + L_{23} = 4p_1(V_3 - V_1) = 12p_1V_1 \\ \text{b)} L_{13} = \frac{(p_1 + p_3)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{5p_1 3V_1}{2} = \frac{15p_1 V_1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{L_{123}}{L_{13}} = \frac{8}{5}.$$

$$\text{c)} L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31} = L_{123} - L_{13} \text{ și } A_{\Delta_{1231}} = \frac{3p_1 3V_1}{2} = 4,5p_1 V_1.$$

$$\text{Calculăm } L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31} = L_{123} - L_{13} \text{ și } A_{\Delta_{1231}} = \frac{3p_1 3V_1}{2} = 4,5p_1 V_1.$$

Diferența celor două lucruri mecanice reprezintă fizic lucrul mecanic efectuat pe întreg cicrul 1231.

18. a) Reprezentarea grafică este redată în figura R1.2.11.

$$\text{b)} \Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) \text{ și } \Delta U_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) \Rightarrow \frac{\Delta U_{13}}{\Delta U_{23}} = 1,$$

$$\text{deoarece } T_1 = T_2.$$

$$\text{c)} L_{1231} = L_{12} + L_{23}. \text{ Dar } L_{12} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln 2.$$

Conform ecuației transformării izoterme:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{p_1}{2}.$$

Transformarea $2 \rightarrow 3$ este descrisă de legea:

$$p = aV \Rightarrow \frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 V_3}{V_2} = \frac{p_1}{2} \cdot \frac{V_1}{2V_1} = \frac{p_1}{4}$$

$$L_{23} = \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2} = -\frac{3p_1 V_1}{8} \Rightarrow L_{123} = p_1 V_1 \left(\ln 2 - \frac{3}{8} \right) = 390 \text{ J.}$$

Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece presiunea este reprezentată în funcție de volum, lucrul mecanic este egal cu aria cuprinsă între curba presiunii și axa volumelor (desen problema 5).

19. a) Scriem ecuația de stare a procesului $2 \rightarrow 3$ în coordonate p și V : $p = aV + b$ astfel că $p_2 = aV_2 + b$ (1) și $p_3 = aV_1 + b$ (2), reprezentă condiția ca

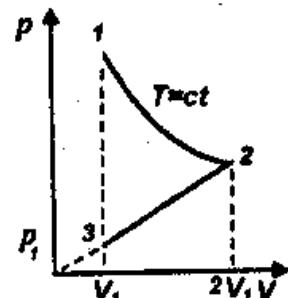


Fig. R1.2.11

această dreaptă să treacă prin punctele 2 și 3. Obținem constantele a și b , din ecuațiile (1) și (2): $4p_1 = aV_1 + b$ și $p_1 = 2aV_1 + b$.

Scădem ecuațiile și obținem: $3p_1 = -aV_1 \Rightarrow a = -\frac{3p_1}{V_1} \Rightarrow b = p_1 - 2aV_1 = 7p_1$,

astfel că ecuația procesului $2 \rightarrow 3$ se scrie: $p = -\frac{3p_1}{V_1}V + 7p_1$.

Scriem ecuația procesului $1 \rightarrow 4$. Deoarece presiunea gazului depinde direct proporțional de volumul gazului, obținem $p = cV$.

Cum $p_1 = cV_1 \Rightarrow c = \frac{p_1}{V_1} \Rightarrow p = \frac{p_1}{V_1}V$.

Aflăm presiunea și volumul în starea 4, punând condiția ca cele două ecuații ale proceselor $2 \rightarrow 3$ și $1 \rightarrow 4$ să se intersecteze:

$$\frac{p_1}{V_1}V = -\frac{3p_1}{V_1}V_4 + 7p_1 \Rightarrow \frac{4p_1}{V_1}V_4 = 7p_1 \Rightarrow V_4 = \frac{7V_1}{4} = 1,75V_1.$$

$$p_4 = \frac{7}{4}V_1 = 1,75p_1 \text{ și } T_4 = \frac{p_4V_4}{vR} = \frac{49}{16} \cdot \frac{p_1V_1}{vR} = \frac{49}{16}T_1.$$

$$\text{b. } \Delta U_{23} = vC_V(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}vR(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{3}{2}(2p_1V_1 - 4p_1V_1) \Rightarrow$$

$$\Delta U_{23} = -3p_1V_1 = -600 \text{ J}$$

c) Calculăm lucrurile mecanice pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic:

$$\left. \begin{aligned} L_{1241} &= \frac{(p_2 - p_1)(V_4 - V_1)}{2} = \frac{9p_1V_1}{8} \\ L_{1431} &= \frac{(p_4 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{3p_1V_1}{8} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{L_{1241}}{L_{1431}} = 3.$$

20. Pentru a putea compara lucrurile mecanice efectuate de gaze reprezentăm cele cinci transformări în coordonate p și V (fig R 1.2.12). Determinăm ecuația procesului $T = aV^2$ în coordonate p și V , introducând în ecuația termică de stare $pV = vRT \Rightarrow p = vRaV^2 \Rightarrow p = vRaV$ deci presiunea gazului depinde direct proporțional de volumul gazului.

Determinăm de asemenea în aceleași coordonate p și V ecuația procesului $T = bV^3$ prin introducerea în ecuația

termică de stare și obținem: $pV = vR \cdot bV^3 \Rightarrow p = vRbV^2 \Rightarrow p = ctV^2$,

reprezentarea presiunii în funcție de volum este o parabolă care trece prin originea axelor de coordonate.

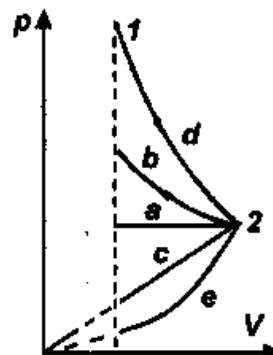


Fig. R 1.2.12

Lucrul mecanic minim, când gazul ajunge în starea 2 este conform graficului în procesul $T = bV^3$, adică curba e, deoarece pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic aria de sub curbă și axa volumelor este minim. Pe același raționament lucrul mecanic este maxim sub curba d.

21. a) $L_{1231} = L_{12} + L_{23} = p_0(V_1 - 3V_1) + \frac{(p_0 + 2p_0)(3V_1 - V_1)}{2} = p_0V_1 = 100 \text{ J}$

b)

$$L_{123456} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{45} + L_{56} = L_{1231} + 2p_0(V_1 - 3V_1) + \frac{(2p_0 + 3p_0)(3V_1 - V_1)}{2} + 3p_0(V_1 - 3V_1) = p_0V_1 + p_0V_1 - 6p_0V_1 = -4p_0V_1 \Rightarrow L_{123456} = -400 \text{ J.}$$

c) $\Delta U_{12} = vC_v(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}vR(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}(p_0V_1 - p_0V_2) = \frac{5}{2}p_0(V_1 - 3V_1) = -5p_0V_1$
 $\Delta U_{12} = -500 \text{ J}$

22. a) Pentru a calcula lucrul mecanic pe ciclul 14321 utilizăm interpretarea geometrică a lucrului mecanic astfel că: $L_{12321} = A_{1021} - A_{0340}$, deoarece porțiunea de ciclu 1021 este parcursă în sensul acelor de ceasornic și lucrul mecanic numeric egal cu aria este pozitiv, în timp ce porțiunea de ciclu 0340 este parcursă în sens trigonometric și prin urmare lucrul mecanic pe această porțiune de ciclu este negativă și numeric egală cu aria.

$$A_{1021} = \frac{(p_0 - p_1)(V_2 - V_1)}{2} \text{ și } A_{0340} = \frac{(p_3 - p_0)(V_4 - V_3)}{2}$$

Asemănăm cele două triunghiuri 1021 și 0340 și rezultă:

$$\frac{V_2 - V_1}{V_4 - V_3} = \frac{p_0 - p_1}{p_3 - p_0} \Rightarrow V_4 - V_3 = \frac{(p_3 - p_1)(V_2 - V_1)}{p_0 - p_1}$$

$$L_{14321} = \frac{(p_0 - p_1)(V_2 - V_1)}{2} - \frac{(p_3 - p_0)^2(V_2 - V_1)}{2(p_0 - p_1)} = \frac{(p_0 - p_1)^2 - (p_3 - p_0)^2}{2(p_0 - p_1)}(V_2 - V_1) = 1,5 \text{ kJ}$$

b) $\frac{L_{1021}}{L_{0430}} = -\frac{A_{1021}}{A_{0430}} = -\frac{(p_0 - p_1)^2}{(p_3 - p_1)^2} = -4$

c) $\Delta U_{12} = vC_v(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}vR(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(vRT_2 - vRT_1) = \frac{3}{2}p_1(V_2 - V_1) = 3 \text{ kJ}$

23. a) $L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = 3p(3V - V) = 6pV = 1200 \text{ J}$

b) $L_{31} = \frac{(p_3 + p_1)(V_1 - V_3)}{2} = \frac{4p(-2V)}{2} = -4pV = -800 \text{ J}$

c) Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic pe un ciclu, dacă ciclul este parcurs în sensul acelor de ceasornic, lucrul mecanic al ciclului este egal cu aria ciclului.

$$L_{ciclu} = A_{ciclului} = \frac{(p_1 - p_3)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{2p_1 V}{2} = 2p_1 V = 400 \text{ J}$$

24.a Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria cuprinsă între curba presiunii și axa volumului, astfel că:

$$L_{31} = \frac{(p_3 + p_1)(V_1 - V_3)}{2} = \frac{4p_1(-3V_1)}{2} = -6p_1 V_1 = -600 \text{ J}$$

b) $\Delta U_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(3p_1 V_1 - p_1 V_1) = 3p_1 V_1 = 300 \text{ J}$

c) $L_{ciclu} = A_{1231} = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = 3p_1 V_1 = 300 \text{ J}$

25. a) Identificăm transformările $1 \rightarrow 2$ izobară, $2 \rightarrow 3$ generală și $3 \rightarrow 1$ izotermă. Reprezentarea cerută este redată în graficul R.1.2.13.

Determinăm ecuația procesului $2 \rightarrow 3$ în coordonatele V și T . Folosim legea $p = aV$ și ecuația termică de stare:

$$pV = \nu RT \Rightarrow aV^2 = \nu RT \Rightarrow V = \sqrt{\frac{\nu R}{a}} \cdot \sqrt{T} = \text{const} \sqrt{T}.$$

b) $U_2 = \nu C_V T_2 = \frac{3}{2} p_2 V_2 = 6p_1 V_1 = 6\nu RT_1 = 1495,8 \text{ J}$

c) $L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$, unde $L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = 3p_1 V_1$, și

$$L_{23} = -\frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2}.$$

Cum pe transformarea 2-3: $p = aV \Rightarrow \frac{p}{V} = a \Rightarrow \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3}$ și cum

$$p_3 V_3 = p_1 V_1 \Rightarrow V_3 = 2V_1 \text{ și } p_3 = p_1 / 2 \Rightarrow L_{23} = -3p_1 V_1 / 2 \text{ și}$$

$$L_{31} = \nu RT_1 \ln \frac{V_1}{V_3} = -\nu RT_1 \ln 2 = -p_1 V_1 \ln 2$$

$$L_{1231} = p_1 V_1 (3/2 - \ln 2) = \nu RT_1 (3/2 - \ln 2) \approx 200 \text{ J}$$

26. a) $L_{1231} = A_{1231} = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{p_1 V_1}{2}$.

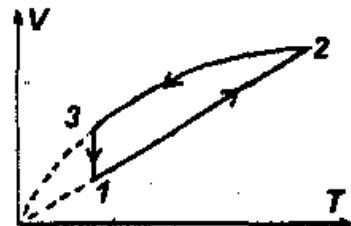


Fig. R 1.2.13

$$\text{b)} L_{3453} = A_{3453} = \frac{(p_4 - p_3)(V_3 - V_4)}{2} = \frac{p_1 V_1}{2}$$

c) $L_{12341} = A_{1231} - A_{3453} = 0$, deoarece o porțiune de ciclu este parcursă în sensul acelor de ceasornic și lucrul mecanic pe acea porțiune este pozitiv (1231), în timp ce pe porțiunea de circuit 3543 sensul de parcurgere al ciclului este cel trigonometric astfel că lucrul mecanic este negativ.

27. a) Reprezentăm cele două transformări ciclice în coordonate p și V (fig R 1.2.14), ținând cont că 1-2 și 3-4 sunt transformări izobare cu $p_1 > p_3$ și că 2-3 și 4-1 sunt transformări izocore. Transformarea 3-1 este izotermă. Deoarece cele două transformări ciclice sunt parcuse în sensul acelor de ceasornic lucrurile mecanice sunt pozitive. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic conform căruia valoarea acestuia este egală cu aria ciclului rezultă că $L_{1231} > L_{1341}$.

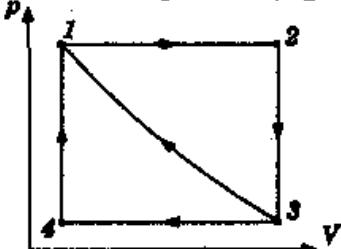


Fig. R 1.2.14

$$\text{b)} L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31} = p_1(V_2 - V_1) + vRT_1 \ln \frac{V_1}{V_3} = 3p_1V_1 - 2p_1V_1 \ln 2 =$$

$$p_1V_1(3 - 2 \ln 2) = 1280 \text{ J și } L_{1341} = L_{13} + L_{34} + L_{41} = vRT_1 \ln \frac{V_3}{V_1} + p_3(V_4 - V_3)$$

Deoarece transformarea $1 \rightarrow 3$ este izotermă $p_1V_1 = p_3V_3 \Rightarrow p_3 = \frac{p_1V_1}{V_3} = \frac{p_1}{4}$

$$\Rightarrow L_{1341} = 2p_1V_1 \ln 2 - \frac{3}{4}p_1V_1 = p_1V_1\left(2 \ln 2 - \frac{3}{4}\right) \Rightarrow L_{1341} = 520 \text{ J}$$

$$L_{1231} - L_{1341} = p_1V_1(3 - 2 \ln 2) - p_1V_1\left(2 \ln 2 - \frac{3}{4}\right) = p_1V_1\left(\frac{15}{4} - 4 \ln 2\right) = 760 \text{ J}$$

c) $L_{1231} + L_{1341} = 9p_1V_1/4 = 1800 \text{ J și reprezintă aria ciclului, conform interpretării geometrice a lucrului mecanic}$

28. a) Identificăm transformările: 1-2 și 3-4 izocore cu $V_2 > V_1$, iar 2-3 și 4-1 izobare cu $p_1 > p_2 \Rightarrow$ reprezentările grafice cerute sunt redate în R 1.2.15.

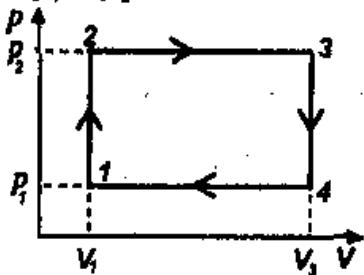
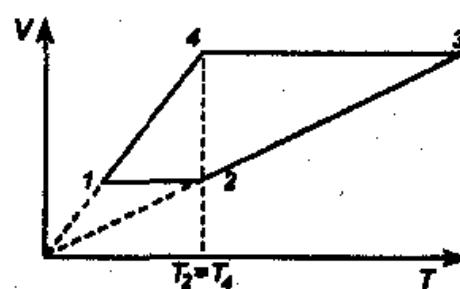


Fig. R 1.2.15



b) Scriem ecuațiile de stare pentru fiecare stare:

$$p_1 V_1 = vRT_1 \quad (1), \quad p_2 V_1 = vRT_2 \quad (2), \quad p_2 V_3 = vRT_3 \quad (3) \text{ și } p_1 V_3 = vRT_4 \quad (4)$$

Înmulțim prima ecuație cu a treia și apoi ecuațiile 2 și 4, rezultă că:

$$p_1 p_2 V_1 V_3 = v^2 R^2 T_1 T_3 \text{ și } p_1 p_2 V_1 V_3 = v^2 R^2 T_2 T_4 \Rightarrow T_1 T_3 = T_2 T_4$$

$$\text{Cum } T_2 = T_4 \Rightarrow T_1 T_3 = T_2^2 \Rightarrow 16T_1^2 = T_2^2 \Rightarrow T_2 = T_4 = 4T_1.$$

Scriem parametrii stării 2: $V_2 = V_1$; $T_2 = 4T_1$ și din ecuația transformării izocore, obținem: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = 4p_1$.

Scriem parametrii stării 3: $p_3 = p_2 = 4p_1$; $T_3 = 16T_1$ și din ecuația transformării izobare, obținem: $\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_3 = V_2 \frac{T_3}{T_2} = 4V_1$.

Scriem parametrii stării 4: $p_4 = p_1$; $V_4 = V_3 = 4V_1$; $T_4 = 4T_1$.

c) Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic

$$L_{12341} = A_{12341} = (p_2 - p_1)(V_3 - V_1) = 9p_1 V_1 = vRT_1$$

29. a) Identificăm transformările $1 \rightarrow 2$ izocoră; $2 \rightarrow 3$ izotermă; $3 \rightarrow 4$ izocoră și $4 \rightarrow 1$ izobară.

Reprezentăm în coordonate p și T (fig R 1.2.16):

$$\text{b. } \Delta U_{41} = vC_V(T_1 - T_4) = \frac{3}{2}vR(T_1 - T_4) = \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_4 V_4)$$

$$\Delta U_{41} = \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_1 4V_1) = -\frac{9p_1 V_1}{2}$$

c) $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41} = L_{23} + L_{41}$, deoarece pe transformările izocore

$$L_{12} = L_{34} = 0 \Rightarrow L_{23} = vRT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = p_2 V_2 \ln 4 = 6p_1 V_1 \ln 2 \text{ și}$$

$$L_{41} = p_1(V_1 - V_4) = -3p_1 V_1$$

$L_{ciclu} = 6p_1 V_1 \ln 2 - 3p_1 V_1 = 3p_1 V_1(2 \ln 2 - 1) \approx 1,2p_1 V_1$, deci în transformarea ciclică 12341 gazul efectuează lucru mecanic.

30. a) Reprezentarea grafică a procesului în p și V este redată în figura R 1.2.17.

b) Aflăm parametrii stării 4.

Cum ecuația transformării $4 \rightarrow 1$ este:

$$\frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow p_4 = \frac{p_1 V_4}{V_1} \quad (1).$$

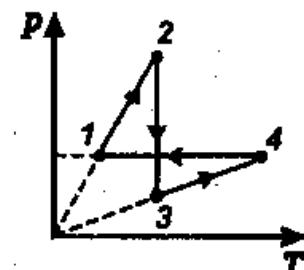


Fig. R 1.2.16

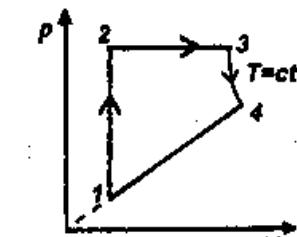


Fig. R 1.2.17

Transformarea $2 \rightarrow 3$ este izotermă astfel că:

$$p_3V_3 = p_4V_4 \Rightarrow p_4 = \frac{p_3V_3}{V_4} = \frac{4p_1V_1}{V_4} \quad (2)$$

Din (1) și (2) obținem: $\frac{p_1V_4}{V_1} = \frac{4p_1V_1}{V_4} \Rightarrow V_4^2 = 4V_1^2 \Rightarrow V_4 = 2V_1$.

$$p_4 = 2V_1 \text{ și conform ecuației de stare } T_4 = \frac{p_4V_4}{vR} = \frac{4p_1V_1}{vR} = 4T_1.$$

c)

$$L_{12341} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}, \text{ cu } L_{12} = 0; L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \frac{4p_1V_1}{3}$$

$$L_{34} = vRT_4 \ln \frac{V_4}{V_3} = p_4V_4 \ln \frac{p_3}{p_4} = 4p_1V_1 \ln \frac{4}{3}; L_{41} = \frac{(p_1 + p_4)(V_1 - V_4)}{2} = -\frac{3p_1V_1}{2}$$

$$L_{12341} = \frac{4p_1V_1}{3} + 4p_1V_1 \ln \frac{4}{3} - \frac{3}{2}p_1V_1 = p_1V_1 \left(4 \ln \frac{4}{3} - \frac{1}{6} \right) \approx 0,981p_1V_1$$

31. a) $1 \rightarrow 2$ este o transformare izobară astfel că $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2T_1}{V_1} = 2T_1$

$2 \rightarrow 4$ este o transformare izotermă astfel că: $\frac{p_4}{T_4} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_4 = \frac{p_4T_2}{p_2} = 8T_1$.

Transformarea $5 \rightarrow 1$ este reprezentată grafic printr-un segment de dreaptă care trece prin originea axelor, astfel că legea de dependență dintre presiune și volum este $\frac{p}{V} = a \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow V_5 = \frac{p_5V_1}{p_1} = 4V_1$.

Din ecuația termică de stare:

$$p_5V_5 = vRT_5 \Rightarrow T_5 = \frac{p_5V_5}{vR} = \frac{16p_1V_1}{vR} = 16T_1 \Rightarrow \frac{T_5}{T_1} = 16$$

b) $V_3 = V_2 = 2V_1 \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_1V_3}{V_1} = 2p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

c) Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria transformării ciclice. Cum ciclul este parcurs în sensul acelor de ceasornic pe porțiunea 3453, lucru mecanic este pozitiv și egal cu aria A_{3453} . Pe porțiunea 1231 ciclul este parcurs în sens trigonometric și lucru mecanic este negativ și egal cu aria A_{1231} , astfel că:

$$L_{ciclu} = A_{3453} - A_{1231} = \frac{(p_4 - p_3)(V_5 - V_4)}{2} - \frac{(p_3 - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{3p_1V_1}{2} = 150 \text{ J}$$

32. a) Cum energia internă este $U = \nu C_V T \Rightarrow \frac{U_3}{U_1} = \frac{T_3}{T_1}$.

Legea transformării 2-3 este:

$$p = aV \Rightarrow \frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 V_3}{V_2} = 4p_1 \Rightarrow \text{din ecuația termică de}$$

$$\text{stare obținem: } T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = 8T_1 \Rightarrow \frac{U_3}{U_1} = \frac{T_3}{T_1} = 8.$$

b. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic în coordonate p și V , acesta este egal cu aria cuprinsă între curba presiunii și axa volumui. În acest caz figura geometrică este un trapez. Obținem:

$$L_{123} = L_{12} + L_{23} = L_{23} = \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_1)}{2} = 3p_1 V_1 = 300 \text{ J}$$

c) Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria transformării ciclice în coordonate p și V . Dacă ciclul este parcurs în sensul acelor de ceasornic, lucru mecanic este pozitiv. În acest caz figura geometrică este un trapez.

$$\text{Obținem: } L_{12341} = \frac{[(p_2 - p_1) + (p_3 - p_4)] \cdot (V_4 - V_1)}{2}$$

Aflăm valoarea presiunii p_4 , utilizând legea $\frac{p}{V} = ct$, pentru transformarea

$$4 \rightarrow 1: \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow p_4 = \frac{p_1 V_4}{V_1} = 2p_1, \text{ astfel că: } L_{12341} = \frac{(p_1 + 2p_1)V_1}{2} = \frac{3p_1 V_1}{2} \Rightarrow$$

$$L_{12341} = 150 \text{ J}$$

33. a) Conform ecuației termice de stare $pV = \nu RT \Rightarrow T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = \frac{6p_1 V_1}{\nu R}$,

$$\text{iar } T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R} \Rightarrow T_3 = 6T_1$$

b) Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria trapezului.

$$L_{12341} = \frac{[(V_3 - V_2) + (V_4 - V_1)] \cdot (p_2 - p_1)}{2} = \frac{5p_1 V_1}{2} = 250 \text{ J.}$$

c) $\Delta U_{41} = \nu C_V (T_4 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T_4 - T_1) = \frac{5}{2} (p_4 V_4 - p_1 V_1) = \frac{15}{2} p_1 V_1 = 750 \text{ J.}$

34. a) Identificăm transformările gazului: 1-2 izobară, 2-3 izocoră și 3-1 generală. Determinăm ecuația procesului 3-1 în coordonate p și V . Pentru aceasta introducem ecuația procesului 3-1 în coordonate V și T în ecuația termică de stare și obținem:

$pV = \nu R \frac{T_1}{2} (3 - BV) BV \Rightarrow p = \frac{\nu R B T_1 (3 - BV)}{2} \Rightarrow$ presiunea depinde liniar de volumul gazului în transformarea 3-1.

b) Observăm că $T_1 = T_3$, deoarece punctele 1 și 3 se află pe aceeași izotermă,

astfel că: $T_1 = \frac{T_1}{2} (3 - BV) BV \Rightarrow B^2 V^2 - 3BV + 2 = 0 \Rightarrow V = \frac{3B \pm B}{2B^2}$, astfel că

$$V_{\min} = V_1 = \frac{1}{B} \text{ și } V_{\max} = V_2 = \frac{2}{B} \Rightarrow V_2 = 2V_1$$

Din ecuația termică de stare scrisă pentru starea 3,

$$\text{obținem: } p_3 V_3 = \nu R T_3 \Rightarrow p_3 = \frac{\nu R T_3}{V_3} = \frac{\nu R T_1}{2V_1} = \frac{p_1}{2}.$$

Reprezentarea grafică a transformării ciclice în coordonate p și V este redată în graficul R 1.2.18.

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria ciclului.

$$L_{ciclu} = A_{1231} = \frac{(p_1 - p_3)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{p_1 V_1}{4} = \frac{\nu R T_1}{4} = 831 \text{ J}$$

$$\text{c) Conform definiției puterii: } P = \frac{L_{total}}{t} = \frac{NL_{ciclu}}{t} = 4155 \text{ W}$$

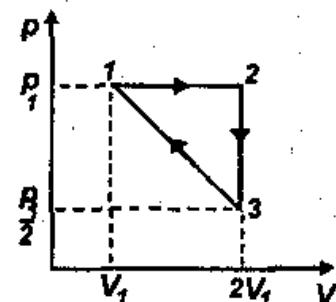


Fig. R 1.2.18

35. a) Deoarece sistemul termodinamic format din cele două gaze nu schimbă energie cu mediul exterior, sistemul este izolat. Pentru acest sistem energia internă se conservă. Obținem:

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \Rightarrow \nu_1 C_{V_1} \Delta T_1 + \nu_2 C_{V_2} \Delta T_2 = 0$$

Deoarece gazele sunt biautomice, atunci $C_{V_1} = C_{V_2} = C_V \Rightarrow$

$$\nu_1(T - T_1) + \nu_2(T - T_2) = 0 \Rightarrow T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} \text{ reprezintă temperatura de echilibru după punerea vaselor în legătură. Conform ecuațiilor termice de}$$

$$\text{stare obținem: } \nu_1 = \frac{p_1 V_1}{R T_1} \text{ și } \nu_2 = \frac{p_2 V_2}{R T_2} \Rightarrow T = \frac{(p_1 V_1 + p_2 V_2) T_1 T_2}{p_1 V_1 T_2 + p_2 V_2 T_1} = 456,52 \text{ K}$$

b) Utilizăm ecuația termică de stare pentru amestecul de gaze:

$$p(V_1 + V_2) = (\nu_1 + \nu_2)RT \Rightarrow p = \frac{(\nu_1 + \nu_2)RT}{V_1 + V_2} \Rightarrow p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2} = 2,33 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

c) $\Delta U_1 = U_{1f} - U_{1i} = \nu'_1 C_V T - \nu_1 C_V T_1 = C_V (\nu'_1 T - \nu_1 T_1)$, unde cu ν'_1 am notat numărul de moli în final în primul vas.

Din ecuația termică de stare pentru gazul din vasul 1:

$$pV_1 = \nu_1 RT \Rightarrow \nu_1 = \frac{pV_1}{RT} \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} V_1 (p - p_1) = \frac{3}{2} V_1 V_2 \frac{p_2 - p_1}{V_1 + V_2} = 4 \text{ kJ}$$

36. a) Deoarece gazul se comprimă, astfel că energia internă să rămână constantă și cum $U = \nu C_V T$, înseamnă că acesta suferă o transformare izotermă $1 \rightarrow 2$. Apoi deoarece densitatea gazului rămâne constantă, cum

$\rho = \frac{m}{V}$, înseamnă că transformarea $2 \rightarrow 3$ a gazului este izocoră. Știind că în transformarea $3 \rightarrow 1$ densitatea gazului variază invers proporțional cu temperatura absolută conform legii $\rho T = \text{const}$ și cum

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{mT}{V} = \text{const} \Rightarrow \frac{V}{T} = \text{const} \Rightarrow \text{transformarea } 3 \rightarrow 1$$

a gazului este izobară. Reprezentarea succesiunii de transformări este redată în figura R 1.2.19.

$$\text{b). } L_{\text{ciclu}} = L_{12} + L_{23} + L_{31} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + p_1(V_1 - V_3)$$

$$\Rightarrow L_{\text{ciclu}} = -p_1 V_1 \ln 3 + \frac{2}{3} p_1 V_1 = p_1 V_1 \left(\frac{2}{3} - \ln 3 \right) \approx -86,67 \text{ J}$$

Semnul minus al lucrului mecanic se explică prin faptul că acest ciclu este parcurs în sens trigonometric și gazul primește lucru mecanic de la mediul.

$$\text{c)} U_3 = \nu C_V T_3 = \frac{3}{2} \nu R T_3$$

Cum transformarea $3-1$ este izobară, pe baza legii acestei transformări,

$$\text{obținem: } \frac{V_3}{T_3} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_1}{V_1} = \frac{T_1}{3} \Rightarrow U_3 = \frac{3}{2} \nu R \frac{T_1}{3} = \frac{\nu R T_1}{2} = \frac{p_1 V_1}{2} = 100 \text{ J}$$

37. a) Deoarece supapa se deschide numai dacă presiunea în recipientul mare depășește presiunea din recipientul mic cu $\Delta p > p_0$, înseamnă că inițial supapa este închisă și întreaga cantitate de gaz se află numai în recipientul mare. (fig R 1.2.20) Utilizăm ecuația termică de stare:

$$p_0 V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow \nu = \frac{p_0 V_2}{R T_2} \Rightarrow m = \mu \nu = \frac{\mu p_0 V_2}{R T_2} = 2,71 \text{ g}$$

b) Presupunem că supapa se deschide, astfel că în recipientul 1 presiunea va fi p_1 iar în recipientul mare presiunea va fi $p_2 = p_1 + \Delta p$. Aplicăm legea conservării numărului de moli: $\nu = \nu_1 + \nu_2$, unde cu ν_1 și ν_2 am notat numărul de moli în recipientul mic și respectiv în cel mare. Obținem:

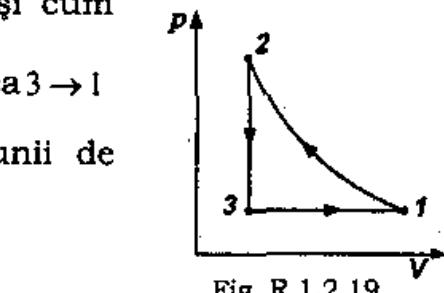


Fig. R 1.2.19

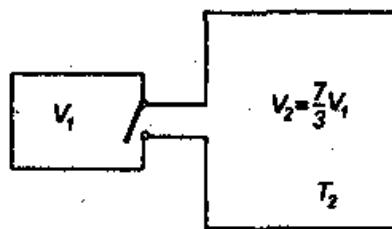


Fig. R 1.2.20

$$\frac{p_0V_3}{RT_2} = \frac{p_1V_1}{RT} + \frac{p_2V_2}{RT} \Rightarrow \frac{7p_0V_1}{3T_2} = \left(p_1V_1 + \frac{7p_2V_1}{3} \right) \frac{2}{3T_2} \Rightarrow 7p_0 = 2p_1 + \frac{14}{3}p_2 \Rightarrow$$

$$21p_0 = 6p_1 + 14p_2 \Rightarrow 21p_0 = 6p_1 + 14(p_1 + \Delta p) = 20p_1 + 14\Delta p \Rightarrow$$

$$p_1 = \frac{21p_0 - 14\Delta p}{20} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

c) $\frac{\Delta U}{U_i} = \frac{U_f - U_i}{U_i} = \frac{U_f}{U_i} - 1 = \frac{\nu C_V T}{\nu C_V T_1} - 1 = \frac{T}{T_2} - 1 = 0,5$

38. a) Scriem ecuațiile termice de stare ale gazelor din fiecare incintă (fig R 1.2.21).

Pentru O_2 : $2pV = 2\nu RT_1 \Rightarrow pV = \nu RT_1$ (1)

Pentru H_2 : $pV = 3\nu RT_2$ (2)

Pentru N_2 : $3pV = \nu RT_3$ (3)

$2p, 2\nu$	$p, 3\nu$	$3p, \nu$
O_2	H_2	N_2

Fig. R 1.2.21

Din ecuațiile (1) și (2) obținem: $T_2 = \frac{T_1}{3}$ și din ecuațiile (1) și (3) obținem:

$$T_3 = 3T_1$$

b) Deoarece cilindrul este izolat de exterior, energia internă a sistemului se conservă, astfel că: $U_f = U_1 + U_2 + U_3 \Rightarrow \nu_f C_V T = 2\nu C_V T_1 + 3\nu C_V T_2 + \nu C_V T_3$, cu $\nu_f = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 = 6\nu$ și C_V același, deoarece gazele sunt biațomice, astfel că: $2\nu T_1 + 3\nu \frac{T_1}{3} + \nu T_1 = 6\nu T \Rightarrow T = T_1$

Utilizăm ecuația termică de stare: $p_f V_f = \nu_f RT \Rightarrow p = \frac{6\nu RT_1}{3V} = \frac{2\nu RT_1}{V} = 2p$

c) $\Delta U_{O_2} = U_{O_{2f}} - U_{O_{2i}} = 2\nu C_V T - 2\nu C_V T_1 = 0$

39. a) Deoarece cele două recipiente comunică în ele presiunea are aceeași valoare. Când se mărește temperatura în primul recipient și se micșorează în al doilea trece gaz dintr-un recipient în celălalt, astfel că în recipientul încălzit numărul de moli este ν_1 , iar în recipientul răcit numărul de moli este ν_2 . Fracțiunea cerută este: $f = \frac{\nu - \nu_1}{\nu} = 1 - \frac{\nu_1}{\nu}$.

Aplicăm legea de conservare a numărului de moli: $\nu_f = \nu_1 + \nu_2 \Rightarrow 2\nu = \nu_1 + \nu_2$, (1). Aplicăm ecuațiile termice de stare în starea finală în recipientul încălzit $p'V = \nu_1 R n T$ și în recipientul răcit $p'V = \nu_2 R T / n$. Din egalarea celor două ecuații obținem: $\nu_1 n T = \nu_2 T / n \Rightarrow \nu_2 = n^2 \nu_1$, (2)

$$\text{Din (1) și (2) } \Rightarrow 2\nu = \nu_1 + n^2\nu_1 = \nu_1(1+n^2) \Rightarrow \nu_1 = \frac{2\nu}{n^2+1} \Rightarrow f = \frac{n^2-1}{n^2+1} = 60\%$$

b) $\Delta U = U_f - U_i = \left(\nu_1 C_V n T + \nu_2 C_V \frac{T}{n}\right) - 2\nu C_V T \Rightarrow$

$$\Delta U = \left(\frac{2\nu}{n^2+1} n T + \frac{2n^2\nu}{n^2+1} \cdot \frac{T}{n} - 2\nu T \right) C_V = -5\nu R T \frac{(n-1)^2}{n^2+1} = -24,93 \text{ kJ}$$

c) $L=0$, deoarece volumul ocupat de hidrogen nu se modifică. Dacă parametrii de poziție nu se modifică, forțele nu-și deplasează punctele de aplicatie și prin urmare nu efectuează lucru mecanic (volumul este un parametru de poziție).

40. a) $L_{145} = L_{14} + L_{45} = L_{45} = p_s(V_s - V_1) = 200 \text{ J}$

b) $L_{125} = L_{12} + L_{25} = L_{12} = \nu R T_1 \ln \frac{V_s}{V_1} = p_1 V_1 \ln 2 = 560 \text{ J}$

c) $\Delta U_{135} = \nu C_V (T_s - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_s - T_1) = \frac{3}{2} (p_s V_s - p_1 V_1) = -600 \text{ J}$

41. a) Energia internă a gazului este: $U_i = \nu C_V T = \frac{5}{2} \nu R T = \frac{5 p_0 V}{4} = 250 \text{ J}$

b) Inițial gazul se află în incinta din stânga. La destindere lucrul mecanic este nul $L=0$, deoarece când se destinde în vid gazul nu are ce forțe să îngingă, deoarece nu există gaz (fig R 1.2.22)



Fig. R 1.2.22

c) În final gazul ocupă întreg cilindrul. Destinderea gazului în vid se realizează brusc și gazul nu are timp să schimbe cu mediul exterior energie, adică transformarea gazului este adiabatică. Deoarece gazul nu schimbă cu mediul exterior nici lucru mecanic și nici căldură, energia internă a gazului se menține constantă, astfel că $U_f = U_i$. Temperatura gazului nu se schimbă imediat după destindere, astfel că $T=300 \text{ K}$.

1.3 Aplicații ale principiului 1 al termodynamicii

1. a) Transformarea oxigenului este izocoră, astfel că:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{P_2}{P_1} T_1 = 3T_1 = 900 \text{ K}$$

b) $L=0$, deoarece $V=\text{constant}$

$$Q = vC_v(T_2 - T_1) = SvRT_1 = 5p_1V = 2 \text{ kJ}$$

$$c) \Delta U = vC_v(T_2 - T_1) = 5vRT_1 = 5p_1V = 2 \text{ kJ}$$

2. a) Prin definiție $\rho = \frac{m}{V}$. Din ecuația termică de stare a gazului ideal:

$$p_1V = vRT_1 \Rightarrow V = \frac{mRT_1}{\mu \cdot p_1} \Rightarrow \rho = \frac{p_1\mu}{RT_1} = 1,872 \text{ kg/m}^3, \text{ deoarece } v = \frac{m}{\mu}.$$

b) Utilizând legea transformării izocore obținem:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{P_2}{P_1} T_1 = 2T_1 = 720 \text{ K} \Rightarrow t_2 = 447^\circ\text{C}$$

c) Căldura necesară dublării temperaturii absolute printr-un proces izobar este: $Q_p = vC_p(T_2 - T_1) = vC_pT_1$, iar printr-un proces izocor este:

$$Q_v = vC_v(T_2 - T_1) = vC_vT_1 \Rightarrow \frac{Q_p}{Q_v} = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5} = 1,4, \text{ deoarece cădurile molare}$$

pentru un gaz biatomic sunt $C_p = \frac{7}{2}R$ și $C_v = \frac{5}{2}R$.

3. a) Înănd cont că energia internă este o mărime fizică aditivă, energia internă a amestecului se obține adunând energiile interne ale gazelor componente, astfel că $U = U_1 + U_2 = v_1C_{v_1}T_1 + v_2C_{v_2}T_1$

Cum ambele gaze sunt biatomice, astfel că $C_{v_1} = C_{v_2} = \frac{5}{2}R$ și deoarece pe

baza conservării numărului de moli $v = v_1 + v_2 \Rightarrow U = (v_1 + v_2) \cdot \frac{5}{2}RT = \frac{5}{2}vRT$

Pe baza ecuației termice de stare $pV = vRT \Rightarrow U = \frac{5}{2}pV = 4155 \text{ J}$

$$b) \Delta U = U_2' - U_1' = \frac{5}{2}vRT_2 - \frac{5}{2}vRT_1 = \frac{5}{2}vR\Delta T$$

$$\text{Cum } pV = vRT \Rightarrow vR = \frac{pV}{T} \Rightarrow \Delta U = \frac{5}{2}pV \frac{\Delta T}{T} = 1385 \text{ J}$$

c) $Q = vC_v\Delta T = \Delta U = 1385 \text{ J}$, deoarece fiecare gaz suferă prin încălzire o transformare izocoră ($V=\text{ct}$).

4. a) Utilizând formula căldurii schimbate de un gaz batomic cu mediul în transformarea izocoră obținem:

$$Q = vC_v \Delta T = \frac{5}{2}vR(T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 = \frac{2Q}{5vR} + T_1 = 500 \text{ K}$$

b) Pe baza datelor problemei

$$U_{mono} = U_{bi} \Rightarrow v_{mono} C_{v_{mono}} T = v_{bi} C_{v_{bi}} T \Rightarrow v_{mono} \frac{3}{2}RT = v_{bi} \frac{5}{2}RT \Rightarrow 3v_{mono} = 5v_{bi}$$

$$v_{mono} = \frac{N_{atomi}}{N_A} = \frac{2N_{dis}}{N_A} = \frac{2fN_i}{N_A} = 2f\nu$$

Dar

$$v_{bi} = \frac{N_{bi}}{N_A} = \frac{N_i - N_{dis}}{N_A} = \frac{N_i - fN_i}{N_A} = \frac{N_i(1-f)}{N_A} = (1-f)\nu$$

$$3 \cdot 2f\nu = 5(1-f)\nu \Rightarrow 6f = 5 - 5f \Rightarrow f \approx 45,45\%$$

c) Energia internă a azotului în stare inițială este: $U_1 = vC_v T = \frac{5}{2}vRT$

$$\begin{aligned} \text{În stare finală } U_2 &= U_{mono} + U_{bi} = v_{mono} \frac{3}{2}RT' + v_{bi} \frac{5}{2}RT' = \\ &= (3v_{mono} + 5v_{bi}) \frac{RT'}{2} = [3 \cdot 2f\nu + 5(1-f)\nu] \frac{RnT}{2} = (5+f)n\nu RT \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{n(5+f)}{5} = 3,12 \end{aligned}$$

5. a) În transformarea izobară $L = p\Delta V = p(V_2 - V_1) = pV_2 - pV_1 =$

$$= vRT_2 - vRT_1 = vR(T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 = \frac{L}{vR} + T_1 = 400 \text{ K}$$

$$\text{b)} \Delta U = vC_v \Delta T = \frac{3}{2}vR\Delta T = \frac{3}{2}L = 2493 \text{ J}$$

$$\text{c)} Q = vC_p \Delta T = \frac{5}{2}vR\Delta T = \frac{5}{2}L = 4155 \text{ J}$$

$$\text{6. a)} \Delta U = vC_v \Delta T = \frac{5}{2}vR\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{2\Delta U}{5vR} = T_2 - T_1 \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{2\Delta U}{5vR} = 340 \text{ K}$$

b) Aplicăm ecuația termică de stare în starea finală:

$$p_1 V_2 = vRT_2 \Rightarrow V_2 = \frac{vRT_2}{p_1} \approx 7,06 \text{ L}$$

$$\text{c)} \text{În izobară } Q_p = vC_p \Delta T = \frac{7}{2}vR\Delta T = \frac{7}{5}\Delta U = 1163,4 \text{ J, iar}$$

$$L = p\Delta V = vR\Delta T = \frac{2}{5}\Delta U = 332,4 \text{ J}$$

7. a) Conform relației $\Delta E_p = Mg\Delta h$, calculăm pe ce

$$\text{distanță se ridică pistonul} \Rightarrow \Delta h = \frac{\Delta E_p}{Mg} = 5 \text{ cm}$$

Studiem echilibrul pistonului (fig R 1.3.1):

$$G + F_{p_0} = F_p \Rightarrow Mg + p_0 S = pS \Rightarrow p = p_0 + \frac{Mg}{S} \Rightarrow$$

$$p = 1,1 \cdot 10^6 \text{ Pa} \Rightarrow \text{transformarea gazului este izobară}$$

$$L = p\Delta V = pS\Delta h = (p_0 S + Mg) \frac{\Delta E_p}{Mg} = 5,5 \text{ J};$$

$$Q = vC_p \Delta T = \frac{7}{2} vR \Delta T = \frac{7}{2} p\Delta V = 19,25 \text{ J}$$

$$\Delta U = vC_v \Delta T = \frac{5}{2} vR \Delta T = \frac{5}{2} p\Delta V = 13,75 \text{ J}$$

b) Scriem ecuația transformării izobare: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_1 + S\Delta h}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$

Utilizăm și ecuația termică de stare în starea inițială:

$$pV_1 = vRT_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{mR}{\mu p} \Rightarrow \frac{V_1 + S\Delta h}{T_2} = \frac{mR}{\mu p} \Rightarrow V_1 = \frac{mR}{\mu p} T_2 - S\Delta h \Rightarrow$$

$$V = 10^{-5} \text{ m}^3 = 10 \text{ cm}^3$$

c) $T_1 = \frac{\mu p V_1}{mR} = 333,33 \text{ K}$

8. a) Studiem echilibrul pistonului (fig R 1.3.2).

Pe direcția mișcării rezultanta forțelor este nulă:

$$F_p = F_{p_0} + mg \sin \alpha \Rightarrow pS = p_0 S + mg \sin \alpha \Rightarrow$$

$$p = p_0 + \frac{mg \sin \alpha}{S} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

b) Transformarea gazului închis în cilindru este izobară, astfel că:

$$L = p\Delta V = pS\Delta \ell = 20 \text{ J}$$

c) $Q = vC_p \Delta T = \frac{7}{2} vR \Delta T = \frac{7}{2} p\Delta V = \frac{7}{2} pS\Delta \ell = 70 \text{ J}$

9. a) Aflăm presiunea gazului dintre cele două pistoane prin impunerea condiției de echilibru celor două pistoane (fig R 1.3.3).

Pentru pistonul S_1 :

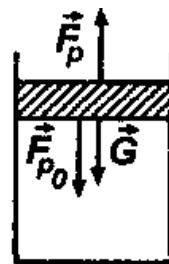


Fig. R 1.3.1

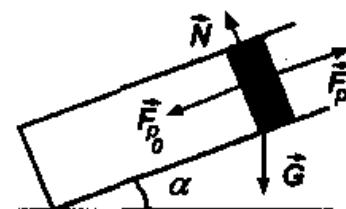


Fig. R 1.3.2

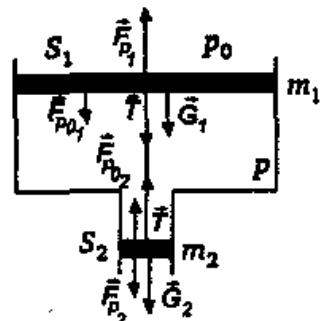


Fig. R 1.3.3

$$F_{p_1} = F_{p_{01}} + T + m_1 g \Rightarrow pS_1 = p_0 S_1 + T + m_1 g \Rightarrow$$

$$T = (p - p_0)S_1 - m_1 g$$

Pentru pistonul S_2 :

$$F_{p_2} + G_2 = F_{p_{02}} + T \Rightarrow pS_2 + m_2 g = p_0 S_2 + T \Rightarrow T = (p - p_0)S_2 + m_2 g \Rightarrow$$

$$(p - p_0)S_1 - m_1 g = (p - p_0)S_2 + m_2 g \Rightarrow (p - p_0)(S_1 - S_2) = (m_1 + m_2)g \Rightarrow$$

$$p = p_0 + \frac{mg}{\Delta S} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow p = ct \Rightarrow \text{gazul dintre pistoane suferă o transformare izobară.}$$

b) Conform ecuației transformării izobare:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_1 + \Delta V}{T_1 + \Delta T} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_1 + S_1 \Delta \ell - S_2 \Delta \ell}{T_1 + \Delta T} \Rightarrow V_1 \Delta T = T_1 \Delta \ell (S_1 - S_2) \Rightarrow \Delta \ell = \frac{V_1 \Delta T}{T_1 \Delta S}$$

$$\text{Din ecuația termică de stare } pV_1 = \nu RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{\nu RT_1}{p} \Rightarrow \Delta \ell = \frac{\nu R \Delta T}{p \Delta S} \Rightarrow$$

$$\Delta \ell = \frac{\nu R \Delta T}{p_0 \Delta S + mg} = 27,7 \text{ cm.}$$

Deoarece gazul prin încălzire se dilată, pistoanele se deplasează în sus și prin urmare volumul crește cu $\Delta V = S_1 \Delta \ell - S_2 \Delta \ell = \Delta S \Delta \ell$.

$$\text{c)} Q = \nu C_p \Delta T = \frac{7}{2} \nu R \Delta T = 29,085 \text{ J}$$

10. a) Legea transformării izoterme este:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{p_1}{16} = 6,25 \text{ kPa}$$

b) $\Delta U = 0$, deoarece $T = \text{const}$

$$\text{c)} L = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln 16 = 4 p_1 V_1 \ln 2 = 554,4 \text{ J}$$

Din primul principiu al termodinamicii: $\Delta U = Q - L \Rightarrow Q = L = 554,4 \text{ J}$

11. a. Agentul termic cedează căldură aerului din cameră și deoarece temperatura camerei se menține constantă, această căldură este cedată de cameră mediului, astfel că $Q_p = |Q_c|$. Deoarece căldura primită de aerul dintr-o cameră de la agentul termic din calorifer este direct proporțională cu diferența de temperatură dintre sursele care schimbă căldură atunci $Q_p = a(t_a - t)$. Deoarece căldura cedată de aerul din cameră mediului

exterior este direct proporțională cu diferența de temperatură dintre sursele care schimbă căldură, atunci $|Q_c| = b(t - t_e)$. Astfel că: $a(t_a - t) = b(t - t_e)$.

Din $a(t_a - t_1) = b(t_1 - t_{e1})$ și $a(t_a - t_2) = b(t_2 - t_{e2}) \Rightarrow$ prin împărțirea celor două relații obținem: $\frac{t_a - t_1}{t_a - t_2} = \frac{t_1 - t_{e1}}{t_2 - t_{e2}} \Rightarrow t_2 = 10^\circ\text{C}$

b. Analog $a(t_a - t_1) = b(t_1 - t_{e1})$ și $a(t_a - t_1) = b(t_1 - t_{e2}) \Rightarrow$ prin împărțirea celor două relații obținem: $\frac{t_a - t_1}{t_a - t_1} = \frac{t_1 - t_{e1}}{t_1 - t_{e2}} \Rightarrow t_a = 80^\circ\text{C}$

c. Cum $a(t_a - t_1) = b(t_1 - t_{e1})$ și $a(t_a - t_3) = b(t_3 - t_{e3}) \Rightarrow$ prin împărțirea celor două relații obținem: $\frac{t_a - t_1}{t_a - t_3} = \frac{t_1 - t_{e1}}{t_3 - t_{e3}} \Rightarrow t_{e3} = -10^\circ\text{C}$

12. a) Scriem expresia căldurii care intervine în transformarea izotermă 1:

$$Q_1 = v_1 RT \ln \frac{V_f}{V_i} = \frac{m_1}{\mu} RT \ln 2 \text{ și în transformarea izotermă 2:}$$

$$Q_2 = v_2 RT \ln 2 = \frac{m_2}{\mu} RT \ln 2. \text{ Cum } \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow m_2 = m_1 \frac{Q_2}{Q_1} = 1 \text{ g}$$

b) $Q_2 = v_2 RT \ln \frac{V_f}{V_i}$. Conform datelor problemei: $\Delta V = 3V_i \Rightarrow$

$$V_f = \Delta V + V_i = 4V_i \Rightarrow Q_2 = \frac{m_2}{\mu} RT \ln 4 \Rightarrow T = \frac{\mu Q_2}{2m_2 R \ln 2} = 300 \text{ K}$$

c) $Q_1 = 431,91 \text{ J}$

13. a) În transformarea adiabatică: $L = -\Delta U = -vC_v \Delta T = -\frac{5}{2}vR\Delta T \Rightarrow$

$$\Delta T = -\frac{2L}{5vR} \Rightarrow T_2 = T_1 - \frac{2L}{5vR}$$

$$\text{Cum } v = \frac{m}{\mu} \Rightarrow T_2 = T_1 - \frac{2L\mu}{5mR} = 220K \Rightarrow t_2 = -53^\circ\text{C}$$

b) $\Delta U = -L = -166,2 \text{ J}$

c) $Q = 0$

14. a) Scriem legea transformării adiabate în coordonate p și V : $p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$.

$$\Rightarrow p_2 = \frac{p_1}{32}; V_2 = 8V_1 \Rightarrow p_1 V_1^\gamma = \frac{p_1}{2^5} \cdot (2^3 \cdot V_1)^\gamma \Rightarrow 1 = \frac{2^{3\gamma}}{2^5} \Rightarrow 3\gamma = 5 \Rightarrow \gamma = \frac{5}{3}$$

$$\text{b)} L = -\Delta U = -\nu C_v \Delta T = -\frac{\nu R}{\gamma-1} \Delta T = -\frac{3}{2} \nu R \Delta T = -\frac{3}{2} (\nu R T_2 - \nu R T_1) =$$

$$= \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_2) = \frac{3}{2} \left(p_1 V_1 - \frac{p_1}{32} \cdot 8V_1 \right) = \frac{9}{8} p_1 V_1 = 900 \text{ J}$$

$$\text{c)} \Delta T = -\frac{L}{\nu C_v} = -\frac{2L}{3\nu R} = -72,2 \text{ K}$$

15. a) În transformarea adiabatică:

$$L = -\Delta U = -\nu C_v \Delta T = -\frac{5}{2} \nu R \Delta T = -6232,5 \text{ J}$$

$$\text{b)} \Delta U = \nu C_v \Delta T = -L = 6232,5 \text{ J și } Q = 0$$

c) Aplicăm ecuația transformării adiabatice scrisă în coordonate V și T :

$$\Rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow V_2 = V_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \Rightarrow V_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{ m}^3 = 354,6 \text{ L, cu } \gamma = \frac{7}{5}.$$

16. a) Conform legii transformării $p = aV$ în stările 1 și 2: $p_1 = aV_1$ și cum

$$p_2 = aV_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_2}{V_1} = 3p_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{b)} \Delta U = \nu C_v \Delta T = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$$

$$\text{Conform ecuației de stare în starea 2, obținem: } T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} = \frac{9p_1 V_1}{\nu R} = 9T_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \cdot 8T_1 = 12\nu R T_1 = 12p_1 V_1 = 1200 \text{ J}$$

c) Deoarece presiunea depinde direct proporțional de volum, pentru a calcula lucrul mecanic utilizăm interpretarea geometrică a lucrului mecanic (fig R 1.3.4),

$$\text{astfel că: } L = A_{trapez} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{4p_1 \cdot 2V_1}{2} = 4p_1 V_1$$

$$\Rightarrow L = 400 \text{ J}$$

Pe baza primului principiu al termodinamicii:

$$Q = \Delta U + L = 1600 \text{ J}$$

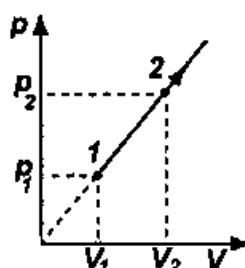


Fig. R 1.3.4

17. a) Impunem condiția de echilibru pistonului (fig R 1.3.5): $F_{el} = F_p \Rightarrow kx = pS$.

$$\text{Cum } V = Sx \Rightarrow pS = k \frac{V}{S} \Rightarrow p = \frac{k}{S^2} V = aV, \text{ unde}$$

$a = \frac{k}{S^2} = ct$, observăm că presiunea gazului depinde direct proporțională de volumul acestuia

b) Conform ecuației termice de stare $\Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R} \Rightarrow T = b \cdot p^2$ unde

$$b = \frac{S^2}{k\nu R} = ct \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^2 = 2,25$$

c) Prin definiție $C = \frac{Q}{\nu \Delta T} = \frac{\Delta U + L}{\nu \Delta T} = \frac{\nu C_v \Delta T + L}{\nu \Delta T} \Rightarrow C = C_v + \frac{L}{\nu \Delta T}$

$$\text{Dar } L = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{(aV_1 + aV_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{a}{2}(V_2^2 - V_1^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \frac{aV_2^2 - aV_1^2}{2} = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{2} = \frac{\nu R T_2 - \nu R T_1}{2} = \frac{\nu R \Delta T}{2} \Rightarrow C = C_v + \frac{R}{2} \Rightarrow$$

căldura molară în această transformare depinde de tipul gazului. Astfel pentru un gaz monoatomic $C_v = \frac{3}{2} R \Rightarrow C = 2R = 16,62 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$

18. a) Reprezetăm în figura R 1.3.6 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V .

Conform definiției $\Delta U = \nu C_v \Delta T$, obținem:

$$\Delta U_{13} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) = \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_1 V_1) = -300 \text{ J}$$

$$\text{b)} L_t = L_{12} + L_{23}$$

$$\text{Dar } L_{12} = 0 \text{ și } L_{23} = p_3 (V_3 - V_1) \Rightarrow L_t = p_3 (V_3 - V_1) = -3200 \text{ J}$$

$$\text{c)} Q_t = Q_{12} + Q_{23}$$

$$Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} V_1 (p_3 - p_1)$$

$$Q_{23} = \nu C_v (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{5}{2} p_3 (V_3 - V_1)$$

$$Q_t = \frac{3}{2} V_1 (p_3 - p_1) + \frac{5}{2} p_3 (V_3 - V_1) = -3500 \text{ J}$$

Se observă că se verifică primul principiu al termodinamicii astfel că:

$$Q_t = \Delta U_{13} + L_t$$

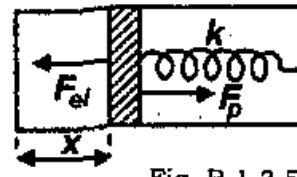


Fig. R 1.3.5

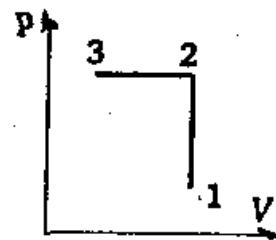


Fig. R 1.3.6

19. a) Transformarea 1-2 este izocoră: $Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$.

Pentru transformarea 2-3 izobară: $Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} \nu R (T_3 - T_2)$

Cum $Q_{12} = Q_{23} \Rightarrow \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} (T_3 - T_2) \Rightarrow 3T_2 - 3T_1 = 5T_3 - 5T_2$

Dar din datele problemei: $T_3 = 4T_1 \Rightarrow 8T_2 = 23T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{23}{8} = 2,875$

b) $\frac{\Delta U_{23}}{\Delta U_{12}} = \frac{\nu C_v (T_3 - T_2)}{\nu C_v (T_2 - T_1)} = 0,6$, deoarece $T_2 = \frac{23}{8} T_1$

c) $Q_i = Q_{12} + Q_{23} = 2Q_{12} = 2 \cdot \frac{3}{2} \nu R \left(\frac{23}{8} T_1 - T_1 \right) = \frac{45}{8} \nu R T_1 = \frac{45}{8} p_1 V_1 = 4500 \text{ J}$

20. a. Deoarece pistonul este în echilibru și se deplasează înseamnă că gazul suferă inițial o transformare izobară. După ce pistonul se blochează gazul suferă prin încălzire o transformare izocoră. Reprezentarea succesiunii de procese la care este supus gazul este redată în figura R 1.3.7.

$$L_{12} = p_1 (V_2 - V_1) = p_1 V_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right) = p_1 V_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = 2 \text{ kJ},$$

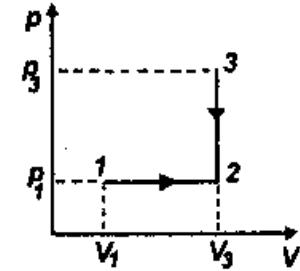


Fig. R 1.3.7

deoarece din ecuația izobarei, obținem $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow V_2 = 3V_1$.

b. $\Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = 35 p_1 V_1 = 35 \text{ kJ}$

c. $Q_{123} = Q_{12} + Q_{23}$, cu $Q_{12} = \nu C_p (T_2 - T_1) = \frac{7}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{7}{2} p_1 (V_2 - V_1) \Rightarrow$

$$Q_{12} = 7 p_1 V_1 \text{ și } Q_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} V_2 (p_3 - p_1) = 30 p_1 V_1 \Rightarrow$$

$$Q_{123} = 37 p_1 V_1 = 37 \text{ kJ sau } Q_{123} = \Delta U_{13} + L_{12}, \text{ deoarece } L_{123} = L_{12}.$$

21. a) Din datele problemei $T_2 = T_1$, deoarece stările 1 și 2 se află pe aceeași

izotermă. Conform legii transformării izoterme: $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{p_1}{3}$

Transformarea 2-3 este izobară astfel că: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_2} = \frac{V_1 T_1}{3 V_1} = \frac{T_1}{3}$

$$\Delta U_{13} = \nu C_v (T_3 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \left(\frac{T_1}{3} - T_1 \right) = -\nu R T_1 = -2493 \text{ J}$$

$$\text{b)} L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{\left(p_1 + \frac{p_1}{3} \right) (3V_1 - V_1)}{2} = \frac{4}{3} p_1 V_1$$

$$L_{23} = p_2 (V_3 - V_2) = \frac{p_1}{3} (V_1 - 3V_1) = -\frac{2p_1 V_1}{3} \Rightarrow \frac{L_{12}}{L_{23}} = -2$$

$$\text{c)} Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} \nu R \left(\frac{T_1}{3} - T_1 \right) = -\frac{5}{3} \nu R T_1 = -4155 \text{ J}$$

22. a) Pornim de la informația problemei că $Q_{12} = Q_{13}$. Transformarea 1-2 este izocoră, astfel că $Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{\nu R}{\gamma - 1} \Delta T_{12} = \frac{5}{2} \nu R \Delta T_{12}$.

Pe baza primului principiu al termodinamicii: $Q_{13} = L_{13} + \Delta U_{13}$

Dar $\Delta U_{13} = \nu C_v \Delta T_{13} = \frac{\nu R}{\gamma - 1} \Delta T_{13} = \frac{5}{2} \nu R \Delta T_{13}$ și $L_{13} = \frac{(p_3 + p_1)(V_3 - V_1)}{2}$, pe

baza interpretării geometrice a lucrului mecanic.

$$\begin{aligned} \text{Cum } p = aV \Rightarrow p_1 = aV_1 \text{ și } p_3 = aV_3 \Rightarrow L = \frac{a(V_3^2 - V_1^2)}{2} = \frac{aV_3^2 - aV_1^2}{2} = \\ = \frac{aV_3 \cdot V_3 - aV_1 \cdot V_1}{2} = \frac{p_3 V_3 - p_1 V_1}{2} = \frac{\nu R T_3 - \nu R T_1}{2} = \frac{\nu R \Delta T_{13}}{2} \Rightarrow Q_{13} = 3\nu R \Delta T_{13}. \end{aligned}$$

$$Q_{12} = Q_{13} \Rightarrow \frac{5}{2} \nu R \Delta T_{12} = 3\nu R \Delta T_{13} \Rightarrow \frac{\Delta T_{12}}{\Delta T_{13}} = 1,2$$

$$\text{b)} \Delta U_{12} = \nu C_v \Delta T_{12} = Q_{12} = 12465 \text{ J}$$

$$\text{c)} \text{Conform definiției: } C_{13} = \frac{Q_{13}}{\nu \Delta T_{13}} = 3R = 24,93 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

23. a) Conform datelor problemei $Q_{12} = Q_{23}$, cu $Q_{12} = \nu C_p (T_2 - T_1)$.

$$\text{Din } \gamma = \frac{C_p}{C_v} \text{ și } C_p = C_v + R \Rightarrow \gamma C_v = C_v + R \Rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1} \text{ și } C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \Rightarrow$$

$$Q_{12} = \nu \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_1 (V_2 - V_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_1 V_1$$

$$Q_{23} = vRT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = p_2 V_2 \ln 4 = 4p_1 V_1 \ln 2$$

$$\text{Din } Q_{12} = Q_{23} \Rightarrow \frac{\gamma p_1 V_1}{\gamma - 1} = 4p_1 V_1 \ln 2 \Rightarrow \gamma = \frac{4 \ln 2}{4 \ln 2 - 1} = 1,564$$

$$\text{b) } L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = p_1 V_1 \text{ și } L_{23} = Q_{23} = 4p_1 V_1 \ln 2 \Rightarrow \frac{L_{12}}{L_{23}} = \frac{1}{4 \ln 2} = 0,36.$$

$$\text{c) } \Delta U_{12} = vC_v(T_2 - T_1) \text{ și } \Delta U_{13} = vC_v(T_3 - T_1) = vC_v(T_2 - T_1) \Rightarrow \frac{\Delta U_{12}}{\Delta U_{13}} = 1$$

24. a) Reprezetăm în figura R 1.3.8 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V .

$$\Delta U_{13} = vC_v(T_3 - T_1) = \frac{5}{2}vR(T_3 - T_1)$$

Transformarea 2-3 este izobară, astfel că legea

$$\text{transformării este: } \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_2} = \frac{V_1 T_1}{e^2 V_1} = \frac{T_1}{e^2} \Rightarrow$$

$$\Delta U_{13} = \frac{5}{2}vRT_1 \left(\frac{1}{e^2} - 1 \right) = -\frac{5}{2}p_1 V_1 \frac{e^2 - 1}{e^2} \Rightarrow \Delta U_{13} \approx -2,16 \text{ kJ}$$

$$\text{b) } L_{13} = L_{12} + L_{23}, \text{ cu } L_{12} = vRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln e^2 = 2p_1 V_1 \text{ și}$$

$$L_{23} = p(V_1 - V_2) = vR(T_3 - T_1) = -vRT_1 \left(1 - \frac{1}{e^2} \right) = -p_1 V_1 \frac{(e^2 - 1)}{e^2}$$

$$L_{13} = p_1 V_1 \left(2 - \frac{e^2 - 1}{e^2} \right) = p_1 V_1 \frac{(e^2 + 1)}{e^2} = 1136 \text{ J}$$

$$\text{c) Pe baza primului principiu al termodinamicii: } Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} = -1024 \text{ J}$$

25. a. Gazul suferă două transformări: 1-2 o transformare izocoră și 2-3 o transformare izotermă. Reprezentarea grafică este redată în figura R 1.3.9.

b. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul este:

$$L_{123} = L_{12} + L_{23} \text{ cu } L_{12} = 0 \text{ și } L_{23} = vRT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = -p_2 V_2 \ln 2 \Rightarrow$$

$$L_{123} = L_{23} = -2p_1 V_1 \ln 2 = -2vRT_1 \ln 2 \approx -17451 \text{ J}$$

$$\text{c. } Q_{123} = Q_{12} + Q_{23}, \text{ cu } Q_{12} = vC_v(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}vR(T_2 - T_1).$$

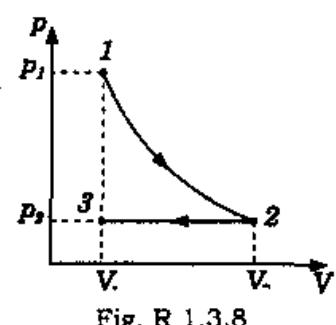


Fig. R 1.3.8

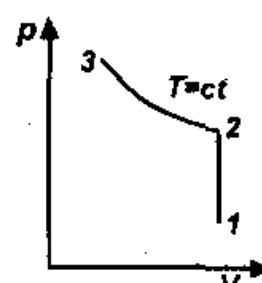


Fig. R 1.3.9

Din legea transformării izocore $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = 2T_1 \Rightarrow Q_{12} = \frac{3}{2} \nu R T_1$ și $Q_{23} = L_{23} = -2\nu R T_1 \ln 2 \Rightarrow Q_{123} = \nu R T_1 (1,5 - 2 \ln 2) \approx 1246,5 \text{ J}$

26. a. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul este $L_t = L_{12} + L_{23}$, unde $L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{3p_1 V_1}{4}$, pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic și $L_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = p_2 V_2 \ln \frac{p_2}{p_3} = 3p_1 V_1 \ln 2 \Rightarrow L_t = 3p_1 V_1 \left(\frac{1}{4} + \ln 2 \right) = 2,85 p_1 V_1 \approx 1710 \text{ J}$

b. Căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul este $Q_t = Q_{12} + Q_{23}$.

Din primul principiu al termodinamicii $Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12}$, cum $L_{12} = \frac{3p_1 V_1}{4}$ și $\Delta U_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = 3p_1 V_1 \Rightarrow Q_{12} = \frac{15}{4} p_1 V_1$

Cum transformarea 2-3 este izotermă $Q_{23} = L_{23} = 3p_1 V_1 \ln 2$, atunci $Q_t = 3p_1 V_1 \left(\frac{5}{4} + \ln 2 \right) \approx 3510 \text{ J}$

c. Variația energiei interne a gazului între stările 1 și 3 este: $\Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) = \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = 3p_1 V_1 \Rightarrow \Delta U_{13} = 1800 \text{ J}$

27. a. Energia internă a gazului în starea 3 este $U_3 = \nu C_V T_3 = \frac{3}{2} \nu R T_3$.

Din legea transformării izocore obținem: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = 2T_1$ și cum $T_3 = T_2 \Rightarrow U_3 = 3\nu R T_1 = 7479 \text{ J}$

b. Lucrul mecanic în transformarea 2-3 este $L_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = p_2 V_2 \ln \frac{3}{4} \Rightarrow L_{23} = -2p_1 V_1 \ln \frac{4}{3} = -2\nu R T_1 \ln \frac{4}{3} \approx -1445,94 \text{ J}$

c. $Q_{123} = Q_{12} + Q_{23}$, cu $Q_{12} = \nu C_p (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$.

Din legea transformării izobare: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = 2 \Rightarrow Q_{12} = \frac{5}{2} \nu RT_1$ și
 $Q_{23} = L_{23} = -2\nu RT_1 \ln \frac{4}{3} \Rightarrow Q_{123} = \nu RT_1 \left(\frac{5}{2} - 2 \ln \frac{4}{3} \right) \approx 4786,56 \text{ J}$

28. a. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul este $L_{123} = L_{12} + L_{23}$, cu $L_{12} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln 2$ și $L_{23} = \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2}$.

Din ecuația transformării izoterme: $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{p_1}{2}$ și din ecuația procesului general 2-3: $\frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 V_3}{V_2} = \frac{p_1}{4}$, astfel că:

$$L_{23} = -\frac{3p_1 V_1}{8} \Rightarrow L_{123} = p_1 V_1 \left(\ln 2 - \frac{3}{8} \right) \approx 130 \text{ J}$$

b. $Q_{123} = Q_{12} + Q_{23}$, cu $Q_{12} = L_{12} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln 2$ și $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23}$,

conform primului principiu al termodinamicii

$$\begin{aligned} \text{Cum } \Delta U_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) &= \frac{5}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{5}{2} \left(\frac{p_1}{4} V_1 - p_1 V_1 \right) \\ \Rightarrow \Delta U_{23} &= -\frac{15}{8} p_1 V_1 \Rightarrow Q_{23} = -\frac{9}{4} p_1 V_1 \Rightarrow Q_{123} = p_1 V_1 \left(\ln 2 - \frac{9}{4} \right) \approx -620 \text{ J} \end{aligned}$$

c. Variația energiei interne a gazului între stările 1 și 3 este:

$$\Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T_3 - T_1) = \frac{5}{2} (p_3 V_3 - p_1 V_1) = -\frac{15}{8} p_1 V_1 = -750 \text{ J}$$

29. a) Reprezentăm în figura R 1.3.10 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V .

$$L_{23} = \nu RT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = \nu RT_2 = p_2 V_1$$

Aflăm presiunea p_2 pornind de la expresia căldurii

$$Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (\nu RT_2 - \nu RT_1)$$

$$= \frac{3}{2} V_1 (p_2 - p_1) \Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{2Q_{12}}{3V_1} \Rightarrow p_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow L_{23} = 200 \text{ J}$$

$$\mathbf{b)} \Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) = Q_{12} = -300 \text{ J}$$

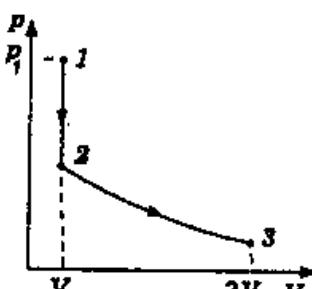


Fig. R 1.3.10

c) $L_{13} = L_{12} + L_{23} = L_{23} = 200 \text{ J}$, deoarece pe izocoră $L_{12}=0$.

$Q_{13} = Q_{12} + Q_{23}$ cu $Q_{23} = L_{23} = 200 \text{ J}$, deoarece pe izotermă $\Delta U_{23}=0 \Rightarrow Q_{13}=-100 \text{ J}$

Conform primului principiu al termodinamicii: $Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} = -100 \text{ J}$

30. a) Deoarece energia internă a gazului rămâne constantă, cum $U = \nu C_v T$ înseamnă că temperatura absolută a acestuia nu se modifică $\Rightarrow 1-2$ este o transformare izotermă. Deoarece densitatea gazului rămâne constantă, cum $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow$ volumul gazului se

menține constant și transformarea 2-3 este izocoră.

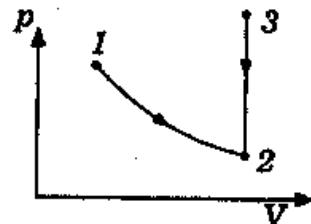


Fig. R 1.3.11

Reprezintă în figura R 1.3.11 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V .

b) $L_{13} = L_{12} + L_{23}$ cu $L_{12} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1$ și $L_{23} = 0 \Rightarrow L_{13} = L_{12} = p_1 V_1 = 271 \text{ J}$

c) Conform legii transformării izoterme $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{p_1}{e} = 10^5 \text{ Pa}$

În transformarea izocoră: $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 T_3}{T_2} \Rightarrow p_3 = 3 p_1 \Rightarrow p_3 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

d. Pe baza primului principiu al termodinamicii: $Q_{13} = L_{13} + \Delta U_{13}$, cu

$$\Delta U_{13} = \nu C_v (T_3 - T_1) = \nu \cdot \frac{5}{2} R (3T_1 - T_1) = 5\nu RT_1 = 5p_1 V_1$$

$$Q_{13} = p_1 V_1 + 5p_1 V_1 = 6p_1 V_1 = 1626 \text{ J}$$

31. a. $\Delta U_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$

Din legea transformării 1-2 $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_2}{V_1} = 2p_0 \Rightarrow \Delta U_{12} = \frac{15}{2} p_0 V_0$

$$\Rightarrow \Delta U_{12} = 2250 \text{ J}$$

b. $Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{7}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{7}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{7}{2} p_2 (V_3 - V_2) = 7p_0 V_0$

$$\Rightarrow Q_{23} = 2100 \text{ J}$$

c. Prin definiție căldura molară a gazului pe transformarea 1-2 este

$$C_{12} = \frac{Q_{12}}{\nu \Delta T_{12}} = \frac{\Delta U_{12} + L_{12}}{\nu \Delta T_{12}} = \frac{\nu C_V \Delta T_{12} + L_{12}}{\nu \Delta T_{12}} = C_V + \frac{L_{12}}{\nu \Delta T_{12}}$$

Din interpretarea geometrică a lucrului mecanic $L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} \Rightarrow$

$L_{12} = \frac{3p_0V_0}{2}$. Pe baza ecuațiilor termice de stare în stările 1 și 2: $T_1 = \frac{p_0V_0}{vR}$ și

$$T_2 = \frac{4p_0V_0}{vR} = 4T_1 \Rightarrow C_{12} = \frac{5R}{2} + \frac{p_0V_0}{2vT_1} = \frac{5R}{2} + \frac{R}{2} = 3R = 24,93 \text{ J/molK}$$

32. a) $L_{123} = L_{12} + L_{23}$

În comprimarea adiabatică: $L_{12} = -\Delta U_{12} = -vC_v(T_2 - T_1) = -\frac{3}{2}vR(T_2 - T_1)$

Determinăm temperatura absolută în starea 2 aplicând legea transformării adiabatice scrisă în coordonate V și T , astfel că:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{8^{\gamma-1}}.$$

$$\text{Cum } \gamma = \frac{5}{3} \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{4} \Rightarrow L_{12} = -\frac{3}{2}vR \left(\frac{T_1}{4} - T_1 \right) = \frac{9}{8}vRT_1 = \frac{9}{8}p_1V_1$$

$$\text{Din ecuația termică de stare, obținem: } p_2 = \frac{vRT_2}{V_2} = \frac{vRT_1}{4 \cdot 8V_1} = \frac{p_1}{32} \Rightarrow$$

$$L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = -\frac{p_1V_1}{8} \text{ și } L_{123} = p_1V_1 = 1600 \text{ J}$$

b) $\Delta U_{13} = vC_v(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}vR(T_3 - T_1)$

Utilizăm legea transformării izobare: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{T_2V_3}{V_2} = \frac{T_2}{2} = \frac{T_1}{8} \Rightarrow$

$$\Delta U_{13} = -\frac{21}{16}vRT_1 = -\frac{21}{16}p_1V_1 = -2100 \text{ J}$$

c) Pe baza primului principiu al termodinamicii:

$$Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} = -\frac{5}{16}p_1V_1 = -500 \text{ J}$$

Verificăm principiul I al termodinamicii.

Calculăm $Q_{13} = Q_{12} + Q_{23} = Q_{23}$, deoarece în transformarea adiabatică $Q_{12} = 0$

$$Q_{23} = vC_p(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}vR \left(\frac{T_1}{8} - \frac{T_1}{4} \right) = -\frac{5}{16}vRT_1 = -\frac{5}{16}p_1V_1 = -500 \text{ J} \Rightarrow$$

$$Q_{13} = -500 \text{ J.}$$

Observăm că obținem aceeași valoare a căldurii cu cea calculată cu primul principiu al termodinamicii.

33. a) Reprezetăm în figura R 1.3.12 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V . Conform datelor problemei: $\Delta U_{12} = Q_{23}$. Dar

$$\Delta U_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 = \frac{2\Delta U_{12}}{5\nu R} + T_1 = \frac{2\mu\Delta U_{12}}{5mR} + T_1 = 940 \text{ K}$$

b) Aflăm din ecuația volumul V_2 . Scriem ecuația transformării adiabatice în coordonate V și T , astfel că:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow V_2 = V_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \text{ cu } \gamma = \frac{7}{5} \Rightarrow$$

$$V_2 = \frac{\nu R T_1}{p_1} \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{5}{2}} = \frac{m}{\mu} \frac{R T_1}{p_1} \cdot \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{5}{2}} \approx 0,448 \text{ L}$$

$$\text{c)} \text{ Cum } Q_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = \frac{m}{\mu} R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} \Rightarrow \ln \frac{V_3}{V_2} = \frac{\mu Q_{23}}{m R T_2} = \frac{\mu \Delta U_{12}}{m R T_2} = 1,7 \Rightarrow$$

$$V_3 = V_2 e^{1,7} \approx 2,45 \text{ L}$$

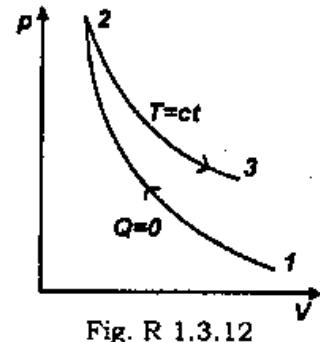


Fig. R 1.3.12

34. a) Reprezetăm în figura R 1.3.13 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V .

$$\Delta U_{13} = \nu C_v (T_3 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T_3 - T_1) = \frac{5}{2} (p_3 V_3 - p_1 V_1)$$

$$\Delta U_{13} = 250 \text{ J}$$

$$\text{b)} Q_{13} = Q_{12} + Q_{23}, \text{ cu } Q_{12} = 0; Q_{23} = \nu C_v (T_3 - T_2) =$$

$$= \frac{5}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_3) = \frac{5}{2} V_3 (p_3 - p_2)$$

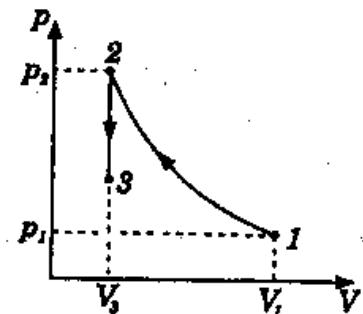


Fig. R 1.3.13

Aflăm presiunea în starea 2 utilizând ecuația transformării adiabatice în coordonate p, V știind că pentru gazul batomic $\gamma = \frac{7}{5}$. Obținem:

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_3^{\gamma} \Rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_3} \right)^{\frac{7}{5}} \approx 3,6 \cdot 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow Q_r = Q_{23} = -300 \text{ J}$$

$$\text{c)} L_{13} = L_{12} + L_{23} = L_{12}, \text{ deoarece } L_{23} = 0$$

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v (T_2 - T_1) = -\frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_3) \Rightarrow$$

$$L_{13} = \frac{5}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_3) = -550 \text{ J sau } L_{13} = Q_r - \Delta U_{13} = -550 \text{ J}$$

35. a) $L_{123} = L_{12} + L_{23} = p_2(V_3 - V_1)$

Deoarece transformarea 1-2 este reprezentată grafic printr-o dreaptă care trece prin origine, atunci $p = aV$ reprezintă legea acestei transformări scrise în coordonate p și $V \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_2 V_1}{p_1} = 3V_1 = 6$ L $\Rightarrow L_{123} = 6p_1 V_1 = 2400$ J

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic:

$$L_{12} = A_{trapez} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = 4p_1 V_1 = 1600 \text{ J}$$

b) $\Delta U_{13} = \nu C_V(T_3 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}(p_3 V_3 - p_1 V_1) = 12p_1 V_1 = 4800 \text{ J}$

c) $Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{123} = 18p_1 V_1 = 7200 \text{ J}$ și $Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} = 16p_1 V_1 = 6400 \text{ J}$

36. a. Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria trapezului cuprins între dreapta AC , axa OV și cele două ordonate construite prin extremități, luată cu semn schimbat deoarece volumul gazului se micșorează: $L_{CA} = \frac{(p_A + p_C)(V_A - V_C)}{2} = -2p_A V_A = -1600 \text{ J}$

b. Căldura primită în transformarea AB este: $Q_{AB} = \nu C_V(T_B - T_A) \Rightarrow$

$$Q_{AB} = \frac{5}{2} \nu R(T_B - T_A) = \frac{5}{2}(p_B V_B - p_A V_A) = 5p_A V_A = 4 \text{ kJ}$$

c. $L_{BC} = p_B(V_C - V_B) = p_C V_C - p_B V_B = \nu R T_C - \nu R T_B = \nu R(T_C - T_B)$ și

$$\Delta U_{BC} = \nu C_V(T_C - T_B) = \frac{5}{2} \nu R(T_C - T_B) \Rightarrow \frac{\Delta U_{BC}}{L_{BC}} = 2,5$$

37. a. Reprezentarea grafică a procesului 1-2-3-1 în coordonate p și V este redată în figura R 1.3.14.

b. $L_{23} = -\Delta U_{23} = -\nu C_V(T_3 - T_2) = -\frac{5}{2} \nu R(T_3 - T_2)$

Din legea transformării adiabate în coordonate V și T aflăm temperatura în starea 2. Astfel obținem:

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^{\gamma-1} = T_1 \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^{\gamma-1}, \text{ deoarece}$$

$$T_3 = T_1.$$

Din ecuația transformării izoterme: $p_3 V_3 = p_1 V_1 \Rightarrow \frac{V_3}{V_1} = \frac{p_1}{p_3} = 2 \Rightarrow T_2 = 2^{\gamma-1} T_1$

$$\Rightarrow L_{23} = -\frac{5}{2} \nu R(T_1 - 2^{\gamma-1} T_1) = \frac{5}{2} \nu R T_1 (2^{\gamma-1} - 1) = \frac{5}{2} p_1 V_1 (2^{0.4} - 1) \approx 320 \text{ J}$$

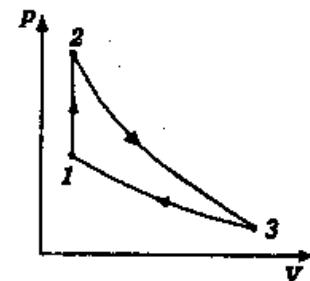


Fig. R 1.3.14

c. $Q_t = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}$, cu $Q_{23} = 0$; $Q_{31} = \nu RT_1 \ln \frac{V_1}{V_3} = -p_1 V_1 \ln 2$ și

$$Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (2^{\gamma-1} T_1 - T_1) = \frac{5}{2} p_1 V_1 (2^{\gamma-1} - 1) = 0,8 p_1 V_1 \Rightarrow$$

$$Q_t = p_1 V_1 (0,8 - \ln 2) \approx 40 \text{ J}$$

38. a. Reprezentarea ciclului în coordonate p și V este redată în figura R 1.3.15.

b. $L_{123} = L_{12} + L_{23} = L_{23} = p_2 (V_3 - V_1) = \frac{p_1}{n} (V_3 - V_1)$,

deoarece în transformarea izocoră este $L_{12}=0$.

Cum transformarea 3-1 este izotermă $p_1 V_1 = p_3 V_3 \Rightarrow$

$$V_3 = \frac{p_1 V_1}{p_3} = n V_1 \Rightarrow L_{123} = \frac{p_1 V_1}{n} (n-1) = \frac{\nu R T_1 (n-1)}{n} \Rightarrow$$

$$T_1 = \frac{n L_{123}}{\nu R (n-1)} = \frac{3 L_{123}}{\nu R} = 300 \text{ K}$$

c. $Q_t = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}$, cu $Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \nu \frac{R}{\gamma-1} (T_2 - T_1) = \frac{\nu R T_1}{\gamma-1} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$

Din legea transformării izocore: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{n} \Rightarrow$

$$Q_{12} = -\frac{5}{2} \nu R T_1 \frac{n-1}{n} = -\frac{5}{6} \nu R T_1$$

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \nu \frac{\gamma R}{\gamma-1} (T_3 - T_2) = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_2 (V_3 - V_2) = \frac{7}{2} \nu R T_1 \frac{n-1}{n} \Rightarrow$$

$$Q_{23} = \frac{7}{6} \nu R T_1; Q_{31} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_3} = -\nu R T_1 \ln n = -\nu R T_1 \ln 1,5 = -0,4 \nu R T_1 \Rightarrow$$

$$Q_t = \nu R T_1 \left(\frac{1}{3} - 0,4 \right) = -0,2 L_{123} \approx -166,2 \text{ J}$$

39. a) $\frac{\Delta U_{132}}{\Delta U_{142}} = \frac{\nu C_v (T_2 - T_1)}{\nu C_v (T_2 - T_1)} = 1$, deoarece conform primului principiu al termodinamicii variația energiei interne depinde numai de stările inițială 1 și finală 2 și nu depinde de stările intermediare.

b) $Q_{132} = Q_{13} + Q_{32} = \nu C_v (T_3 - T_1) + \nu C_p (T_2 - T_3) \Rightarrow$

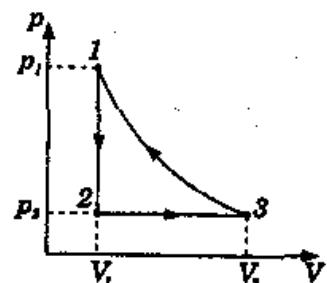


Fig. R 1.3.15

$$Q_{132} = \frac{5}{2}vR(T_3 - T_1) + \frac{7}{2}vR(T_2 - T_3) = \frac{5}{2}(3p_1V_1 - p_1V_1) + \frac{7}{2}(12p_1V_1 - 3p_1V_1) \Rightarrow$$

$$Q_{132} = 5p_1V_1 + \frac{63}{2}p_1V_1 = \frac{73}{2}p_1V_1$$

$$Q_{142} = Q_{14} + Q_{42} = vC_p(T_4 - T_1) + vC_v(T_2 - T_4) \Rightarrow$$

$$Q_{142} = \frac{7}{2}vR(T_4 - T_1) + \frac{5}{2}vR(T_2 - T_4) = \frac{7}{2}(4p_1V_1 - p_1V_1) + \frac{5}{2}(12p_1V_1 - 4p_1V_1) \Rightarrow$$

$$Q_{142} = 20p_1V_1 + \frac{21}{2}p_1V_1 = \frac{61}{2}p_1V_1$$

$$\text{Obținem: } Q_{132} - Q_{142} = 6p_1V_1 = 600 \text{ J}$$

c) Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, lucrul pe ciclul 1-3-2-4-1 reprezintă fizic aria dreptunghiului, astfel că:

$$L = (p_3 - p_1)(V_4 - V_1) = 2p_1 \cdot 3V_1 = 6p_1V_1 = 600 \text{ J}, \text{ adică } L = Q_{132} - Q_{142}.$$

40. a) Scriem ecuațiile de stare în fiecare din cele patru stări din figura R 1.3.16 și obținem:

$$p_1V_1 = vRT_1 \quad (\text{starea 1})$$

$$p_2V_1 = vRT_2 \quad (\text{starea 2})$$

$$p_2V_3 = vRT_3 \quad (\text{starea 3})$$

$$p_1V_3 = vRT_4 \quad (\text{starea 4})$$

Înmulțim prima și a treia ecuație, la fel procedăm cu a doua și a patra. Obținem:

$$p_1V_1p_2V_3 = v^2R^2T_1T_3 \text{ și respectiv } p_2V_1p_1V_3 = v^2R^2T_2T_4 \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} T_1T_3 &= T_2T_4 \\ T_2 &= T_4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_1T_3 = T_2^2 \Rightarrow T_2 = \sqrt{T_1T_3} = 600K \Rightarrow t_2 = 327^\circ C$$

b) Calculăm căldura primită de gaz în transformarea ciclică:

$$Q_p = Q_{12} + Q_{23} = vC_v(T_2 - T_1) + vC_p(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}vR(T_2 - T_1) + \frac{7}{2}vR(T_3 - T_2) \Rightarrow$$

$$Q_p = \frac{5}{2}vRT_1 + \frac{7}{2}vR2T_1 = \frac{19}{2}vRT_1, \text{ deoarece } T_2 = T_4 = 2T_1 \text{ și } T_3 = 4T_1$$

Calculăm căldura cedată de gaz în transformarea ciclică:

$$Q_c = Q_{34} + Q_{41} = vC_v(T_4 - T_3) + vC_p(T_1 - T_4) = \frac{5}{2}vR(T_4 - T_3) + \frac{7}{2}vR(T_1 - T_4) \Rightarrow$$

$$Q_c = \frac{5}{2}vR(-2T_1) + \frac{7}{2}vR(-T_1) = -\frac{17}{2}vRT_1$$

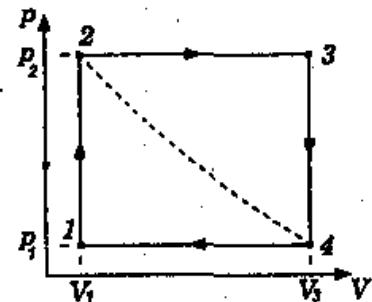


Fig. R 1.3.16

Mediul primește căldura $Q = |Q_c|$, astfel că fracțiunea cerută este:

$$f = \frac{|Q_c|}{Q_p} = \frac{17}{19} \approx 89,4\%$$

c) $Q_p - |Q_c| = 4986 \text{ J}$

Cum transformarea este ciclică, atunci $\Delta U = 0 \Rightarrow Q_i - L_i = 0$

Cum $L_i = Q_i = Q_p + Q_c = Q_p - |Q_c| \Rightarrow$ diferența dintre căldura primită și modulul căldurii cedate semnifică fizic lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu.

41. a) Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.3.17.

b) $L_{12} = vRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = -542 \text{ J}$

c) Utilizăm legea transformării izoterme astfel că:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = 5,42 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$Q_{31} = vC_v(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}vR(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_2 V_1) = \frac{3}{2}(p_1 - p_2)V_1 = -1390,23 \text{ J}$$

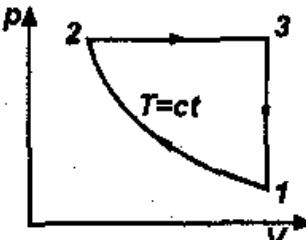


Fig. R 1.3.17

42. a) Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.3.18.

b) Pe transformările 1-2 și 2-3 gazul primește căldură, iar pe transformarea 3-1 se cedează căldură

$$\begin{aligned} \Rightarrow Q_{31} &= vC_p(T_1 - T_3) = \frac{7}{2}vR(T_1 - T_3) = \frac{7}{2}p_1(V_1 - V_3) \\ &= \frac{7}{2}(p_1 V_1 - p_1 V_3) = \frac{7}{2}p_1(V_1 - V_3) \end{aligned}$$

Aflăm volumul în starea 3 utilizând legea 2-3 a transformării izoterme:

$$p_2 V_1 = p_1 V_3 \Rightarrow V_3 = \frac{3p_1 V_1}{p_1} = 3V_1$$

$$Q_{31} = \frac{7}{2}p_1(V_1 - 3V_1) = -7p_1V_1 = -700 \text{ J}$$

c) $L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$, cu $L_{12} = 0$; $L_{31} = p_1(V_1 - V_3) = -2p_1V_1$ și

$$L_{23} = vRT_2 \ln \frac{V_3}{V_1} = p_2 V_1 \ln 3 = 3p_1 V_1 \ln 3 \Rightarrow L_t = p_1 V_1(3 \ln 3 - 2) = 130 \text{ J}$$

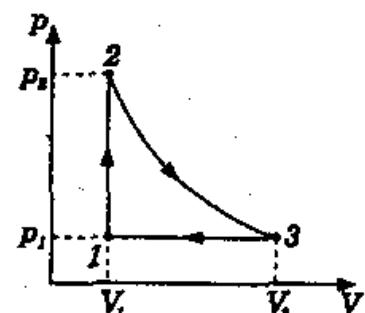


Fig. R 1.3.18

43. a) Reprezentăm în figura R 1.3.19 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V . Pentru că 1-2 este o transformare izotermă, atunci $T_2 = T_1$.

Scriem legea transformării adiabatice în coordonate

$$V \text{ și } T: T_1 V_1^{\gamma-1} = T_3 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_3 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$V_2 = \frac{V_1}{n} \Rightarrow T_3 = T_1 n^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = n^{\gamma-1} = 8^{\frac{2}{3}} = 2^2 = 4,$$

deoarece pentru gazul monoatomic $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$.

$$\text{b)} \Delta U_{13} = \nu C_v (T_3 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (4T_1 - T_1) = \frac{9}{2} \nu R T_1 = 11218,5 \text{ J}$$

$$\text{c)} L_{12} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = -\nu R T_1 \ln n = -3\nu R T_1 \ln 2 \text{ și } L_{13} = -\Delta U_{13} = -\frac{9}{2} \nu R T_1 \Rightarrow$$

$$\frac{L_{12}}{L_{13}} = \frac{2 \ln 2}{3} = 0,462$$

44. a) $\frac{U_A}{U_B} = \frac{\nu C_v T_A}{\nu C_v T_B} = 2$, deoarece energia internă a unui gaz depinde de

temperatura absolută a acestuia după legea $U = \nu C_v T$ și de numărul de moli ν , iar $\nu_A = \nu_B = \nu$.

b) Deoarece sistemul este izolat adiabatic, el nu poate schimba energie cu mediul exterior sub formă de căldură, astfel că $Q = 0 \Rightarrow Q_A + Q_B = 0$

Deoarece peretele care separă cele două incinte A și B este unul termoconductor, gazele ajung la aceeași temperatură.

Gazul din incinta A suferă o transformare izocoră, astfel că $Q_A = \nu C_v (T - T_A)$. Gazul din incinta B suferă o transformare izobară la presiunea p_0 din exterior, deoarece pistonul P este în echilibru, astfel că

$$Q_B = \nu C_p (T - T_B) \Rightarrow \nu C_v (T - T_A) + \nu C_p (T - T_B) = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{3}{2} R (T - T_A) + \frac{5}{2} R (T - T_B) = 0 \Rightarrow T = \frac{5T_B + 3T_A}{8} = 440 \text{ K}$$

c) Deoarece pistonul P se deplasează, gazul B schimbă cu mediul exterior energie sub formă de lucru mecanic, astfel că:

$$L = p(V_f - V_i) = \nu R T - \nu R T_B = \nu R (T - T_B) \Rightarrow L = 997,2 \text{ J}$$

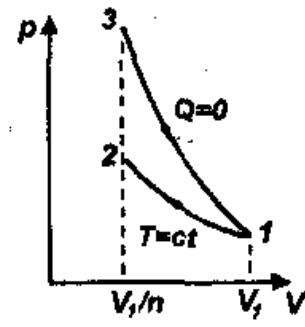


Fig. R 1.3.19

Deoarece volumul incintei A rămâne neschimbat, gazul din incinta A nu schimbă energie sub formă de lucru mecanic cu mediul exterior și ambele gaze schimbă cu mediul exterior energie sub formă de lucru mecanic L. Pe baza primului principiu al termodinamicii pentru ansamblul de gaze $\Delta U = Q - L \Rightarrow \Delta U = -L = -997,2$ J. Energia internă totală a gazelor A și B scade până în momentul realizării echilibrului termic pe seama lucrului mecanic efectuat de gazul B.

45. Calculăm cantitatea de căldură primită în procesul 1-3 pe baza primului principiu al termodinamicii:

$$Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} = \nu C_v (T_3 - T_1) + \frac{(p_3 + p_1)(V_3 - V_1)}{2}$$

Calculăm cantitatea de căldură primită de gaz în procesul 2-3 pe baza aceluiași principiu:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23} = \nu C_v (T_3 - T_2) + \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2}. \text{ Din } Q_{13} = Q_{23} \text{ obținem:}$$

$$\nu C_v (T_3 - T_1) + \frac{(p_3 + p_1)(V_3 - V_1)}{2} = \nu C_v (T_3 - T_2) + \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2} \Rightarrow$$

$$\nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{(V_3 - V_1)(p_2 - p_1)}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{p_2 V_3 - p_1 V_3 - p_2 V_1 + p_1 V_1}{2}$$

$$\Rightarrow 3p_2 V_1 - 3p_1 V_1 = p_2 V_3 - p_1 V_3 - p_2 V_1 + p_1 V_1 \Rightarrow 4p_2 V_1 - 4p_1 V_1 = (p_2 - p_1) V_3 \Rightarrow$$

$$\frac{V_3}{V_1} = 4$$

$$\text{b)} Q_{13} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) + \frac{(p_3 + p_1)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_1 V_1) + \frac{3(p_3 + p_1)V_1}{2} \Rightarrow$$

$$Q_{13} = \frac{3V_1}{2} (4p_3 - p_1) + \frac{3(p_3 + p_1)V_1}{2} = \frac{15p_3 V_1}{2} \Rightarrow p_3 = \frac{2Q_{13}}{15V_1} = 2p_1$$

$$\text{c)} \Delta U_{13} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) = \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_1 V_1) = 10,5 p_1 V_1 \text{ și}$$

$$L_{13} = \frac{(p_1 + p_3)(V_3 - V_1)}{2} = 4,5 p_1 V_1$$

46. a) Identificăm transformările și apoi completăm tabelul. Astfel transformările sunt: 1-2 destindere izotermă; 2-3 răcire izobară și 3-1 încălzire izocoră.

Deoarece 1-2 este o transformare izotermă, $\Delta U_{12} = 0$ și pe baza primului principiu al termodinamicii $\Delta U_{12} = Q_{12} - L_{12} \Rightarrow Q_{12} = L_{12} = 30$ J

b) Pe transformarea ciclică 1231, $\Delta U = 0$, deoarece starea finală coincide cu cea initială, astfel că $Q_1 = L_1 = 15 \text{ J}$. Prin urmare lucrul mecanic efectuat pe transformarea ciclică este egal cu căldura totală schimbată de gaz cu mediul extern.

Deoarece $\Delta U_{ciclu} = 0 = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{31} \Rightarrow \Delta U_{23} = -\Delta U_{12} - \Delta U_{31} \Rightarrow \Delta U_{23} = -15 \text{ J}$.

Deoarece $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{31} \Rightarrow L_{23} = L_{ciclu} - L_{12} - L_{31}$

Cum $L_{31} = 0 \Rightarrow L_{23} = L_{ciclu} - L_{12} = -15 \text{ J}$

Dar $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23} = -30 \text{ J}$ și $Q_{31} = \Delta U_{31} + L_{31} = 15 \text{ J}$

c) Prin definiție exponentul adiabatic este $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.

Cum $Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2)$ și $\Delta U_{23} = \nu C_v (T_3 - T_2) \Rightarrow \gamma = \frac{Q_{23}}{\Delta U_{23}} = 2$.

Dar $\gamma \in \left[\frac{4}{3}; \frac{5}{3} \right] \Rightarrow$ datele din tabel nu sunt corecte.

47. a. Din interpretarea geometrică a lucrului mecanic obținem:

$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2}$. Din legea transformării procesului $p = aV \Rightarrow$

$\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_2}{V_1} = 2,5 p_1 = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow L_{12} = 525 \text{ J}$

b. $Q_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2}$. Din ecuația termică de stare obținem: $T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} \Rightarrow$

$T_2 = 6,25 \frac{p_1 V_1}{\nu R} = 6,25 T_1 = 1875 \text{ K}$, deoarece $V_2 = V_4 = 2,5 V_1$.

Din ecuația transformării izoterme obținem: $p_2 V_2 = p_3 V_3 \Rightarrow$

$V_3 = \frac{p_2 V_2}{p_3} = \frac{2,5 p_1 \cdot 2,5 V_1}{p_1} = 6,25 V_1 \Rightarrow Q_{23} = 6,25 p_1 V_1 \ln 2,5 \approx 1150 \text{ J}$

c. $\Delta U_{34} = \nu C_v (T_4 - T_3) = \frac{5}{2} \nu R (T_4 - T_3) = \frac{5}{2} (p_4 V_4 - p_3 V_3)$

Din legea transformării 3-4 aflăm presiunea gazului în starea 4: $\frac{p_4}{V_4} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow$

$\frac{p_4}{V_4} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_4 = \frac{p_3 V_4}{V_3} = \frac{2,5 p_1 V_1}{6,25 V_1} = \frac{p_1}{2,5} \Rightarrow \Delta U_{34} = \frac{5}{2} (p_1 V_1 - 6,25 p_1 V_1) \Rightarrow$

$\Delta U_{34} = -13,125 p_1 V_1 = -2625 \text{ J}$

48. a) Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.3.20.

b) $L_{ciclu} = 0 \Rightarrow L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41} = 0$

Cum transformările 2-3 și 4-1 sunt izocore atunci $L_{23} = L_{41} = 0 \Rightarrow L_{12} + L_{34} = 0$.

1-2 este o transformare adiabatică, astfel că:

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -vC_v(T_2 - T_1) \Rightarrow L_{12} = -\frac{vR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1)$$

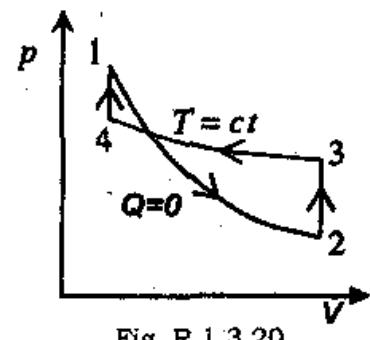


Fig. R 1.3.20

3-4 este o transformare izotermă, astfel că: $L_{34} = vRT \ln \frac{V_4}{V_3} = vRT \ln \frac{V_1}{V_2}$.

Scriem ecuația transformării adiabatice 1-2 în coordonate V și T , astfel că:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \Rightarrow L_{34} = \frac{vRT}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) \Rightarrow$$

$$0 = L_{12} + L_{34} \Rightarrow -L_{34} = L_{12} \Rightarrow -\frac{vRT}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{vR}{\gamma-1}(T_1 - T_2) \Rightarrow$$

$$T = \frac{T_1 - T_2}{\ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right)} = (e-1)T_2 = 513 \text{ K}$$

49. a) Utilizăm figura R.1.3.21 și pe baza formulei energiei interne $U = vC_vT \Rightarrow$

$$\frac{U_{O_2}}{U_{He}} = \frac{v_{O_2} C_{v_1} T}{v_{He} C_{v_2} T}, \text{ cu } C_{v_1} = \frac{5}{2}R \text{ pentru că}$$

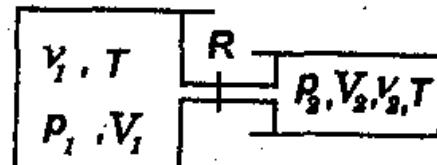


Fig. R 1.3.21

oxigenul este un gaz biatomic și cu $C_{v_2} = \frac{3}{2}R$ pentru că heliul este un gaz monoatomic.

Din ecuațiile de stare $v_{O_2} = \frac{p_1 V_1}{RT}$ și $v_{He} = \frac{p_2 V_2}{RT} \Rightarrow \frac{U_{O_2}}{U_{He}} = \frac{5 p_1 V_1}{3 p_2 V_2} = \frac{5}{6} = 0,833$

b) Prin definiție $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v}$ și aflăm căldura molară la volum constant pentru amestecul obținut:

$$C_v = \frac{Q_v}{v\Delta T} = \frac{Q_{v_1} + Q_{v_2}}{(v_1 + v_2)\Delta T} = \frac{v_1 C_{v_1} \Delta T + v_2 C_{v_2} \Delta T}{(v_1 + v_2)\Delta T} \Rightarrow C_v = \frac{R}{2} \cdot \frac{5p_1V_1 + 3p_2V_2}{p_1V_1 + p_2V_2}$$

$$C_v = \frac{11R}{6} \Rightarrow \gamma = \frac{17}{11} = 1,545$$

c) Variația energiei interne este: $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = v_1 C_{v_1} \Delta T + v_2 C_{v_2} \Delta T \Rightarrow$

$$\Delta U = \frac{p_1V_1}{RT} \cdot \frac{5R}{2}(T_1 - T) + \frac{p_2V_2}{RT} \cdot \frac{3R}{2}(T_1 - T) = \frac{(5p_1V_1 + 3p_2V_2)(T_1 - T)}{2T} = 2200 \text{ J}$$

50. a) Deoarece $p_0 > p_1$, dacă nu ar exista opritorul, pistonul s-ar deplasa și ar comprima gazul. Încălzind gazul acesta suferă o transformare izocoră până când presiunea gazului devine p_0 . Aflăm până la ce temperatură maximă putem încălzi izocor

$$\text{gazul, astfel că: } \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_0}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_0 T_1}{p_1} = 4T_1.$$

Deoarece pistonul se află în echilibru presiunea gazului este egală cu cea din exteriorul cilindrului când pistonul se deplasează, astfel că transformarea gazului devine izobară. Aflăm temperatura în starea finală 3, aplicând legea transformării izobare: $\frac{V_1}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_1} = 3T_2 = 12T_1$.

Reprezentăm în figura R 1.3.22 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V .

$$\text{b)} L_{123} = L_{12} + L_{23} = p_0(V_3 - V_1) = 2p_0V_1 = 400 \text{ J}$$

c)

$$\begin{aligned} Q_{123} &= Q_{12} + Q_{23} = vC_v(T_2 - T_1) + vC_p(T_3 - T_2) = \\ &= \frac{3}{2}vR(4T_1 - T_1) + \frac{5}{2}vR(12T_1 - 4T_1) = \frac{49}{2}vRT_1 = \frac{49}{2}p_1V_1 = 1225 \text{ J} \end{aligned}$$

51. a) Aplicăm ecuația termică de stare pentru a afla la ce înălțime este suspendat inițial pistonul:

$$p_0Sh = vRT \Rightarrow h \approx \frac{vRT}{p_0S} = 12,465 \text{ cm}$$

b) Încălzind inițial gazul, presiunea acestuia crește și tensiunea în firul de susținere al pistonului scade până devine nulă, astfel că transformarea 1-2 este izocoră. Aflăm la ce presiune se slăbește firul și pistonul începe să urce, punând condiția că pistonul să se afle în echilibru (fig R 1.3.23), astfel că:

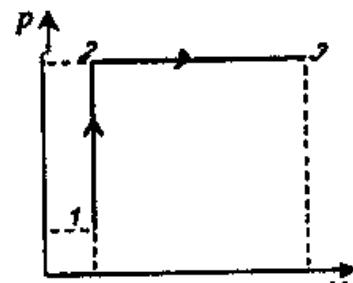


Fig. R 1.3.22

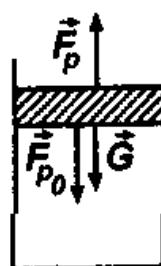


Fig. R 1.3.23

$$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow pS = p_0S + mg \Rightarrow p = p_0 + \frac{mg}{S} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

Deoarece $p = \text{const}$, transformarea 2-3 este izobară.

Reprezentăm în figura R 1.3.24 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V .

c) $Q_{123} = Q_{12} + Q_{23}$

$$Q_{12} = vC_v(T_2 - T) = \frac{5}{2}vR(T_2 - T) = \frac{5}{2}vRT\left(\frac{T_2}{T} - 1\right)$$

Deoarece 1-2 este izocoră, atunci:

$$\frac{p_0}{T} = \frac{p}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T} = \frac{p}{p_0} \Rightarrow Q_{12} = \frac{5}{2}vRT\left(\frac{p}{p_0} - 1\right)$$

Transformarea 2-3 este izobară, astfel că:

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_1} = 2T_2 \Rightarrow Q_{23} = \frac{7}{2}vRT \frac{p}{p_0} \Rightarrow Q_{123} = \frac{vRT}{2}\left(12 \frac{p}{p_0} - 5\right) \approx$$

162 J

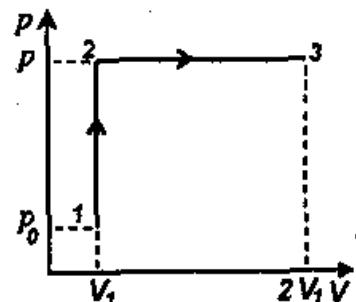


Fig. R 1.3.24

52. a) Aflăm presiunea gazului dintre pistoane impunând condiția de echilibru pistoanelor (fig R 1.3.25). Pentru pistonul cu secțiunea $4S$:

$$F_{p_1} = F_{p_0} + F \Rightarrow F = (p - p_0) \cdot 4S \quad (1)$$

Pentru pistonul cu secțiunea S :

$$F_{p_2} = F_{p_0} + F \Rightarrow F = (p - p_0) \cdot S \quad (2)$$

Din (1) și (2) $\Rightarrow p = p_0 \Rightarrow$ Gazul dintre pistoane prin răcire suferă o transformare izobară la presiunea atmosferică p_0

Deoarece gazul se răcește, pistoanele se deplasează pe distanța L spre dreapta până ce pistonul cu secțiunea $4S$ se blochează, astfel că $V_2 = 2SL$.

Initial volumul este $V_1 = 4SL + SL = 5SL$. Aflăm la ce temperatură se

blochează pistonul $4S$: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_2}{V_1} T_1 = \frac{2}{5} T_1$.

Deoarece temperatura continuă să scadă până la

$T_2 = \frac{T_1}{5}$, gazul va suferi o transformare izocoră, astfel

că: $\frac{p_0}{T_3} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_0 T_2}{T_3} = \frac{p_0}{2}$

Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.3.26.

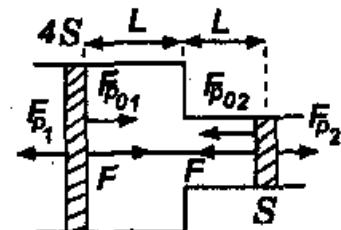


Fig. R 1.3.25

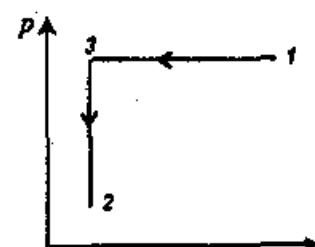


Fig. R 1.3.26

$$\text{b)} \Delta U_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \left(\frac{T_1}{5} - T_1 \right) = -\frac{6}{5} \nu R T_1 = -9972 \text{ J}$$

$$\text{c)} Q_{132} = Q_{13} + Q_{32}$$

$$Q_{13} = \nu C_p (T_3 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R \left(\frac{2T_1}{5} - T_1 \right) = -\frac{3\nu RT_1}{2}$$

$$Q_{32} = \nu C_v (T_2 - T_3) = \frac{3}{2} \nu R \left(\frac{T_1}{5} - \frac{2T_1}{5} \right) = -\frac{3\nu RT_1}{10} \Rightarrow Q_{132} = -\frac{9}{5} \nu R T_1 = -14958 \text{ J}$$

53. a) Aflăm presiunea din butelie aplicând ecuația termică de stare:

$$pV = \nu RT \Rightarrow p = \frac{\nu RT}{V} = 24,93 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

b) Deoarece transformarea gazului este izocoră:

$$Q = \nu C_v (T_2 - T_1) = \nu \cdot \frac{5}{2} R (3T - T) = 5\nu RT = 24,93 \text{ kJ}$$

$$\text{c)} \text{ Prin definiție: } C_v = \frac{Q_v}{\nu_f \Delta T} = \frac{Q_{v_{mono}} + Q_{v_{bi}}}{(\nu_{mono} + \nu_{bi}) \Delta T} = \frac{\nu_{mono} C_{v_{mono}} \Delta T + \nu_{bi} C_{v_{bi}} \Delta T}{(\nu_{mono} + \nu_{bi}) \Delta T},$$

unde $\nu_{mono} = 2f\nu$ și $\nu_{bi} = (1-f)\nu$ (vezi demonstrație problema 4 punctul a de la 1.3).

Cum $C_{v_{mono}} = \frac{3}{2} R$ și $C_{v_{bi}} = \frac{5}{2} R$, deoarece prin disociere în incintă se găsește

un gaz monoatomic provenit din substanța biatomică care a disociat și gaz biatomic provenit din substanța biatomică rămasă nedisociată, atunci:

$$C_v = \frac{2f\nu \frac{3}{2} R + (1-f)\nu \frac{5}{2} R}{(1+f)\nu} = \frac{R(5+f)}{2(1+f)} = 16,026 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

54. a) Deoarece incinta nu-și modifică volumul atunci:

$$L = 0 \Rightarrow \Delta U = Q = \nu C_v \Delta T = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = 5\nu RT_1 = 12465 \text{ J}$$

b) Masa care trebuie scoasă din incintă se calculează prin diferența dintre masa inițială și cea finală, astfel că:

$$\Delta m = m_i - m_f = \mu(v_i - v_f) = \mu \left(\frac{pV}{RT_1} - \frac{pV}{RT_2} \right) = \frac{\mu pV}{RT_1 T_2} (T_2 - T_1) \Rightarrow$$

$$\Delta m = \frac{2\mu pV}{3RT_1} = \frac{2\mu\nu}{3} = 18,67 \text{ g}$$

c) Prin definiție exponentul adiabatic este $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$. Conform problemei precedente: $C_v = \frac{R(5+f)}{2(1+f)} \Rightarrow C_p = C_v + R = \frac{R(3f+7)}{2(1+f)} \Rightarrow$

$$\text{Exponentul adiabatic este: } \gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow \gamma = \frac{3f+7}{f+5} = 1,46$$

55. a) Ecuția transformării adiabatice în p și V este de forma $pV^\gamma = ct$, unde γ este exponentul adiabatic. Cum în transformarea adiabatică $Q=0$ atunci pe baza primului principiu al termodinamicii $L_{ad} = -\Delta U_{ad}$, astfel că

$L_{ad} = -\nu C_v(T_2 - T_1) = -\frac{\nu R}{\gamma-1}(T_2 - T_1) \Rightarrow$ prin analogie putem scrie și lucrul mecanic efectuat în cursul destinderii politrope, schimbând γ cu n , astfel că: $L_{politropă} = -\frac{\nu R}{n-1}(T_2 - T_1) = \frac{\nu R}{n-1}(T_1 - T_2)$.

b) Din primul principiu al termodinamicii $\Rightarrow \Delta U = Q - L_{politropă} \Rightarrow$

$$Q = \Delta U + L_{politropă} = \nu C_v(T_2 - T_1) + L_{politropă} = \frac{\nu R}{\gamma-1}(T_2 - T_1) - \frac{\nu R}{n-1}(T_2 - T_1)$$

$$\Rightarrow Q = \frac{\nu R(n-\gamma)(T_2 - T_1)}{(\gamma-1)(n-1)}$$

c) Din definiție căldura molară este: $C = \frac{Q}{\nu(T_2 - T_1)} = \frac{(n-\gamma)R}{(\gamma-1)(n-1)}$

Cum $n = ct$, $\gamma = ct$, $R = ct$ înseamnă că în transformarea politropă căldura molară este constantă.

56. a) Pentru a determina ecuația procesului în coordonate p și V se utilizează ecuația termică de stare $pV = \nu RT$ (1) și ecuația procesului

$$V = aT^2 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{V}{a}} \Rightarrow (2).$$

Din (1) și (2) obținem: $pV = \nu R \sqrt{\frac{V}{a}} \Rightarrow p\sqrt{V} = \frac{\nu R}{\sqrt{a}} = ct \Rightarrow pV^{\frac{1}{2}} = ct$ și

obținem ecuația unei transformări politrope cu indicele politropei $n = \frac{1}{2}$.

b) Conform problemei precedente:

$$L = \frac{\nu R}{n-1} (T_1 - T_2) = -2\nu R (T_1 - T_2) = 2\nu R (T_2 - T_1) \quad (1)$$

$$\text{Dar } \Delta U = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) \quad (2)$$

$$\text{Impărțim cele două relații (1) și (2) și obținem: } \frac{L}{\Delta U} = \frac{4}{3} \Rightarrow L = \frac{4}{3} \Delta U = 200 \text{ J}$$

Căldura schimbată cu mediul extern este conform principiului I al termodinamicii: $Q = \Delta U + L = \frac{7}{3} \Delta U \quad (1) \Rightarrow Q = 350 \text{ J}$

c) Prin definiție căldura molară este: $C = \frac{Q}{\nu(T_2 - T_1)} = \frac{QR}{\nu R(T_2 - T_1)} \quad (2)$

$$\text{Cum } \Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) \Rightarrow \nu R (T_2 - T_1) = \frac{2\Delta U}{3} \quad (3)$$

$$\text{Dacă introducem (1) și (3) în (2) obținem } C = \frac{7}{2} R = 29,085 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$$

Putem așa căldura molară aplicând formula căldurii molare determinată pentru transformarea politropă la punctul c) al problemei precedente

$$C = \frac{(n-\gamma)R}{(n-1)(\gamma-1)} \text{ cu } n = \frac{1}{2} \text{ și } \gamma = \frac{5}{3} \Rightarrow C = \frac{7}{2} R = 29,085 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$$

57. a) $\Delta U = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{2\Delta U}{3\nu R} \Rightarrow T_2 \approx 500,56 \text{ K}$

b) Determinăm ecuația procesului suferit de gaz în coordonate p și V . Utilizăm atât ecuația procesului $T = aV^2$ cât și ecuația de stare $pV = \nu RT$ și obținem: $pV = \nu RaV^2 \Rightarrow p = \nu RaV = bV$ unde $b = \nu Ra = ct$.

Metoda I: dacă reprezentăm p în funcție de V în figura R 1.3.27, obținem o dreaptă care trece prin origine. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta reprezintă aria trapezului, astfel că:

$$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{(aV_1 + aV_2)(V_2 - V_1)}{2}$$

$$L_{12} = \frac{a}{2}(V_2^2 - V_1^2) = \frac{aV_2^2 - aV_1^2}{2} = \frac{aV_2 \cdot V_2 - aV_1 \cdot V_1}{2}$$

$$L_{12} = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{2} = \frac{\nu R T_2 - \nu R T_1}{2} = \frac{\nu R (T_2 - T_1)}{2}$$

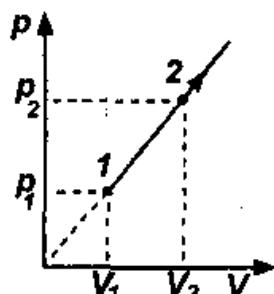


Fig. R 1.3.27

$$\text{Cum } \Delta U_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) \Rightarrow \frac{L_{12}}{\Delta U_{12}} = \frac{1}{3} \Rightarrow L_{12} = \frac{\Delta U_{12}}{3} = 100 \text{ J}$$

Metoda II: Cum $p = bV \Rightarrow pV^{-1} = b$ transformarea este o transformare politropă cu $n = -1 \Rightarrow L_{12} = -\frac{\nu R}{n-1} (T_2 - T_1) = \frac{\nu R}{2} (T_2 - T_1)$ (1)

Cum $\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$ (2) și prin împărțirea relațiilor (1) și (2) obținem:

$$\frac{L_{12}}{\Delta U_{12}} = \frac{1}{3} \Rightarrow L_{12} = \frac{\Delta U_{12}}{3} = 100 \text{ J}$$

c) Pe baza principiului I al termodinamicii: $Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12} = \frac{4}{3} \Delta U_{12} = 400 \text{ J}$

58. a) Densitatea gazului este $\rho = \frac{m}{V}$. Din ecuația termică de stare $pV = \nu RT$

$$\Rightarrow V = \frac{\nu RT}{p} \Rightarrow \rho = \frac{mp}{\nu RT} = \frac{p\mu}{RT} = \frac{\mu a T^{\frac{1}{2}}}{RT} = \frac{\mu a}{R} \cdot T^{-\frac{1}{2}} = b T^{-\frac{1}{2}}, \text{ unde } b = \frac{\mu a}{R} = \text{ct}$$

b) Determinăm ecuația procesului în coordonate p și V .

Cum $p = aT^{\frac{1}{2}} \Rightarrow T = \frac{p^2}{a^2}$ și introducând T în ecuația termică de stare $pV = \nu RT$ obținem: $pV = \nu R \frac{p^2}{a^2} \Rightarrow p = \frac{a^2 V}{\nu R} = ct \cdot V \Rightarrow pV^{-1} = ct \Rightarrow n = -1$.

Putem asta valoarea căldurii molare pe această politropă, ținând cont că pentru gazul monoatomic exponentul adiabatic este $\gamma = \frac{5}{3}$, astfel că:

$$C = \frac{(n-\gamma)R}{(n-1)(\gamma-1)} = 2R. \text{ În transformarea politropă putem scrie căldura:}$$

$$Q = \nu C (T_2 - T_1) = 2\nu R (T_2 - T_1) \quad (1).$$

$$\Delta U = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) \quad (2)$$

$$\text{Împărțim relația (1) la (2) și obținem: } \frac{Q}{\Delta U} = \frac{4}{3} \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{4} Q = -600 \text{ J}$$

c) Din primul principiu al termodinamicii: $Q = \Delta U + L \Rightarrow L = Q - \Delta U = \frac{Q}{4} = -200 \text{ J}$.

1.4. Aplicații ale principiului 2 al termodinamicii

1. a) Scriem ecuațiile celor patru transformări:

$$1-2 \text{ adiabatică: } p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma; \text{ (fig R 1.4.1)}$$

$$2-3 \text{ izotermă: } p_2 V_2 = p_3 V_3;$$

$$3-4 \text{ adiabatică: } p_3 V_3^\gamma = p_4 V_4^\gamma;$$

$$4-1 \text{ izotermă: } p_4 V_4 = p_1 V_1.$$

Înmulțim cele patru ecuații și obținem:

$$p_1 p_2 p_3 p_4 V_1^\gamma V_2 V_3 V_4 = p_2 p_3 p_4 p_1 V_2^\gamma V_3 V_4^\gamma V_1$$

Împărțim ecuația cu produsul presiunilor și al volumelor și obținem:

$$V_1^{\gamma-1} V_3^{\gamma-1} = V_2^{\gamma-1} V_4^{\gamma-1} \Rightarrow V_1 V_3 = V_2 V_4$$

Scriem ecuațiile termice de stare pentru fiecare stare, astfel că:

$$p_1 = \frac{vRT_2}{V_1}; p_2 = \frac{vRT_1}{V_2}; p_3 = \frac{vRT_1}{V_3} \text{ și } p_4 = \frac{vRT_2}{V_4}, \text{ astfel că:}$$

$$p_1 p_3 = \frac{v^2 R^2 T_1 T_2}{V_1 V_3} = p_2 p_4 \Rightarrow p_1 p_3 = p_2 p_4$$

b. Prin definiție randamentul ciclului este: $\eta = \frac{Q_{ciclu}}{Q_{primită}} = 1 - \frac{|Q_{cedată}|}{Q_{primită}}$

$$Q_{23} = vRT_1 \ln \frac{V_3}{V_2} \text{ și } Q_{41} = vRT_2 \ln \frac{V_1}{V_4} = -vRT_2 \ln \frac{V_4}{V_1} \Rightarrow Q_{primită} = Q_{23} \text{ și}$$

$Q_{cedată} = Q_{41}$, deoarece $Q_{12} = Q_{34} = 0 \Rightarrow$ randamentul ciclului Carnot este:

$$\eta_c = 1 - \frac{vRT_2 \ln \frac{V_4}{V_1}}{vRT_1 \ln \frac{V_3}{V_2}}. \text{ Cum } V_1 V_3 = V_2 V_4 \Rightarrow \frac{V_4}{V_1} = \frac{V_3}{V_2} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 50\%.$$

Obs. Ciclul format din două transformări izoterme și două transformări adiabatice este un ciclu ideal, denumit și ciclul Carnot. Randamentul ciclului Carnot nu depinde de natura substanței de lucru, ci depinde numai de temperatura sursei reci și a sursei calde. Pentru orice alt ciclu care funcționează între temperaturile extreme ale ciclului Carnot randamentul este mai mic decât randamentul ciclului Carnot.

c) $L = \eta_c Q_{23} = \eta_c vRT_1 \ln \frac{V_3}{V_2} = \eta_c vRT_1 = 13296 \text{ J}$

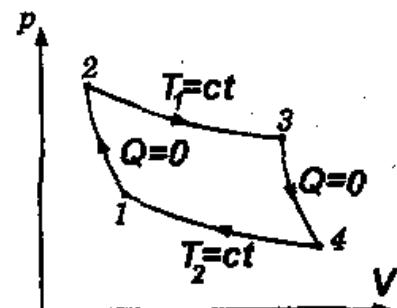


Fig. R 1.4.1

$$2. \text{ a)} \eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 40\%$$

$$\text{Cum } \eta_c = \frac{L}{Q_p} \Rightarrow L = \eta Q_p = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) Q_p = 2,4 \text{ kJ}$$

b) Dacă ambele temperaturi se măresc cu ΔT , se modifică randamentul circuitului, astfel că:

$$\eta_c' = 1 - \frac{T'_{\min}}{T'_{\max}} = 1 - \frac{T_{\min} + \Delta T}{T_{\max} + \Delta T} = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max} + \Delta T} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \Delta T} = \frac{1}{3}$$

$$\eta_c' = 1 - \frac{T_2 + \Delta T}{T_1 + \Delta T} = 1 - \frac{|Q_c'|}{Q_p} \Rightarrow \frac{T_2 + \Delta T}{T_1 + \Delta T} = \frac{|Q_c'|}{Q_p} \Rightarrow |Q_c'| = \frac{(T_2 + \Delta T)Q_p}{T_1 + \Delta T}$$

$$|Q_c'| = 4 \text{ kJ} \Rightarrow Q_c' = -4 \text{ kJ}$$

$$\text{c)} \quad \frac{\eta_c' - \eta_c}{\eta_c} = \frac{\eta_c'}{\eta_c} - 1 = \frac{T_1}{T_1 + \Delta T} - 1 = -\frac{\Delta T}{T_1 + \Delta T} = -16,66\% \Rightarrow \text{prin mărirea}$$

ambelor temperaturi cu același număr de grade se constată că randamentul ciclului Carnot scade.

3. a) Utilizăm formula randamentului ciclului Carnot:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max}} = \frac{\Delta T}{T_{\max}} \Rightarrow T_{\max} = \frac{\Delta T}{\eta_c} = 400K$$

$$\Delta T = T_{\max} - T_{\min} \Rightarrow T_{\min} = T_{\max} - \Delta T = \frac{\Delta T}{\eta_c} - \Delta T = \frac{\Delta T(1 - \eta_c)}{\eta_c} = 100K$$

$$\text{b)} \eta_c = \frac{L}{Q_p} \Rightarrow Q_p = \frac{L}{\eta_c}. \text{ Dar } \eta_c = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p} \Rightarrow \frac{|Q_c|}{Q_p} = 1 - \eta_c \Rightarrow$$

$$|Q_c| = \frac{L}{\eta_c}(1 - \eta_c) = 300 \text{ J} \Rightarrow Q_c = -300 \text{ J} \Rightarrow \text{dacă pe un ciclu se cedează}$$

căldura Q_c la N cicluri se cedează $Q_{tc} = NQ_c = -3 \text{ kJ}$.

$$\text{c)} \text{ Prin definiție } \rho = \frac{m}{V} \text{ și din ecuația termică de stare } pV = nRT_{\max} = \frac{m}{\mu} RT_{\max}$$

$$\text{obținem: } m = \frac{pV\mu}{RT_{\max}} \Rightarrow \rho = \frac{p\mu}{RT_{\max}} \approx 1,68 \text{ kg/m}^3$$

4. a) Destinderea adiabatică este 3-4 (fig R 1.4.1)

$$\text{astfel: } T_4 = \frac{T_3}{n} \Rightarrow T_{\max} = nT_{\min}.$$

$$\text{Cum randamentul ciclului Carnot: } \eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n} = 66,66\%$$

b) Dar $\eta_c = \frac{L}{Q_p} \Rightarrow Q_p = \frac{L}{\eta_c}$. Cum $\eta_c = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p} \Rightarrow |Q_c| = Q_p(1 - \eta_c) = \frac{L}{\eta_c}(1 - \eta_c)$
 $|Q_c| = 300 \text{ J} \Rightarrow Q_c = -300 \text{ J}$.

c) Scriem ecuația transformării adiabatice în coordonate V și T între stările 3 și 4: $T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1} \Rightarrow \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_3}{T_4} = \frac{T_{\max}}{T_{\min}} = n \Rightarrow \frac{V_4}{V_3} = n^{\frac{1}{\gamma-1}}$ cu $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$

pentru gazul ideal monoatomic și obținem: $\frac{V_4}{V_3} = 5,2$

5. a) Pe baza definiției randamentului unei mașini termice: $\eta = \frac{L}{Q_p} \approx 40\%$.

b) Pentru ciclul Carnot $\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = T_1(1 - \eta_c) = 240 \text{ K}$.

Cum transformarea este ciclică $\Delta U_{ciclu} = 0$, deoarece energia internă depinde numai de starea inițială și de cea finală. Conform primului principiu al termodinamicii $\Delta U = Q - L \Rightarrow L = Q = Q_p + Q_c \Rightarrow Q_c = L - Q_p = -2504 \text{ J}$.

c) Utilizăm ecuația termică de stare:

$$pV = \nu RT_2 \Rightarrow pV = \frac{m}{\mu} RT_2 \Rightarrow V = \frac{mRT_2}{p\mu} \approx 20 \text{ L}$$

6. a) Mașina ideală descrisă funcționează după ciclul Carnot, astfel că:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \Rightarrow \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \eta_c \Rightarrow \frac{T_{\max}}{T_{\min}} = \frac{1}{1 - \eta_c} = 2,5$$

b) Mărim temperatura sursei calde cu ΔT : $\eta_{c1} = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max} + \Delta T} = \frac{T_{\max} + \Delta T - T_{\min}}{T_{\max} + \Delta T}$

Micșorăm temperatura sursei reci cu ΔT : $\eta_{c2} = 1 - \frac{T_{\min} - \Delta T}{T_{\max}} = \frac{T_{\max} - T_{\min} + \Delta T}{T_{\max}}$

Din cele două relații se observă că $\eta_{c1} < \eta_{c2} \Rightarrow$ se micșorează mai mult randamentul unei mașini ideale, dacă mărim cu același număr de grade temperatura sursei calde, decât dacă micșorăm cu același număr de grade temperatura sursei reci.

$$c) \eta_{c3} = 1 - \frac{T_{\min} - \Delta T}{T_{\max} + \Delta T} = \frac{T_{\max} - T_{\min} + 2\Delta T}{T_{\max} + \Delta T}$$

Dacă $T_{\max} = 800 \text{ K} \Rightarrow T_{\min} = T_{\max}(1 - \eta_c) = 320 \text{ K} \Rightarrow \eta_{c3} \approx 75,55\%$

7. a) Conform informațiilor problemei $p_3 = p_1$. Randamentul ciclului este:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 75\%$$

b) Prin definiție $P_c = \frac{Q_p}{t}$.

Pe transformarea ciclică se primește căldură în destinderea izotermă astfel că: $Q_p = vRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$, deoarece transformarea 1-2 este izotermă,

astfel că: $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$. Scriem ecuația transformării adiabatice în

coordonate p și T : $p^{\gamma-1} T^{-\gamma} = ct$ între stările 4 și 1 și obținem:

$$p_1^{\gamma-1} T_1^{-\gamma} = p_2^{\gamma-1} T_2^{-\gamma}. Se ține cont că p_2 = p_4, astfel că: \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{-\gamma} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^\gamma$$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow Q_p = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \left(\frac{T_1}{T_2}\right) \Rightarrow$$

$$P_c = \frac{Q_p}{t} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{t} \ln \left(\frac{T_1}{T_2}\right) \approx 3,49 \text{ MW}$$

c) Cum $\eta_c = \frac{P_u}{P_c} \Rightarrow P_u = \eta_c P_c \approx 2,62 \text{ MW}$

8. a) Scriem ecuația transformării adiabatice în coordonate p și V : $pV^\gamma = ct$ și ecuația temică de stare $pV = vRT$. Eliminăm V din cele două ecuații, astfel

$$\text{că: } V^\gamma = \frac{v' R' T'}{p'} \Rightarrow p \frac{v' R' T'}{p'} = ct \Rightarrow p^{1-\gamma} T^\gamma = ct \Rightarrow T p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = ct.$$

Conform relației lui Mayer $C_p = C_v + R = 4R \Rightarrow$ exponentul adiabatic este :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{4}{3} \Rightarrow T p^{\frac{1}{4}} = ct$$

b) Scriem formula randamentului ciclului Carnot: $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$.

Conform legii destinderii adiabatice în V și T :

$$T_{\max} V_2^{\gamma-1} = T_{\min} V_1^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{3^3}{2^3}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \eta_c = 33,33\%$$

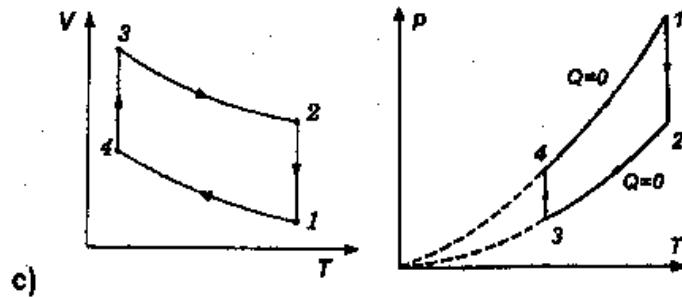


Fig. R 1.4.2

c)

Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.4.2.

9. a) Calculăm randamentele ciclurilor Carnot: $\eta_1 = 1 - \frac{T_B}{T_A} = 50\%$ și

$$\eta_2 = 1 - \frac{T_G}{T_A} = 75\%$$

b) Deoarece $\gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow C_p = \gamma C_v$ și conform relației lui Robert Mayer

$$C_p = C_v + R \Rightarrow \gamma C_v = C_v + R \Rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1} \Rightarrow C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}. \quad \text{Scriem ecuația}$$

adiabatei E-F în coordonate V și T: $T_A V_E^{\gamma-1} = T_G V_F^{\gamma-1}$, deoarece punctele A, B și

$$E se află pe aceeași izotermă, astfel că $\left(\frac{V_F}{V_E}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_A}{T_G} \Rightarrow n^{\gamma-1} = 4 \Rightarrow 8^{\gamma-1} = 4 \Rightarrow$$$

$$2^{3(\gamma-1)} = 2^2 \Rightarrow 3\gamma - 3 = 2 \Rightarrow \gamma = \frac{5}{3} \Rightarrow \text{gazul ideal este monoatomic și } C_p = \frac{5}{2}R.$$

c) Cum $\eta_1 = \frac{L_1}{Q_{p1}}$ și $\eta_2 = \frac{L_2}{Q_{p2}} \Rightarrow \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{Q_{p2}}{Q_{p1}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\eta_1 Q_{p1}}{\eta_2 Q_{p2}} \Rightarrow$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \cdot \frac{\nu R T_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}{\nu R T_A \ln\left(\frac{V_E}{V_B}\right)}. \text{Conform proprietăți problemei } V_B^2 = V_A \cdot V_E \Rightarrow$$

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_E}{V_B} \Rightarrow Q_{p1} = Q_{p2} = \nu R T_A \ln \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{2}{3} \approx 0,667.$$

Calculăm randamentul ciclului ABEFGCDA: $\eta = \frac{L}{Q_p} = \frac{L}{Q_{p1} + Q_{p2}} = \frac{L}{2Q_{p1}}$.

Cum lucrul mecanic pe transformarea ciclică reprezintă fizic aria ciclului, înseamnă că $L = L_1 + L_2$. Deoarece fiecare lucru mecanic reprezintă aria ciclului ABCDA și respectiv BEFGCB, obținem:

$$L = L_1 + L_2 = L_1 + \frac{L_1 \eta_2}{\eta_1} = L_1 \frac{(\eta_1 + \eta_2)}{\eta_1} \Rightarrow \eta = \frac{L_1}{2Q_{p1}} \cdot \frac{(\eta_1 + \eta_2)}{\eta_1} = \frac{\eta_1 + \eta_2}{2} = 62,5\%$$

10. a) Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta reprezintă fizic aria ciclului: $L = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{2p_1 \cdot 8V_1}{2} = 8p_1V_1 = 1600 \text{ J}$

b) $Q_{31} = vC_p(T_1 - T_3) = \frac{5}{2}vR(T_1 - T_3) = \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_3V_3) \Rightarrow$

$$Q_{31} = \frac{5}{2}p_1(V_1 - 9V_1) = -20p_1V_1 = -4 \text{ kJ.}$$

c) $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$ cu $T_{\min} = T_3$.

Aflăm dacă temperatura maximă se obține pe transformarea 2-3. Scriem ecuația termică de stare $pV = vRT \Rightarrow T = \frac{pV}{vR}$. Legea transformării 2-3 este

de forma $p = aV + b$, unde a și b sunt constante. Aflăm aceste constante punând condiția ca punctele 2 și 3 să se afle pe dreapta descrisă de ecuația $p = aV + b$. Obținem $p_2 = aV_2 + b$ și $p_3 = aV_3 + b$ și cum transformarea 1-2 este de forma $p = c \cdot V \Rightarrow \frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_2V_1}{p_1} = 3V_1$.

Sistemul de ecuații este: $3p_1 = 3aV_1 + b$ (1) și $p_1 = 9aV_1 + b$ (2).

Scădem (2) din (1) și obținem: $2p_1 = -6aV_1 \Rightarrow a = -\frac{p_1}{3V_1} \Rightarrow b = p_1 - 9aV_1 = 4p_1$

$$\Rightarrow p = -\frac{p_1}{3V_1}V + 4p_1 \Rightarrow T = -\frac{p_1V^2}{3vRV_1} + \frac{4p_1V}{vR} \Rightarrow$$

se obține o funcție de gradul al

doilea cu: $A = -\frac{p_1}{3vRV_1}$, $B = \frac{4p_1}{vR}$ și $C=0 \Rightarrow V_{T_{\max}} = -\frac{B}{2A} = 6V_1$, care aparține

intervalului $(3V_1, 9V_1)$. Temperatura maximă este:

$$T_{\max} = \frac{12p_1V_1}{vR} = 12T_1 \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{T_1}{12T_1} = \frac{11}{12} = 91,66\%.$$

11. a. Din $\eta_1 = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \Rightarrow |Q_2| = Q_1(1 - \eta_1)$ reprezintă căldura cedată de motorul M_1 motorului M_2 . Deoarece $|Q_2|$ este preluată integral de motorul M_2 ,

atunci din $\eta_2 = 1 - \frac{|Q_3|}{|Q_2|}$, obținem căldura cedată în cursul unui ciclu de motorul M_2 : $|Q_3| = |Q_2|(1 - \eta_2) = Q_1(1 - \eta_1)(1 - \eta_2) = 36 \text{ kJ} \Rightarrow Q_3 = -36 \text{ kJ}$

b. Căldura cedată de motorul M_2 $|Q_3|$ este preluată integral de motorul M_3 .

Din formula radamentului $\eta_3 = \frac{L_3}{|Q_3|}$ obținem lucul mecanic efectuat în cursul unui ciclu de motorul M_3 $L_3 = \eta_3 |Q_3| = 14,4 \text{ kJ}$

c. Ansamblul de motoare primește căldura Q_1 și efectuează lucrul mecanic L_3 astfel că randamentul ansamblului este $\eta = \frac{L_3}{Q_1} = 14,4\%$

12. a) Conform definiției $\eta = \frac{L}{Q_p} \Rightarrow Q_p = \frac{L}{\eta} = 3 \text{ kJ}$

b) În cazul transformării ciclice $\Delta U = 0 \Rightarrow Q_t - L = 0 \Rightarrow Q_t = L \Rightarrow Q_p + Q_c = L \Rightarrow Q_c = L - Q_p = -2100 \text{ J}$.

c) $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$, deoarece $T_{\min} = T_1$ și $T_{\max} = T_2$. Utilizăm legea transformării izocore: $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_{\min}}{p_{\max}} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{3}{5} = 40\%$

13. a) Identificăm transformările: 1-2 izobară, 2-3 izocoră, 3-1 izotermă.

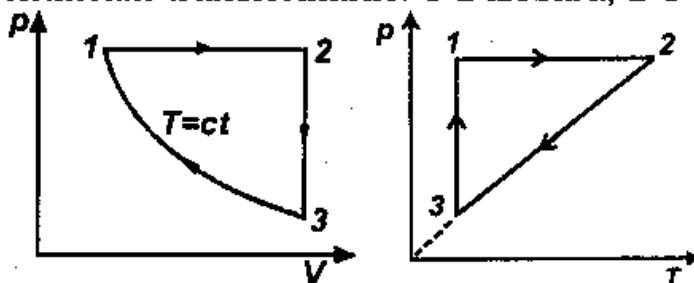


Fig. R 1.4.3

Reprezentările cerute sunt redate grafic în figura R 1.4.3.

b) Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p}$

$$Q_{12} = vC_p(T_2 - T_1) = \frac{\gamma vR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}vRT_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$$

Legea transformării izobare este: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_1} = \varepsilon \Rightarrow$

$Q_{12} = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 V_1 (\varepsilon - 1) > 0 \Rightarrow$ gazul primește căldură pe transformarea 1-2.

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \nu \frac{R}{\gamma-1} (T_3 - T_2) = \nu \frac{R}{\gamma-1} (T_1 - T_2) = \nu \frac{R}{\gamma-1} T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \Rightarrow$$

$Q_{23} = -\frac{p_1 V_1}{\gamma-1} (\varepsilon - 1) < 0 \Rightarrow$ gazul cedează căldură pe transformarea 2-3.

$Q_{31} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_3} = -p_1 V_1 \ln \varepsilon < 0 \Rightarrow$ gazul cedează căldură pe transformarea 3-1.

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{31} + Q_{23}|}{Q_{12}} = \frac{(\gamma-1)(\varepsilon-1-\ln \varepsilon)}{\gamma(\varepsilon-1)}$$

$$\text{c)} \quad \eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{e} = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}$$

14. a) Identificăm transformările: 1-2 izotermă, 2-3 izobară și 3-1 izocoră. Reprezentările cerute sunt redate grafic în figura R 1.4.4.

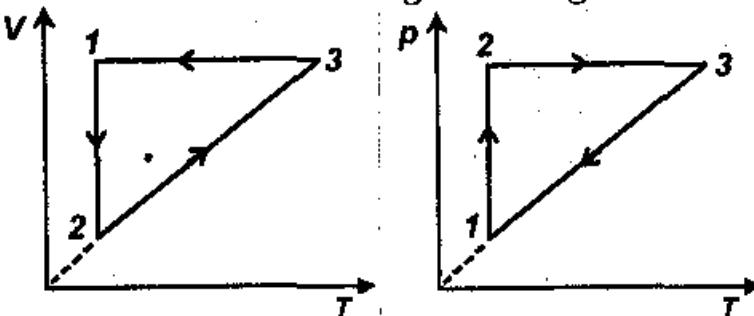


Fig. R 1.4.4

$$\text{b)} \quad L_{cyclic} = L_{12} + L_{23} + L_{31} \text{ cu } L_{12} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

$$\text{Scriem legea transformării izobare: } \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow V_2 = \frac{T_2 V_3}{T_3} \Rightarrow V_2 = \frac{T_1 V_1}{e T_1} = \frac{V_1}{e}$$

$$\Rightarrow L_{12} = -p_1 V_1 \text{ și } L_{23} = p_2 (V_3 - V_2) = p_2 \left(V_1 - \frac{V_1}{e} \right) = p_2 V_1 \frac{e-1}{e}$$

$$\text{Scriem legea transformării izoterme: } p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1 e}{V_1} = e p_1 \Rightarrow$$

$$L_{23} = p_1 V_1 (e-1) \text{ și } L_{31} = 0 \Rightarrow L_{cyclic} = -p_1 V_1 + p_1 V_1 (e-1) = p_1 V_1 (e-2) = 71 \text{ J}$$

$$\text{c)} \quad \eta = \frac{L_{cyclic}}{Q_{23}} \text{ și } Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{7}{2} \nu R (e T_1 - T_1) = \frac{7}{2} \nu R T_1 (e-1) = \frac{7}{2} p_1 V_1 (e-1)$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{2(e-2)}{7(e-1)} \approx 11,86\%$$

15. a) Identificăm transformările: 1-2 izotermă, 2-3 este descrisă de legea $\rho T = ct \Rightarrow \frac{m}{V}T = ct \Rightarrow \frac{V}{T} = ct$ \Rightarrow transformarea este izobară, 3-1 este izocoră, deoarece $\rho = \frac{m}{V} = ct \Rightarrow V = ct$. Reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate p și V este redată în figura R 1. 4.5.

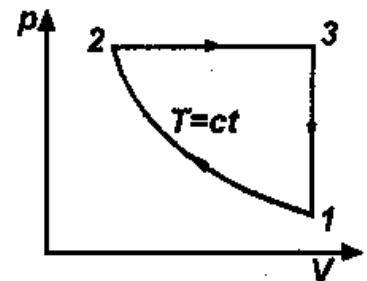


Fig. R 1.4.5

b) $Q_{12} = vRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = -2vRT_1 \ln 2 \approx -6910,6 \text{ J} \Rightarrow$ gazul cedează căldură pe transformarea 1-2.

Legea transformării izobare: $\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_2} = \frac{V_1 T_1}{V_2} = 4T_1$.

$Q_{23} = vC_p(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}vR(T_3 - T_1) = \frac{5}{2}vR(4T_1 - T_1) = \frac{15}{2}vRT_1 = 3739,5 \text{ J} \Rightarrow$ gazul primește căldură pe transformarea 2-3.

$Q_{31} = vC_v(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}vR(T_1 - 4T_1) = -\frac{9}{2}vRT_1 = -2243,7 \text{ J} \Rightarrow$ gazul cedează căldură pe transformarea 3-1.

c) Conform definiției: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}} = 1 - \frac{|Q_{12} + Q_{31}|}{Q_{23}} \Rightarrow$

$$\eta = 1 - \frac{\frac{2vRT_1 \ln 2 + 9}{2}vRT_1}{\frac{15}{2}vRT_1} = \frac{6 - 4 \ln 2}{15} = 32,28\%$$

16. a) Reprezentarea cerută în coordonate p și V este redată în figura R 1.4.6.

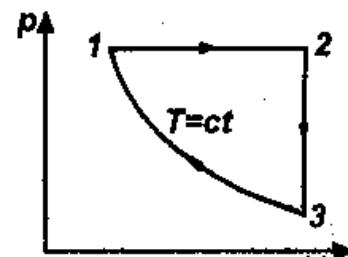


Fig. R 1.4.6

b) 1-2 este izobară $Q_{12} = vC_p(T_2 - T_1) = v \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$

$$\Rightarrow Q_{12} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} (4p_1 V_1 - p_1 V_1) = \frac{3\gamma p_1 V_1}{\gamma - 1} > 0$$

2-3 este izocoră: $Q_{23} = vC_v(T_3 - T_2) = v \frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - T_2) = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1} = \frac{-3p_1 V_1}{\gamma - 1} < 0$

3-1 este izotermă: $Q_{31} = vRT_1 \ln \frac{V_1}{V_3} = -2vRT_1 \ln 2 = -2p_1 V_1 \ln 2 < 0$

$$Q_{primit} = Q_{12} = \frac{3\gamma p_1 V_1}{\gamma - 1} \text{ și } Q_{cedat} = Q_{23} + Q_{31} = \frac{-3p_1 V_1}{\gamma - 1} - 2p_1 V_1 \ln 2$$

$$Q_{primit} - |Q_{cedat}| = 3p_1 V_1 - 2p_1 V_1 \ln 2 = p_1 V_1 (3 - 2 \ln 2)$$

c) Prin definiție: $\eta = 1 - \frac{|Q_{\text{cădut}}|}{Q_{\text{primit}}} = 1 - \frac{|Q_{23} + Q_{31}|}{Q_{12}} = \frac{Q_{12} - |Q_{23} + Q_{31}|}{Q_{12}} \Rightarrow$

$$\eta = \frac{p_1 V_1 (3 - 2 \ln 2)}{3 \gamma p_1 V_1} = \frac{\gamma - 1}{3 \gamma} (3 - 2 \ln 2) = \frac{1,6(\gamma - 1)}{3 \gamma}$$

Calculăm randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme: $T_{\max} = T_2$ și $T_{\min} = T_1 \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$.

Cum transformarea 1-2 este izobară: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow$ randamentul ciclului este: $\eta_c = 75\%$

17. a) Aflăm parametrii în stările 2 și 3 în funcție de parametrii stării 1. 1-2 este o transformare adiabatică și conform ecuației acesteia în coordonate p și V , obținem: $p_1 V_1' = p_2 V_2' \Rightarrow p_1 V_1' = 32 p_1 V_2'$. Deoarece gazul este monoatomic, $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3} \Rightarrow V_1^{\frac{5}{3}} = 2^5 V_2^{\frac{5}{3}} \Rightarrow V_1 = 2^3 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{8}$

Parametrii stării 2 sunt: $p_2 = 32 p_1$; $V_2 = \frac{V_1}{8}$ și din ecuația termică de stare

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} = \frac{4 p_1 V_1}{\nu R} = 4 T_1$$

Parametrii stării 3 sunt: $p_3 = p_2 = 32 p_1$; $V_3 = V_1$ și din ecuația termică de stare $T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = \frac{32 p_1 V_1}{\nu R} = 32 T_1$.

b) Calculăm lucrul mecanic pe întreg ciclul: $L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$, unde

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v (T_2 - T_1) = -\frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = -\frac{3}{2} (4 p_1 V_1 - p_1 V_1) = -\frac{9}{2} p_1 V_1$$

$$L_{23} = p_2 (V_3 - V_2) = 32 p_1 (V_1 - \frac{V_1}{8}) = 28 p_1 V_1, L_{31} = 0, L_{1231} = 23,5 p_1 V_1 = 37,6 \text{ kJ}$$

c) Prin definiție randamentul este: $\eta = \frac{L_{\text{cicl}}}{Q_{\text{primit}}} = \frac{L_{1231}}{Q_{23}}$

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{5}{2} \cdot 32 \cdot p_1 (V_1 - \frac{V_1}{8}) \Rightarrow$$

$Q_{23} = 70 p_1 V_1 > 0 \Rightarrow$ pe izobara 2-3 se primește căldură, în timp ce pe izocora

3-1 se cedează căldură, deoarece $Q_{31} = \nu C_v (T_1 - T_3) < 0 \Rightarrow$ randamentul este:

$$\eta = \frac{23,5 p_1 V_1}{70 p_1 V_1} = 33,57\%$$

18. a) Identificăm transformările: 1-2 izocoră; 2-3 adiabatică; 1-3 izobară.

Lucrul mecanic efectuat de gaz este:

$$L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31}, \quad \text{unde } L_{12} = 0, \quad L_{23} = -\Delta U_{23};$$

$$L_{31} = p_1(V_1 - V_3) \text{ și } L_{23} = p_2 V_2 \ln \varepsilon$$

Reprezentarea ciclului în coordonate p și V este redată în figura R 1.4.7.

Cum transformarea 2-3 este adiabatică, atunci:

$$p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^\gamma = p_1 \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^\gamma = p_1 \varepsilon^\gamma, \text{ deoarece } p_1 = p_3$$

$$L_{23} = -\nu C_v (T_3 - T_2) = -\frac{\nu R}{\gamma - 1} (T_3 - T_2) = \frac{p_2 V_2 - p_3 V_3}{\gamma - 1} = \frac{p_1 V_1 \varepsilon^\gamma - p_1 V_1 \varepsilon}{\gamma - 1} = \frac{p_1 V_1 (\varepsilon^\gamma - \varepsilon)}{\gamma - 1}$$

$$L_{31} = p_1(V_1 - \varepsilon V_1) = -p_1 V_1 (\varepsilon - 1) \Rightarrow L_{ciclu} = p_1 V_1 \left(\frac{\varepsilon^\gamma - \varepsilon}{\gamma - 1} - \varepsilon + 1 \right)$$

b) Conform definiției randamentului ciclului: $\eta_{ciclu} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primita}}$

$$Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \nu \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\gamma - 1} = \frac{p_1 V_1 \varepsilon^\gamma - p_1 V_1}{\gamma - 1} = \frac{p_1 V_1 (\varepsilon^\gamma - 1)}{\gamma - 1}$$

Cum $Q_{12} > 0 \Rightarrow$ gazul primește căldură pe transformarea 1-2.

Pe transformarea 2-3 este o transformare adiabatică, astfel că $Q_{23} = 0$, iar pe transformarea 3-1 gazul cedează căldură, deoarece $Q_{31} = \nu C_p (T_1 - T_3) < 0$, pentru că $T_1 < T_3$.

Randamentul ciclului este: $\eta = \frac{\varepsilon^\gamma - \varepsilon - (\varepsilon - 1)(\gamma - 1)}{\varepsilon^\gamma - 1}$

c) Conform definiției: $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$, deoarece $T_{\min} = T_1$ și $T_{\max} = T_2$,

deoarece în destinderea adiabatică 2-3, temperatura absolută scade.

Pe baza ecuației termice de stare $T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}$ și $T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} \Rightarrow$ randamentul

ciclului Carnot este: $\eta_c = 1 - \frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^\gamma}$

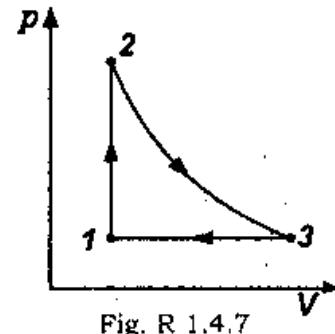


Fig. R 1.4.7

$$19. \text{ a)} Q_{12} = \nu C_p (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R T_1 (e^2 - 1) = \frac{5}{2} p_1 V_1 (e^2 - 1) \Rightarrow$$

$$Q_{12} = 15,85 \text{ kJ}$$

b) Scriem ecuația transformării adiabatice în coordonate V și T :

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}, \text{ unde } \gamma = \frac{5}{3}, \text{ deoarece gazul este monoatomic astfel că:}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{T_2}{T_1} = e^2 \Rightarrow \frac{V_3}{V_2} = (e^2)^{\frac{1}{\gamma-1}} = (e^2)^{\frac{3}{2}} = e^3.$$

Deoarece 1-2 este o transformare izobară și conform acestei legi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = e^2 \Rightarrow V_2 = V_1 e^2 \Rightarrow \left(\frac{V_3}{V_1} \right) = e^5 \approx 146$$

$$\text{c)} \eta_{ciclu} = 1 - \frac{|Q_{ciclu}|}{Q_{primit}}$$

Cum pe 1-2, $Q_{12} > 0 \Rightarrow$ pe transformarea 1-2 gazul primește căldură și pe 3-

1 cum $Q_{31} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_3} = \nu R T_1 \ln \frac{1}{e^5} = -5\nu R T_1 < 0 \Rightarrow$ gazul cedează căldură.

$$\eta_{ciclu} = 1 - \frac{|Q_{31}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{5\nu R T_1}{\frac{5}{2} \nu R T_1 (e^2 - 1)} = 1 - \frac{2}{e^2 - 1} = \frac{e^2 - 3}{e^2 - 1} \approx 68,45\%$$

20.a) Identificăm transformările: 1-2 izotermă; 2-3 izobară și 3-1 adiabatică. Reprezentările cerute sunt redate în figura R 1.4.8.

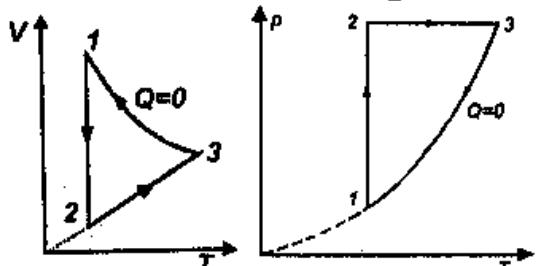


Fig. R 1.4.8

b) Scriem ecuația transformării adiabatice 3-1 în coordonatele V și T , astfel

$$\text{că: } T_1 V_1^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_3} \right)^{\gamma-1} \text{ și în coordonate } p \text{ și } V, \text{ astfel că:}$$

$$p_1 V_1^\gamma = p_3 V_3^\gamma \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_3} \right)^\gamma = \frac{p_3}{p_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_3} = \left(\frac{p_3}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Transformarea 1-2 este izotermă, astfel că pe baza legii acesteia:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} = \varepsilon \Rightarrow \frac{V_1}{V_3} = \varepsilon^{\frac{1}{\gamma}} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

c) Prin definiție randamentul ciclului este $\eta_{ciclu} = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$

$Q_{12} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = -\nu R T_1 \ln \varepsilon < 0 \Rightarrow$ pe transformarea 1-2 gazul cedează căldură.

Cum $Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \nu \frac{\gamma R}{\gamma-1} \left(T_1 \varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_1 \right) = \gamma \frac{\nu R T_1}{\gamma-1} \left(\varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) > 0$

\Rightarrow gazul primește căldură pe transformarea 2-3 și $Q_{31} = 0$.

Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{12}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{(\gamma-1) \ln \varepsilon}{\gamma \left(\varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)}$

21. a) Reprezentarea grafică în coordonate p și V este redată în figura R 1.4.9.

b) $\eta_{ciclu} = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$

$Q_{12} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \varepsilon > 0 \Rightarrow$ pe destinderea izotermă gazul primește căldură.

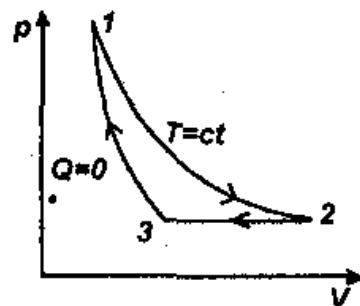


Fig. R 1.4.9

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \nu \frac{\gamma R}{\gamma-1} (T_3 - T_2) = \frac{\gamma}{\gamma-1} (p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_2 (V_3 - V_2)$$

Conform legii transformării izoterme: $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{p_1}{\varepsilon}$.

Scriem legea transformării adiabatice 3-1 în coordonate p și V . Obținem:

$$p_1 V_1^\gamma = p_3 V_3^\gamma \Rightarrow V_3^\gamma = V_1^\gamma \frac{p_1}{p_2} = \varepsilon V_1^\gamma \Rightarrow V_3 = V_1 \varepsilon^{\frac{1}{\gamma}} \Rightarrow$$

$$Q_{23} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_1}{\varepsilon} \left(V_1 \varepsilon^{\frac{1}{\gamma}} - V_1 \varepsilon \right) = -\frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 V_1 \left(1 - \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right)$$

Pe comprimarea izobară gazul cedează căldură. Cum $Q_{31} = 0$, randamentul

ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{23}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{\gamma (1 - \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}})}{(\gamma-1) \ln \varepsilon}$

$$\text{c)} \eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_3}{T_1}$$

Pe baza ecuației termice de stare $T_3 = \frac{P_3 V_3}{\nu R}$ și $T_1 = \frac{P_1 V_1}{\nu R}$, obținem randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme:

$$\eta_c = 1 - \frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} = 1 - \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

22. a) Calculăm parametrii în stările 2 și 3. Scriem legea transformării adiabatice în coordonate p și V , astfel că:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_1 \cdot 16^{\frac{1}{4}} = 8V_1$$

Parametrii stării 2 sunt: $p_2 = \frac{p_1}{16} = 6,25 \text{ kPa}$; $V_2 = 8V_1 = 8 \text{ L}$ și conform ecuației de stare: $T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} = \frac{p_1 V_1}{2\nu R} = \frac{T_1}{2} = 150 \text{ K}$.

Parametrii stării 3 sunt: $p_3 = p_2 = \frac{p_1}{16} = 6,25 \text{ kPa}$; $T_3 = T_1 = 300 \text{ K}$ și conform ecuației transformării izobare 2-3: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow V_3 = \frac{V_2 T_3}{T_2} = \frac{16V_1 T_1}{T_2} = 16 \text{ L}$

$$\text{b)} L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$$

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v (T_2 - T_1) = -\frac{\nu R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) = -3\nu R \left(\frac{T_1}{2} - T_1\right) = \frac{3}{2} \nu R T_1 = \frac{3}{2} p_1 V_1$$

$$L_{23} = p_2 (V_3 - V_2) = \frac{p_1}{16} (16V_1 - 8V_1) = \frac{p_1 V_1}{2}; L_{31} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_3} = -4 p_1 V_1 \ln 2 \Rightarrow$$

$$L_{ciclu} = 2 p_1 V_1 (1 - 2 \ln 2) = -800 \text{ J}$$

c) Dacă transformarea este parcursă în sens invers față de figura R 1.4.10., atunci: $L'_{ciclu} = -L_{ciclu} = 2 p_1 V_1 (2 \ln 2 - 1) = 800 \text{ J}$

Randamentul transformării ciclice este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{\text{primit}}}$.

$$Q_{13} = \nu R T_1 \ln \frac{V_3}{V_1} = 4 p_1 V_1 \ln 2 > 0 \Rightarrow \text{pe destinderea}$$

izotermă 1-3 gazul primește căldură, iar pe 3-2, cum $T_2 < T_3 \Rightarrow Q_{23} = \nu C_p (T_2 - T_3) < 0 \Rightarrow$ gazul cedează căldură.

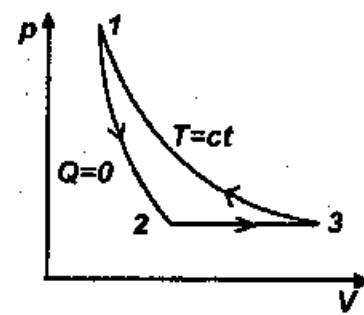


Fig. R 1.4.10

$$\text{Randamentul ciclului este: } \eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{13}} = \frac{2 \ln 2 - 1}{2 \ln 2} = 28,57\%$$

23.a) Deoarece transformarea ciclică este parcursă în sensul acelor de ceasornic, conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, lucrul mecanic efectuat de motor este egal cu aria ciclului. Astfel că:

$$L_{ciclu} = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = 2216 \text{ J}$$

b) Calculăm căldura primită, determinând valorile căldurilor pe fiecare transformare.

$$Q_{12} = vC_v(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}vR(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1 = 1662 \text{ J} \Rightarrow$$

pe transformarea 1-2 gazul primește căldură.

$$Q_{23} = vC_p(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}vR(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{5}{2}p_2(V_3 - V_2) = 8310 \text{ J} \Rightarrow$$

pe transformarea 2-3 gazul primește căldură.

Pe transformările 3-4 și 4-1 gazul cedează căldură. Căldura totală primită este: $Q_{primit} = Q_{12} + Q_{23} = 9972 \text{ J}$.

c) Randamentul ciclului este: $\eta_{ciclu} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} = 22,22\%$

Calculăm randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme: $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$, deoarece $T_{\min} = T_1$ și $T_{\max} = T_3$. Utilizăm ecuațiile termice de stare în stările 1 și 3, astfel că $T_1 = \frac{p_1V_1}{vR}$ și $T_3 = \frac{p_3V_3}{vR} = \frac{p_2V_3}{vR}$ ⇒

$$\text{randamentul ciclului Carnot este: } \eta_c = 1 - \frac{p_1V_1}{p_2V_3} = 88,88\%$$

24. a. Transformările sunt: 1-2 izocoră, deoarece

$$\rho = \frac{m}{V} = \text{const}, \quad 2-3 \text{ izobară, deoarece din ecuația}$$

$$\text{termică de stare } pV = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow \rho = \frac{p\mu}{RT} \Rightarrow \rho T = \text{ct};$$

3-4 izocoră și 4-1 izobară. Reprezentarea ciclului în coordonate p și V este redată în figura R 1.4.11.

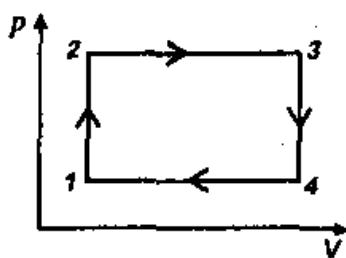


Fig. R 1.4.11

b. Variația energiei interne în procesul 3-4-1 este $\Delta U_{31} = \nu C_V (T_1 - T_3)$. Din ecuația transformării izobare $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_2}$. Dar $V_3 = \frac{m}{\rho_3} = \frac{2m}{\rho_1} = 2V_1$
 $\Rightarrow T_3 = 4T_1 \Rightarrow \Delta U_{31} = -\frac{3\nu R T_1}{\gamma - 1} = -\frac{3p_1 V_1}{\gamma - 1} = -\frac{9}{2} p_1 V_1 = -3600 \text{ J}$

c. Din legea transformării izocore $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = 2p_1$.

Lucrul mecanic efectuat de gaz este $L_{ciclu} = (p_2 - p_1)(V_3 - V_1) = p_1 V_1$. Gazul primește căldură pe transformările 1-2 și 2-3, astfel că $Q_{primită} = Q_{12} + Q_{23} \Rightarrow Q_{primită} = \nu C_V (T_2 - T_1) + \nu C_p (T_3 - T_2)$. Valorile căldurilor molare sunt $C_V = \frac{R}{\gamma - 1} = \frac{3R}{2}$ și $C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} = \frac{5R}{2} \Rightarrow Q_{primită} = \frac{3}{2} \nu R T_1 + 5 \nu R T_1 = \frac{13}{2} p_1 V_1 \Rightarrow$
 randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primită}} \approx 15,38\%$

25. a. Ciclul este format din două transformări izobare 1-2 și 3-4 și două transformări izocore 2-3 și 4-1. Reprezentarea grafică a ciclului în coordonate p și V este redată în figura R.1.4.12.

Lucrul mecanic total este: $L_{ciclu} = (p_1 - p_4)(V_2 - V_1)$.

Pe baza ecuației transformării izobare:

$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = 2V_1$ și pe baza ecuației

transformării izocore obținem: $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 T_3}{T_2}$. Din ecuațiile de stare $p_1 V_1 = \nu R T_1$, $p_1 V_2 = \nu R T_2$, $p_3 V_2 = \nu R T_3$ și $p_3 V_1 = \nu R T_4$ obținem prin înmulțirea primei cu a treia ecuație și apoi a celei de-a doua cu a patra:

$$p_1 p_3 V_1 V_2 = \nu^2 R^2 T_1 T_3 = \nu^2 R^2 T_2 T_4 \Rightarrow T_1 T_3 = T_2 T_4 = T_2^2 \Rightarrow T_3 = \frac{T_2^2}{T_1} = 4T_1 = 1200 \text{ K} \Rightarrow$$

$p_3 = p_4 = 2p_2 = 2p_1$. Astfel obținem: $L_{ciclu} = -p_1 V_1 = -\nu R T_1 = -2493 \text{ J}$. Deoarece ciclul este parcurs în sens contrar acelor de ceasornic lucrul mecanic este negativ, adică gazul primește lucru mecanic de la mediul.

b. $Q_{12} = \nu C_p (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R T_1$;

$Q_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) = 3 \nu R T_1$;

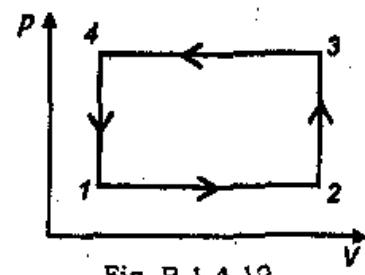


Fig. R.1.4.12

$$Q_{34} = \nu C_p (T_4 - T_3) = \frac{5}{2} \nu R (T_4 - T_3) = -5 \nu R T_1 \text{ și}$$

$$Q_{41} = \nu C_v (T_1 - T_4) = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_4) = -\frac{3}{2} \nu R T_1.$$

Căldura totală schimbată este $Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = -\nu R T_1 = -2493 \text{ J}$

$$\text{c. } \frac{Q_{cedat}}{L_{ciclu}} = \frac{Q_{34} + Q_{41}}{L_{ciclu}} = -\frac{13 \nu R T_1}{2 L_{ciclu}} = 6,5$$

26.a) Identificăm transformările: 1-2 izobară, 2-3 izocoră, 3-4 izobară și 4-1 izocoră. Reprezentările grafice cerute sunt redate în figura R 1.4.13.

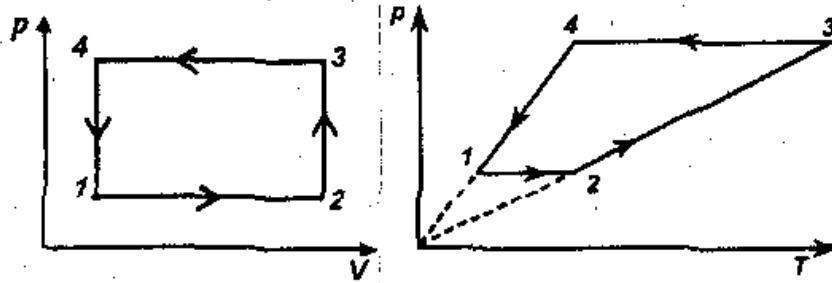


Fig. R 1.4.13

b) Calculăm parametrii stărilor 2, 3 și 4 în funcție de parametrii primei stări.

$$\text{Pentru starea 2: } p_2 = p_1; V_2 = 2V_1; T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} = \frac{2 p_1 V_1}{\nu R} = 2T_1$$

Pentru starea 4: $V_4 = V_1; T_4 = 2T_1$ și din ecuația termică de stare, obținem:

$$p_4 V_4 = \nu R T_4 \Rightarrow p_4 = \frac{\nu R T_4}{V_4} = \frac{2 \nu R T_1}{V_1} = 2p_1$$

$$\text{Pentru starea 3: } p_3 = p_4 = 2p_1; V_3 = V_2 = 2V_1; T_3 \approx \frac{p_3 V_3}{\nu R} = \frac{4 p_1 V_1}{\nu R} = 4T_1$$

$$\text{c) } Q_{12} = \nu C_p (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R T_1 = \frac{5}{2} p_1 V_1; Q_{23} = \nu C_v (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R \cdot 2 \cdot T_1 = 3p_1 V_1$$

$$Q_{34} = \nu C_p (T_4 - T_3) = \frac{5}{2} \nu R \cdot 2 \cdot T_1 = -5p_1 V_1; Q_{41} = \nu C_v (T_1 - T_4) = -\frac{3}{2} \nu R T_1 = -\frac{3}{2} p_1 V_1$$

$$Q_i = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = -p_1 V_1$$

Pe transformările 1-2 și 2-3 gazul primește căldură în timp ce pe transformările 3-4 și 4-1 gazul cedează căldură. Deoarece $Q_i < 0$, înseamnă că pe această transformare ciclică, gazul cedează mai multă căldură mediului față de cât primește de la mediu. Cum pe transformarea ciclică $\Delta U = 0 \Rightarrow$ pe baza primului principiului al termodinamicii $\Delta U = Q_i - L = 0$

$\Rightarrow L = -p_1 V_1 < 0$. Lucrul mecanic pe transformarea ciclică este negativ, deoarece aceasta este parcursă în sens trigonometric. Acest lucru mecanic este egal cu aria ciclului în coordonate p și V dar cu semn schimbat.

27. Raportul ariilor A_2/A_1 reprezintă fizic raportul lucurilor mecanice pe cele două transformări ciclice, deoarece reprezentarea acestora este realizată în coordonate p și V , astfel că $A_1 = L_1 = p_0 \cdot \frac{V_0}{2}$ și $A_2 = L_2 = L_{12} + L_{23} + L_{31}$.

Deoarece pe transformarea 1-2 gazul nu schimbă energie cu mediul extern sub formă de căldură, transformarea gazului este adiabată.

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v (T_2 - T_1) = -\nu \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) \Rightarrow$$

$$L_{12} = 2\nu R (T_1 - T_2) = 2(\nu RT_1 - \nu RT_2) = 2(2p_0 V_0 - p_2 V_0) = 2V_0 (2p_0 - p_2)$$

Scriem legea transformării adiabate în coordonate p și V , astfel că:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \Rightarrow p_0 (2V_0)^\gamma = p_2 V_0^\gamma \Rightarrow p_2 = p_0 \cdot 2^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = p_0 \sqrt[3]{8} = 2p_0 \sqrt{2};$$

$$L_{12} = 2V_0 (2p_0 - 2p_0 \sqrt{2}) = -4p_0 V_0 (\sqrt{2} - 1);$$

$$L_{23} = p_2 (V_3 - V_2) = 2p_0 \sqrt{2} (2V_0 - V_0) = 2p_0 V_0 \sqrt{2} \text{ și } L_{31} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_2 = L_2 = -4p_0 V_0 (\sqrt{2} - 1) + 2p_0 V_0 \sqrt{2} = 2p_0 V_0 (\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_2 = 2p_0 V_0 (2 - \sqrt{2}) \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 4(2 - \sqrt{2}) = 2,36$$

b) Prin definiție $\eta = \frac{L}{Q_p} \Rightarrow \eta_1 = \frac{L_1}{Q_{p_1}}$ și $\eta_2 = \frac{L_2}{Q_{p_2}} \Rightarrow \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{Q_{p_1}}{Q_{p_2}} = \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{Q_{p_1}}{Q_{p_2}}$

Calculăm căldurile primite pe fiecare transformare ciclică:

$$Q_{p_2} = Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{\nu \gamma R}{\gamma - 1} (T_3 - T_2) = 3(p_3 V_3 - p_2 V_2) = 3p_2 (V_3 - V_2) =$$

$$= 3 \cdot 2p_0 \sqrt{2} \cdot V_0 = 6p_0 V_0 \sqrt{2}$$

$$Q_{p_1} = \nu C_v (T_2' - T_1') + \nu C_p (T_3' - T_2') = 2\nu R (T_2' - T_1') + 3\nu R (T_3' - T_2') =$$

$$= 2 \left(2p_0 \cdot \frac{V_0}{2} - p_0 \cdot \frac{V_0}{2} \right) + 3 \left(2p_0 V_0 - 2p_0 \cdot \frac{V_0}{2} \right) = p_0 V_0 + 3p_0 V_0 = 4p_0 V_0$$

$$\text{Obținem: } \frac{\eta_2}{\eta_1} = 4(2 - \sqrt{2}) \frac{4}{6\sqrt{2}} = \frac{8(\sqrt{2} - 1)}{3} \approx 1,116$$

c) Prin definiție puterea dezvoltată de o mașină termică reprezintă raportul dintre lucru mecanic și timpul în care se efectuează acest lucru mecanic,

$$\text{astfel că: } P_2 = \frac{L_2}{t_2} \text{ și } P_1 = \frac{L_1}{t_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{t_2}{t_1} = 2 \frac{A_2}{A_1} = 8 \cdot (2 - \sqrt{2}) = 4,72$$

28.a) Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.4.14:

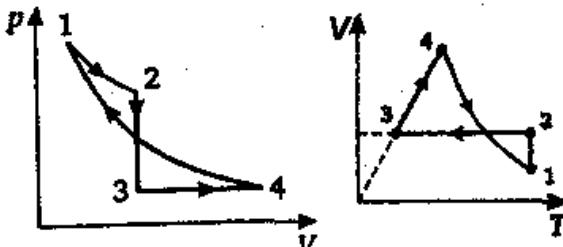


Fig. R 1.4.14

b) Aflăm parametrii stării 4..

Transformarea 1-2 este izotermă și conform legii izotermei: $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow$

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} \approx \frac{p_1}{2} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2}{2} = \frac{p_1}{4} \text{ și deoarece transformarea 3-4 este izobară,}$$

$$\text{atunci } p_4 \approx p_3 = \frac{p_1}{4}.$$

Scriem legea transformării adiabatice în coordonatele p și V : $p_1 V_1^\gamma = p_4 V_4^\gamma \Rightarrow$

$$V_4 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_4} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_1 \cdot 4^{\frac{2}{3}} = V_1 \sqrt[3]{2^4} \approx 2,52 V_1 \text{ și conform ecuației termice de stare}$$

$$p_4 V_4 = \nu R T_4 \Rightarrow T_4 = \frac{p_4 V_4}{\nu R} = \frac{p_1}{4} \cdot \frac{V_1 4^{\frac{2}{3}}}{\nu R} = \frac{T_1}{\sqrt[3]{4}} \approx 0,63 T_1$$

$$c) L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}, \text{ unde } L_{12} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln 2; L_{23} = 0;$$

$$L_{34} = p_3 (V_4 - V_3) = \frac{p_1}{4} (2,52 V_1 - 2 V_1) = 0,13 p_1 V_1 \text{ și}$$

$$L_{41} = -\nu C_V (T_1 - T_4) = -\nu \frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - 0,63 T_1) = -0,74 \nu R T_1 = -0,74 p_1 V_1$$

$L_c = p_1 V_1 \ln 2 + 0,13 p_1 V_1 - 0,74 p_1 V_1 = 0,083 p_1 V_1 \Rightarrow L_c = 8,3 \text{ J} \Rightarrow$ pe această transformare ciclică gazul efectuează lucru mecanic, deci este un motor termic al cărui randament se determină cu formula $\eta_{ciclu} = \frac{L_c}{Q_{primit}}$.

Calculăm căldura primită pe ciclu. Astfel: $Q_{12} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln 2 > 0 \Rightarrow$

gazul primește căldură pe transformarea 1-2. Cum $Q_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) < 0$ și deoarece $T_3 < T_2 \Rightarrow$ gazul cedează căldură pe transformarea 2-3.

$$Q_{34} = \nu C_p (T_4 - T_3) = \nu \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (0,63 T_1 - T_3) = 3 \nu R (0,83 T_1 - T_3)$$

Conform legii transformării izocore 2-3: $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{p_3 T_2}{p_2} = 0,5 T_1 \Rightarrow$

$Q_{34} = 0,39 vRT_1 = 0,39 p_1 V_1 > 0 \Rightarrow$ pe transformarea 3-4 gazul primește căldură, iar pe 4-1 gazul nu schimbă cu mediul exterior energie sub formă de căldură $Q_p = Q_{12} + Q_{34} = p_1 V_1 \ln 2 + 0,39 p_1 V_1 = 1,083 p_1 V_1 \Rightarrow \eta \approx 7,6\%$

29. a) $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$, unde $L_{12} = L_{34} = 0$; $L_{23} = vRT_2 \ln \frac{V_3}{V_1} = 4vRT_1$

și $L_{41} = vRT_1 \ln \frac{V_1}{V_4} = -vRT_1 \ln \frac{V_3}{V_4} = -2vRT_1 \Rightarrow L_{ciclu} = 2vRT_1 = 4986 \text{ J}$

b) $Q_{12} = vC_v(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}vRT_1 = 3739,5 \text{ J}$; $Q_{23} = L_{23} = 4vRT_1 = 9972 \text{ J}$;

$Q_{34} = vC_v(T_4 - T_3) = \frac{3}{2}vR(T_1 - T_2) = -\frac{3}{2}vRT_1 = -3739,5 \text{ J}$ și

$Q_{41} = L_{31} = -2vRT_1 = -4986 \text{ J}$

c) Prin definiție randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$. Pe transformările 1-2 și 2-3 gazul primește căldură, în timp ce pe transformările 3-4 și 4-1 cedează căldură; astfel că: $\dot{Q}_{primit} = Q_{12} + Q_{23} = \frac{11}{2}vRT_1 \Rightarrow \eta = \frac{4}{11} \approx 36,36\%$.

30. a) Reprezentăm ciclul Otto în coordonatele cerute în figura R 1.4.15.

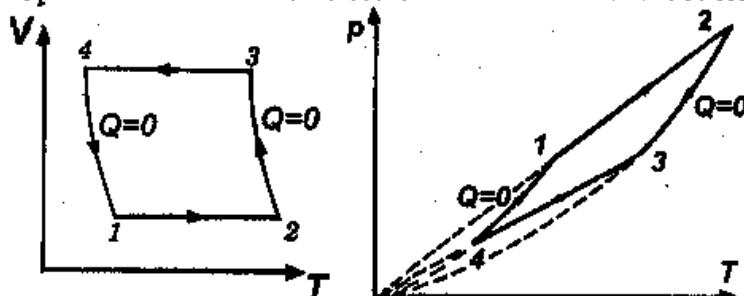


Fig. R 1.4.15

b) Prin definiție randamentul ciclului este: $\eta_{ciclu} = 1 - \frac{|Q_{cedut}|}{Q_{primit}}$.

Cum pe transformările 2-3 și 4-1 nu se schimbă căldură cu mediul extern atunci $Q_{23} = Q_{31} = 0$. Calculăm căldurile pe celelalte două transformări. Pe transformarea 1-2, $Q_{12} = vC_v(T_2 - T_1) > 0 \Rightarrow$ gazul primește căldură.

Pe transformarea 3-4 $Q_{34} = vC_v(T_4 - T_3) < 0 \Rightarrow$ gazul cedează căldură.

Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{34}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$

Scriem ecuația proceselor adiabatice în coordonate V și T astfel că:

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^{\gamma-1} = T_3 \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^{\gamma-1} = T_3 \varepsilon^{\gamma-1} \text{ și}$$

$$T_4 V_4^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \Rightarrow T_1 = T_4 \left(\frac{V_4}{V_1} \right)^{\gamma-1} = T_4 \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^{\gamma-1} = T_4 \varepsilon^{\gamma-1} \Rightarrow$$

$$\text{randamentul ciclului Otto este : } \eta = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_3 \varepsilon^{\gamma-1} - T_4 \varepsilon^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}.$$

31. a. Reprezentarea grafică a unui motor care funcționează pe baza unui ciclu Otto este redată în figura R 1.4.16. Deoarece transformarea 1-2 este adiabatică $Q_{12}=0 \Rightarrow L_{12}=-\Delta U_{12}=-720 \text{ kJ}$. Transformarea 2-3 este izocoră și $L_{23}=0 \Rightarrow$ din primul principiu al termodinamicii $\Delta U_{23} = Q_{23} - L_{23} \Rightarrow \Delta U_{23} = Q_{23} = 480 \text{ kJ}$.

Transformarea 3-4 este adiabatică, astfel că $Q_{34}=0 \Rightarrow \Delta U_{34} = -L_{34} = -900 \text{ kJ}$. Deoarece transformarea 1-2-3-4-1 este ciclică atunci $\Delta U_{ciclu} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ciclu} = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{34} + \Delta U_{41} \Rightarrow \Delta U_{41} = -300 \text{ kJ}$.

Cum transformarea 4-1 este izocoră $L_{41}=0 \Rightarrow Q_{41}=\Delta U_{41}=-300 \text{ kJ}$

b. Lucrul mecanic efectuat de gaz este $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41} = 180 \text{ kJ}$

c. Randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primită}} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{23}}$ cu $Q_{primită} = Q_{23}$, astfel că

$$\eta = 37,5\%$$

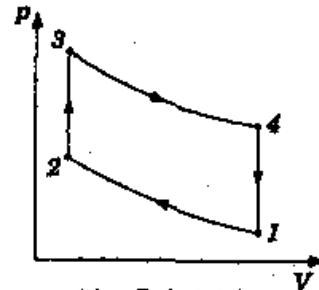


Fig. R 1.4.16

32. a. Reprezentarea grafică a unui motor care funcționează pe baza unui ciclu Diesel este redată în figura R 1.4.17. Deoarece transformarea 1-2 este adiabatică $Q_{12}=0 \Rightarrow L_{12}=-\Delta U_{12}=-920 \text{ kJ}$. Transformarea 2-3 este izobară și din primul principiu al termodinamicii $\Delta U_{23} = Q_{23} - L_{23} = 180 \text{ kJ}$. Deoarece transformarea 1-2-3-4-1 este ciclică atunci $\Delta U_{ciclu} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ciclu} = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{34} + \Delta U_{41} \Rightarrow \Delta U_{34} = -980 \text{ kJ}$.

Deoarece transformarea 3-4 este adiabatică $Q_{34}=0 \Rightarrow L_{34}=-\Delta U_{34}=980 \text{ kJ}$. Transformarea 4-1 este izocoră astfel că $L_{41}=0$ și din primul principiu al termodinamicii $Q_{41} = \Delta U_{41} + L_{41} = -120 \text{ kJ}$

b. Prin definiție exponentul adiabatic este $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$. Cum $Q_{23} = v C_p (T_3 - T_2)$ și

$$\Delta U_{23} = v C_v (T_3 - T_2) \Rightarrow \gamma = \frac{Q_{23}}{\Delta U_{23}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \text{gazul este poliatomic.}$$

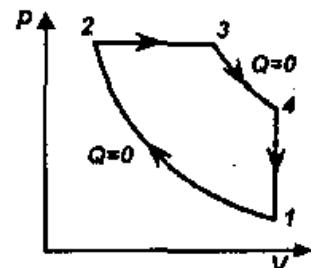


Fig. R 1.4.17

c. Randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primita}}$.

Dar $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41} = 120 \text{ kJ}$ și $Q_{primita} = Q_{23} = 240 \text{ kJ} \Rightarrow \eta = 50\%$

33. a) Înținând cont că lucrul mecanic este o mărime aditivă, atunci: $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$.

Calculăm lucrul mecanic pe fiecare transformare: $L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1)$;

$L_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = \nu R T_2 \ln \frac{p_2}{p_3}$. Deoarece legea transformării izoterme este:

$p_2 V_2 = p_3 V_3$ obținem: $L_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{p_1}{p_3} = \nu R T_2$, pentru că $\ln \frac{p_1}{p_3} = \ln e = 1$.

$L_{34} = p_3(V_4 - V_3) = \nu R(T_1 - T_2)$; $L_{41} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_4} = \nu R T_1 \ln \frac{p_3}{p_1} = -\nu R T_1 \Rightarrow$

$L_{ciclu} = \nu R(T_2 - T_1) + \nu R(T_1 - T_2) - \nu R T_1 = \nu R(T_2 - T_1) = 1662 \text{ J}$

b) Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern în fiecare transformare, astfel că: $Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) = \frac{7}{2} \nu R(T_2 - T_1) = 5817 \text{ J}$;

$Q_{23} = \nu R T_2 = 4155 \text{ J}$; $Q_{34} = \nu C_p(T_1 - T_2) = \frac{7}{2} \nu R(T_1 - T_2) = -5817 \text{ J}$;

$Q_{41} = -\nu R T_1 = -2493 \text{ J} \Rightarrow$ gazul primește căldură pe transformările 1-2 și 2-3 și cedează căldură pe transformările 3-4 și 4-1.

c) Prin definiție randamentul ciclului este: $\eta_{ciclu} = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primita}}$ unde căldura

primită este: $Q_{primita} = Q_{12} + Q_{23} = \frac{7}{2} \nu R(T_2 - T_1) + \nu R T_2 = 9972 \text{ J} \Rightarrow$

$$\eta = \frac{\nu R(T_2 - T_1)}{\frac{7}{2} \nu R(T_2 - T_1) + \nu R T_2} = \frac{2(T_2 - T_1)}{7(T_2 - T_1) + 2T_2} \approx 16,66\%$$

34. a) Găsim ecuația procesului adiabatic în coordonate p și T utilizând ecuația: $pV^\gamma = ct$ a adiabatei în coordonate p și V și ecuația termică de

stare $pV = \nu RT \Rightarrow V = \frac{\nu RT}{p} \Rightarrow p \frac{\nu' R' T'}{p'} = ct \Rightarrow T' p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = ct \Rightarrow T p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = ct$

Scriem ecuația adiabatei 2-3 în coordonate p și T astfel că:

$$T_2 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3 p_3^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow T_3 = T_2 \left(\frac{p_1}{p_3} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 \left(\frac{p_1}{p_4} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}, \text{ unde } \gamma = \frac{5}{3} \text{ este exponentul adiabatic al gazului monoatomic. Obținem:}$$

$$T_3 = T_2 32^{\frac{2}{5}} = T_2 2^{s\left(\frac{-2}{5}\right)} = T_2 2^{-2} = \frac{T_2}{4} \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{1}{4}$$

Scriem ecuația adiabatei 4-1 în coordonate p și T astfel că :

$$T_1 p_1^{\frac{1-\gamma}{r}} = T_4 p_4^{\frac{1-\gamma}{r}} \Rightarrow T_4 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_4} \right)^{\frac{1-\gamma}{r}} = \frac{T_1}{4}$$

b) Prin definiție randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$

Calculăm căldura schimbată de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare $Q_{12} = vC_p(T_2 - T_1) > 0$; $Q_{23} = 0$; $Q_{34} = vC_p(T_4 - T_3) < 0$; $Q_{41} = 0 \Rightarrow$

pe transformarea 1-2 gazul primește căldură, iar pe transformarea 3-4 gazul cedează căldură.

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{34}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{vC_p(T_3 - T_4)}{vC_p(T_2 - T_1)} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{\frac{T_2 - T_1}{4}}{T_2 - T_1} = 1 - \frac{1}{4} = 75\%$$

c) Reprezentările grafice ale motorului cu reacție în coordonate (V, T) și (p, T) sunt redate în figura R 1.4.18:

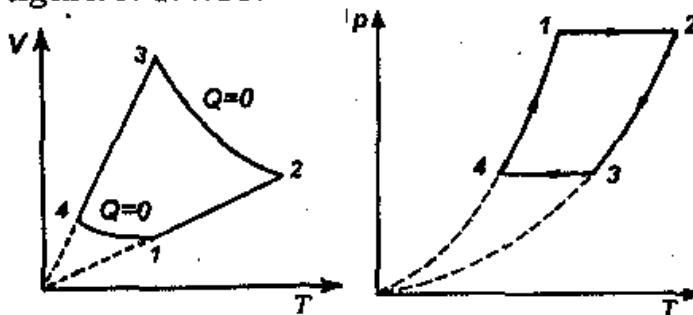


Fig. R 1.4.18

35. a) Identificăm transformările 1-2 adiabată; 2-3 izobară, 3-4 adiabată și 4-1 izocoră. Reprezentările grafice ale motorului Diesel în coordonate (V, T) și (p, T) sunt redate în figura R 1.4.19:

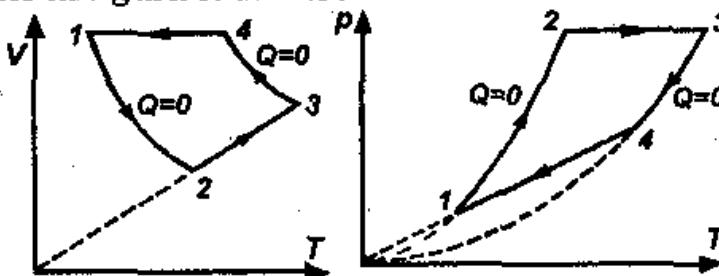


Fig. R 1.4.19

b) Conform formulei randamentului: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$

Calculăm căldurile pe fiecare transformare. Astfel obținem:

$$Q_{12} = 0; Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \nu \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_3 - T_2) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} (p_3 V_3 - p_2 V_2) \Rightarrow$$

$Q_{23} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_2 (V_3 - V_2) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_2 V_2 (\rho - 1) > 0 \Rightarrow$ pe destinderea izobară gazul primește căldură.

Utilizăm ecuația transformării adiabatice 1-2 scrisă în coordonate p și V

astfel că: $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = p_1 \varepsilon^\gamma \Rightarrow$

$$Q_{23} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_1 \varepsilon^\gamma \frac{V_1}{\varepsilon} (\rho - 1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_1 V_1 \varepsilon^{\gamma-1} (\rho - 1); Q_{34} = 0;$$

$$Q_{41} = \nu C_v (T_1 - T_4) = \frac{\nu R}{\gamma - 1} (T_1 - T_4) = \frac{p_1 V_1 - p_4 V_4}{\gamma - 1} \Rightarrow Q_{41} = \frac{V_1 (p_1 - p_4)}{\gamma - 1} < 0 \Rightarrow$$

pe transformarea 4-1 gazul cedează căldură.

Scriem ecuația procesului adiabatic 3-4 în coordonate p și V :

$$p_3 V_3^\gamma = p_4 V_4^\gamma \Rightarrow p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^\gamma = p_2 \left(\frac{\rho V_2}{V_1} \right)^\gamma = p_2 \rho^\gamma \frac{1}{\varepsilon^\gamma} \Rightarrow$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{\rho^\gamma - 1}{\gamma \varepsilon^{\gamma-1} (\rho - 1)}$$

c) Conform definiției randamentului ciclului Carnot: $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$,

deoarece $T_{\min} = T_1$ și $T_{\max} = T_3$. Conform ecuației termice de stare $T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}$ și

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{p_1 V_1}{p_3 V_3} = 1 - \frac{p_1 V_1}{p_2 \rho V_2} = 1 - \frac{p_1 V_1 \varepsilon}{p_1 \varepsilon^\gamma \rho V_1} = 1 - \frac{1}{\rho \varepsilon^{\gamma-1}}$$

36. a) Randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile

extreme este: $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_4}{T_2}$, deoarece $T_{\min} = T_4$ și $T_{\max} = T_2$.

Pe baza ecuației termice de stare $T_4 = \frac{p_4 V_4}{\nu R}$ și $T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R}$ obținem:

$$\eta_c = 1 - \frac{p_4 V_4}{p_2 V_2} = 1 - \frac{p_4 V_4}{p_1 V_2}$$

Scriem ecuația adiabatei 4-1 în coordonate p și V :

$$p_4 V_4^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma} \Rightarrow \frac{p_4}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_4} \right)^{\gamma} = \frac{1}{\varepsilon^{\gamma}} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma}} \frac{\rho V_1}{\rho V_1} = 1 - \frac{1}{\rho \varepsilon^{\gamma-1}}$$

b) Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{|Q_{primit}|}$, unde $Q_{12} = \nu C_p (T_2 - T_1)$;

$$Q_{23} = 0; Q_{34} = \nu C_p (T_4 - T_3) \text{ și } Q_{41} = 0 \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_{34}|}{|Q_{12}|} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$$

Scriem transformările adiabatelor 2-3 și 4-1 în coordonate V și T și obținem:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1} \Rightarrow T_4 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_4} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_4 = \frac{T_1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \text{ și } T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1} \quad (1)$$

Scriem ecuațiile transformărilor izobare 1-2 și 3-4 și obținem:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{T_2 V_1}{T_1} \text{ și } \frac{V_4}{T_4} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow V_3 = \frac{V_4 T_3}{T_4} \Rightarrow \text{introducem în (1)} \Rightarrow$$

$$T_2 \frac{T_2^{\gamma-1}}{T_1^{\gamma-1}} V_1^{\gamma-1} = T_3 \frac{T_3^{\gamma-1}}{T_4^{\gamma-1}} V_4^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_2^{\gamma}}{T_1^{\gamma-1}} V_1^{\gamma-1} = T_3^{\gamma} \frac{V_4^{\gamma-1}}{T_4^{\gamma-1}} \Rightarrow \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\gamma} = \left(\frac{V_4 T_3}{V_1 T_4} \right)^{\gamma-1} = \\ = (\varepsilon \varepsilon^{\gamma-1})^{\gamma-1} = \varepsilon^{\gamma(\gamma-1)} \Rightarrow T_3 = \frac{T_2}{\varepsilon^{\gamma-1}} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{\varepsilon^{\gamma-1} - \varepsilon^{\gamma-1}}{T_2 - T_1} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$$

37. a) Identificăm transformările: 1-2 este o transformare generală în care presiunea gazului depinde direct proporțional de volumul acestuia, astfel că $p=aV$, unde $a=\text{constantă}$; 2-3 este o transformare izocoră și 3-1 este o transformare izobară.

Determinăm ecuația procesului 1-2 în coordonate V și T , respectiv p și T , utilizând ecuația procesului 1-2 în coordonate p și V și ecuația termică de

stare: $pV = \nu RT$ și obținem: $aV^2 = \nu RT \Rightarrow V = \sqrt{\frac{\nu RT}{a}} = b\sqrt{T}$ iar $\frac{p^2}{a} = \nu RT$

$$\Rightarrow p = \sqrt{\nu RaT} = c\sqrt{T}, \text{ unde } b \text{ și } c \text{ sunt constante.}$$

Reprezentările grafice sunt redate în figura R 1.4.20:

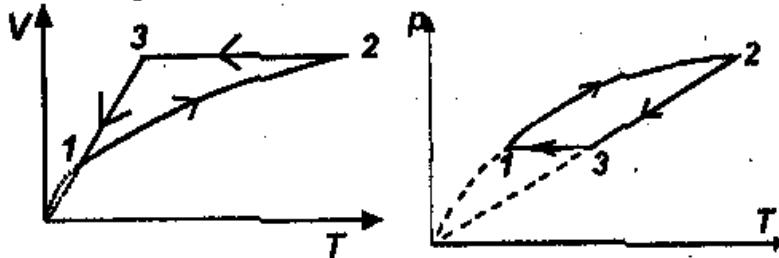


Fig. R 1.4.20

b) Prin definiție randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece acesta este parcurs în sensul acelor de ceasornic lucrul mecanic este egal cu aria ciclului în coordonate p și V , astfel că: $L_{ciclu} = \frac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{2}$. Pe baza legii procesului 1-2 $p = aV$ obținem: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_2}{V_1} = 6p_1 \Rightarrow L_{ciclu} = \frac{25p_1 V_1}{2}$.

Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern în fiecare transformare. În transformarea 1-2 pe baza principiului 1 al termodinamicii:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12}, \text{ iar } L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{35p_1 V_1}{2} \text{ și}$$

$$\Delta U_{12} = \nu C_v(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{105}{2} p_1 V_1.$$

$\Rightarrow Q_{12} = 70p_1 V_1 > 0 \Rightarrow$ pe transformarea 1-2 gazul primește căldură.

Cum $Q_{23} = \nu C_v(T_3 - T_2) < 0$ și $Q_{31} = \nu C_p(T_1 - T_3) < 0 \Rightarrow$ pe transformările 2-3 și 3-1 gazul cedează căldură $\Rightarrow \eta = \frac{5}{28} \approx 17,86\%$

c) Randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme este: $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$, deoarece $T_{\max} = T_2$ și $T_{\min} = T_1$.

Utilizăm ecuația termică de stare în starea 2: $p_2 V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow$

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} = \frac{36p_1 V_1}{\nu R} = 36T_1 \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36} = 97,22\%$$

38. a) Identificăm transformările: 1-2 izocoră, 2-3 izobară și 3-1 o transformare generală care în p și V este descrisă de ecuația $p = aV$. Transformarea 3-1 este descrisă în coordonate V și T după legea $V = b\sqrt{T}$ iar în coordonate p și T după legea $p = c\sqrt{T}$, unde b și c sunt constante (vezi problema 31 punctul a)). Reprezentările grafice sunt redate în figura R 1.4.21:

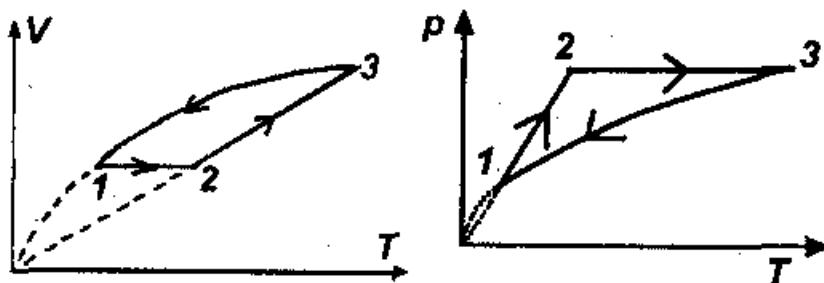


Fig. R 1.4.21

b) Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare, astfel că:

$$Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{5}{2} (5 p_1 V_1 - p_1 V_1) \Rightarrow$$

$$Q_{12} = 10 p_1 V_1 > 0; Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{7}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{7}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2)$$

$$\text{Utilizăm ecuația procesului 3-1: } p = aV \Rightarrow \frac{p}{V} = a \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow$$

$$V_3 = \frac{p_3 V_1}{p_1} = \frac{p_2 V_1}{p_1} = 5V_1 \Rightarrow Q_{23} = \frac{7}{2} (25 p_1 V_1 - 5 p_1 V_1) = 70 p_1 V_1 > 0$$

Deoarece transformarea 3-1 este generală, atunci: $Q_{31} = \Delta U_{31} + L_{31}$, unde $\Delta U_{31} = \nu C_v (T_1 - T_3) < 0$ și $L_{31} < 0$ deoarece $V_1 < V_3 \Rightarrow Q_{31} < 0$

Pe transformările 1-2 și 2-3 gazul primește căldură iar pe 3-1 gazul cedează căldură, astfel că: $Q_{\text{primita}} = Q_{12} + Q_{23} = 80 p_1 V_1 = 80 \text{ kJ}$.

c) Prin definiție randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L_{\text{ciclu}}}{Q_{\text{primita}}}$ și $L_{\text{ciclu}} = A_{\text{ciclului}}$,

conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, astfel că:

$$L = \frac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = 8 p_1 V_1 \Rightarrow \eta = \frac{1}{10} = 10\%$$

39. a) Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare. Deoarece transformarea 1-2 este generală, pe baza principiul 1 al termodinamicii: $Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12}$, unde

$$\Delta U_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \nu \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) = 2(p_2 V_2 - p_1 V_1) = 2(4 p_1 V_3 - p_1 V_1)$$

Din ecuația procesului general 3-1 descris de ecuația $p=aV$ în coordonate p și V , obținem: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow V_3 = \frac{p_3 V_1}{p_1} = 2V_1 \Rightarrow \Delta U_{12} = 14 p_1 V_1$, iar

$$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{5}{2} p_1 V_1 \Rightarrow Q_{12} = 14 p_1 V_1 + \frac{5}{2} p_1 V_1 = \frac{33}{2} p_1 V_1 > 0;$$

$Q_{23} = \nu C_v (T_3 - T_2) < 0$, iar $Q_{31} = \Delta U_{31} + L_{31} < 0$ (vezi problema 32 punctul b) ⇒ gazul primește căldură numai pe transformarea 1-2, astfel că:

$$Q_{\text{primita}} = Q_{12} = \frac{33}{2} p_1 V_1 = 1650 \text{ J.}$$

b) Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, lucrul mecanic este egal cu aria ciclului realizat în coordonate p și V , dacă ciclul este parcurs în

$$\text{sensul acelor de ceasornic, astfel că: } L_{\text{ciclu}} = \frac{(p_1 - p_3)(V_3 - V_1)}{2} = p_1 V_1 = 100 \text{ J.}$$

c) Prin definiție randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} = \frac{2}{33} \approx 6,06\%$

40. a) Pentru a afla parametrii stării 2, utilizăm ecuația procesului 1-2 în coordonate p și V și obținem din $p = aV \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_2}{V_1}$.

Cum $V_2 = 2V_1 \Rightarrow p_2 = 2p_1$, iar din ecuația termică de stare pentru starea 2 obținem: $T_2 = \frac{p_2 V_2}{vR} = \frac{4p_1 V_1}{vR} = 4T_1$.

Aflăm parametrii în starea 3: $V_3 = V_1$; $T_3 = T_2 = 4T_1$ și pe baza ecuației procesului izoterm: $p_2 V_2 = p_3 V_3 \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 V_2}{V_3} = 4p_1$.

b) Conform principiului 1 al termodinamicii: $Q_{12} = L_{12} + \Delta U_{12}$, iar $L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{3}{2} p_1 V_1$ și

$$\Delta U_{12} = vC_v(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} vR(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{9}{2} p_1 V_1 \Rightarrow Q_{12} = 6p_1 V_1$$

$$Q_{23} = vRT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = -p_2 V_2 \ln 2 = -4p_1 V_1 \ln 2$$

$$Q_{31} = vC_v(T_1 - T_3) = \frac{3}{2} vR(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_3 V_3) = -\frac{9}{2} p_1 V_1 \Rightarrow$$

gazul primește căldură numai pe transformarea 1-2, astfel că:

$$Q_p = Q_{12} = 6p_1 V_1 = 1800 \text{ J}$$

c) Dacă ciclul este parcurs în sens invers (în sensul acelor de ceasornic) devine un motor termic, al cărui randament se calculează cu relația:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{cedut}|}{Q_{primit}} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_{21}|}{Q_{13} + Q_{32}} = 1 - \frac{6p_1 V_1}{\frac{9}{2} p_1 V_1 + 4p_1 V_1 \ln 2} = 1 - \frac{12}{9 + 8 \ln 2} = \frac{8 \ln 2 - 3}{9 + 8 \ln 2}$$

$$\Rightarrow \eta \approx 17,5\%$$

41. a) Determinăm parametrii stărilor 2 și 3 în funcție de parametrii stării 1. Pentru starea 2, utilizăm ecuația procesului 1-2 în coordonate p și V :

$p = aV \Rightarrow \frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_2}{V_1}$. Utilizăm și legea transformării izoterme: $p_2 V_2 = p_3 V_3 \Rightarrow \frac{p_1 V_2^2}{V_1} = 3p_1 V_1 \Rightarrow V_2 = V_1 \sqrt{3} \Rightarrow p_2 = p_1 \sqrt{3}$ și conform

ecuației termice de stare: $T_2 = \frac{p_2 V_2}{vR} = 3 \frac{p_1 V_1}{vR} = 3T_1$.

Pentru starea 3: $p_3 = p_1; V_3 = 3V_1; T_3 = T_2 = 3T_1$.

b) Din ecuația termică de stare $pV = vRT$ și din ecuația procesului $p = aV$ obținem $aV^2 = vRT$. Procesul general 1-2 are în coordonate V și T ecuația: $V = ct\sqrt{T}$ ⇒ reprezentarea grafică este o parabolă față de axa temperaturii absolute. Reprezentarea ciclului în coordonate V și T este redată în figura R 1.4.22.

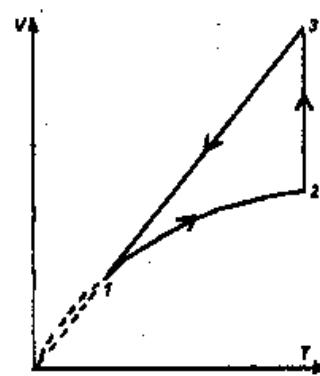


Fig. R 1.4.22

c) Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$.

Pe baza primului principiu al termodinamicii:

$$\begin{aligned} Q_{12} &= \Delta U_{12} + L_{12} = vC_V(T_2 - T_1) + \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \\ &= \frac{3}{2}vR(T_2 - T_1) + \frac{(p_1 + p_1\sqrt{3})(V_1\sqrt{3} - V_1)}{2} = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + p_1V_1 = \\ &= \frac{3}{2}(3p_1V_1 - p_1V_1) + p_1V_1 = 4p_1V_1; Q_{23} = vRT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = p_2V_2 \ln \sqrt{3} = 1,65p_1V_1 \end{aligned}$$

$$Q_{31} = vC_p(T_1 - T_3) = \frac{5}{2}vR(T_1 - T_3) = \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_3V_3) = -5p_1V_1 \Rightarrow$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{31}|}{Q_{12} + Q_{23}} = 1 - \frac{5p_1V_1}{4p_1V_1 + 1,65p_1V_1} = 1 - \frac{5}{5,65} \approx 11,5\%.$$

42. a) Aflăm parametrii stării 3 utilizând ecuația transformării adiabatice 3-1 scrisă în coordonate p și V : $p_1 V_1' = p_3 V_3' \Rightarrow p_3 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_3} \right)^r = p_1 \left(\frac{1}{8} \right)^{\frac{4}{3}} = \frac{p_1}{16}$,

$$V_3 = 8V_1 \text{ și utilizând ecuația termică de stare obținem: } T_3 = \frac{p_3 V_3}{vR} = \frac{p_1 V_1}{2vR} = \frac{T_1}{2}.$$

Aflăm parametrii stării 2: $p_2 = p_1$ și utilizând ecuația procesului general în coordonate p și V obținem: $\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_2 V_3}{p_3} = \frac{p_1 \cdot 8V_1 \cdot 16}{p_1} = 128V_1$ și din

$$\text{ecuația termică de stare } \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{vR} = 128T_1.$$

b) $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$, unde $L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = 127p_1V_1$;

$$L_{23} = \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2} = \frac{\left(p_1 + \frac{p_1}{16}\right)(8V_1 - 128V_1)}{2} = -\frac{17p_1}{32} \cdot 120V_1 = -\frac{255p_1V_1}{4}$$

$$L_{31} = -\Delta U_{31} = -\nu C_V(T_1 - T_3) = -\frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_1 - T_3) = -3(p_1V_1 - p_3V_3) = -\frac{3}{2}p_1V_1$$

$$\Rightarrow L_{ciclu} = 127p_1V_1 - \frac{255}{4}p_1V_1 - \frac{3}{2}p_1V_1 = \frac{247}{4}p_1V_1$$

c) Prin definiție randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_p}$.

Calculăm căldura primită: $Q_p = Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) \Rightarrow$

$$Q_{12} = \frac{\nu \gamma R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = 4(\nu RT_2 - \nu RT_1) = 4(p_2V_2 - p_1V_1) = 508p_1V_1 \Rightarrow \eta \approx 12,16\%$$

43. a) Procesul 1-2 este descris de ecuația $p = aV$ în coordonate p și V și de ecuația $T = b\sqrt{V}$ în coordonate V și T (vezi problema 31 punctul a))
Reprezentările grafice ale procesului cerut sunt redate în figura R 1.4.23.

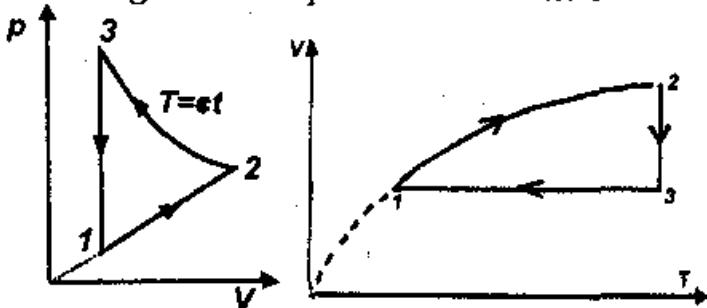


Fig. R 1.4.23

b) $L_{total} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$. Dar $L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2}$, cu $p_2 = \frac{p_1}{V_1} \cdot V_2 = 4p_1 \Rightarrow$

$$L_{12} = \frac{15p_1V_1}{2}; L_{23} = \nu RT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = p_2V_2 \ln \frac{V_1}{4V_1} = -2 \cdot 16p_1V_1 \ln 2 = -32p_1V_1 \ln 2, \text{ iar}$$

$$L_{31} = 0 \Rightarrow L_{total} = p_1V_1 \left(\frac{15}{2} - 32 \ln 2 \right) \approx -14,676p_1V_1.$$

c) $L_{total} < 0$, deoarece în coordonate p și V ciclul este parcurs în sensul trigonometric și gazul care evoluează după această transformare primește lucru mecanic de la mediul. O astfel de mașină este o mașină frigorifică. Calculăm căldura totală cedată de gaz mediului: $Q_{23} = L_{23} = -32p_1V_1 \ln 2$ iar

$$Q_{31} = \nu C_V(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_3V_3) = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_1V_1) = \frac{3}{2}V_1(p_1 - p_3)$$

Scriem ecuația transformării izoterme: $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow p_3 = \frac{16p_1V_1}{V_1} = 16p_1 \Rightarrow$

$$Q_{31} = -\frac{45}{2}p_1V_1. Astfel: Q_{Tcedat} = Q_{23} + Q_{31} = -32p_1V_1 \ln 2 - \frac{45}{2}p_1V_1 = -44,676p_1V_1$$

Pe baza definiției eficienței mașinii frigorifice: $\varepsilon = \frac{Q_{Tcedat}}{L} \approx 3,044.$

44. a. $\frac{U_6}{U_1} = \frac{\nu C_p T_6}{\nu C_p T_1} = \frac{p_6 V_6}{p_1 V_1} = 16$

b. Pentru ciclul 1-2-3-4-1 lucrul mecanic este $L_1 = A_{12341} = pV$ și pentru ciclul 3-5-6-7-3 lucrul mecanic este $L_2 = A_{35673} = 4pV \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{4}$.

c. Căldura primită pe ciclul 1-2-3-4-1 este:

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23} = \nu C_v (T_2 - T_1) + \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \frac{5}{2} \nu R (T_3 - T_2) \Rightarrow$$

$$Q_1 = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{3}{2}pV + \frac{5}{2} \cdot 2pV = \frac{13}{2}pV$$

Căldura primită pe ciclul 3-5-6-7-3 este:

$$Q_2 = Q_{35} + Q_{56} = \nu C_v (T_5 - T_3) + \nu C_p (T_6 - T_5) = \frac{3}{2} \nu R (T_5 - T_3) + \frac{5}{2} \nu R (T_6 - T_5) \Rightarrow$$

$$Q_2 = \frac{3}{2}(p_5V_5 - p_3V_3) + \frac{5}{2}(p_6V_6 - p_5V_5) = \frac{3}{2} \cdot 4pV + \frac{5}{2} \cdot 8pV = 26pV$$

Raportul căldurilor primite de gaz în cele două transformări ciclice este

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1}{4}$$

d. Randamentele celor două cicluri sunt $\eta_1 = \frac{L_1}{Q_1}$ și $\eta_2 = \frac{L_2}{Q_2} \Rightarrow \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow \eta_1/\eta_2 = 1$

45. a. Transformările sunt 1-2 izobară, 2-3 izocoră, 3-4 izotermă și 4-1 izocoră. Reprezentările grafice cerute sunt redate în figura-R 1.4.24.

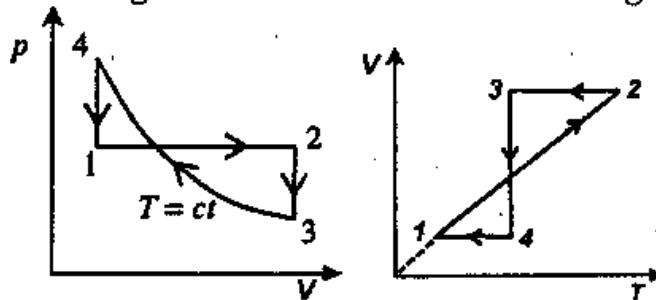


Fig. R 1.4.24

b. Variația energiei interne a gazului între stările 2 și 4 este $\Delta U_{24} = \nu C_V (T_4 - T_2)$. Din legea transformării izocore 2-3

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{P_3 T_2}{P_2} = 2T_1 \text{ și cum } T_4 = T_3 \Rightarrow \Delta U_{24} = -3\nu RT_1 = -3p_1 V_1 = -300J$$

c. Calculăm căldurile pe fiecare transformare. Astfel că:

$$Q_{12} = \nu C_p (T_2 - T_1) = \frac{15\nu RT_1}{2} = \frac{15}{2} p_1 V_1; Q_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) = -3\nu RT_1 = -3p_1 V_1;$$

$$Q_{34} = \nu R T_3 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = 2\nu R T_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right). \text{ Din legea transformării izobare } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow Q_{34} = -4\nu RT_1 \ln 2 = -4p_1 V_1 \ln 2, \text{ iar } Q_{41} = \nu C_V (T_1 - T_4) \Rightarrow$$

$$Q_{41} = -\frac{3}{2}\nu RT_1 = -\frac{3}{2}p_1 V_1. \text{ Căldura cedată de gaz pe un ciclu este:}$$

$$Q_{cedat} = Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = -p_1 V_1 \left(\frac{9}{2} + 4 \ln 2 \right) \text{ și lucrul mecanic schimbat de gaz}$$

$$\text{cu mediul extern este } L_{ciclu} = Q_{12} + Q_{cedat} = p_1 V_1 (3 - 4 \ln 2).$$

$$\text{Randamentul ciclului este } \eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primă}} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{12}} = \frac{2(3 - 4 \ln 2)}{15} \approx 2,67\%$$

46. a) Înănd cont că lucrul mecanic este o mărime aditivă, atunci:

$$L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}, \text{ unde}$$

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (\nu RT_1 - \nu RT_2) = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_2).$$

Pe baza ecuației transformării adiabate 1-2, determinăm presiunea în starea

$$2: p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = p_1 \left(\frac{1}{8} \right)^{\frac{5}{3}} = \frac{p_1}{32}, \text{ deoarece pentru gazul ideal}$$

$$\text{monoatomic } \gamma = \frac{5}{3}.$$

$$\Rightarrow L_{12} = \frac{3}{2} \left(p_1 V_1 - \frac{p_1}{32} \cdot 8V_1 \right) = \frac{9}{8} p_1 V_1; L_{23} = p_2 (V_3 - V_2) = \frac{p_1}{32} (4V_1 - 8V_1) = -\frac{p_1 V_1}{8};$$

$$L_{34} = -\nu C_V (T_4 - T_3) = -\frac{3}{2} \nu R (T_4 - T_3) = -\frac{3}{2} (p_4 V_4 - p_3 V_3) = -\frac{3}{2} V_1 \left(p_4 - \frac{p_1}{8} \right).$$

Aflăm pe baza ecuației transformării adiabatice presiunea p_4 :

$$p_3 V_3^\gamma = p_4 V_4^\gamma \Rightarrow \frac{p_1}{32} \cdot (4V_1)^\gamma = p_4 V_1^\gamma \Rightarrow p_4 = \frac{p_1}{32} \cdot 4^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{p_1 \cdot (\sqrt[3]{2})^{10}}{32} = \frac{10p_1}{32} = \frac{5p_1}{16}$$

$$\Rightarrow L_{34} = -\frac{9p_1 V_1}{32} \text{ și } L_{41} = 0 \Rightarrow L_{ciclu} = \frac{9}{8} p_1 V_1 - \frac{p_1 V_1}{8} - \frac{9p_1 V_1}{32} = \frac{23p_1 V_1}{32} = 71,875 \text{ J}$$

b) Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare. Astfel $Q_{12} = Q_{34} = 0$, deoarece transformările sunt adiabate.

$$Q_{23} = vC_p(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}vR(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{5}{2} \cdot \frac{p_1}{32} (4V_1 - 8V_1) = -\frac{5p_1 V_1}{16}$$

$$Q_{41} = vC_v(T_1 - T_4) = \frac{3}{2}vR(T_1 - T_4) = \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_4 V_4) = \frac{3}{2}V_1 \left(p_1 - \frac{5p_1}{16} \right) = \frac{33p_1 V_1}{32}$$

$Q_{23} = -31,25 \text{ J}$ și $Q_{41} = 103,125 \text{ J} \Rightarrow$ pe transformarea 2-3 gazul cedează căldură, iar pe transformarea 4-1 gazul primește căldură.

c) Prin definiție randamentul ciclului este egal cu: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primita}} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{41}} \approx 70\%$.

47. a) Prin definiție randamentul ciclului este $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedata}|}{Q_{primita}}$. Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare: $Q_{12} = 0$

$$\text{și } Q_{23} = vC_v(T_3 - T_2) = v \frac{R}{\gamma-1} (T_3 - T_2) = \frac{1}{\gamma-1} vRT_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right).$$

Conform legii transformării izocore: $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \alpha \Rightarrow$

$$Q_{23} = \frac{1}{(\gamma-1)\delta} vRT_1(\alpha-1) = \frac{1}{(\gamma-1)\delta} p_1 V_1(\alpha-1) > 0 \Rightarrow$$
 pe transformarea 2-3

gazul primește căldură. În transformarea 3-4: $Q_{34} = 0$ și

$$Q_{41} = vC_p(T_1 - T_4) = \frac{\gamma}{\gamma-1} vR(T_1 - T_4) = \frac{\gamma}{\gamma-1} vRT_1 \left(1 - \frac{T_4}{T_1} \right)$$

Conform legii transformării izobare: $\frac{V_4}{T_4} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_4}{V_1} = \frac{T_4}{T_1} = \beta \Rightarrow$

$$Q_{41} = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 V_1 (1-\beta) < 0 \Rightarrow$$
 gazul cedează căldură pe transformarea 4-1

Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{\delta\gamma(\beta-1)}{(\alpha-1)}$.

b) Calculăm randamentul ciclului Carnot, care ar funcționa între temperaturile extreme: $\eta_C = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$, deoarece $T_{\min} = T_1$ și $T_{\max} = T_3$.

Pe baza ecuației termice de stare obținem:

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{vR} = \frac{\alpha \cdot p_2 V_2}{vR} = \alpha T_2 = \frac{\alpha T_1}{\delta} \Rightarrow \eta_C = 1 - \frac{\delta}{\alpha}.$$

48. a) Identificăm transformările: 1-2 izocoră; 2-3 izobară și 3-1 este o transformare generală descrisă de ecuația $T = ap^2$. Determinăm ecuația procesului 3-1 în coordonate p și V , utilizând ecuația termică de stare: $pV = vRT \Rightarrow pV = vRa p^2 \Rightarrow p = \frac{V}{vRa} = bV$, cu $b = \text{ct}$. Reprezentarea grafică a ciclului este R 1.4.25.

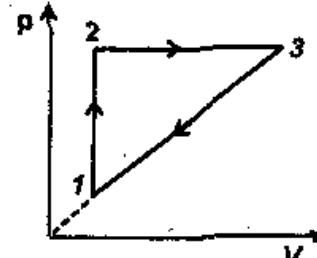


Fig. R 1.4.25

b) $Q = Q_{12} + Q_{23}$, deoarece numai pe transformările 1-2 și 2-3 se primește căldură, astfel că: $Q_{12} = vC_V(T_2 - T_1) = vC_V T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$.

Pe baza ecuației transformării izocore 1-2: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = 2T_1 \Rightarrow Q_{12} = vC_V T_1$, iar

$Q_{23} = vC_p(T_3 - T_2)$. Conform ecuației procesului 3-1, $\frac{p}{V} = \text{const}$ obținem:

$\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_1}{V_1} \Rightarrow V_3 = \frac{p_3 V_1}{p_1} = \frac{p_2 \cdot V_1}{p_1} = 2V_1$, iar din ecuația termică de stare:

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{vR} = \frac{4p_1 V_1}{vR} = 4T_1 \Rightarrow Q_{23} = vC_p(4T_1 - 2T_1) = 2vC_p T_1.$$

Conform relației lui Robert Mayer: $C_p = C_v + R \Rightarrow$

$$Q_{23} = 2v(C_v + R)T_1 = 2vC_v T_1 + 2vRT_1 \Rightarrow Q = 3vC_v T_1 + 2vRT_1 \Rightarrow C_v = \frac{Q}{3vT_1} - \frac{2R}{3}$$

$$C_v = 20,775 \text{ J/molK} \Rightarrow C_v = \frac{5R}{2} \Rightarrow \text{gazul ideal este biatomic.}$$

c) Prin definiție căldura molară este: $C_{13} = \frac{Q_{13}}{v \cdot \Delta T_{13}}$, unde pe baza primului principiu al termodinamicii $Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} \Rightarrow Q_{13} = vC_v \Delta T_{13} + L_{13} \Rightarrow$

$$C_{13} = \frac{vC_v \Delta T_{13} + L_{13}}{v \Delta T_{13}} = C_v + \frac{L_{13}}{v \Delta T_{13}} = C_v + \frac{L_{13}}{v(T_3 - T_1)} = C_v + \frac{L_{13}}{3vT_1} = C_v + \frac{L_{13}R}{3p_1 V_1}.$$

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic:

$$L_{13} = \frac{(p_1 + p_3)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{3p_1V_1}{2} \Rightarrow C_{13} = C_V + \frac{R}{2} = 3R = 24,93 \text{ J/molK.}$$

d) Prin definiție randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primu}}$.

Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic:

$$L_{ciclu} = A_{ciclu} = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{p_1V_1}{2} \Rightarrow \eta = \frac{p_1V_1}{2Q} = \frac{\nu RT_1}{2Q} = 5,26\%.$$

49. a) Utilizăm principiul I al termodinamicii: $\Delta U = Q - L \Rightarrow L = Q - \Delta U$.

Cum pentru o transformare ciclică $\Delta U = 0 \Rightarrow L = Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}$:

$$Q_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{3}{2} \cdot 4V_1 (p_1 - 2p_1) = -6p_1 V_1$$

$$Q_{31} = \nu C_P (T_1 - T_3) = \frac{5}{2} \nu R (T_1 - T_3) = \frac{5}{2} (p_1 V_1 - p_3 V_3) = \frac{5}{2} p_1 (V_1 - 4V_1) = -7,5p_1 V_1$$

$$\text{Obținem: } L = 23,5p_1 V_1 - 6p_1 V_1 - 7,5p_1 V_1 = 10p_1 V_1.$$

b) Prin definiție randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L}{Q_{primu}} = \frac{L}{Q_{12}} = 42,55\%$.

c) Prin definiție, randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme este $\eta_C = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$, unde $T_{\min} = T_1$ și $T_{\max} = T_2$.

Conform ecuației termice de stare: $T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} = \frac{8p_1 V_1}{\nu R} = 8T_1 \Rightarrow \eta_C = 87,5\%$

50. a) Determinăm parametrii stării 2: $V_2 = V_1$, $T_2 = 4T_1$ și din ecuația termică de stare $p_2 = \frac{\nu RT_2}{V_2} = \frac{4\nu RT_1}{V_1} = 4p_1$. Determinăm parametrii stării 3:

$p_3 = p_2 = 4p_1$ și pe baza ecuației procesului 3-1: $V_1 = a\sqrt{T_1}$ și $V_3 = a\sqrt{T_3} \Rightarrow$

$\frac{V_1}{V_3} = \sqrt{\frac{T_1}{T_3}} \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^2 = \frac{T_1}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{T_1 V_3^2}{V_1^2}$ și conform ecuației termice de stare

$p_3 V_3 = \nu R T_3 \Rightarrow 4p_1 V_3 = \frac{\nu R T_1 V_3^2}{V_1^2} \Rightarrow V_3 = \frac{4p_1 V_1^2}{\nu R T_1} = 4V_1 \Rightarrow T_3 = 16T_1$.

b) Prin definiție, puterea motorului este $P = \frac{L_{ciclu}}{t}$. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic din figura R 1.4.26 $\Rightarrow L_{ciclu} = A_{ciclu} = \frac{3p_1 \cdot 3V_1}{2} = \frac{9p_1 V_1}{2} \Rightarrow$

$$P = \frac{L_{ciclu}}{t} = \frac{9p_1 V_1}{2t} = 4,5 \cdot 10^6 \text{ W.}$$

c) Prin definiție, randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

Căldura primită este: $Q_{primit} = Q_{12} + Q_{23}$.

$$Q_{12} = vC_p(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}vR(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = 4,5p_1 V_1$$

$$Q_{23} = vC_p(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}vR(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3 V_3 - p_2 V_2) = 30p_1 V_1$$

$$Q_{primit} = 34,5p_1 V_1 \Rightarrow \eta = \frac{4,5p_1 V_1}{34,5p_1 V_1} \approx 13\%$$

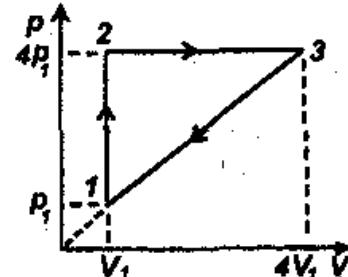


Fig. R 1.4.26

51. a. Randamentul ciclului 1-2-B-1 este: $\eta_1 = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p}$.

Calculăm căldurile pe fiecare transformare: $Q_{12} = 0$;

$$Q_{2B} = vRT_2 \ln \frac{V_1}{V_2} = vRT_2 \ln \varepsilon \text{ și } Q_{B1} = vC_p(T_1 - T_2) = v \frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_2).$$

Din legea transformării adiabatice scrisă în coordonate V și T obținem:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = T_1 \varepsilon^{\gamma-1} \Rightarrow Q_{B1} = -\frac{vRT_1(\varepsilon^{\gamma-1} - 1)}{\gamma - 1} \text{ și}$$

$$Q_{2B} = vRT_1 \varepsilon^{\gamma-1} \ln \varepsilon \Rightarrow \eta_1 = 1 - \frac{\varepsilon^{\gamma-1} - 1}{(\gamma - 1)\varepsilon^{\gamma-1} \ln \varepsilon}.$$

b. Randamentul ciclului 1-A-2-1 este: $\eta_2 = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p}$.

Calculăm căldurile pe fiecare transformare: $Q_{1A} = vRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = -vRT_1 \ln \varepsilon < 0$;

$$Q_{A2} = vC_p(T_2 - T_1) = v \frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \frac{vRT_1}{\gamma - 1}(\varepsilon^{\gamma-1} - 1) > 0 \Rightarrow \eta_2 = 1 - \frac{(\gamma - 1) \ln \varepsilon}{\varepsilon^{\gamma-1} - 1}$$

c. Randamentul unui ciclu Carnot care funcționează între temperaturile extreme este $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$ cu $T_{\min} = T_1$ și $T_{\max} = T_2 \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$

52. a) $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$. Transformările 1-2 și 3-4 sunt transformări generale descrise în coordonate p și V , de legea $\frac{p}{V} = const$,

astfel că: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_2 V_1}{p_1}$ și utilizând ecuația de stare $p_2 V_2 = \nu R T_2$

obținem: $\frac{p_2^2 V_1}{p_1} = 16 \nu R T_1 \Rightarrow p_2^2 V_1 = 16 p_1^2 V_1 \Rightarrow p_2 = 4 p_1$ iar $V_2 = 4 V_1$.

Calculăm parametrii stării 3 în funcție de parametrii stării 1: $V_3 = V_2 = 4 V_1$ și $T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = 8 T_1$.

Calculăm parametrii stării 4 în funcție de parametrii stării 1: $p_4 = p_1$.

Din $\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow V_4 = \frac{p_4 V_3}{p_3} = 2 V_1$ iar din ecuația termică de stare:

$$T_4 = \frac{p_4 V_4}{\nu R} = \frac{2 p_1 V_1}{\nu R} = 2 T_1.$$

$$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = 7,5 p_1 V_1; L_{23} = 0; L_{34} = \frac{(p_4 + p_3)(V_4 - V_3)}{2} = -3 p_1 V_1;$$

$$L_{41} = p_1(V_1 - V_4) = -p_1 V_1 \Rightarrow L_{ciclu} = 3,5 p_1 V_1.$$

b) Prin definiție randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

Calculăm căldura primită de gaz pe fiecare transformare:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12} = \nu \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) + \frac{(4 p_1 + p_1)(4 V_1 - V_1)}{2} = \frac{45}{2} \nu R T_1 + \frac{15}{2} p_1 V_1 \Rightarrow$$

$Q_{12} = 30 p_1 V_1 > 0$; $Q_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) < 0$; $Q_{34} < 0$ și $Q_{41} = \nu C_p(T_1 - T_4) < 0 \Rightarrow$ gazul primește căldură pe transformarea 1-2

Randamentul ciclului este $\eta \approx 11,66\%$.

c) Randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme este $\eta_C = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} = 93,75\%$.

53. a) Reprezentarea grafică a procesului suferit de gaz în coordonate p și V este redată în figura R 1.4.27.

b) Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare:

$$Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

$$\Rightarrow Q_{12} = 3p_1 V_1$$

Deoarece transformarea 2-3 este generală, utilizăm principiul întâi al termodinamicii:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23}.$$

$$\text{Cum: } \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 V_3}{V_2} = \frac{3p_1 \cdot 2V_1}{V_2} = 6p_1 \Rightarrow$$

$$Q_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) + \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) + \frac{9p_1 V_1}{2} =$$

$$= \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) + \frac{9p_1 V_1}{2} = \frac{3}{2} (12p_1 V_1 - 3p_1 V_1) + \frac{9p_1 V_1}{2} = 18p_1 V_1$$

$$Q_{34} = \nu C_p (T_4 - T_3) = \frac{5}{2} \nu R (T_4 - T_3) = \frac{5}{2} (p_4 V_4 - p_3 V_3) = \frac{5}{2} p_3 (V_4 - V_3).$$

$$\text{Cum } \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow V_4 = \frac{p_4 V_1}{p_1} = \frac{p_3 V_1}{p_1} = 6V_1 \Rightarrow Q_{34} = 15p_1 (V_4 - 2V_1) = 60p_1 V_1$$

$$\text{Din } Q_{41} = \Delta U_{41} + L_{41} = \nu C_V (T_1 - T_4) + \frac{(p_1 + p_4)(V_1 - V_4)}{2} \Rightarrow$$

$$Q_{41} = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_4 V_4) - \frac{7p_1 (V_1 - 6V_1)}{2} = -\frac{3 \cdot 35p_1 V_1}{2} - \frac{35p_1 V_1}{2} = -70p_1 V_1$$

c) Utilizăm principiul I pentru transformarea ciclică, astfel că:

$$\Delta U = Q - L = 0 \Rightarrow L_{ciclu} = Q_{total} = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = 11p_1 V_1.$$

$$\text{d)} \text{ Randamentul motorului termic este } \eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}.$$

Gazul primește căldură pe transformările: 1-2, 2-3 și 3-4, astfel că:

$$Q_{primit} = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} = 81p_1 V_1 \Rightarrow \eta \approx 13,58\%.$$

54. a.) Calculăm căldurile pe fiecare transformare.

$$Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} p_1 V_1.$$

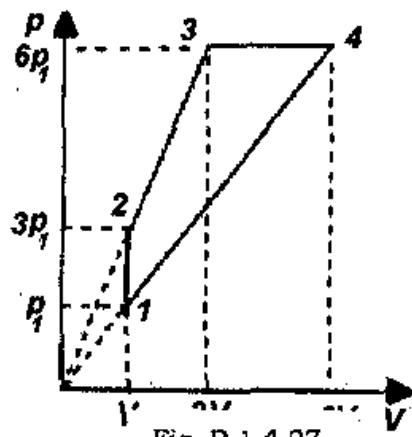


Fig. R 1.4.27

Din primul principiu al termodinamicii: $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23}$, unde $L_{23} = \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2}$. Cum transformarea 2-3 este generală și descrisă de

ecuația $p = aV \Rightarrow \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 V_2}{V_3} = 4p_1 \Rightarrow L_{23} = 3p_1 V_1$ și

$$\Delta U_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) = 9p_1 V_1 \Rightarrow Q_{23} = 12p_1 V_1$$

$Q_{34} = \nu C_V (T_4 - T_3) < 0$ și $Q_{41} = \Delta U_{41} + L_{41} < 0 \Rightarrow$ gazul primește căldură pe transformările 1-2 și 2-3, iar pe transformările 3-4 și 4-1 gazul cedează căldură. Astfel $Q_p = Q_{12} + Q_{23} = \frac{27}{2} p_1 V_1 = \frac{27}{2} \nu R T_1 \approx 28,046 \text{ kJ}$

b. Din primul principiu al termodinamicii $Q = \Delta U + L$ și din proprietatea energiei interne de a fi o mărime de stare, pentru o transformare ciclică $\Delta U = 0 \Rightarrow L_{ciclu} = Q = Q_p + Q_c \Rightarrow Q_c = Q_p - L_{ciclu}$. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic acesta este egal cu aria ciclului, obținem:

$$L_{ciclu} = \frac{(p_2 - p_1 + p_3 - p_4)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{3p_1 V_1}{2} \Rightarrow Q_c = -12p_1 V_1 = -12\nu R T_1 = -24,93 \text{ kJ}$$

c. Prin definiție randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_p} \approx 11,11\%$

55. a. Reprezentarea grafică a succesiunii de transformări este redată în figura R 1.4.28.

b. Din ecuația transformării adiabatice scrisă în coordonate V și T obținem:

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1} \Rightarrow T_3 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{2^{0,4}} = 1200 \text{ K.}$$

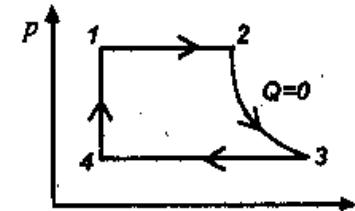


Fig. R 1.4.28

Din ecuația transformării izobarei obținem: $\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_4}{T_4} \Rightarrow T_4 = \frac{T_3 V_4}{V_3} = 300 \text{ K.}$

c. Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedată}|}{Q_{primită}}$.

Calculăm căldurile de pe fiecare transformare:

$$Q_{12} = \nu C_p (T_2 - T_1) = \frac{\gamma}{\gamma-1} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{7}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{7}{2} p_1 (V_2 - V_1) = \frac{7}{2} p_1 V_1;$$

$$Q_{23} = 0; Q_{34} = \nu C_p (T_4 - T_3) = \frac{\gamma}{\gamma-1} \nu R (T_4 - T_3) = \frac{7}{2} (p_4 V_4 - p_3 V_3) = \frac{7}{2} p_3 (V_4 - V_3)$$

Din ecuația transformării adiabatice $p_2V_2^\gamma = p_3V_3^\gamma \Rightarrow p_3 = p_2\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^\gamma = \frac{3p_1}{8}$

$$\Rightarrow Q_{23} = -\frac{63}{16}p_1V_1 = Q_{\text{cedată}}; \quad Q_{41} = \nu C_V(T_1 - T_4) = \frac{\nu R(T_1 - T_4)}{\gamma - 1} = \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_4V_4)$$

$$\Rightarrow Q_{41} = \frac{5}{2}V_1(p_1 - p_4) = \frac{25}{16}p_1V_1 \Rightarrow Q_{\text{primită}} = Q_{12} + Q_{41} = \frac{81}{16}p_1V_1 \Rightarrow \eta \approx 22,22\%$$

d. Din primul principiu al termodinamicii $\Delta U = Q - L$, cum pentru o transformare ciclică $\Delta U = 0 \Rightarrow L_{\text{ciclu}} = Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = \frac{9p_1V_1}{8} = \frac{9\nu RT_1}{8}$

$$\text{Cum } T_{\max} = T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = \frac{2p_1V_1}{\nu R} = 2T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{T_{\max}}{2} = 800 \text{ K} \Rightarrow L_{\text{ciclu}} = 7479 \text{ J}$$

56. a) Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern în fiecare transformare. Astfel:

$$Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = 3(\nu RT_2 - \nu RT_1) = 3(p_2V_1 - p_1V_1) = 3V_1(p_2 - p_1)$$

$$\Rightarrow Q_{12} = 1500 \text{ J};$$

$$Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) = \frac{\nu \gamma R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = 4(\nu RT_3 - \nu RT_2) = 4(p_3V_3 - p_2V_2) = 4p_2(V_3 - V_2)$$

$$\Rightarrow Q_{23} = 2400 \quad Q_{34} = 0 \quad \text{și}$$

$$Q_{45} = \nu C_V(T_5 - T_4) = \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_5 - T_4) = 3(p_5V_5 - p_4V_4) = 3V_4(p_5 - p_4) = 3V_4(p_1 - p_4)$$

Determinăm presiunea gazului în starea 4 utilizând ecuația transformării adiabatice 3-4: $p_3V_3^\gamma = p_4V_4^\gamma \Rightarrow p_4 = p_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma = p_2\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma \Rightarrow$

$$p_4 = 6 \cdot 10^5 \left(\frac{2}{4}\right)^{\frac{4}{3}} = \frac{6 \cdot 10^5}{(\sqrt[3]{2})^4} \approx 2,38 \cdot 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow Q_{45} = -1656 \text{ J.}$$

$$Q_{51} = \nu C_p(T_1 - T_5) = \frac{\nu \gamma R}{\gamma - 1}(T_1 - T_5) = 4(p_1V_1 - p_5V_5) = 4p_1(V_1 - V_4) = -1200 \text{ J.}$$

b) Pentru a determina lucrul mecanic efectuat pe ciclu, aplicăm primul principiu al termodinamicii $\Delta U = Q - L$. Cum pentru transformarea ciclică $\Delta U = 0 \Rightarrow L = Q \Rightarrow L = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{45} + Q_{51} = 1044 \text{ J.}$

c) Pe baza definiției, randamentul ciclului este:

$$\eta = \frac{L_{\text{ciclu}}}{Q_{\text{primit}}} = \frac{L_{\text{ciclu}}}{Q_{12} + Q_{23}} \approx 38,67\%.$$

57. a) Calculăm căldurile schimbate de gaz în fiecare transformare:

$$Q_{12} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT_1 \ln k; Q_{23} = 0; Q_{34} = \nu RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = \nu RT_2 \ln k; Q_{45} = 0;$$

$$Q_{56} = \nu RT_3 \ln \frac{V_6}{V_5}; Q_{61} = 0. \text{ Scriem ecuațiile tuturor transformărilor în}$$

coordonate p și V . Astfel obținem: $p_1 V_1 = p_2 V_2; p_2 V'_2 = p_3 V'_3; p_3 V_3 = p_4 V_4; p_4 V'_4 = p_5 V'_5; p_5 V_5 = p_6 V_6; p_6 V'_6 = p_1 V'_1$. Înmulțim toate cele 6 ecuații și simplificăm produsul presiunilor și al volumelor, astfel că obținem:

$$V_2^{r-1} \cdot V_4^{r-1} \cdot V_6^{r-1} = V_1^{r-1} \cdot V_3^{r-1} \cdot V_5^{r-1} \Rightarrow V_2 V_4 V_6 = V_1 V_3 V_5 \Rightarrow \frac{V_6}{V_5} = \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{V_3}{V_4} = \frac{1}{k^2},$$

deoarece în destinderile izoterme volumul crește de k ori, astfel că $V_2 = k V_1$ și $V_4 = k V_3 \Rightarrow Q_{56} = \nu RT_3 \ln k^{-2} = -2\nu RT_3 \ln k$.

Pe baza primului principiu al termodinamicii pentru o transformare ciclică $\Delta U = 0 \Rightarrow Q_{\text{total}} = L_{\text{ciclu}} \Rightarrow L_{\text{ciclu}} = Q_{12} + Q_{34} + Q_{56} = \nu R(T_1 + T_2 - 2T_3) \ln k$

b) Randamentul ciclului este:

$$\eta = \frac{L_{\text{ciclu}}}{Q_{\text{prim}}} = \frac{L_{\text{ciclu}}}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{\nu R(T_1 + T_2 - 2T_3) \ln k}{\nu R(T_1 + T_2) \ln k} = \frac{(T_1 + T_2 - 2T_3)}{(T_1 + T_2)}$$

c) Randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme este $\eta_C = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_3}{T_1}$.

58. a) Reprezentarea grafică a succesiunii de transformări este redată în figura R 1.4.29.

Calculăm căldura totală primită de gaz:

$$Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \cdot 2T_1 = 3\nu RT_1 = 3p_1 V_1$$

$\Rightarrow Q_{12} = 300$ J, iar $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23}$, deoarece procesul 2-3 este general, descris în p și V de legea:

$$\frac{P}{V} = ct \Rightarrow \frac{P_2}{V_2} = \frac{P_3}{V_3} \Rightarrow P_3 = \frac{P_2 V_3}{V_2} = 2P_2. \text{ Conform legii transformării izocore}$$

$$1-2: \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = \frac{P_1 T_2}{T_1} = 3P_1 \Rightarrow P_3 = 6P_1.$$

$$\text{Obținem: } Q_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) + \frac{(P_3 + P_2)(V_3 - V_2)}{2} \Rightarrow$$

$$Q_{23} = \frac{3}{2}(P_3 V_3 - P_2 V_2) + \frac{(P_3 + P_2)(V_3 - V_2)}{2} = \frac{3}{2}(12P_1 V_1 - 3P_1 V_1) + \frac{9P_1 V_1}{2} = 18P_1 V_1$$

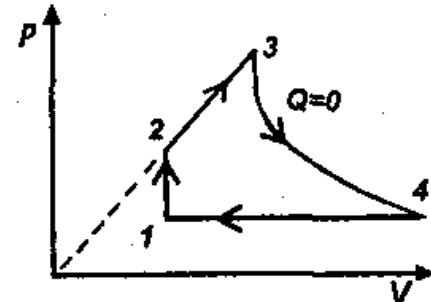


Fig. R 1.4.29

$\Rightarrow Q_{23} = 1800 \text{ J}$. $Q_{34} = 0$ și $Q_{41} = \nu C_p (T_1 - T_4) < 0 \Rightarrow$ gazul primește căldură doar pe transformările 1-2 și 2-3 $\Rightarrow Q_{\text{primit}} = Q_{12} + Q_{23} = 21p_1V_1 = 2100 \text{ J}$.

b) Utilizăm primul principiu al termodinamicii pentru o transformare ciclică, astfel că $\Delta U = 0 \Rightarrow L_{\text{ciclu}} = Q_{\text{c}}$.

$$Q_{41} = \nu C_p (T_1 - T_4) = \frac{5}{2} \nu R (T_1 - T_4) = \frac{5}{2} (p_1 V_1 - p_4 V_4) = \frac{5}{2} p_1 (V_1 - V_4).$$

Determinăm volumul stării 4, utilizând ecuația adiabatei $p_3 V_3^\gamma = p_4 V_4^\gamma \Rightarrow$

$$6p_1(2V_1)^\gamma = p_1 V_4^\gamma \Rightarrow V_4 = 6^{\frac{1}{\gamma}} \cdot 2V_1 = 6^{\frac{3}{5}} \cdot 2V_1, \text{ deoarece } \gamma = \frac{5}{3} \text{ pentru gazul}$$

ideal monoatomic. Astfel $V_4 = 5,86V_1 \Rightarrow Q_{41} = \frac{5}{2} p_1 (V_1 - 5,86V_1) = -12,15p_1 V_1$

$$\Rightarrow Q_{411} = -1215 \text{ J} \Rightarrow L_{\text{ciclu}} = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = 8,85p_1 V_1 = 885 \text{ J}.$$

c) Prin definiție randamentul transformării ciclice este: $\eta = \frac{L_{\text{ciclu}}}{Q_{\text{primit}}} = 42,14\%$.

59. a) Utilizăm ecuațiile proceselor generale 1-2 și 3-4 în coordonate p și V ,

$$\text{astfel că: } \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_2}{V_1} \text{ și } \frac{p_3}{V_3} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow p_4 = \frac{p_3 V_4}{V_3}$$

Pe baza ecuațiilor transformărilor izoterme: $p_2 V_2 = p_3 V_3 \Rightarrow p_1 \frac{V_2^2}{V_1} = p_3 V_3 \Rightarrow$

$$p_3 = \frac{p_1 V_2^2}{V_1 V_3}. \text{ Din } p_1 V_1 = p_4 V_4 \Rightarrow p_1 V_1 = \frac{p_3 V_4^2}{V_3} \Rightarrow p_3 = p_1 \frac{V_1 V_3}{V_4^2} \Rightarrow \frac{p_1 V_2^2}{V_1 V_3} = \frac{p_1 V_1 V_3}{V_4^2}$$

$$\Rightarrow V_2^2 V_4^2 = V_1^2 V_3^2 \Rightarrow V_2 V_4 = V_1 V_3 \Rightarrow V_2^2 = V_1 V_3 \Rightarrow V_2 = \sqrt{V_1 V_3} = 2V_1 = 2 \text{ L}.$$

b) $L_{\text{ciclu}} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$.

Calculăm lucrul mecanic pe fiecare transformare.

Lucrul mecanic pe transformarea 1-2 este egal cu aria de sub dreaptă și axa volumelor, conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, astfel că:

$$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{3p_1 V_1}{2}, \text{ deoarece } p_2 = 2p_1.$$

$$L_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = p_2 V_2 \ln 2 = 4p_1 V_1 \ln 2; L_{34} = \frac{(p_3 + p_4)(V_4 - V_3)}{2}.$$

Conform ecuației procesului 2-3: $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow p_3 = \frac{p_2V_2}{V_3} = \frac{4p_1V_1}{4V_1} = p_1$ și

a procesului 3-4: $\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow p_4 = \frac{p_3V_4}{V_3} = \frac{2p_1V_1}{4V_1} = \frac{p_1}{2} \Rightarrow$

$$L_{34} = \frac{\left(p_1 + \frac{p_1}{2}\right)(2V_1 - 4V_1)}{2} = -\frac{3p_1V_1}{2} \text{ și } L_{41} = vRT_1 \ln \frac{V_1}{V_4} = -p_1V_1 \ln 2.$$

$$L_{ciclu} = \frac{3p_1V_1}{2} + 4p_1V_1 \ln 2 - \frac{3p_1V_1}{2} - p_1V_1 \ln 2 = 3p_1V_1 \ln 2 = 207,9 \text{ J.}$$

c) Utilizăm formula randamentului unui ciclu: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} \cdot Q_{primit} = Q_{12} + Q_{23}$,

unde $Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12}$, deoarece 1-2 este un proces general, astfel că:

$$Q_{12} = vC_V(T_2 - T_1) + \frac{3p_1V_1}{2} = \frac{5}{2}vR(T_2 - T_1) + \frac{3p_1V_1}{2} = \frac{5}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{3p_1V_1}{2} = 9p_1V_1$$

$$Q_{23} = L_{23} = 4p_1V_1 \ln 2 \Rightarrow Q_{primit} = 9p_1V_1 + 4p_1V_1 \ln 2 = p_1V_1(9 + 4 \ln 2) = 1177,2 \text{ J.}$$

Randamentul ciclului este: $\eta = \frac{3 \ln 2}{9 + 4 \ln 2} = 17,66 \%$.

60. a) Aflăm parametrii stării 3 utilizând ecuația transformării politrope între stările 2 și 3, astfel că $2p_1V_1^3 = p_3V_3^3$ și ecuația procesului general între

stările 1 și 3, astfel că: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_1V_3}{V_1} \Rightarrow 2p_1V_1^3 = \frac{p_1V_3}{V_1}V_3^3 \Rightarrow$

$2V_1^4 = V_3^4 \Rightarrow V_3 = V_1 \sqrt[4]{2}$ și $p_3 = p_1 \sqrt[4]{2}$, iar pe baza ecuației termice de stare

$$\text{obținem: } T_3 = \frac{p_3V_3}{vR} = \frac{p_1V_1\sqrt[4]{2}}{vR} = T_1\sqrt[4]{2}.$$

b) Prin definiție randamentul unui ciclu este $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$. Calculăm

căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare, astfel

$$\text{că: } Q_{12} = vC_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}vR(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{3}{2}p_1V_1.$$

Transformarea politropă face parte din categoria transformărilor generale, astfel că pe baza primului principiu al termodinamicii: $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23}$:

$$\Delta U_{23} = vC_V(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}vR(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{3}{2}(p_1V_1\sqrt[4]{2} - 2p_1V_1) \Rightarrow$$

$\Delta U_{23} = \frac{3}{2} p_1 V_1 (\sqrt{2} - 2)$. Pentru calculul lucrului mecanic pe transformarea politropă pornim de la analogia dintre politropă și adiabată, deoarece ecuația adiabatei este de forma $pV^\gamma = ct$ iar ecuația politropei $pV^n = ct$, unde n este indicele politropei. Cum pe transformarea adiabată:

$$L_{ad} = -\Delta U_{ad} = -\nu C_V (T_f - T_i) = -\frac{\nu R}{\gamma - 1} (T_f - T_i) \Rightarrow L_{poliropă} = -\frac{\nu R}{n - 1} (T_f - T_i).$$

În cazul nostru $n=3$, $T_i = T_2$ și $T_f = T_3$, astfel că:

$$L_{23} = -\frac{\nu R}{2} (T_3 - T_2) = \frac{p_2 V_2 - p_3 V_3}{2} = \frac{2 p_1 V_1 - p_1 V_1 \sqrt{2}}{2} = -\frac{p_1 V_1 (\sqrt{2} - 2)}{2} \Rightarrow$$

$$Q_{23} = \frac{3}{2} p_1 V_1 (\sqrt{2} - 2) + \frac{p_1 V_1}{2} (\sqrt{2} - 2) = p_1 V_1 (\sqrt{2} - 2) < 0 \Rightarrow \text{pe transformarea politropă gazul cedează căldură.}$$

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + L_{31} = \nu C_V (T_1 - T_3) + \frac{(p_3 + p_1)(V_1 - V_3)}{2} \Rightarrow$$

$$Q_{31} = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_3) + \frac{p_1 (\sqrt[4]{2} + 1) \cdot V_1 (1 - \sqrt[4]{2})}{2} = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_3 V_3) + \frac{p_1 V_1 (1 - \sqrt{2})}{2} =$$

$$= \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_1 V_1 \sqrt{2}) - \frac{p_1 V_1 (\sqrt{2} - 1)}{2} = -\frac{3}{2} p_1 V_1 (\sqrt{2} - 1) - \frac{p_1 V_1 (\sqrt{2} - 1)}{2} = -2 p_1 V_1 (\sqrt{2} - 1) < 0$$

\Rightarrow pe transformarea 3-1 gazul cedează căldură.

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{23} + Q_{31}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{p_1 V_1 (2 - \sqrt{2}) + 2 p_1 V_1 (\sqrt{2} - 1)}{3 p_1 V_1} = 1 - \frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 6\%.$$

$$\text{c)} \quad \eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} \Rightarrow L_{ciclu} = \eta Q_{primit} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{3}{2} p_1 V_1 = \frac{(3 - 2\sqrt{2})}{2} p_1 V_1 = 0,09 p_1 V_1.$$

61. a. Prin definiție căldura molară este:

$$C = \frac{Q}{\nu \Delta T} = \frac{\Delta U + L}{\nu \Delta T} = \frac{\nu C_V \Delta T + L}{\nu \Delta T} = C_V + \frac{L}{\nu \Delta T}$$

Transformarea politropă face parte din categoria transformărilor generale, astfel că $Q = \Delta U + L$, pe baza primului principiu al termodinamicii. Prin analogie cu adiabata, lucrul mecanic este $L = -\nu \frac{R}{n-1} \Delta T$, unde n este indicele politropei (vezi problema precedentă, punctul **b.**), astfel că:

$$C = \frac{R}{\gamma - 1} - \frac{R}{n - 1} \Rightarrow C = \frac{(n - \gamma)R}{(\gamma - 1)(n - 1)}$$

Observăm că transformările politrope au căldura molară constantă, deoarece n, γ, R sunt constante.

b. Dacă gazul este monoatomic exponentul adiabatic este $\gamma=5/3$ și cum ecuația politropei este $pV^2=ct$, atunci indicele politropei este $n=-2 \Rightarrow C=11R/6$

c. Dacă gazul este biatomic exponentul adiabatic este $\gamma=7/5$ și cum ecuația politropei este $pV^1=ct$, atunci indicele politropei este $n=-1 \Rightarrow C=3R$

62. a) Calculăm căldura primită pe ciclu, astfel că:

$$Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \nu \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) = 2\nu R (T_2 - T_1) = 2(p_2 V_2 - p_1 V_1) = 4p_1 V_1 > 0.$$

Calculăm căldura primită de gaz pe transformarea 2-3 utilizând primul principiu al termodinamicii: $Q_{2X} = \Delta U_{2X} + L_{2X}$, unde X reprezintă punctul de tangență dintre transformarea adiabată și dreapta care descrie procesul 2-3.

Deoarece $\Delta U_{2X} = \nu C_V (T_X - T_2) = \frac{1}{\gamma - 1} (p_X V_X - p_2 V_2) = 2(p_X V_X - 3p_1 V_1)$ și

$$L_{2X} = \frac{(p_2 + p_X)(V_X - V_2)}{2} = \frac{(3p_1 + p_X)(V_X - V_1)}{2}.$$

Scriem legea procesului 2-3: $p = aV + b$ și determinăm parametrii a și b punând condiția ca dreapta să treacă prin punctele 2 și 3 $\Rightarrow 3p_1 = aV_1 + b$ (1)

și $p_1 = 2aV_1 + b$ (2). Scădem (2) din (1) și obținem: $2p_1 = -aV_1 \Rightarrow a = -\frac{2p_1}{V_1}$

$$b = p_1 - 2aV_1 = p_1 + 4p_1 = 5p_1 \Rightarrow p = -\frac{2p_1}{V_1}V + 5p_1 \Rightarrow$$

$$\Delta U_{2X} = 2 \left(-2 \frac{p_1}{V_1} V_X^2 + 5p_1 V_X - 3p_1 V_1 \right) = \frac{-4p_1}{V_1} V_X^2 + 10p_1 V_X - 6p_1 V_1$$

$$L_{2X} = \left(-\frac{p_1}{V_1} V_X + 4p_1 \right) (V_X - V_1) = -\frac{p_1 V_X^2}{V_1} + 5p_1 V_X - 4p_1 V_1 \Rightarrow$$

$$Q_{2X} = -\frac{5p_1 V_X^2}{V_1} + 15p_1 V_X - 10p_1 V_1 \Rightarrow \text{se obține o funcție de gradul II cu}$$

$$A = -\frac{5p_1}{V_1}, B = 15p_1 \text{ și } C = -10p_1 V_1 \Rightarrow \text{calculăm valoarea volumului până la}$$

care gazul primește căldură pe transformarea 2-3. Astfel: $V_X = -\frac{B}{2A} = \frac{3}{2}V_1 \Rightarrow$

$V_X \in [V_1, 2V_1] \Rightarrow$ pe transformarea 2-3 gazul primește și cedează căldură

$$\Rightarrow Q_{2\text{prim}} = \frac{-5p_1}{V_1} \cdot \frac{9}{4} V_1^2 + 15p_1 \frac{3V_1}{2} - 10p_1 V_1 = \frac{5p_1 V_1}{4} \Rightarrow$$

$$Q_{Tp} = Q_{12} + Q_{2\text{prim}} \Rightarrow Q_{Tp\text{prim}} = 4p_1 V_1 + \frac{5p_1 V_1}{4} = \frac{21}{4} p_1 V_1 = 2100 \text{ J.}$$

b) Prin definiție randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$, unde $L_{ciclu} = A_{ciclului}$,

Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic obținem: $L_{ciclu} = p_1 V_1$

Randamentul ciclului este: $\eta = \frac{4}{21} \approx 19\%$.

c) Randamentul ciclului Carnot este: $\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$, unde $T_{min} = T_1$.

Aflăm temperatura maximă pe transformarea 2-3, utilizând ecuația termică

$$\text{de stare } pV = nRT \Rightarrow T = \frac{pV}{nR} = \frac{1}{nR} \left(\frac{-2p_1 V_x^2 + 5p_1 V_x}{V_1} \right) \Rightarrow$$

$T = -\frac{2p_1}{nRV_1} V_x^2 + \frac{5p_1 V_x}{nR} \Rightarrow$ volumul pentru care se obține temperatura maximă

(vezi rezolvare problema 40 de la 1.1) este $V_{T_{max}} = \frac{5}{4} V_1$, iar temperatura

maximă este: $T_{max} = \frac{25}{8} \cdot \frac{p_1 V_1}{nR} = \frac{25}{8} T_1 \Rightarrow \eta_C = 1 - \frac{8T_1}{25T_1} = \frac{17}{25} = 68\%$.

63. a. Deoarece izoterma cea mai depărtată de axele de coordonate este tangentă la dreaptă în punctul A, temperatura în punctul A este maximă. În punctul X, adiabata devine tangentă la dreapta 1-2 și în X se schimbă semnul căldurii. Pe porțiunea 1-A, deoarece volumul crește, gazul efectuează lucru mecanic $L_{1A} > 0$, și cum temperatura crește de la 1 la A, atunci $\Delta U_{1A} = nC_V(T_A - T_1) > 0 \Rightarrow Q_{1A} = \Delta U_{1A} + L_{1A} > 0$.

Pe porțiunea 1A gazul primește căldură și o parte o utilizează pentru a-și crește energia internă, iar restul o cedează mediului sub formă de lucru mecanic.

Pe porțiunea A-X, deoarece volumul crește, gazul efectuează lucru mecanic $L_{AX} > 0$ și deoarece până în X gazul primește căldură atunci $Q_{AX} > 0$. Cum $T_A = T_{max}$, de la A la X temperatura scade, astfel că $\Delta U_{AX} < 0$. Pe porțiunea A-X gazul efectuează lucru mecanic, atât pe seama cantității de căldură primite cât și pe seama scăderii energiei interne a gazului.

Pe porțiunea X-2, deoarece volumul crește, gazul efectuează lucru mecanic $L_{X2} > 0$, și cum temperatura scade atunci $\Delta U_{X2} < 0$. Din X până în 2 gazul cedează căldură $Q_{X2} < 0$. Pe porțiunea X-2, pe seama scăderii energiei interne a gazului, acesta efectuează lucru mecanic și cedează căldură mediului.

b. Căldura molară pe porțiunea A-X este $C_{AX} = \frac{Q_{AX}}{n(T_A - T_X)} < 0$, deoarece

$Q_{AX} > 0$ și $\Delta T_{AX} < 0$. Deci căldura molară este negativă pe porțiunea A-X

cuprinsă între punctele de tangență ale izotermei și adiabatei cu dreapta care descrie procesul suferit de gaz.

c. Pe porțiunea $A-X$ gazul primește căldură ($Q_{AX} > 0$) și se răcește deoarece $T_x < T_A$.

1.5. Calorimetrie

1. a) Deoarece vasul este izolat de mediul extern, corpurile schimbă căldură numai între ele. Aplicăm ecuația calorimetriei: $\sum Q_i = 0$. Notăm cu t , temperatura de echilibru și obținem:

$$m_1c_1(t - t_1) + m_2c_2(t - t_2) + m_3c_3(t - t_3) + m_4c_4(t - t_4) = 0$$

$$m_1c_1(t - t_1) + 4m_1 \frac{c_1}{2}(t - 3t_1) + 2m_2c_1(t - 4t_1) + 3m_3c_1\left(t - \frac{t_1}{3}\right) = 0 \Rightarrow t = 1,625t_1$$

b) Deoarece temperatura de echilibru $t > t_1$ și $t > t_4 \Rightarrow$ corpurile 1 și 4 primesc căldură în timp ce corpurile 2 și 3 cedează, deoarece $t < t_2$ și $t < t_3$.

2. Deoarece vasul nu este izolat adiabatic, trebuie să ținem cont și de căldura cedată de vas mediului. Astfel în procesul stabilirii echilibrului termic, corpul 2 cedează căldură care este preluată atât de corpul 1 pentru a ajunge la temperatura de echilibru cât și de vas care o cedează mediului. Astfel bilanțul energetic se scrie:

$$|Q_2| = Q_1 + Q \Rightarrow m_2c_2(t_2 - t) = m_1c_1(t - t_1) + 2m_1c_1t_1 \Rightarrow$$

$$2m_1c_1(2t_1 - t) = m_1c_1(t - t_1) + 2m_1c_1t_1 \Rightarrow 16t_1 - 8t = t - t_1 + 2t_1 \Rightarrow t = \frac{5t_1}{3} \approx 1,67t_1$$

3. a) Deoarece cele n găleți au același volum și în ele se află aceeași substanță, înseamnă că masele lor sunt aceleași, astfel că $m = \rho V$. Utilizăm ecuația calorimetrică $\sum Q_i = 0 \Rightarrow nmc(t - t_1) + m'c(t - t_2) = 0$, unde cu m' am notat masa de apă rece care se lasă să curgă de la robinet. Obținem:

$$m' = \frac{n\rho V(t_1 - t)}{t - t_2} = 50 \text{ kg}$$

4. Căldura primită de apă este $Q = \bar{mc}(t_2 - t_1)$, unde cu \bar{c} am notat căldura specifică medie în intervalul de temperatură (t_1, t_2) . Deoarece căldura specifică depinde liniar de temperatură după legea: $c = at + b$, aflăm constantele a și b . Astfel pentru $t=0^\circ \text{C}$ căldura specifică este $c_0 = 4220 \text{ J/kgK}$ și pentru $t=30^\circ \text{C}$ căldura specifică este $c_t = 4180 \text{ J/kgK}$, obținem

$$a: 4180 = 4220 + 30a \Rightarrow a = -\frac{4}{3} \Rightarrow c(t) = -\frac{4}{3}t + 4220 \Rightarrow \text{valoarea medie a}$$

căldurii specifice se calculează cu ajutorul mediei aritmetice ale valorilor de la capetele intervalului, astfel că:

$$\bar{c} = \frac{c(t_1 = 5^\circ C) + c(t_2 = 15^\circ C)}{2} = \frac{4220 - \frac{20}{3} + 4220 - 20}{2} = 4206,66 \text{ J/kgK}$$

$$\Rightarrow Q \approx 42,07 \text{ J}$$

5. a) Utilizăm ecuația termică de stare:

$$pV = \nu RT_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \Rightarrow m = \frac{pV\mu}{RT_1} = 300 \text{ g.}$$

b) Utilizăm ecuația calorimetrică $|Q_{cedat}| = Q_{primit}$

$$mc_a(t_3 - t_1) + m'c_a(t_3 - t_2) = 0 \Rightarrow m' = \frac{m(t_1 - t_3)}{t_3 - t_2} = 500 \text{ g.}$$

c) Calculăm cantitatea de căldură primită de masa de apă m' introdusă în incintă ca fiind egală cu cantitatea de căldură cedată de masa m de vaporii

$$Q_{primit} = |Q_{cedat}| = mc_a(t_1 - t_3) = 63 \text{ kJ.}$$

6. a) Calculăm căldura furnizată de hamster aerului din cutie:

$Q = mc_{aer} \cdot \Delta t' = 408 \text{ J}$, deoarece în $t=2 \text{ h}$, temperatura aerului din cutie crește cu $\Delta t' = 2\Delta t = 4^\circ \text{C.}$

b) Prin definiție randamentul conversiei hranei în căldură este:

$$\eta = \frac{Q}{Q_{hrana}} \Rightarrow Q_{hrana} = \frac{Q}{\eta} = 2040 \text{ J.}$$

c) Cum $Q_{hrana} = m'E \Rightarrow m' = \frac{Q_{hrana}}{E} = 81,6 \text{ g}$ reprezintă masa de semințe mâncate de hamster.

7. a) Cantitatea de căldură necesară vaporizării întregii cantități de apă este formată din căldura necesară încălzirii apei de la temperatura t până la t_f și căldura necesară vaporizării apei, astfel că:

$$Q = mc_a(t_f - t) + m\lambda_v = m[c_a(t_f - t) + \lambda_v] = 51,72 \text{ kJ.}$$

b) Imediat după vaporizare în vas se află vaporii de apă la presiunea p_0 , deoarece apa pură fierbe sub presiune atmosferică normală la temperatura de 100°C. Utilizând ecuația termică de stare aflăm volumul vasului:

$$p_0 V = \frac{m}{\mu} RT_f \Rightarrow V = \frac{mRT_f}{p_0\mu} \approx 34,44 \text{ L.}$$

Aflăm presiunea finală din vas: $p_f = p_{aer} + p_{vaporii} = p_{aer} + p_0$.

Aflăm presiunea aerului din vas considerând că acesta suferă o transformare izocoră, deoarece neglijăm volumul inițial ocupat de apă și obținem:

$$\frac{p_0}{T} = \frac{p_{aer}}{T_f} \Rightarrow p_{aer} = \frac{p_0 T_f}{T} \approx 1,273 \cdot 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow p_f \approx 2,273 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

c) Prin încălzire amestecul de aer și vaporii de apă suferă o transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_f}{T_f} = \frac{p'}{T_f + \Delta T} \Rightarrow p' = \frac{p_f(T_f + \Delta T)}{T_f} \approx 2,578 \cdot 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow$

$$\frac{p'}{p_f} = \frac{T_f + \Delta T}{T_f} = 1,134$$

8. a) Calculăm căldura necesară gheții pentru a se vaporiza. Pentru aceasta gheața se încălzește până la 0°C , apoi se topește la 0°C și se transformă în apă, urmează încălzirea apei de la 0°C la 100°C și apoi vaporizarea apei la 100°C , astfel că: $Q = m_g c_g (-t_1) + m_g \lambda_g + m_g c_a t_a + m_g \lambda_v$, cu $t_a = 100^\circ\text{C} \Rightarrow Q = m_g \cdot [-c_g t_1 + \lambda_g + c_a t_a + \lambda_v] = 302,6 \text{ kJ}$

b) Prin definiție randametul este $\eta = \frac{Q_u}{Q_c}$, unde Q_u reprezintă căldura utilă și Q_c reprezintă căldura consumată prin arderea combustibilului, astfel că:

$$Q_c = m \cdot q \Rightarrow \eta = \frac{Q_u}{mq} \Rightarrow m = \frac{Q_u}{\eta q} \approx 67,24 \text{ g}$$

9. a) Prin definiție căldura specifică a alamei este $c = \frac{Q}{m_{al} \Delta T} = \frac{Q_{cu} + Q_{zn}}{(m_{cu} + m_{zn}) \Delta T}$. Deoarece alama este un amestec din cupru cu

masa $m_{cu} = fm_{al}$ și zinc cu masa $m_{zn} = (1-f)m_{al}$ obținem:

$$c = \frac{m_{cu} c_{cu} \Delta T + m_{zn} c_{zn} \Delta T}{m_{al} \Delta T} = \frac{fm_{al} c_{cu} + (1-f)m_{al} c_{zn}}{m_{al}} = fc_{cu} + (1-f)c_{zn} \Rightarrow$$

$$c = 396,6 \text{ J/kgK}$$

b) Calculăm cantitatea de gheață m_x care se topește. În acest proces alama cedează căldură. Gheața primește căldură ca să se încălzească de la t_g la $t_0=0^\circ\text{C}$ și pentru ca masa m_x de gheață să se topească, în timp ce calorimetru primește căldură ca să se încălzească de t_g la $t_0=0^\circ\text{C}$. Ecuația calorimetrică $|Q_{cedat}| = |Q_{primit}|$ devine:

$$m_{al} c_{al} (t - t_0) = m_g c_g (t_0 - t_g) + m_x \lambda_g + C(t_0 - t_g) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_x = \frac{m_{al} c_{al} (t - t_0) - (m_g c_g + C)(t_0 - t_g)}{\lambda_g} \approx 111,35 \text{ g}$$

10. În acest proces fosforul cedează căldură. Inițial fosforul se răcește în stare lichidă până la temperatura de topire, se solidifică și apoi se răcește în stare solidă: $|Q_c| = m_p c_p (t_p - t_i) + m_p \lambda_p + m_p c_s (t_i - t_e)$, unde t_e reprezintă temperatura de echilibru. Căldura cedată de fosfor este preluată de calorimetru, $Q_c = m_a c_a (t_e - t_g)$ și de gheăță, care se încălzește până la $t_0 = 0^\circ\text{C}$, se topește la t_0 și apoi se încălzește sub formă de apă până la t_e , astfel că:

$$Q_c = m_g c_g (t_0 - t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a (t_e - t_0) \Rightarrow$$

$$Q_{\text{primit}} = m_a c_a (t_e - t_g) + m_g c_g (t_0 - t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a (t_e - t_0)$$

$$\text{Cum } |Q_c| = Q_{\text{primit}} \Rightarrow m_p [c_p (t_p - t_i) + \lambda_p + c_s (t_i - t_e)] =$$

$$= m_a c_a (t_e - t_g) + m_g c_g (t_0 - t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a (t_e - t_0) \Rightarrow$$

$$m_p = \frac{m_a c_a (t_e - t_g) + m_g c_g (t_0 - t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a (t_e - t_0)}{c_p (t_p - t_i) + \lambda_p + c_s (t_i - t_e)} \approx 1,29 \text{ kg}$$

Obs: deoarece pentru calorimetru se cunoaște echivalentul în apă al acestuia, calculăm capacitatea calorică a calorimetrului prin înmulțirea echivalentului în apă al calorimetrului cu căldura specifică a apei, astfel că $C = m_a c_a$.

11. Deoarece temperatura de echilibru devine t , în acest proces calorimetru și apa aflată în aceasta se răcesc și cedează căldură, cuprul introdus în calorimetru cedează și el căldură, deoarece se răcește. Gheăță este singura care primește căldură. Pe baza ecuației calorimetrice: $|Q_c| = Q_p$, obținem:

$$mc(t_a - t) + m_a c_a (t_a - t) + m_c c_c (t_c - t) = m_g c_g (-t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a t_a \Rightarrow$$

$$m_a = \frac{m_g (-c_g t_g + \lambda_g + c_a t_a) - mc(t_a - t) - m_c c_c (t_c - t)}{c_a (t_a - t)} \approx 102,22 \text{ g}$$

12. a) În acest proces cele două bare de fier și de aluminiu cedează căldură, deoarece se răcesc, calorimetru și apa aflată în el și acestea se încălzesc. Conform ecuației calorimetrice $|Q_c| = Q_p$, obținem:

$$m_1 c_{Fe} (t_1 - t) + m_2 c_{Al} (t_1 - t) = C(t - t_2) + m_a c_a (t - t_2) \Rightarrow$$

$$m_1 c_{Fe} t_1 - m_1 c_{Fe} t + m_2 c_{Al} t_1 - m_2 c_{Al} t = Ct - Ct_2 + m_a c_a t - m_a c_a t_2 \Rightarrow$$

$$t = \frac{(m_1 c_{Fe} + m_2 c_{Al}) t_1 + (C + m_a c_a) t_2}{m_1 c_{Fe} + m_2 c_{Al} + C + m_a c_a} \approx 28,52^\circ\text{C}$$

b) Calculăm masa m_g de gheăță care trebuie introdusă în calorimetru ca temperatura de echilibru să devină $t_e = 0$. În acest proces cele două bare, calorimetru și apa aflată în el cedează căldură deoarece se răcesc până la

$t_e=0$, iar această căldură este preluată de gheăță, care se încălzește până la $t_e=0^\circ\text{C}$ și apoi se topește integral, astfel că:

$$(m_1 c_{Fe} + m_2 c_{Al})(t_1 - t_e) + (C + m_a c_a)(t_2 - t_e) = m_g c_g (t_e - t_g) + m_g \lambda_g \Rightarrow$$

$$m_g = \frac{(m_1 c_{Fe} + m_2 c_{Al})(t_1 - t_e) + (C + m_a c_a)(t_2 - t_e)}{c_g (t_e - t_g) + \lambda_g} \approx 89,15 \text{ g}$$

13. a) În acest proces vasul de alamă și masa de apă aflată în el se încălzesc și primesc căldură de la mercurul introdus în el, astfel că:

$$(m_1 c_{al} + m_2 c_a)(t - t_1) = m_3 c_{Hg} (t_2 - t) \Rightarrow c_{Hg} = \frac{(m_1 c_{al} + m_2 c_a)(t - t_1)}{m_3 (t_2 - t)} \approx 137,34 \text{ J/kg K}$$

b) Calculăm căldura necesară gheții ca să se topească complet:

$Q_g = m_g \lambda_g = 3350 \text{ J}$ și căldura cedată de mercur pentru a se răci până la $t=0^\circ\text{C} \Rightarrow |Q_{Hg}| = m_3 c_{Hg} \cdot t_2 = 6867 \text{ J}$. Deoarece căldura cedată de mercur dacă s-ar răci până la 0°C este mai mare decât căldura necesară gheții pentru a se topi integral, înseamnă că temperatura de echilibru este mai mare decât 0°C

$$m_g \lambda_g + m_g c_a t = m_3 c_{Hg} (t_2 - t) \Rightarrow t = \frac{m_3 c_{Hg} t_2 - m_g \lambda_g}{m_g c_a + m_3 c_{Hg}} \approx 31,78^\circ\text{C}$$

14. a) Calculăm cantitatea de căldură necesară vaporizării masei m_a de apă într-o oră: $Q = m_a c_d t + m_a \lambda_v = 266,8 \text{ kJ}$. Prin definiție $\eta = \frac{Q_u}{Q_c} \Rightarrow Q_c = \frac{Q_u}{\eta}$,

unde Q_u reprezintă căldura utilă necesară vaporizării apei în timpul t și este $Q_u = t \cdot Q = 533,6 \text{ kJ} \Rightarrow Q_c \approx 889,33 \text{ kJ}$.

b) Amestecul va avea temperatura de echilibru $t=100^\circ\text{C}$ și prin urmare gheăță are nevoie de căldură pentru a se topi la 0°C și pentru a se încălzi până la 100°C , astfel că $Q_g = m_g \lambda_g + m_g c_a t = 753 \text{ kJ}$ reprezintă căldura absorbită de gheăță. Această căldură provine din condensarea vaporilor de apă și este $Q_v = m_v \lambda_v$.

$$\text{Cum } Q_g = Q_v \Rightarrow m_g (\lambda_g + c_a t) = m_v \lambda_v \Rightarrow m_v = \frac{m_g (\lambda_g + c_a t)}{\lambda_v} \approx 334,67 \text{ g.}$$

15. Pentru a putea preciza dacă temperatura de echilibru este mai mare, mai mică sau egală cu 0°C , atunci când se amestecă apă cu gheăță, calculăm căldurile cedată de apă ca să se răcească de la t_a până la 0°C și primită de gheăță pentru ca să se încălzească de la t_g până la 0°C . Obținem: $Q_a = m_a c_a t_a = 16,8 \text{ kJ}$ și $Q_g = -m_g c_g t_g = 105 \text{ kJ}$. Deoarece căldura necesară gheții pentru a se încălzi până la 0°C este mai mare decât căldura cedată de

apă pentru a se răci până la 0°C , calculăm căldura totală cedată de apă atât pentru a se răci până la 0°C cât și pentru a îngheța complet. Obținem: $Q_a = m_a c_a t_a + m_a \lambda_g = 83,6 \text{ kJ}$. Deoarece $Q_g > Q_a \Rightarrow$ căldura totală cedată de apă pentru a îngheța complet este insuficientă pentru a încălzi gheața până la $0^{\circ}\text{C} \Rightarrow$ temperatura de echilibru este mai mică decât $0^{\circ}\text{C} \Rightarrow m_a c_a t_a + m_a \lambda_g + m_a c_g (0 - t) = m_g c_g (t - t_g) \Rightarrow$

$$m_a c_a t_a + m_a \lambda_g - m_a c_g t = m_g c_g t - m_g c_g t_g \Rightarrow t = \frac{m_a c_a t_a + m_a \lambda_g + m_g c_g t_g}{(m_a + m_g) c_g} = -8,49^{\circ}\text{C}$$

16. Calculăm căldura cedată de apă pentru a se răci până la 0°C : $Q_a = m_a c_a t_a = 6,3 \text{ kJ}$ și căldura necesară gheții pentru a se încălzi până la 0°C : $Q_g = -m_g c_g t_g = 8,4 \text{ kJ}$. Deoarece $Q_g > Q_a$, apa începe să înghețe. Presupunem că îngheță întreaga cantitate de apă, astfel că aceasta cedează căldura totală: $Q_a = m_a c_a t_a + m_a \lambda_g = m_a (c_a t_a + \lambda_g) = 39,7 \text{ kJ}$. Deoarece dacă îngheță total, căldura cedată de apă este mai mare decât căldura necesară gheții pentru a se încălzi până la 0°C , înseamnă că în final se va obține un amestec de apă și gheață la 0°C și o parte din apă îngheță. Calculăm masa m_x de apă care îngheță:

$$-m_g c_g t_g = m_a c_a t_a + m_x \lambda_g \Rightarrow m_x = \frac{-m_g c_g t_g - m_a c_a t_a}{\lambda_g} \approx 6,29 \text{ g.}$$

Masa de apă din compoziția amestecului este $m_{af} = m_a - m_x \approx 93,71 \text{ g}$ iar masa de gheață este $m_{gf} = m_g + m_x \approx 206,29 \text{ g}$.

17. În acest proces apa cedează căldura $Q_a = m_a c_a (t_a - t_e)$. Gheața primește căldură ca să se încălzească de la temperatura t_g la 0°C , ca să se topească la 0°C și apoi ca să se încălzească sub formă de apă, astfel că: $Q_g = m_g c_g (-t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_g t_e$. Din $Q_a = Q_g \Rightarrow$

$$m_a c_a (t_a - t_e) = m_g (-c_g t_g + \lambda_g + c_g t_e) \Rightarrow m_a = \frac{m_g (-c_g t_g + \lambda_g + c_g t_e)}{c_a (t_a - t_e)} \approx 1,742 \text{ kg}$$

18. Notăm cu m masa picăturii de apă. Fie f fracțiunea care îngheță, astfel că masa de apă care îngheță este $m_g = fm$, iar restul se vaporizează, astfel că masa vaporilor va fi $m_v = m - m_g = m(1 - f)$. Căldura cedată la înghețarea masei m_g este utilizată pentru vaporizarea masei m_v .

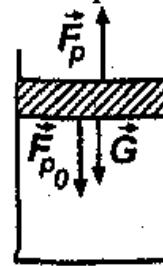
$$m_g \lambda_g = m_v \lambda_v \Rightarrow fm \lambda_g = (1 - f)m \lambda_v \Rightarrow f \lambda_g = \lambda_v - f \lambda_v \Rightarrow f = \frac{\lambda_v}{\lambda_v + \lambda_g} = 0,87 = 87\%$$

19. a) Scriem ecuația termică de stare pentru gazul aflat sub piston:

$$pV = nRT_0 \Rightarrow p \cdot Sh_0 = nRT_0 \Rightarrow h_0 = \frac{nRT_0}{pS}.$$

Aflăm presiunea gazului sub piston, impunând condiția de echilibru pistonului (fig R 1.5.1):

$$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow pS = p_0S + mg \Rightarrow h_0 = \frac{nRT_0}{p_0S + mg} = 24,93 \text{ cm.}$$



b) Deoarece presiunea gazului din cilindru este Fig. R 1.5.1

$p = p_0 + \frac{mg}{S} = \text{constantă}$, transformarea gazului este izobară. Conform legii

$$\text{transformării izobare: } \frac{Sh_0}{T_0} = \frac{Sh}{T} \Rightarrow h = h_0 \frac{T}{T_0}.$$

Aflăm cum depinde temperatura gazului de timp și pentru aceasta ținem cont că temperatura gazului este egală cu cea a apei. Calculăm temperatura sistemului apă-gaz, ținând cont că serpentina cedează căldură care este utilizată la încălzirea sistemului.

$Q_{cedat} = m_{ap}c(\theta_1 - \theta_2) = Dtc(\theta_1 - \theta_2)$, deoarece $m_{ap} = Dt$ reprezintă masa agentului în timpul t .

$Q_{primit} = Q_{primit_apa} + Q_{primit_gaz} = m_a c_a (\theta - \theta_0) + v C_p (\theta - \theta_0)$, unde θ reprezintă temperatura de echilibru.

Cum $Q_{cedat} = Q_{primit} \Rightarrow Dtc(\theta_1 - \theta_2) = (m_a c_a + v C_p)(\theta - \theta_0) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \theta = \theta_0 + \frac{Dtc(\theta_1 - \theta_2)}{m_a c_a + v C_p} \Rightarrow T = T_0 + \frac{Dtc(\theta_1 - \theta_2)}{m_a c_a + v C_p} \quad (\text{relația s-a obținut din precedenta prin adunarea lui } 273 \text{ K în ambele părți}).$$

Obținem:

$$h = \frac{h_0}{T_0} \left[T_0 + \frac{Dtc(\theta_1 - \theta_2)}{m_a c_a + v C_p} \right] \Rightarrow h = h_0 \left[1 + \frac{Dtc(\theta_1 - \theta_2)}{T_0(m_a c_a + v C_p)} \right] \Rightarrow \text{această relație}$$

redă dependența înălțimii h în funcție de timpul t . Deoarece funcția obținută este gradul unu înseamnă că h depinde liniar de timp.

Calculăm la ce moment de timp începe să fierbă apa, adică $\theta = 100^\circ\text{C}$. Obținem:

$$t = \frac{(m_a c_a + v C_p)(\theta - \theta_0)}{Dc(\theta_1 - \theta_2)} \approx 613s = 10'13'' \Rightarrow \text{după 10 minute și 13 secunde începe să fierbă apa și din acest moment temperatura rămâne constantă până la dispariția apei din vas. Reprezentarea înălțimii de timp este redată în figura R 1.5.2.}$$

Obs: h_{max} se obține când $t=613$ s $\Rightarrow h_{max} \approx 31$ cm.

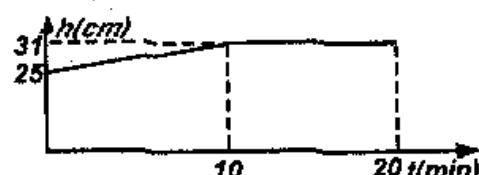


Fig. R 1.5.2

c) După ce a fost atinsă temperatura de fierbere întreaga căldură cedată de serpentină este preluată de apă care se vaporizează astfel că:

$$Q_{\text{primit}} = m_v \lambda_v \Rightarrow Dtc(\theta_1 - \theta_2) = m_v \lambda_v \Rightarrow \frac{m_v}{t} = \frac{Dc(\theta_1 - \theta_2)}{\lambda_v} = 2,22 \text{ g/s}$$

20. a) Din grafic observăm că apă se răcește cu $\Delta\theta_1 = 10^\circ\text{C}$ într-un timp $t_1 = 1$ min. Presupunem că congelatorul primește de la apă aceeași cantitate de căldură q în fiecare minut, astfel că $q = m_a c_a \Delta\theta_1$, unde cu m_a am notat masa apăi. Deoarece căldura totală cedată de apă ca să înghețe total este: $Q = m_a c_a \theta_1 + m_a \lambda_g = m_a (c_a \theta_1 + \lambda_g)$, unde $\theta_1 = 80^\circ\text{C}$ reprezintă temperatura inițială la care se află apă, atunci $t = \frac{Q}{q} = \frac{c_a \theta_1 + \lambda_g}{c_a \Delta\theta_1} = 16$ min.

b) $Q_a = m_a (c_a \theta_1 + \lambda_g) = 336 \text{ kJ}$.

21. a) Din grafic observăm că $\Delta\tau_1 = 50$ min, temperatura de echilibru a amestecului este $t=0^\circ\text{C}$ ceea ce demonstrează că în acest interval de timp se topește gheață. În intervalul de timp $\tau_2 \in (50 \text{ min}, 60 \text{ min})$ temperatura amestecului crește cu $\Delta t = 2^\circ\text{C}$, ceea ce demonstrează că apă se încălzește. Presupunem că mediul cedează în mod uniform căldură amestecului și fie q cantitatea de căldură cedată într-un minut. Astfel în $\Delta\tau_2 = 10$ min când apă se încălzește, cantitatea de căldură cedată de mediu este $Q = q \cdot \Delta\tau_2$ și reprezintă căldura primită de apă (amestec) pentru a se încălzi de la 0°C la $\Delta t_2 = 2^\circ\text{C} \Rightarrow Q = m \cdot c_a \cdot \Delta t_2 \Rightarrow q \Delta\tau_2 = m \cdot c_a \cdot \Delta t_2 \Rightarrow q = \frac{m \cdot c_a \cdot \Delta t_2}{\Delta\tau_2} = 8,4 \text{ kJ/min}$

b. Calculăm masa inițială de gheață din vas ținând cont că în $\Delta\tau_1$ numai gheață preia căldură de la mediu ca să se topească, astfel că $m_1 \lambda_g = q \Delta\tau_1 \Rightarrow$

$$m_1 = \frac{mc_a \Delta t_2}{\lambda_g} \cdot \frac{\Delta\tau_1}{\Delta\tau_2} \Rightarrow m_1 \approx 1,254 \text{ kg.}$$

c. Dacă la momentul $\tau_1 = 60$ min în apă aflată la temperatura de 2°C se introduce o bucată de gheață, gheață se încălzește și apoi se topește, astfel că după $\Delta\tau = 20$ min din momentul introducerii, temperatura de echilibru este de 0°C . În acest proces cedează căldură apă până se răcește la 0°C și mediul, iar gheață preia această căldură ca să se încălzească de la t_2 până la $t_3 = 0^\circ\text{C}$ și pentru ca apoi o masă m_x să se topească:

$$|Q|_{\text{cedat}} = mc_a \Delta t_2 + q \Delta\tau \text{ și } Q_{\text{primit}} = m_2 c_g (t_3 - t_2) + m_x \lambda_g$$

Cum $|Q_{\text{cedat}}| = Q_{\text{primit}} \Rightarrow mc_a \Delta t_2 + q \Delta\tau = m_2 c_g (t_3 - t_2) + m_x \lambda_g \Rightarrow$

$$\Rightarrow m_x = \frac{mc_a\Delta t_2 + q\Delta\tau - m_2c_g(t_3 - t_2)}{\lambda_g} = \frac{mc_a\Delta t_2 \left(1 + \frac{\Delta\tau}{\Delta t_2}\right) - m_2c_g(t_3 - t_2)}{\lambda_g} \approx 0,69 \text{ kg}$$

\Rightarrow compoziția amestecului este: apă cu masa $m_a = m + m_x \approx 10,69 \text{ kg}$ și gheată rămasă cu masa $m_g = m_2 - m_x = 1,31 \text{ kg}$.

22. a) Prin definiție puterea este $P = \frac{L}{t} = \frac{L_{ciclu}}{T} = L_{ciclu} \cdot n \Rightarrow L_{ciclu} = \frac{P}{n} = 1 \text{ kJ}$,

unde T este perioada în care se efectuează un ciclu.

b) Pe baza definiției randamentului:

$$\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{absorbit}} \Rightarrow Q_{absorbit} = \frac{L_{ciclu}}{\eta} = \frac{P}{\eta n} = 4 \text{ kJ.}$$

c) Deoarece căldura cedată de motor este preluată integral de apă, atunci: $|Q_{cedat}| = Q_{apă} = m_a c(t_2 - t_1)$, iar căldura cedată pe un ciclu este:

$$|Q| = Q_{primit} - L_{ciclu} = L_{ciclu} \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) = \frac{PT(1-\eta)}{\eta} \Rightarrow |Q_{cedat}| = N \cdot |Q| = \frac{Pt(1-\eta)}{\eta} \text{ unde}$$

N reprezintă numărul de cicluri și $N = \frac{t}{T} \Rightarrow m_a c(t_2 - t_1) = \frac{Pt(1-\eta)}{\eta}$.

Cum prin definiție debitul masic este $D_m = \frac{m_a}{t} \Rightarrow D_m = \frac{P(1-\eta)}{\eta c(t_2 - t_1)} \approx 0,6 \text{ kg/s.}$

23. a. Deoarece corpurile 1 și 3 își schimbă fază (se topesc sau se vaporizează) la aceeași temperatură înseamnă că sunt confectionate din același material.

b. Din grafic observăm că cele două corpuri 1 și 3 încep să-și schimbe fază la același moment de timp și prin urmare căldurile primite de cele două corpuri sunt egale, astfel că $Q_1 = Q_3 \Rightarrow m_1 c_1 \Delta t_1 = m_3 c_3 \Delta t_3$. Deoarece corpurile 1 și 3 sunt din același material, atunci $c_1 = c_3 \Rightarrow m_1 \Delta t_1 = m_3 \Delta t_3$.

Din grafic observăm că $\Delta t_1 < \Delta t_3 \Rightarrow m_1 > m_3 \Rightarrow$ corpul 1 are masa mai mare decât corpul 3.

c. Deoarece dreptele care redau dependența temperaturii corpuriilor 2 și 4 de timp sunt paralele, variațiile de temperatură ale celor două corpuri sunt egale și prin urmare corpurile 2 și 4 se încălzesc la fel de repede.

d. Cum $Q_2 = Q_4 \Rightarrow C_2 \Delta t_2 = C_4 \Delta t_4$ și $\Delta t_2 = \Delta t_4 \Rightarrow C_2 = C_4 \Rightarrow$ capacitatele calorice ale corpuriilor 2 și 4 sunt egale.

2.1. Rezistența electrică. Legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu

1. Prin definiție intensitatea curentului electric este: $I = \frac{q}{t}$, unde q sarcina electrică și t este timpul în care sarcina electrică străbate o secțiune transversală a conductorului prin care trece. Cum sarcina electrică este o mărime fizică cuantificată: $q = Ne$, unde N reprezintă numărul de electroni ce trec prin secțiunea conductorului și e este valoarea sarcinii electrice elementare astfel că $I = \frac{Ne}{t} \Rightarrow N = \frac{It}{e} = 5 \cdot 10^{19}$ electroni.

2. a) Deoarece intensitatea curentului este reprezentată în funcție de timp, aria cuprinsă între curba intensității și axa timpului semnifică fizic sarcina electrică care traversează secțiunea transversală a unui fir metalic.

$$q = 10 + \frac{10 \cdot 4}{2} = 30 \text{ C}$$

b) Deoarece în intervalul de timp $[1s, 5s]$ intensitatea curentului scade liniar cu trecerea timpului, legea este: $I = at + b$. Aflăm constantele a și b punând condiția ca această dreapta să treacă prin punctele:

$$t = 1s \Rightarrow I = 10A \text{ astfel că } 10 = a + b \text{ și } t = 5s \Rightarrow I = 0A \Rightarrow$$

$$0 = 5a + b \Rightarrow b = -5a \Rightarrow 10 = -4a \Rightarrow a = \frac{-5}{2} \text{ și } b = \frac{25}{2} \Rightarrow$$

$$I = -\frac{5}{2}t + \frac{25}{2} \Rightarrow \text{la momentul } t = 4 \text{ s} \Rightarrow I = 2,5 \text{ A.}$$

c. Intensitatea medie a curentului este $I_{med} = \frac{q}{\Delta t} = \frac{q}{t_2 - t_1} = 6 \text{ C}$

3. Cum $I = \frac{q}{t}$, iar $q = Ne \Rightarrow I = \frac{Ne}{t}$. Prin definiție concentrația volumică a

electronilor este: $n = \frac{N}{V} \Rightarrow N = nV = nSL$. Se consideră volumul V de formă

cilindrică, astfel că $V = SL$, unde S este secțiunea și L lungimea firului. Presupunând că electronii au o mișcare rectilinie și uniformă viteza lor de transport se calculează astfel:

$$L = v_m \cdot t \Rightarrow V = Sv_m t \Rightarrow N = nSv_m t \Rightarrow I = neSv_m \Rightarrow v_m = \frac{I}{neS} \Rightarrow v_m = 10^3 \text{ m/s.}$$

4. Dependența rezistenței electrice în funcție de temperatură se găsește din dependența rezistenței electrice de dimensiunile conductorului: $R = \frac{\rho l}{S}$ și

din dependența rezistivității electrice de temperatură: $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$, astfel că:

$R = \frac{\rho_0 \ell}{S}(1 + \alpha t) = R_0(1 + \alpha t)$, unde $R_0 = \frac{\rho_0 \ell}{S}$ reprezintă rezistența electrică la temperatură de $0^\circ C$.

Cum $R = 3R_0 \Rightarrow 1,5R_0 = R_0(1 + \alpha t) \Rightarrow \alpha t = 0,5 \Rightarrow t = \frac{1}{2\alpha} = 1250^\circ C$.

5. Aflăm rezistența electrică la $0^\circ C$ conform formulei $R_0 = \frac{\rho_0 \ell}{S} = 8,6 \Omega$ și calculăm rezistența electrică la temperatura t : $R = R_0(1 + \alpha t) = 77,4 \Omega$.

6. Deoarece cele două bastonașe sunt legate în serie obținem:

$$R_s = R_1 + R_2 = \frac{\rho_1 \ell_1}{S} + \frac{\rho_2 \ell_2}{S} = \frac{\rho_{01}(1 + \alpha_1 t)\ell_1}{S} + \frac{\rho_{02}(1 + \alpha_2 t)\ell_2}{S} = \\ = \frac{\rho_{01}\ell_1 + \rho_{02}\ell_2}{S} + \frac{1}{S}(\rho_{01}\alpha_1\ell_1 + \rho_{02}\alpha_2\ell_2).$$

Deoarece rezistența nu depinde de temperatură $\Rightarrow \rho_{01}\alpha_1\ell_1 + \rho_{02}\alpha_2\ell_2 = 0$

$$\Rightarrow \rho_{01}\alpha_1\ell_1 = -\rho_{02}\alpha_2\ell_2 \Rightarrow \frac{\ell_1}{\ell_2} = -\frac{\rho_{02}\alpha_2}{\rho_{01}\alpha_1} = 0,4.$$

7.a) $m = dV = dS\ell \Rightarrow \ell = \frac{m}{dS} = 100 \text{ m.}$

b) Aflăm valoarea rezistenței electrice pe baza formulei $R = \rho_{cu} \frac{\ell}{S} = 1,7 \Omega$ și

conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit, obținem:

$$R = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\rho_{cu}\ell} = 2 \text{ A.}$$

c) Deoarece intensitatea maximă a curentului este $I_{max} \Rightarrow U_{max} = RI_{max} = 17 \text{ V.}$

8.a) Considerăm un punct pe caracteristica curent-tensiune figura R 2.1.1 și obținem: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{I}{U} \frac{1}{R}$, astfel că cu cât α crește $\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha$ crește \Rightarrow rezistența electrică scade.

Cum $\alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1 \Rightarrow R_1 < R_2 < R_3$.

b) Prin definiție rezistența electrică este: $R_1 = \frac{U_1}{I_1} = 2 \Omega$.

c) $\frac{R_1}{R_2} = \frac{U}{I_1} \cdot \frac{I_2}{U} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{3} = 0,3$.

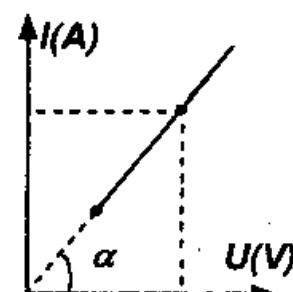


Fig. R 2.1.1

9.a) Intensitatea de scurtcircuit se obține când se leagă bornele sursei împreună, astfel că $E = I_{sc}r \Rightarrow r = \frac{E}{I_{sc}} = 0,4 \Omega$ reprezintă rezistența internă a sursei. Dacă legăm la bornele sursei o rezistență electrică R , intensitatea curentului electric prin circuit este $I = \frac{E}{R+r}$, conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu, astfel că tensiunea la capetele rezistorului R este $U = RI = \frac{RE}{R+r}$ și cădere internă de tensiune pe sursă este $u = rI = \frac{rE}{R+r}$.

Cum $\frac{U}{u} = \frac{R}{r} = n \Rightarrow R = nr = 1,6 \Omega$.

$$\text{b)} I = \frac{E}{R+r} = \frac{E}{r(n+1)} = \frac{I_{sc}}{n+1} = 20 \text{ A}$$

$$\text{c)} \text{Cum } R = \frac{\rho\ell}{S} \Rightarrow S = \frac{\rho\ell}{R} = 3,125 \text{ mm}^2.$$

10.a) Pe baza formulei rezistenței electrice: $R = \frac{\rho\ell}{S} \Rightarrow R = 2 \Omega$.

b) Aplicăm legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu și aflăm intensitatea curentului prin circuit: $I = \frac{E}{R+r}$, astfel că pe baza legii lui

Ohm pentru un circuit electric simplu se obține $U = RI = \frac{RE}{R+r} = 8 \text{ V}$.

c) Un circuit dreptunghiular are lungimea L și lățimea ℓ_1 , astfel că perimetrul acestuia este $2(L + \ell_1)$ egal cu lungimea ℓ a firului de crom-nichel (Fig R 2.1.2).

Cum $2(L + \ell_1) = \ell \Rightarrow \ell_1 = \frac{\ell}{2} - L = 4 \text{ m}$, atunci

rezistențele celor două laturi sunt: $R_{AB} = \frac{\rho L}{S} = 0,6 \Omega$

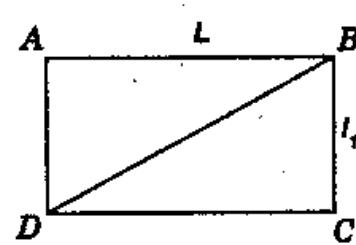


Fig. R 2.1.2

și $R_{AD} = \frac{\rho\ell_1}{S} = 0,4 \Omega$.

Dacă sursa se leagă la capetele laturii mici AD , rezistența ei R_{AD} este legată în paralel cu gruparea serie a rezistențelor R_{AB} , R_{BC} și R_{CD} , astfel că $R'_{AD} = R_{AB} + R_{BC} + R_{CD} = 1,6 \Omega$, astfel că rezistența echivalentă între punctele A și D

este $R_{eAD} = \frac{R_{AD}R'_{AD}}{R_{AD} + R'_{AD}} = 0,32 \Omega$. Prin urmare intensitatea curentului prin

sursă este: $I_1 = \frac{E}{r + R_{eAD}} = 9,09 \text{ A}$.

Dacă sursa se leagă la capetele laturii mari AB , rezistența acesteia R_{AB} este legată în paralel cu gruparea serie a rezistențelor R_{BC} , R_{CD} și R_{DA} , astfel că $R'_{AB} = R_{BC} + R_{CD} + R_{DA} = 1,4 \Omega$ și rezistența echivalentă în acest caz este:

$$R_{eAB} = \frac{R_{AB} R'_{AB}}{R_{AB} + R'_{AB}} = 0,42 \Omega$$

Prin urmare intensitatea curentului prin sursă în acest caz este:

$$I_2 = \frac{E}{r + R_{eAB}} \approx 8,45 \text{ A.}$$

Raportul cerut este: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r + R_{eAB}}{r + R_{eAD}} \approx 1,076$.

11.a) Pe baza legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu se obține intensitatea curentului electric: $I = \frac{E}{R+r} = 2 \text{ A.}$

b) Tensiunea la bornele sursei se obține scăzând din tensiunea electromotoare a bateriei căderea internă de tensiune, astfel că:

$$U = E - Ir = \frac{RE}{R+r} = 8 \text{ V.}$$

c) La scurtcircuit se leagă bornele sursei împreună, astfel că rezistența R a circuitului exterior este nulă. Se obține intensitatea de scurtcircuit

$$I_{sc} = \frac{E}{r} = 10 \text{ A} \text{ care reprezintă intensitatea maximă care poate trece printr-o baterie.}$$

12.a) Utilizăm legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu și obținem: $E = I_1(R_1 + r)$ și $E = I_2(R_2 + r) \Rightarrow I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r) \Rightarrow$

$$r(I_1 - I_2) = I_2 R_2 - I_1 R_1 \Rightarrow r = \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2} = 1 \Omega.$$

b) $E = I_1(R_1 + r) = \frac{I_1 I_2 (R_2 - R_1)}{I_1 - I_2} = 12 \text{ V.}$

c) $I = \frac{E}{R_3 + r} = 3 \text{ A.}$

13.a) Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu: $I = \frac{E}{R+r}$, iar

tensiunea la bornele sursei este $U = E - u = E - Ir$, prin urmare tensiunea la bornele sursei depinde liniar de intensitatea curentului. Când $I=0$, adică la circuit deschis tensiunea la bornele sursei este $U = E = 16 \text{ V}$, pe baza graficului.

b) Când $U = 0 \Rightarrow E = Ir \Rightarrow r = \frac{E}{I}$ și cum din grafic când $U = 0 \Rightarrow I = 40$ A, obținem rezistență internă a sursei $r = 0,4$ Ω.

c) $U = RI \Rightarrow E = I(R + r) \Rightarrow \frac{E}{U} = \frac{R + r}{R} \Rightarrow ER = UR + Ur \Rightarrow R = \frac{Ur}{E - U} \approx 0,133$ Ω

14.a) Tensiunea la capetele rezistenței este $U_0 = R_0 I$, unde $I = \frac{E}{R_0 + r}$, conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu, astfel că: $U_0 = \frac{R_0 E}{R_0 + r} = 40$ V.

b) Cum rezistență electrică depinde de temperatură după legea $R = R_0(1 + \alpha t) \Rightarrow t = \frac{R - R_0}{R_0 \alpha} = 2200^\circ\text{C}$.

c) Calculăm tensiunea la bornele rezistenței R prin analogie cu punctul a, astfel că: $U = \frac{RE}{R + r}$, prin urmare variația relativă a tensiunii la bornele rezistenței este: $f = \frac{U - U_0}{U_0} = \frac{U}{U_0} - 1 = \frac{R(R_0 + r)}{R_0(R + r)} - 1 = 5\%$.

15.a) Fie R rezistența rezistorului, astfel că $I = \frac{E}{R + r}$, pe baza legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu. Dacă se mărește rezistența cu f_1 , noua valoare a rezistenței este $R_1 = R(1 + f_1)$, iar $I_1 = \frac{E}{R(1 + f_1) + r}$ este cu f_2 mai mică decât I , astfel că $I_1 = I(1 - f_2) \Rightarrow \frac{E}{R(1 + f_1) + r} = \frac{(1 - f_2)E}{R + r} \Rightarrow$

$$r = \frac{R(f_1 - f_2 - f_1 f_2)}{f_2}. \text{ Dacă rezistența se micșorează cu } f_1 \Rightarrow R_2 = R(1 - f_1)$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{E}{R(1 - f_1) + r} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R(1 + f_1) + r}{R(1 - f_1) + r} = \frac{1}{1 - 2f_2} \Rightarrow I_2 = \frac{I_1}{1 - 2f_2} = \frac{I(1 - f_2)}{1 - 2f_2} = 32\text{A}$$

$$\text{b). } U_2 = RI_2 \text{ și } U_1 = R_1 I_1 \Rightarrow f = \frac{U_2 - U_1}{U_1} = \frac{U_2}{U_1} - 1 = \frac{I_2 R_2}{I_1 R_1} - 1 = \frac{2(f_2 - f_1 + f_1 f_2)}{(1 + f_1)(1 - 2f_2)} = 0,$$

prin urmare tensiunea rămâne nemodificată

c) Pe baza legii dependenței rezistenței de temperatură $R = R_0(1 + \alpha \Delta t)$, deci

$$\Rightarrow \frac{R - R_0}{R_0} = \frac{R}{R_0} - 1 = \alpha \Delta t = 4,8\%$$

2.2 Gruparea rezistoarelor

1.a) Aflăm valoarea rezistenței R , astfel că:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} = \frac{11}{6R} \Rightarrow R = \frac{11R_p}{6} = 22 \Omega.$$

La conectarea în serie a rezistoarelor obținem rezistență echivalentă:

$$R_s = R + 2R + 3R = 6R = 132 \Omega.$$

b) Calculăm pe baza legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit intensitățile curentilor care circulă prin fiecare rezistor, astfel că:

$$I_1 = \frac{U}{R} = 3 \text{ A}, I_2 = \frac{U}{2R} = 1,5 \text{ A} \text{ și } I_3 = \frac{U}{3R} = 1 \text{ A}.$$

c) Aflăm intensitatea curentului care circulă prin rezistoarele legate în serie:

$$I = \frac{U}{R_s} = 0,5 \text{ A}, \text{ astfel că tensiunea pe rezistență } R \text{ este } U_1 = RI = 11 \text{ V}.$$

2.a) Pe baza definiției rezistenței electrice $R = \frac{U}{I} \Rightarrow R_1 = 5 \Omega$ și $R_2 = 20 \Omega$,

valori calculate pe baza valorilor din grafic.

$$\text{b)} \frac{R_s}{R_p} = \frac{(R_1 + R_2)^2}{R_1 R_2} = 6,25, \text{ deoarece } R_s = R_1 + R_2 \text{ și din } \frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow$$

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

3. Când comutatorul K este deschis, rezistențele R și R sunt legate în serie, rezistențele $2R$ și $3R$ sunt legate în serie iar cele două grupări sunt legate în paralel, astfel că rezistență echivalentă este: $R_1 = \frac{2R \cdot 5R}{2R + 5R} = \frac{10R}{7}$.

Când comutatorul K este închis rezistențele R și $2R$ sunt legate în paralel, rezistențele R și $3R$ sunt legate și ele în paralel și cele două grupări sunt

$$\text{legate în serie, astfel că rezistență echivalentă este: } R_2 = \frac{2R}{3} + \frac{3R}{4} = \frac{17R}{12}.$$

4. Curentul electric trece cu intensitatea cât mai mare prin rezistorul cu rezistență cât mai mică dacă mai multe rezistoare sunt legate în paralel și din această cauză deoarece între punctele A și C există un fir metalic cu rezistență nulă, curentul electric va trece prin acest fir metalic și astfel rezistențele R_1 și R_2 legate în serie sunt șuntate (adică curentul electric nu circulă prin ele). La fel firul metalic legat între punctele C și D șunteează rezistențele R_3 și R_4 legate în serie. Prin urmare rezistență electrică echivalentă între punctele A și B este $R_{AB} = R_5$.

5. Deoarece între punctele A și E este legat un fir metalic fără rezistență, conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit $U_{AE}=R_{AE}I=0$ (fig R 2.2.1). Cum tensiunea electrică reprezintă diferența de potențial, astfel că $U_{AE}=V_A-V_E$, deoarece $U_{AE}=0 \Rightarrow V_A=V_E$. Datorită firului metalic legat între punctele C și D $\Rightarrow U_{CD}=0 \Rightarrow V_C=V_D$. Observăm că montajul este echivalent cu trei rezistoare legate în paralel iar gruparea lor este legată în serie cu rezistența R , astfel că $R_{AB}=R_{AC}+R$, unde

$$\frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R} \Rightarrow R_{AC} = \frac{R}{3} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R}{3} + R = \frac{4R}{3}.$$

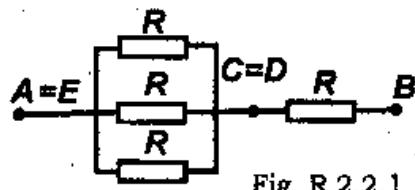


Fig. R 2.2.1

6. Pentru a afla rezistența echivalentă între punctele A și B observăm că rezistența R_2 este legată în paralel cu gruparea serie a rezistențelor R_1 , R_4 și R_3 .

$$R_{AB} = \frac{R_2(R_1 + R_4 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{44}{15} \Omega.$$

$$\text{Analog obținem rezistența echivalentă } R_{AD} = \frac{R_1(R_2 + R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{12}{5} = 2,4 \Omega.$$

Pentru a calcula rezistența echivalentă între punctele A și C, observăm că rezistențele R_1 și R_4 sunt legate în serie, R_2 și R_3 sunt legate și ele în serie și cele două grupări sunt legate în paralel, astfel că:

$$R_{AC} = \frac{(R_1 + R_4)(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{10}{3} \Omega.$$

$$\text{Analog } R_{BD} = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{56}{15} \Omega.$$

7. Observăm că rezistențele R și $3R$ sunt legate în paralel, iar rezistența lor echivalentă $\frac{3R}{4}$ este legată în serie cu rezistența $\frac{R}{4}$, astfel că gruparea lor

are rezistența echivalentă R și este legată cu rezistența R în paralel obținându-se o rezistență echivalentă $\frac{R}{2}$. Această rezistență $\frac{R}{2}$ este legată

în serie cu rezistența $\frac{3R}{2}$, iar rezistența lor echivalentă $2R$ este legată cu

rezistența R în paralel, astfel că rezistența echivalentă este $R_{AB} = \frac{2R}{3}$.

8. Observăm că ramura superioară este identică cu cea inferioară, iar cele două ramuri au rezistențe egale și sunt legate în paralel. Calculăm rezistența unei ramuri, observând că cele trei rezistențe R_2 sunt legate în paralel, gruparea lor este apoi legată în serie cu R_5 și în serie cu gruparea paralelă

rezistențelor R_3 și R_4 , astfel că rezistența echivalentă a unei ramuri este:

$$R = \frac{R_2}{3} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} + R_5 = 7 \Omega. \text{ Cele două ramuri sunt legate în paralel și}$$

rezistența echivalentă a lor $R/2$ este legată în serie cu două rezistențe R_1 , astfel că: $R_{AB} = R_1 + \frac{R}{2} + R_1 = 2R_1 + \frac{R}{2} = 5,5 \Omega.$

9. Observăm că rezistența $2R$ este legată în serie cu rezistența R iar gruparea lor este legată cu rezistența $3R$ în paralel, astfel că toate se înlocuiesc cu o rezistență echivalentă cu rezistență $R_1 = \frac{3R(R+2R)}{3R+R+2R} = \frac{3R}{2}$.

Această rezistență R_1 este legată în serie cu rezistența $\frac{R}{2}$, iar gruparea lor serie este legată cu rezistența $2R$ în paralel, astfel că le putem înlocui pe

$$\text{toate cu o rezistență echivalentă } R_2 = \frac{\left(\frac{3R}{2} + \frac{R}{2}\right) \cdot 2R}{\frac{3R}{2} + \frac{R}{2} + 2R} = R. \text{ Această rezistență}$$

R_2 este legată în serie cu rezistența R și gruparea lor este legată în paralel cu rezistența $4R$, astfel că: $R_{AB} = \frac{4R(R+R)}{4R+R+R} = \frac{4R}{3} = 4 \Omega.$

10. Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și B . Punctele A și C au același potențial, astfel că rezistențele electrice între aceste puncte sunt legate în paralel și rezistența echivalentă a lor este

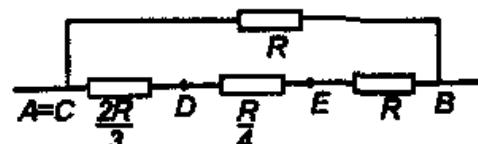


Fig. R 2.2.2

$$R_{AC} = \frac{2R^2}{3R} = \frac{2R}{3} \text{ (fig R 2.2.2). Între punctele } D \text{ și } E, R_{DE} = \frac{R}{4}, \text{ deoarece}$$

două rezistențe $\frac{R}{2}$ sunt legate în paralel, astfel că

$$R_{ADEB} = \frac{2R}{3} + \frac{R}{4} + R = \frac{23R}{12}.$$

Se observă că R_{CB} și R_{AEB} sunt legate în paralel $R_{eq} = \frac{23R}{35}$.

$R_{eq} = 0$, deoarece între punctele A și C există un fir metalic fără rezistență.

Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și D: Deoarece $R_{e_{AD}} = \frac{R}{4}$ este legată în serie cu R_{EB} și R_{BC} , atunci

$$R_{DEBC} = \frac{R}{4} + R + R = \frac{9R}{4}.$$

Punctele A și C coincid pentru că au același potențial electric, astfel că între punctele A și D sunt trei rezistențe legate în paralel R , $2R$ și $\frac{9R}{4}$ astfel că obținem

$$(\text{fig R 2.2.3}): \frac{1}{R_{e_{AD}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{4}{9R} = \frac{35}{18R} \Rightarrow R_{e_{AD}} = \frac{18R}{35}.$$

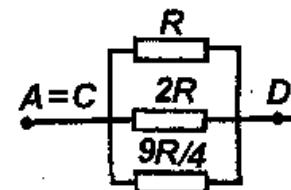


Fig. R 2.2.3

11. Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și B. În acest caz pătratul ECDE este scurtcircuitat, astfel că $R_{e_{AB}} = \frac{R \cdot 3R}{4R} = \frac{3R}{4} = 0,75 \Omega$.

Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și C. Inițial calculăm rezistența echivalentă între punctele A și E, astfel că $R_{AE} = \frac{2R \cdot 2R}{4R} = R$, deoarece cele două ramuri conțin fiecare rezistență echivalentă $2R$ și sunt legate în paralel. Calculăm $R_{EC} = \frac{2R \cdot 6R}{8R} = \frac{3R}{2}$, deoarece între punctele E și C sunt două rezistențe $2R$ și $6R$ legate în paralel. Cum R_{AE} și R_{EC} sunt legate în serie, astfel că $R_{e_{AC}} = R_{AE} + R_{EC} = \frac{5R}{2} = 2,5 \Omega$.

Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și D: $R_{e_{AD}} = R_{AE} + R_{ED}$.

$$R_{e_{AD}} = \frac{2R \cdot 2R}{4R} + \frac{4R \cdot 4R}{8R} = R + 2R = 3R = 3 \Omega.$$

12. Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și B. Rezistența între FGCFD este inutilă. Aflăm rezistența echivalentă între punctele A și E, astfel că rezistențele $2R$ și $R_{AFE}=4R$ sunt legate în paralel $\Rightarrow R_{AE} = \frac{2R \cdot 4R}{6R} = \frac{4R}{3}$.

Aflăm rezistența echivalentă între punctele E și B: $R_{EB} = \frac{R \cdot 2R}{3R} = \frac{2R}{3}$.

$$R_{AB} = R_{AE} + R_{EB} = \frac{4R}{3} + \frac{2R}{3} = 2R = 18 \Omega.$$

Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și C. Rezistența triunghiului care are rezistență R pe fiecare latură și are un vârf în E nu contează pentru R_{AC} . Calculăm $R_{AF} = \frac{(R_{AE} + R_{EF})3R}{R_{AE} + R_{EF} + 3R} = \frac{3R \cdot 3R}{6R} = \frac{3R}{2}$.

Calculăm R_{FG} , ținând cont că datorită firului metalic legat între punctele F și D, potențialele acestor puncte sunt egale astfel că cele două rezistențe R sunt legate în paralel $\Rightarrow R_{FG} = \frac{R}{2}$. Calculăm rezistența echivalentă între punctele G și C $\Rightarrow R_{GC} = \frac{\left(\frac{R}{6} + \frac{R}{6}\right) \frac{5R}{3}}{\frac{R}{6} + \frac{R}{6} + \frac{5R}{3}} = \frac{\frac{R}{3} \cdot \frac{5R}{3}}{2R} = \frac{5R}{18}$

$$\text{Obținem: } R_{AC} = R_{AF} + R_{FG} + R_{GC} = \frac{3R}{2} + \frac{R}{2} + \frac{5R}{18} = 2R + \frac{5R}{18} = \frac{41R}{18} = 20,5 \Omega$$

Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și D. Observăm că $R_{AD} = R_{AF}$, deoarece firul metalic șunteează rezistențele legate între punctele F și D. Rezistența triunghiului cu vârful în E nu contează, astfel că:

$$R_{AF} = \frac{3R \cdot 3R}{6R} = \frac{3R}{2} \Rightarrow R_{AD} = \frac{3R}{2} = 13,5 \Omega$$

13.a) Calculăm rezistența echivalentă a punții Wheatstone. Pentru acesta trecem de la montajul triunghi la montajul stea (fig R 2.2.4). Valorile unei rezistențe r se calculează prin produsul rezistențelor de pe laturile între care se introduce rezistență și suma rezistențelor de pe laturile triunghiului, astfel că aceste rezistențe echivalente au valorile:

$$r_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2}{5} \Omega; \quad r_{15} = \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{2}{5} \Omega \quad \text{și} \quad r_{25} = \frac{R_2 R_5}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{4}{5} \Omega.$$

Calculăm rezistența echivalentă între punctele E și B \Rightarrow

$$R_{EB} = \frac{(r_{15} + R_3)(r_{25} + R_4)}{r_{15} + R_3 + r_{25} + R_4} = \frac{77}{45} \Omega \Rightarrow R_{AB} = r_{12} + R_{EB} = \frac{2}{5} + \frac{77}{45} = \frac{19}{9} \approx 2,11 \Omega.$$

b) Deoarece prin rezistența R_5 nu circulă curent electric, puntea Wheatstone este echilibrată și din această cauză $I_1 = I_3$ și $I_2 = I_4$. Dar $U_{AC} = I_1 R_1$ și $U_{AD} = I_2 R_2$ și doarece $U_{CD} = 0 \Rightarrow V_C = V_D \Rightarrow U_{AC} = V_A - V_C = U_{AD} = V_A - V_D \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2$ (1)
cum $V_D = V_C \Rightarrow V_C - V_B = V_D - V_B \Rightarrow U_{CB} = U_{DB} \Rightarrow I_1 R_3 = I_2 R_4$ (2)

$$\text{Împărțim (1) la (2) și obținem: } \frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \Rightarrow R_1 R_4 = R_2 R_3 \Rightarrow R_3 = \frac{R_1 R_4}{R_2} = 1 \Omega.$$

Dacă produsul rezistențelor de pe laturile opuse este același puntea este echilibrată.

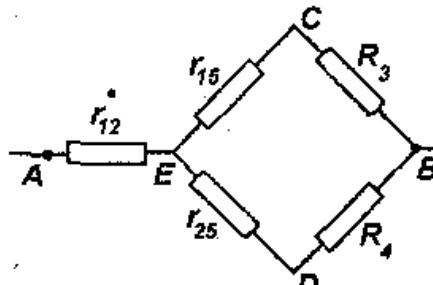


Fig. R 2.2.4

14. Trecem montajul într-o punte Wheatstone ca în figura R 2.2.5 și

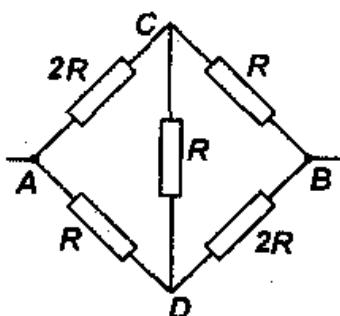


Fig. R 2.2.5

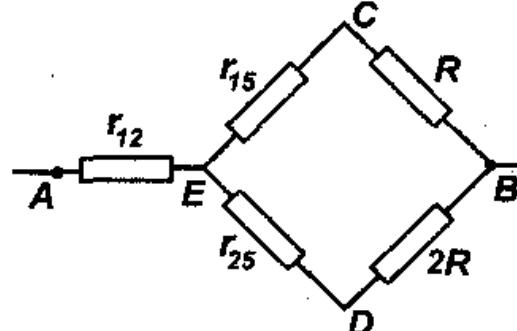


Fig. R 2.2.6

observăm că aceasta nu este echilibrată. Calculăm rezistențele echivalente r_{12} , r_{15} și r_{25} obținute prin trecerea de la montajul triunghi la montajul stea

$$\text{ca în figura R 2.2.6. } r_{12} = \frac{2R^2}{4R} = \frac{R}{2}; r_{15} = \frac{2R^2}{4R} = \frac{R}{2} \text{ și } r_{25} = \frac{R^2}{4R} = \frac{R}{4}.$$

$$\text{Astfel obținem: } R_{AB} = r_{12} + \frac{(r_{15} + R)(r_{25} + 2R)}{r_{15} + R + r_{25} + 2R} \Rightarrow$$

$$R_{AB} = \frac{R}{2} + \frac{\frac{3R}{2} \cdot \frac{9R}{4}}{\frac{3R}{2} + \frac{9R}{4}} = \frac{R}{2} + \frac{9R}{10} = \frac{14R}{10} = \frac{7R}{5}$$

15. Trecem montajul într-o punte Wheatstone și observăm că aceasta este echilibrată (fig R 2.2.7), astfel că $R_{AC}R_{DB}=R_{CB}R_{AD} \Rightarrow$ rezistența R_{CD} nu are niciun rol deoarece prin ea nu circulă curent \Rightarrow

$$R_{AB} = \frac{(R_{AC} + R_{CB})(R_{AD} + R_{DB})}{R_{AC} + R_{CB} + R_{AD} + R_{DB}} = \frac{2R \cdot 2R}{4R} = R.$$

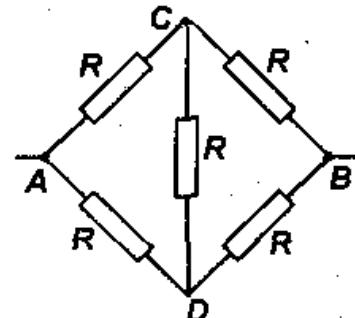


Fig. R 2.2.7

16. Punctele A și C au potențiale egale. Trecem montajul exchuzând rezistența R_{BC} într-o punte Wheatstone și observăm că aceasta este echilibrată, astfel că $R_{AE}R_{DF}=R_{AD}R_{EF} \Rightarrow$ prin rezistența R_{DE} nu circulă curent și de aceea această rezistență se poate elibera. Rezistența echivalentă a punții Wheatstone este $R_e=R$ (vezi problemă precedentă). Această punte echilibrată este legată în paralel cu rezistența R , iar rezistența echivalentă a lor este: $R_{AB} = \frac{R_e R}{R_e + R} = \frac{R}{2}$.

17. Prin definiție rezistența electrică este $R_e = \frac{U_{AB}}{I}$. Intensitatea curentului care intră prin punctul A se divide din motive de simetrie în $I/3$ și circulă prin ramurile AC, AD și AP. În fiecare nod intensitatea $I/3$ se divide în $I/6$ și curentul cu această intensitate circulă prin ramurile CF, CG, DF, DH, PG și PH. Prin laturile FB, GB și HB circulă un curent cu intensitatea $I/3$, astfel că prin punctul B ieșe curentul cu intensitatea I. Cum $U_{AB} = U_{AC} + U_{CF} + U_{FB} \Rightarrow$

$$U_{AB} = R \frac{I}{3} + R \frac{I}{6} + R \frac{I}{3} = \frac{5RI}{6} \Rightarrow R_e = \frac{5R}{6}$$

Observăm că montajul poate fi considerat a fi format din trei rezistențe R legate în paralel, legate apoi în serie cu o grupare paralelă de șase rezistențe R și legate apoi în serie cu o altă grupare paralelă de trei rezistențe R , astfel că:

$$R_e = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} = \frac{5R}{6}$$

18.a) În lanțul infinit de rezistențe identificăm celula de bază (fig R 2.2.7). Această celulă repetată determină obținerea lanțului de rezistențe. Înlăturând o singură celulă din lanțul infinit de celule se obține restul de lanț care are o rezistență echivalentă R_e identică cu cea întregului lanțului. Obținem:

$$R_e = R_{AB} \Rightarrow R_{AB} = R_e = 2R + \frac{3RR_e}{3R + R_e} = \frac{6R^2 + 5RR_e}{3R + R_e} \Rightarrow$$

$$R_e^2 - 2RR_e - 6R^2 = 0 \Rightarrow R_e = \frac{2R + \sqrt{4R^2 + 24R^2}}{2} \Rightarrow R_e = R(\sqrt{7} + 1) \approx 3,65R$$

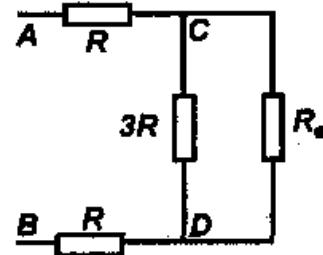


Fig. R 2.2.7

19.a) În cazul legării serie $\Rightarrow R_s = R_1 + R_2 = R_{01}(1 + \alpha_1 t) + R_{02}(1 + \alpha_2 t) \Rightarrow$

$$R_s = R_{01}(1 + \alpha_1 t + 3 + 3\alpha_2 t) = R_{01}[4 + (\alpha_1 + 3\alpha_2)t] = 4R_{01}\left[1 + \frac{\alpha_1 + 3\alpha_2}{4}t\right] (1).$$

Dar $R_s = R_{0s}(1 + \alpha_s t)$, cu $R_{0s} = R_{01} + R_{02} = 4R_{01}$, astfel

că $R_{0s} = 4R_{01}(1 + \alpha_s t)$ (2)

Din (1) și (2) se obține prin identificarea factorului din fața lui t , coeficientul termic al grupării serie $\alpha_s = \frac{\alpha_1 + 3\alpha_2}{4}$.

b) În cazul legării paralel $\Rightarrow R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_{01}(1 + \alpha_1 t)R_{02}(1 + \alpha_2 t)}{R_{01}(1 + \alpha_1 t) + R_{02}(1 + \alpha_2 t)}$

$$R_p = \frac{3R_{01}^2(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t + \alpha_1 \alpha_2 t^2)}{R_{01}(1 + \alpha_1 t) + 3R_{01}(1 + \alpha_2 t)} = \frac{3R_{01}(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t)}{4 + \alpha_1 t + 3\alpha_2 t}.$$

Se neglijeează termenii care conțin produsele coeficienților termici, astfel că

$$R_p = \frac{3R_{01}}{4} \cdot \frac{(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t)}{1 + t \frac{\alpha_1 + 3\alpha_2}{4}}. Deoarece x \ll 1 se aproximează: \frac{1}{1+x} \approx 1-x \Rightarrow \text{în}$$

cazul problemei $x = \frac{t(\alpha_1 + 3\alpha_2)}{4} \Rightarrow R_p = \frac{3R_{01}}{4}(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t)[1 - t \frac{(\alpha_1 + 3\alpha_2)}{4}]$.

$$R_p = \frac{3R_{01}}{4}(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t - \frac{\alpha_1 t}{4} - \frac{3\alpha_2 t}{4}) = \frac{3R_{01}}{4}\left[1 + \frac{(3\alpha_1 + \alpha_2)}{4}t\right] (1).$$

$$\text{Dar } R_p = R_{0p}(1 + \alpha_p t) \text{ cu } R_{0p} = \frac{R_{01}R_{02}}{R_{01} + R_{02}} = \frac{3R_{01}}{4} \Rightarrow R_p = \frac{3R_{01}}{4}(1 + \alpha_p t) \quad (2)$$

Din (1) și (2) se obține prin identificarea factorului din fața lui t , coeficientul termic al grupării paralel $\alpha_p = \frac{3\alpha_1 + \alpha_2}{4}$.

2.3. Legile lui Kirchhoff

1. Ampermetrul nu poate măsura intensitatea curentului care circulă prin circuitul principal și din această cauză acesta trebuie protejat prin legarea în paralel cu el a unei rezistențe, numită rezistență de șunt. Prin rezistență de șunt trece cea mai mare parte a intensității curentului. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod (fig R 2.3.1): $I = I_A + I_S \Rightarrow I_S = I - I_A$. Cum ampermetrul și șuntul se leagă în

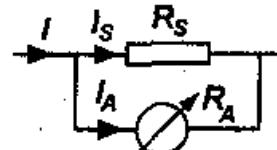


Fig. R 2.3.1

paralel, atunci $U_A = U_S \Rightarrow I_A R_A = I_S R_S \Rightarrow R_S = \frac{I_A R_A}{I_A - R_A} = \frac{R_A}{n-1}$, unde $n = \frac{I}{I_A}$ este un număr care arată de câte ori se mărește domeniul de măsurabilitate al ampermetrului, astfel că $R_S = 0,1 \Omega$.

2. a. Notăm cu R_A rezistența ampermetrului. Aflăm valorile rezistențelor de șunt care asigură mărimea domeniului de măsurabilitate al acestuia de n_1 ,

respectiv de n_2 ori: $R_1 = \frac{R_A}{n_1 - 1}$ și $R_2 = \frac{R_A}{n_2 - 1}$. Legăm cele două rezistențe de

șunt în serie și calculăm rezistența lor serie $R_s = R_1 + R_2 \Rightarrow$

$$R_s = \frac{R_A}{n_1 - 1} + \frac{R_A}{n_2 - 1} = \frac{R_A(n_1 + n_2 - 2)}{(n_1 - 1)(n_2 - 1)}$$

$$\text{Cum } R_s = \frac{R_A}{n_s - 1} \Rightarrow n_s - 1 = \frac{n_1 n_2 - n_1 - n_2 + 1}{n_1 + n_2 - 2} \Rightarrow n_s = \frac{n_1 n_2 - 1}{n_1 + n_2 - 2}$$

b. Legăm cele două rezistențe de șunt în paralel și calculăm rezistența în paralel: $R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_A}{n_1 + n_2 - 2}$. Cum $R_p = \frac{R_A}{n_p - 1} \Rightarrow n_p = n_1 + n_2 - 1$.

3. Voltmetrul nu poate măsura tensiunea U și de aceea pentru a mări domeniul de măsurabilitate al acestuia se leagă în serie cu el o rezistență adițională R_{ad} . Deoarece cea mai mare parte a tensiunii se distribuie pe rezistență adițională, aceasta are valoarea mult mai mare decât rezistența voltmetrului, astfel că $U = U_v + U_{ad}$. Deoarece voltmetrul și rezistența adițională se leagă în serie, ele sunt parcuse de aceeași intensitate, astfel că:

$$U_v = R_v I \text{ și } U_{ad} = R_{ad} I$$

$$\Rightarrow \frac{U_v}{U_{ad}} = \frac{R_v}{R_{ad}} \Rightarrow R_{ad} = R_v \frac{U_{ad}}{U_v} = R_v \frac{(U - U_v)}{U_v} = R_v \left(\frac{U}{U_v} - 1 \right) \Rightarrow R_{ad} = R_v(n - 1),$$

unde $n = \frac{U}{U_v}$ este un număr care arată de câte ori tensiunea de măsurat

este mai mare decât tensiunea maximă pe care o poate măsura voltmetrul.

Obținem $R_{ad} = 900 \Omega$.

4. a) Notăm cu R_v rezistența voltmetrului. Aflăm valorile rezistențelor adiționale care asigură mărirea domeniului de măsurabilitate al voltmetrului de n_1 respectiv n_2 ori, astfel că $R_{ad_1} = R_v(n_1 - 1)$ și $R_{ad_2} = R_v(n_2 - 1)$. Legăm cele două rezistențe adiționale în serie și calculăm valoarea acestei noi rezistențe adiționale $R_{ad} = R_{ad_1} + R_{ad_2} = R_v(n_1 + n_2 - 2)$.

$$\text{Cum } R_{ad} = R_v(n_s - 1) \Rightarrow n_s = n_1 + n_2 - 1.$$

b) Legăm cele două rezistențe adiționale în paralel și calculăm valoarea acestei rezistențe adiționale $R_{ad} = \frac{R_{ad_1} R_{ad_2}}{R_{ad_1} + R_{ad_2}} = \frac{R_v(n_1 - 1)(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}$.

$$\text{Cum } R_{ad} = R_v(n_p - 1) \Rightarrow n_p - 1 = \frac{(n_1 - 1)(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2} \Rightarrow n_p = \frac{n_1 n_2 - 1}{n_1 + n_2 - 2}.$$

5. a) Deoarece ampermetrul este ideal, rezistența lui este nulă și deoarece voltmetrul este ideal, acesta are rezistență infinit de mare, astfel că prin voltmetru nu circulă curentul electric. Pe baza legii lui Ohm pentru o

porțiune de circuit $U = RI \Rightarrow I = \frac{U}{R} = 4 \text{ A}$, deoarece tensiunea indicată de voltmetru este cea de pe circuitul exterior.

b) Pe baza legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu:

$$I = \frac{E}{R+r} \Rightarrow E = I(R+r) = \frac{U}{R}(R+r) = 40 \text{ V}.$$

c) Dacă se scurtcircuitează rezistența circuitului exterior, este ca și cum legăm bornele sursei împreună, iar ampermetrul indică valoarea intensității

curentului la scurtcircuit $I_{sc} = \frac{E}{r} = 40 \text{ A}$. Voltmetrul indică tensiunea la

bornele sursei $U_v = E - I_{sc}r = 0$, adică la scurtcircuit tensiunea la bornele sursei este nulă.

6. a) Aflăm intensitatea curentului electric care circulă prin voltmetru, astfel

că $I_v = \frac{U}{R_v} = 30 \text{ mA}$. Voltmetrul este legat în paralel cu gruparea serie a

rezistențelor R_2 și R_3 , astfel că $I_2 = \frac{U}{R_2 + R_3} = 45$ mA. Pe baza primei legi a lui Kirchhoff pentru un nod obținem $I_1 = I_2 + I_V = 75$ mA reprezentă intensitatea curentului electric care circulă prin baterie.

b) Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține sursa și voltmetrul, astfel că $E = I_1(r + R_i) + U \Rightarrow R_i = \frac{E - U}{I_1} - r = 131,33$ Ω.

c) $U_3 = R_3 I_2 = 67,5$ V

7. a) Conform definiției: $U_1 = R_1 I \Rightarrow R_1 = \frac{U_1}{I} = 4$ Ω.

b) Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu:

$$E = I \left(r + R_i + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right) \Rightarrow \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{E}{I} - (r + R_i) = 6 \Omega \Rightarrow R_2 = 15 \Omega$$

c) Tensiunea la bornele bateriei este: $U_b = E - Ir = 50$ V.

8. a) Rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel, astfel că rezistența lor echivalentă este $R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2,4$ Ω.

b) Pe baza formulei rezistenței electrice $R = \frac{\rho \ell}{S} \Rightarrow \rho = \frac{RS}{\ell} = 10^{-7}$ Ωm.

c) Scriem legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu:

$$E = I \left(r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) + U_{AC} \Rightarrow I = \frac{E - U_{AC}}{r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = 4 \text{ A} \Rightarrow R_{AC} = \frac{U_{AC}}{I} = 1 \Omega.$$

Cum $R_{AC} = \frac{\rho \ell_{AC}}{S} = \frac{R \ell_{AC}}{\ell} \Rightarrow \ell_{AC} = \frac{R_{AC} \ell}{R} = 20$ cm.

9. Dacă la bornele sursei se leagă rezistența R , intensitatea curentului electric este $I = \frac{E}{R+r}$, iar tensiunea la bornele rezistenței este

$U = RI = \frac{RE}{R+r}$. Înlocuim rezistența R cu o alta cu rezistență $4R$ tensiunea la

bornele acestei rezistențe devine $U' = \frac{4RE}{4R+r}$. Din datele problemei:

$$U' = (1+f)U \Rightarrow \frac{4RE}{4R+r} = (1+f) \frac{RE}{R+r} \Rightarrow R = \frac{(3-f)r}{4f} \Rightarrow E = \frac{(R+r)U}{R} \Rightarrow$$

$$E = \frac{3(1+f)U}{3-f} = 33 \text{ V.}$$

10. Considerăm că la bornele unei surse de tensiune cu t.e.m. E și rezistență internă r se leagă în serie cele două voltmetre care indică tensiunile U_1 și U_2 , astfel că: $E = U_1 + U_2 + Ir$. Dar $U_1 = R_1 I$ și $U_2 = R_2 I \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{R_1 U_2}{U_1}$.

$$\text{Cum } I = \frac{E}{R_1 + R_2 + r} \Rightarrow U_1 + U_2 = (R_1 + R_2)I = \frac{(R_1 + R_2)E}{R_1 + R_2 + r} \Rightarrow$$

$$E \left(R_1 + \frac{R_1 U_2}{U_1} \right) = \left(R_1 + \frac{R_1 U_2}{U_1} + r \right) (U_1 + U_2) \Rightarrow R_1 E = U_1 (R_1 + r) + U_2 R_1 \quad (1)$$

Dacă la bornele sursei se leagă numai primul voltmetru:

$$U_1 = R_1 I_1 = \frac{R_1 E}{R_1 + r} \Rightarrow R_1 + r = \frac{R_1 E}{U_1} \quad (2)$$

$$\text{Introducem (2) în (1) și obținem: } R_1 E = \frac{U_1 R_1 E}{U_1} + U_2 R_1 \Rightarrow E = \frac{U_2 U_1}{U_1 - U_1} = 27 \text{ V}$$

$$\text{b. Din relația (2) obținem: } r = \frac{R_1 (E - U_1)}{U_1} = 0,5 \Omega$$

$$\text{c. Rezistența este } R_2 = \frac{R_1 U_2}{U_1} = 0,75 \Omega$$

11. a) Observăm că rezistențele R_2 și R_3 sunt legate în paralel astfel că $R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \Rightarrow$ intensitatea curentului electric prin sursa are valoarea

$$I = \frac{E}{r + R_1 + R_{23}} = \frac{E}{r + R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = 4 \text{ A} \Rightarrow \text{tensiunea între punctele } A \text{ și } B$$

$$\text{este: } U_{AB} = \frac{IR_2 R_3}{R_2 + R_3} = 6,4 \text{ V} \Rightarrow I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2} = \frac{IR_3}{R_2 + R_3} = 0,8 \text{ A și cum } I = I_3 + I_2 \Rightarrow$$

$$I_3 = I - I_2 = 3,2 \text{ A}$$

$$\text{b)} U_{AB} = 6,4 \text{ V}$$

c) Dacă între punctele A și B se leagă un fir metalic fără rezistență acesta suntează rezistențele R_2 și R_3 , deoarece $U_{AB} = 0 \Rightarrow I = \frac{E}{r + R_1} \approx 5,45 \text{ A.}$

12. a) Cum $U_1 = R_1 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{U_1}{R_1} = 2 \text{ A} \Rightarrow U_2 = R_2 I_1 = \frac{R_2 U_1}{R_1} = 8 \text{ V}$, deoarece

rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în serie și parcuse de un curent electric cu aceeași intensitate I_1 .

b) Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format de sursă și de rezistențele R_1 și R_2 , astfel că obținem: $E = Ir + U_1 + U_2 \Rightarrow I = \frac{1}{r} \left[E - \frac{U_1(R_1 + R_2)}{R_1} \right] = 4 \text{ A}$.

c) Cum $I = I_1 + I_3 \Rightarrow I_3 = I - I_1 = 2 \text{ A}$ și din

$$U_3 = U_1 + U_2 = I_3 R_3 \Rightarrow R_3 = \frac{U_1 + U_2}{I_3} \Rightarrow R_3 = \frac{U_1(R_1 + R_2)}{R_1 I_3} = 10 \Omega.$$

13. a) Calculăm rezistența electrică a circuitului electric extern:

$$R_{ext} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 4,8 \Omega, \text{ astfel că intensitatea curentului electric prin}$$

baterie este: $I = \frac{E}{r + R_{ext}} = 2 \text{ A} \Rightarrow$ tensiunea pe circuitul extern este:

$$U_{ext} = R_{ext} I = 9,6 \text{ V} \Rightarrow I_3 = \frac{U_{ext}}{R_3} = 0,8 \text{ A} \text{ și } I_1 = I - I_3 = 1,2 \text{ A}.$$

b) $U_b = E - u = E - Ir = 9,6 \text{ V}$ și observăm că tensiunea indicată de voltmetru ideal legat de bornele sursei coincide cu tensiunea de pe circuitul exterior.

c) $U_{AB} = I_2 R_2 = I_1 R_2 = 2,4 \text{ V}$, deoarece $I_1 = I_2$

14. a) Rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel, astfel că la capetele lor tensiunea are aceeași valoare și $R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{R_1 I_1}{R_2} = 2 \text{ A}$.

b) Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod: $I = I_1 + I_2 = 5 \text{ A}$.

c) Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit simplu:

$$E = I(R_3 + R_4) + I_1 R_1 = 46 \text{ V}.$$

15. a) Punctele A și B au același potențial, deoarece firul metalic nu are practic rezistență, astfel că $R_{e_AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 1,5 \Omega$, deoarece rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel. Această rezistență R_{e_AB} este legată în serie cu R_4 și

gruparea lor este legată în paralel cu rezistența R_4 . Prin

$$\text{urmare } R_{AC} = \frac{(R_{e_AB} + R_4)R_3}{R_{e_AB} + R_4 + R_3} = 1,5 \Omega$$

b) Calculăm intensitatea curentului prin sursă, astfel că:

$$I = \frac{E}{r + R_{AC}} = 3 \text{ A} \Rightarrow U_{AC} = -R_{AC}I = -4,5 \text{ V.}$$

$$\text{c)} I_3 = \frac{U_{CA}}{R_3} = 1,5 \text{ A} \Rightarrow I_4 = I - I_3 = 1,5 \text{ A} \Rightarrow U_{DA} = R_{ext}I_4 = 2,25 \text{ V}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{U_{DA}}{R_2} = 0,375 \text{ A și } I_{AB} = I_2 + I_3 = 1,875 \text{ A}$$

16. a) Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod: $I_1 = I_2 + I_{V_2} \Rightarrow I_{V_2} = I_1 - I_2 = 0,2 \text{ mA}$. Cum $U_2 = I_{V_2}r_V \Rightarrow$ rezistența unui voltmetru este $r_V = \frac{U_2}{I_{V_2}} = 1250 \Omega$. Cum pe ampermetrul A_2 , tensiunea aplicată este aceeași cu cea indicată de voltmetrul V_2 , rezistența internă a ampermetrului este: $r_A = \frac{U_2}{I_2} \approx 277,78 \Omega \Rightarrow$ voltmetrul V_1 indică tensiunea $U_1 = r_V I_1 = 1,375 \text{ V}$.

b) Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu: $E = U_1 + U_2 + I_1 r_A = 1,93 \text{ V}$.

c) Scurtcircuităm voltmetrul V_1 , iar la bornele sursei se leagă un circuit electric cu rezistență echivalentă $R = r_A + \frac{r_A r_V}{r_A + r_V} \approx 505,05 \Omega$. Ampermetrul

A_1 indică un curent cu intensitatea: $I_1 = \frac{E}{R} \approx 3,82 \text{ mA}$, voltmetrul V_2 indică o

tensiune $U_2 = \frac{r_A r_V}{r_A + r_V} I_1 \approx 0,868 \text{ V}$ și ampermetrul A_2 indică un curent cu

intensitatea $I_2 = \frac{U_2}{r_A} = 3,125 \text{ mA}$.

$$\text{17. a)} R_{ext} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 4,8 \Omega.$$

b) Tensiunea la bornele rezistorului R_2 este $U_2 = R_2 I_2 = 4,2 \text{ V}$, astfel că $I_3 = \frac{U_2}{R_3} = 0,6 \text{ A}$ și prin circuitul principal (prin sursă) circulă un curent cu

intensitatea $I_1 = I_2 + I_3 = 2 \text{ A}$.

c) Cădereea interioară pe sursă de tensiune este $u = rI_1 = 2,4 \text{ V}$, iar tensiunea electromotoare a sursei de tensiune este

$$E = I_1 R_{ext} = I_1 \left(R_1 + r + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right) = 12 \text{ V}$$

18. a) Tensiunea la bornele bateriei este tensiunea aplicată circuitului exterior, astfel că $U = R_{ext}I = \left(R_1 + \frac{R}{2}\right)I \Rightarrow I = \frac{U}{R_1 + \frac{R}{2}} = 1 \text{ A} \Rightarrow E = U + rI = 22 \text{ V}$

b) $U_{R_1} = R_1I_1 = 15 \text{ V} \text{ și } U_R = \frac{R}{2}I = 5 \text{ V.}$

c) Schimbăm rezistența R_1 cu $3R_1$ și obținem:

$$U' = R_{ext}'I' = \left(3R_1 + \frac{R}{2}\right) \frac{E}{r + 3R_1 + \frac{R}{2}} = 21,15 \text{ V} \Rightarrow \frac{U' - U}{U} = \frac{U'}{U} - 1 \approx 5,77 \%$$

19. a) Calculăm tensiunea la capetele rezistenței R_1 , astfel că: $U_1 = R_1I_1 = 12 \text{ V}$. Cum rezistența R_1 este legată în paralel cu gruparea serie a rezistențelor R_2 și R_3 , astfel că $I_1 = \frac{U}{R_2 + R_3} = 1 \text{ A} \Rightarrow$ prin baterie circulă un curent cu intensitatea $I = I_1 + I_2 = 2 \text{ A}$.

b) $U_{ab} = I_2R_2 = 4 \text{ V.}$

c) La scurtcircuit, intensitatea curentului electric prin baterie este $I_{sc} = \frac{E}{r}$.

Calculăm valoarea t.e.m. a sursei utilizând legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu: $E = I(r + R_4) + R_1I_1 = 24 \text{ V} \Rightarrow I_{sc} = 60 \text{ A.}$

20. a) Cum $I_{sc} = \frac{E}{r} \Rightarrow r = \frac{E}{I_{sc}} = 1,8 \Omega.$

b) $R_3 = \frac{\rho\ell}{S} \Rightarrow \rho = \frac{R_3S}{\ell}$, unde ℓ reprezintă lungimea firului metalic care formează rezistența R_3 , astfel că: $\ell = N\pi d \Rightarrow \rho = \frac{R_3S}{N\pi d} \approx 1,27 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m.}$

c) Tensiunea la bornele sursei este identică cu tensiunea aplicată circuitului exterior, astfel că: $U = R_{ext}I = \left(R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3}\right) \frac{E}{r + R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3}} = 54,6 \text{ V, deoarece rezistențele } R_2 \text{ și } R_3 \text{ sunt legate în paralel.}$

21. a) Calculăm rezistența circuitului exterior:

$$R_{ext} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + R_5 + \frac{R_3R_4}{R_3 + R_4} = 7 \Omega.$$

b) Calculăm valoarea intensității prin sursă: $I = \frac{E}{R_{ext} + r} = 1 \text{ A.}$

c) Curentul electric circulă printr-o porțiune de circuit de la un potențial mai mare spre un potențial mai mic astfel că $U_{AB} = IR_s \Rightarrow V_A - V_B = IR_s$. Deoarece punctul B este legat la Pământ, potențialul punctului B este zero, astfel că $V_B = 0 \Rightarrow V_A = IR_s = 1$ V.

22. a. Când comutatorul K este deschis și comutatorul K_1 este închis curentul electric circulă prin ochiul care conține sursa de tensiune și rezistența R_1 , astfel că $E = I_1(R_1 + r) \Rightarrow r = E/I_1 - R_1 = 1$ Ω

b. Dacă ambele comutatoare sunt închise rezistența echivalentă a circuitului exterior este $R_{ext} = \frac{R_1 R/3}{R_1 + R/3} = 6$ Ω, deoarece R_1 este legată în paralel cu gruparea paralel a celor trei rezistențe R identice.

c. Dacă ambele comutatoare sunt inchise intensitatea prin circuitul principal este $I_2 = \frac{E}{R_{ext} + r}$. Intensitatea indicată de ampermetru este

intensitatea care circulă prin rezistența R_1 , astfel că $I_1 = U_1/R_1$, unde

$$U_1 = R_{ext}I_2 = \frac{R_{ext}I_2}{R_{ext} + r} \Rightarrow I_1 = \frac{R_{ext}E}{(R_{ext} + r)R_1} \approx 1,37$$

d. Când comutatorul K este închis și comutatorul K_1 este deschis, circuitul este format din sursa de tensiune și gruparea paralel a rezistoarelor R , astfel că intensitatea curentului prin sursă este $I_3 = \frac{E}{r + R/3} \approx 2,18$ A

23. a. Tensiunea electrică la capetele rezistenței R_3 este $U_3 = R_3 I_3 = 5$ V

b. Calculăm rezistența echivalentă a rezistențelor R_2 , R_3 și R_4 legate în paralel: $\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow R_p = 12,5$ Ω. Intensitatea curentului care trece

prin baterie și prin rezistența R_1 este $I = U_3/R_p = 0,4$ A

c. Pe baza legii lui Kirchhoff pentru ochiul care conține sursa de tensiune, rezistența R_1 și rezistența echivalentă R_p cuprinsă între punctele M și N

$$\text{obținem: } E = I(r + R_1) + U_3 \Rightarrow r = \frac{E - U_3}{I} - R_1 = 2,5 \Omega.$$

24. a. Intensitatea curentului electric care circulă prin circuit este

$$I = \frac{E}{R + r} = 2 \text{ A}$$

b. Tensiunea electrică între punctele P și N este $U_{NP} = U_{CA} = IR_{CA}$. Cum $R_{CA} = \frac{\rho CA}{S}$ și $R = \frac{\rho AB}{S} \Rightarrow \frac{R_{CA}}{R} = \frac{CA}{AB} \Rightarrow R_{CA} = \frac{CA}{AB} R$. Din datele problemei $\frac{CA}{AB} = \frac{1}{4} \Rightarrow R_{CA} = \frac{R}{4} = 8 \Omega$. Obținem: $U_{NP} = 16 \text{ V} \Rightarrow U_{PN} = -16 \text{ V}$

c. Când între punctele P și N se conectează un rezistor cu rezistență $R_{PN} = 8 \Omega$ rezistența echivalentă între punctele A și C este $R_{eAC} = \frac{R_{CA}R_{PN}}{R_{CA} + R_{PN}} = 4 \Omega$.

Cum $R_{BC} = \frac{3R}{4} = 24 \Omega$, atunci intensitatea curentului prin sursă este

$$I' = \frac{E}{r + R_{eAC} + R_{BC}} \approx 2,22 \text{ A} \Rightarrow \text{căderea internă de tensiune: } u = rI' \approx 17,78 \text{ V}$$

25. a. Calculăm rezistența echivalentă între punctele a și b :

$$\frac{1}{R_{ab}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_{ab} = \frac{R}{2} = 5 \Omega. \text{ Intensitatea curentului debitat de}$$

$$\text{sursa de tensiune este } I = \frac{E}{r + R + R_{ab}} = 0,2 \text{ A}$$

b. Tensiunea electrică între punctele c și d este $U_{cd} = V_c - V_d$. Deoarece curentul electric circulă de la potențial mai mare la potențial mai mic, atunci: $V_c - V_b = I_1 R$ și $V_d - V_b = I_2 R$. Prin scăderea celor două relații obținem: $U_{cd} = I_1 R - I_2 R = (I_1 - I_2)R$. Rezistența ramurii acb este $2R$ și rezistența ramurii adb este tot $2R$ și cum cele două rezistențe sunt legate în paralel intensitățile curentilor care le străbat sunt egale. Cum $I_1 = I_2 \Rightarrow U_{cd} = 0$.

c. Un voltmetru ideal conectat la bornele sursei indică $U = E - Ir = 3 \text{ V}$

26. a) Inițial întrerupătorul K este deschis și prin rezistența R_4 nu circulă un curent electric, prin urmare rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel. Deoarece ampermetrul este ideal rezistența lui eată nulă, astfel că $r_A = 0 \Rightarrow U_A = 0$. Calculăm intensitatea curentului electric care circulă prin

$$\text{sursă când } K \text{ este deschis: } I_1 = \frac{E}{r + R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = 2 \text{ A} \Rightarrow \text{tensiunea aplicată}$$

grupării de rezistențe R_1 și R_2 este $U = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I = 8 \text{ V}$, astfel că ampermetrul

indică intensitatea curentului care circulă prin rezistorul R_1 cu care este legat în serie. Obținem: $I_A = \frac{U}{R_1} = 1,33 \text{ A}$.

b) La închiderea intrerupătorului se modifică rezistența circuitului exterior, astfel că rezistențele R_3 și R_4 sunt legate în paralel iar gruparea lor este legată în serie cu gruparea paralelă rezistențelor R_1 și R_2 , astfel că prin baterie circulă un curent cu intensitatea $I_2 = \frac{E}{r + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \approx 2,94$ A.

Obținem: $\frac{I_2}{I_1} \approx 1,47$.

c. Tensiunea la bornele grupării paralel R_1 și R_2 , la închiderea intrerupătorului este $U = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_2$. Dar $U = R_1 I'_A$, astfel că $I'_A = \frac{R_2 I_2}{R_1 + R_2}$.

Cum $I'_A \approx 1,96$ A $\Rightarrow I'_A / I_A \approx 1,47$

d) Deoarece ampermetrul nu indică prezența unui curent electric atunci când interupătorul K este închis înseamnă că puntea Wheatstone de rezistențe este echilibrată, astfel că: $R_2 R_4 = R_1 R_3 \Rightarrow R_3 = \frac{R_2 R_4}{R_1} = 2 \Omega$.

27. a) Considerăm că inițial rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în serie și la bornele sursei. Tensiunea la bornele sursei este $U_1 = E - I_1 r = 25$ V. Dacă rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel la bornele sursei se va obține o tensiune $U_2 = E - I_2 r = 17,4$ V.

b) În cazul legării în serie: $E - I_1 r = I_1 (R_1 + R_2) \Rightarrow R_1 + R_2 = \frac{E}{I_1} - r = 10 \Omega$, iar în cazul legării în paralel:

$$E - I_2 r = I_2 \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_1 R_2 = \frac{(E - I_2 r)(R_1 + R_2)}{I_2} = 24 \Rightarrow R_1 = \frac{24}{R_2} \Rightarrow \frac{24}{R_2} + R_2 = 10$$

$$\Rightarrow R_2^2 - 10R_2 + 24 = 0 \Rightarrow R_2 = 4 \Omega \text{ și } R_1 = 6 \Omega \text{ sau } R_1 = 4 \Omega \text{ și } R_2 = 6 \Omega.$$

c) Când rezistențele sunt legate în paralel, tensiunea aplicată la capetele lor are aceeași valoare, astfel că: $R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{2}{3}$ sau $\frac{I_1}{I_2} = 1,5$, conform celor două situații de la punctul precedent.

28. a) Calculăm intensitatea curentului care circulă prin voltmetrul legat în paralel cu miliampmetrul, astfel că $I_{V_1} = I - I_1 = 0,25$ mA $\Rightarrow r_V = \frac{U_1}{I_{V_1}} = 1$ kΩ.

Deoarece instrumentele sunt identice, tensiunea indicată de voltmetrul legat în serie cu miliampmetrul este $U_2 = r_V I = 1$ V.

b) Rezistența ampermetrului este $r_A = \frac{U_1}{I_1} = 333,33 \Omega$, astfel că tensiunea bateriei este $E = I(r + r_V + r_A) + U_1 = 1,65 \text{ V}$.

c) La scurtcircuit prin baterie circulă un curent cu intensitatea $I_{sc} = \frac{E}{r} = 24,75 \text{ mA} \Rightarrow \frac{I_{sc}}{I} = 24,75$

29. a) Dacă între punctele A și B se leagă un voltmtru ideal cu rezistență infinit de mare prin ramura cu voltmetrul nu circulă curent electric și din această cauză voltmetrul indică tensiunea pe rezistența R_2 , astfel că:

$$U_V = R_2 I = R_2 \frac{E}{r + R_1 + R_2} \Rightarrow U_V = 12 \text{ V.}$$

b) Dacă între punctele A și B se leagă un ampermetru ideal cu rezistență nulă, $r_A = 0$, se modifică rezistența circuitului extern, astfel că

$$R_e = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 3,6 \Omega. \text{ Intensitatea curentului prin circuitul principal este}$$

$I' = \frac{E}{r + R_e} = 2 \text{ A}$, astfel că tensiunea electrică aplicată ramurii ce conține rezistența R_3 este $U = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} I' = 6 \text{ A}$. Prin urmare intensitatea curentului

electric care circulă prin ampermetrul ideal este $I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{R_2 I'}{R_2 + R_3} = 1,5 \text{ A.}$

c. În prezență voltmetrului ideal conectat între punctele A și B tensiunea la bornele sursei este $U_1 = E - Ir = \frac{(R_1 + R_2)E}{R_1 + R_2 + r} = 12,6 \text{ V}$

În prezență ampermetrului ideal conectat între punctele A și B tensiunea la bornele sursei este $U_2 = E - I'r = 7,2 \text{ V}$. Astfel raportul cerut este

$$\frac{U_2}{U_1} \approx 0,571$$

30. Tensiunea indicată de voltmtru este cea dintre punctele A și C, astfel că

$$U_V = \frac{R_V R_{AC}}{R_V + R_{AC}} I. \text{ Cum } U = \left(\frac{R_V R_{AC}}{R_V + R_{AC}} + R_{BC} \right) I \Rightarrow I = \frac{U}{\frac{R_V R_{AC}}{R_V + R_{AC}} + R_{BC}} \Rightarrow$$

$$U_V = \frac{R_V R_{AC} U}{R_V R_{AC} + R_{BC} (R_V + R_{AC})}. \text{ Cum } R = \frac{\rho \ell}{S} \text{ și } R_{AC} = \frac{\rho x}{S} \Rightarrow R_{AC} = \frac{xR}{\ell} \text{ iar } R_{BC} = \frac{(\ell - x)R}{\ell} \Rightarrow U_V = \frac{R_V \ell x U}{R_V \ell^2 + x \ell R - Rx^2}$$

Când $x=0 \Rightarrow U_V = 0$ și când $x=\ell \Rightarrow U_V = U$.

31. a) Rezistența circuitului exterior este $R_{ext} = \frac{(R_1 + R_2)R_{AB}}{R_1 + R_2 + R_{AB}} = 6 \Omega$.

b) Deoarece ampermetrul nu indică nimic, înseamnă ca puntea Wheatstone este echilibrată, astfel că:

$$R_1 R_{CB} = R_2 R_{AC} \Rightarrow R_1 \frac{\rho \ell_{CB}}{S} = R_2 \frac{\rho \ell_{AC}}{S} \Rightarrow \frac{\ell_{CB}}{\ell_{AC}} = \frac{R_2}{R_1} = 1,5.$$

c) Prin circuitul principal circulă un curent electric cu intensitatea $I = \frac{E}{R_{ext} + r} = 2 \text{ A}$.

32. a) Calculăm rezistența echivalentă a circuitului exterior când interupătorul K este deschis, astfel că $R_{ext} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 4 \Omega$

b) Când interupătorul K este deschis: $E = I(R_{ext} + r) \Rightarrow$

$$E = 2,75(4 + r) = 11 + 2,75r \quad (1)$$

Când interupătorul K se închide se scurcuitează rezistența R_1 , iar rezistențele R_2 și R_3 sunt legate în paralel, astfel că noua rezistență a circuitului exterior este $R'_{ext} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 3 \Omega \Rightarrow E = I'(R'_{ext} + r) = 9 + 3r \quad (2)$

Din (1) și (2) $\Rightarrow 11 + 2,75r = 9 + 3r \Rightarrow 2 = 0,25r \Rightarrow r = 8 \Omega$ și $E = 33 \text{ V}$.

c) $U_{BD} = IR_{ext}$ și $U'_{BD} = I'R'_{ext} \Rightarrow \frac{U_{BD}}{U'_{BD}} = \frac{IR_{ext}}{I'R'_{ext}} \approx 1,22$.

d. Când interupătorul K este deschis: $U_{BC} = I_2 R_2$, unde I_2 reprezintă intensitatea curentului care circulă prin rezistența R_2 . Cum $I_2 = \frac{U_{BD}}{R_2 + R_1}$,

astfel că $U_{BC} = \frac{R_2 R_3 I}{R_1 + R_2 + R_3} = 5,5 \text{ V}$. Când interupătorul K se închide

$$U'_{BC} = U'_{BD} = I'R'_{ext} = 9 \text{ V}. \text{ Astfel } \frac{U_{BC}}{U'_{BC}} \approx 0,61$$

33. a) Când comutatorul este deschis, cele două voltmetre sunt legate în serie, astfel că prin ele circulă același curent electric, astfel că pe baza legii

lui Ohm pentru o porțiune de circuit $U_{V_1} = IR_{V_1}$ și $U_{V_2} = IR_{V_2} \Rightarrow \frac{U_{V_1}}{U_{V_2}} = \frac{R_{V_1}}{R_{V_2}} \Rightarrow$

$$U_{V_2} = \frac{U_{V_1} R_{V_2}}{R_{V_1}}. \text{ Cum: } U = U_{V_1} + U_{V_2} = U_{V_1} \frac{R_{V_1} + R_{V_2}}{R_{V_1}} \Rightarrow$$

$$U_{V_1} = \frac{UR_{V_1}}{R_{V_1} + R_{V_2}} = 192 \text{ V și } U_{V_2} = \frac{UR_{V_2}}{R_{V_1} + R_{V_2}} = 48 \text{ V.}$$

b) Când comutatorul K se închide primul voltmetru se leagă în paralel cu rezistența R_{AC} , iar al doilea voltmetru se leagă în paralel cu rezistența R_{CB} , cele două grupări fiind legate în serie, astfel că rezistența echivalentă este:

$$R_{ext} = \frac{R_{AC} R_{V_1}}{R_{AC} + R_{V_1}} + \frac{R_{CB} R_{V_2}}{R_{CB} + R_{V_2}} = 8,74 \Omega \Rightarrow I = \frac{U}{R_{ext}} = 27,4 \text{ A, deoarece}$$

$$R_{AC} = \frac{R}{4} = 4 \text{ k}\Omega \text{ și } R_{CB} = \frac{3R}{4} = 12 \text{ k}\Omega. \text{ Astfel că voltmetrele indică tensiunile:}$$

$$U_{V_1} = \frac{R_{V_1} R_{AC}}{R_{V_1} + R_{AC}} I \approx 98,856 \text{ V și } U_{V_2} = \frac{R_{CB} R_{V_2}}{R_{CB} + R_{V_2}} I \approx 141,22 \text{ V.}$$

c) Deoarece indicațiile voltmetrelor sunt egale, atunci:

$$U_{V_1} = U_{V_2} \Rightarrow \frac{R_{AC} R_{V_1}}{R_{AC} + R_{V_1}} = \frac{R_{CB} R_{V_2}}{R_{CB} + R_{V_2}}. \text{ Notăm cu } x = \frac{R_{AC}}{R_{CB}} \Rightarrow R_{AC} = x R_{CB} \text{ și cum}$$

$$R = R_{AC} + R_{CB} = R_{CB}(x+1) \Rightarrow R_{CB} = \frac{R}{x+1} \text{ și } R_{AC} = \frac{xR}{x+1} \Rightarrow$$

$$xR(R_{V_1} - R_{V_2}) = (1-x^2)R_{V_1}R_{V_2} \Rightarrow 4x = 3(1-x^2) \Rightarrow 3x^2 + 4x - 3 = 0 \Rightarrow x \approx 0,54$$

34. a) Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și B , trecând de la triunghi la stea (fig

$$\text{R 2.3.2), astfel că: } r_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{8}{9} \Omega;$$

$$r_{15} = \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{4}{3} \Omega; r_{25} = \frac{R_2 R_5}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{2}{3} \Omega.$$

Cum rezistențele r_{15} și R_4 sunt legate în serie iar gruparea lor este legată în paralel cu gruparea serie a rezistențelor r_{25} și R_3 , obținem rezistența echivalentă între punctele A și B :

$$R_{AB} = r_{12} + \frac{(r_{15} + R_4)(r_{25} + R_3)}{r_{15} + R_4 + r_{25} + R_3} = \frac{32}{15} \Omega = 2,133 \Omega.$$

b) Calculăm valoarea intensității prin circuitul principal (prin sursă) din $I = \frac{E}{r + R_{AB}} = 15 \text{ A. Tensiunea între punctele } A \text{ și } B \text{ este } U_{AB} = E - Ir = 32 \text{ V}$

$$U_{AB} = I_1 R_1 + I_4 R_4 \Rightarrow 32 = 4I_1 + I_4 \quad (1)$$

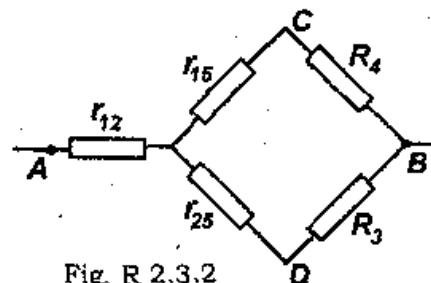


Fig. R 2.3.2

$$U_{AB} = I_2 R_2 + I_3 R_3 \Rightarrow 32 = 2I_2 + 2I_3 \Rightarrow 16 = I_2 + I_3 \quad (2)$$

$$\text{Din } I = I_1 + I_2 \Rightarrow 15 = I_1 + I_2 \quad (3) \text{ și din } I = I_4 + I_3 \Rightarrow 15 = I_4 + I_3 \quad (4)$$

Rezolvând sistemul de ecuații obținem $I_1 = 6 \text{ A}$; $I_2 = 9 \text{ A}$; $I_3 = 7 \text{ A}$ și $I_4 = 8 \text{ A}$.

Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod $I_1 = I_4 + I_5 \Rightarrow I_5 = -2 \text{ A} \Rightarrow$ semnul “-“ arată că prin rezistența R_5 curentul electric circulă în sens contrar.

c) $U_5 = R_5 I_5 = -6 \text{ V}$.

35. a) Observăm că puntea Wheatstone formată din rezistențe identice este echilibrată, astfel că rezistența ei echivalentă este $R_{AB} = R$ (vezi rezolvarea problemei 15 de la gruparea rezistențelor) \Rightarrow intensitatea curentului care trece prin baterie este $I = \frac{E}{2R} = 0,2 \text{ A}$.

b) $U_{AF} = U_{AB} = -IR_{AB} = -IR = -\frac{E}{2} = -10 \text{ V}$.

c) Dacă se triplează rezistențele de pe laturile opuse, puntea Wheatstone nu mai este echilibrată și calculăm rezistența ei echivalentă (fig R 2.3.3).

Cum $r_{12} = \frac{3R}{5}$; $r_{23} = \frac{3R}{5}$ și $r_{13} = \frac{R}{5} \Rightarrow r_{23}$ și R sunt legate în serie, iar gruparea lor este legată în paralel cu gruparea serie a rezistențelor r_{13} și $3R$, rezistența grupării este:

$$R' = \frac{(r_{23} + R)(r_{13} + 3R)}{r_{13} + r_{23} + 4R} = \frac{16R}{15} \Rightarrow R'_{AB} = r_{12} + R' = \frac{3R}{5} + \frac{16R}{15} = \frac{5R}{3}$$

$$\Rightarrow I' = \frac{E}{R + R'_{AB}} = \frac{3E}{8R} \Rightarrow U_{FA} = U_{BA} = -IR_{AB} \approx -\frac{5E}{8} = -12,5 \text{ V}.$$

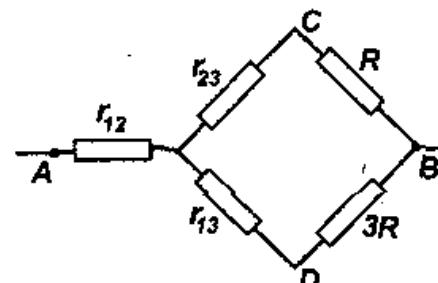


Fig. R 2.3.3

36. a) Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu $E_1 - E_2 = I(r_1 + r_2 + R) \Rightarrow I = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R} = 1 \text{ A}$, deoarece sursele sunt în opoziție de fază. Prin rezistorul R curentul electric circulă de la dreapta spre stânga.

b) Legăm la bornele sursei E_2 un voltmetru și scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format: $E_2 = -Ir_2 + U_2 \Rightarrow U_2 = E_2 + Ir_2 = 5 \text{ V} \Rightarrow$ la bornele unei surse parcursă de un curent electric invers față de sensul curentului pe care l-ar produce dacă ar fi singură în circuit, tensiunea este mai mare decât t.e.m. a sursei.

c) Analog $E_1 = Ir_1 + U_1 \Rightarrow U_1 = E_1 - Ir_1 = E_1 - \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R} r_1 = \frac{E_1(r_2 + R) + E_2 r_1}{r_1 + r_2 + R}$.

Cum $U_1 = 0 \Rightarrow E_1 = -\frac{E_2 r_1}{r_2 + R} = -0,5 \text{ V} \Rightarrow$ semnul “-“ ne arată că tensiunea se inversează.

37. a) Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu $E_1 + E_2 = I(r_1 + r_2 + R) \Rightarrow I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R} = 3,6 \text{ A.}$

b) $U_1 = E_1 - Ir_1 = 4,8 \text{ V.}$

c) $u_2 = r_2 I = 10,8 \text{ V.}$

38. a) Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu obținem

$$E_2 - E_1 = I(R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2) \Rightarrow I = \frac{E_2 - E_1}{R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2} = 2 \text{ A.}$$

b) Curentul electric circulă de la potențial mai mare spre un potențial mai mic. Deoarece punctul A se leagă la Pământ potențialul punctului A este nul. Conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit $U_{AB} = R_1 I = V_A - V_B \Rightarrow V_B = -R_1 I = -6 \text{ V.}$

Legăm între punctele B și D un voltmetu și scriem legea a II-a a lui Kirchhoff pentru ochiul care conține voltmetrul și sursa E_1 , astfel că:

$$E_1 = -Ir_1 + U_{BC} \Rightarrow U_{BC} = E_1 + Ir_1 = 18 \text{ V} \Rightarrow V_B - V_C = U_{BC} \Rightarrow V_C = V_B - U_{BC} = -24 \text{ V}$$

Cum $U_{CD} = IR_2 = V_C - V_D \Rightarrow V_D = V_C - IR_2 = -34 \text{ V.}$ Legăm un voltmetu între punctele D și E și scriem legea a II-a a lui Kirchhoff pentru ochiul care conține voltmetrul și sursa E_2 , astfel că $E_2 = Ir_2 + U_{ED} \Rightarrow U_{ED} = E_2 - Ir_2 = 46 \text{ V} \Rightarrow V_E - V_D = U_{ED} \Rightarrow V_E = V_D + U_{ED} = 12 \text{ V.}$

c) $U_{BD} = V_B - V_D = 28 \text{ V.}$

39. a) Calculăm rezistența circuitului exterior: $R_{ext} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_{AC}$, unde

$$R_{AC} = \frac{\rho AC}{S} = \frac{\rho \ell}{S} = f R_{AB} = 4,8 \Omega, \text{ deoarece } R_{AB} = \frac{\rho \ell}{S} \Rightarrow R_{ext} = 7 \Omega.$$

b) Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu:

$$E_1 - E_2 = I(r_1 + r_2 + R_{ext}) \Rightarrow I = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R_{ext}} = 1 \text{ A.}$$

c) Pe baza formulei $R = \frac{\rho \ell}{S} \Rightarrow \ell = \frac{RS}{\rho} = 16 \text{ m.}$

40. a) Calculăm rezistența echivalentă a circuitului exterior:

$$R_{ext} = \frac{R_1}{2} + \frac{R_2}{3} = 6 \Omega.$$

b) Scriem legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu:

$$E_1 + E_2 = I(r_1 + r_2 + R_{ext}) \Rightarrow I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_{ext}} = 2 \text{ A.}$$

c) Legăm un voltmetriu între punctele A și B și scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul de rețea ce conține voltmetrul și sursa E_2 :

$$E_2 = I \left(r_2 + \frac{R_2}{3} \right) + U_{AB} \Rightarrow U_{AB} = E_2 - I \left(r_2 + \frac{R_2}{3} \right) = -5 \text{ V.}$$

41. a) Calculăm valoarea intensității prin circuit utilizând legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu (fig R 2.3.4):

$$4E - E = I(R + 2R + 3R + r + 2r) \Rightarrow$$

$$I = \frac{3E}{6R + 3r} = \frac{E}{2R + r} = 2 \text{ A, astfel că:}$$

$$U_1 = E + Ir = 16 \text{ V.}$$

b) $U_2 = 4E - 2Ir = 52 \text{ V.}$

c) Dacă punctele B și D se leagă la Pământ $V_B = V_D = 0$, iar circuitele BAD și BCD se închid prin Pământ, astfel că $I_{BA} = \frac{E}{r + 4R}$ și

$$I_{CD} = \frac{4E}{2r + 2R} \Rightarrow \frac{I_{CD}}{I_{BA}} = \frac{2(r + 4R)}{r + R} = 6,5$$

d) Deoarece prin punctul D intră curentul electric în Pământ și cum sensul curentului electric este contrar sensului de mișcare al electronilor, aceștia intră în ambele circuite prin punctul D și ies prin punctul B.

42. a. Deoarece sursele sunt legate în serie parametrii sursei echivalente sunt: $E_s = E_1 + E_2 = 6 \text{ V}$ și $r_s = r_1 + r_2 = 2 \Omega$

b. Rezistența echivalentă a circuitului exterior este $R_{ext} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 28 \Omega$

c. Tensiunea electrică între punctele M și N este $U_{MN} = -IR_{MN} = -\frac{IR_2 R_3}{R_2 + R_3}$.

Semnul minus apare deoarece curentul electric circulă de la N la M.

Intensitatea curentului prin circuitul principal este $I = \frac{E_s}{R_{ext} + r_s} = 0,2 \text{ A} \Rightarrow$

$$U_{MN} = -1,6 \text{ V}$$

43. a) Cele două surse sunt legate în paralel, astfel că aplicând legile lui Kirchhoff obținem: $I = I_1 + I_2$ (1); $E_1 = I_1 r_1 + IR \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - IR}{r_1} = \frac{E_1}{r_1} - \frac{IR}{r_1}$ (2)

și $E_2 = I_2 r_2 + IR \Rightarrow I_2 = \frac{E_2}{r_2} - \frac{IR}{r_2}$ (3). Introducând (2) și (3) în (1) obținem:

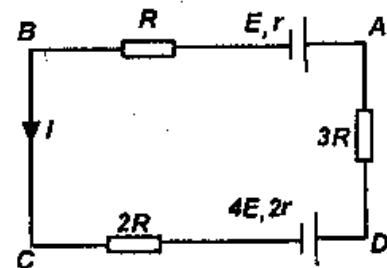


Fig. R 2.3.4

$$I = \frac{\frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2}}{1 + R\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}. \text{ Cum } I = \frac{E_p}{R + r_p} \Rightarrow E_p = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2} = 32 \text{ V}$$

și $r_p = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = 1,2 \Omega$.

b) $I = \frac{E_p}{R + R_p} = 3,2 \text{ A}$.

c) Intensitatea de scurtcircuit a sursei echivalente este $I_{sc} = \frac{E_p}{r_p} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2} \approx 26,67 \text{ A}$.

44. a. Deoarece cele două surse sunt legate în paralel, intensitatea

currentului prin circuitul principal este: $I = \frac{\frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2}}{1 + R\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}$

$$\Rightarrow I = 10 \text{ A}$$

b. Tensiunea electrică pe rezistență R este $U = RI = \frac{(E_1 r_2 + E_2 r_1)R}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}$.

La funcționarea în gol a surselor de tensiune $R \rightarrow \infty$ și tensiunea la bornele

surselor devine $U_0 = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2} = 32 \text{ V}$.

c. Parametrii sursei echivalente sunt $E_p = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2}$ și $r_p = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$, astfel

că intensitatea de scurtcircuit al sursei echivalente este

$$I_{sc} = \frac{E_p}{r_p} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2} \approx 26,67 \text{ A}$$

45. a. Când intrerupătorul K este deschis, intensitatea curentului care circulă prin circuitul format de sursele de tensiune E_1 și E_2 legate în serie și care conține și rezistențele R_1 și R_2 este $I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2}$. Pentru a putea preciza valoarea tensiunii electrice indicată de voltmetru scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format de sursa E_2 , rezistența R_2 și voltmetru, astfel

că: $E_2 = IR_2 + U_{ba} \Rightarrow U_{ba} = E_2 - IR_2 = \frac{E_2 R_1 - E_1 R_2}{R_1 + R_2} \approx -2,14 \text{ V} \Rightarrow$ voltmetrul

indică o tensiune $U_v = -U_{ba} \approx 2,14 \text{ V}$

b. Dacă intrerupătorul K este închis, scriind legea lui Kirchhoff pentru ochiul format de sursa de tensiune E_1 și ampermetrul ideal, prin sursa de tensiune

$$E_1 \text{ circulă un curent cu intensitatea } I_1 = \frac{E_1}{R_1}. \text{ Alegând ochiul format din}$$

sursa de tensiune E_2 și ampermetru ideal obținem intensitatea curentului care circulă prin sursa E_2 : $I_2 = \frac{E_2}{R_2}$. Din legea a lui Kirchhoff pentru un nod

obținem intensitatea curentului indicată de ampermetru:

$$I_A = I_1 - I_2 = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} = 50 \text{ mA (intensitatea curentului este îndreptată în jos). Pentru ochiul format din voltmetru și ampermetru } U_v = 0 \Rightarrow$$

nu indică nimic.

c. Deoarece voltmetrul indică o tensiune nulă când intrerupătorul este deschis, atunci cum $U_v = 0 \Rightarrow E_2 R_1 = E_1 R_2 \Rightarrow R'_2 = E_2 R_1 / E_1 = 60 \Omega$

46.a. Rezistența echivalentă a circuitului exterior este $R = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2,5 \Omega$

b. Deoarece sursele de tensiune (E, r) sunt identice și sunt legate în paralel. Prin ele circulă curenți identici, astfel că $I_1 = I_2$. Cum $I = I_1 + I_2 = 2I_1 \Rightarrow I_1 = I/2$. Din legea lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul care conține o sursă de tensiune și circuitul exterior, obținem intensitatea curentului electric prin rezistorul R_3 ,

$$\text{astfel că } E = \frac{Ir}{2} + R_{ext} I \Rightarrow I = \frac{E}{r/2 + R_{ext}} = 1 \text{ A}$$

c. Tensiunea la capetele rezistorului R_1 este $U = \frac{R_1 R_2 I}{R_1 + R_2} = 1,5 \text{ V}$

47. a. Scriem legea a două a lui Kirchhoff pentru un ochi format dintr-o sursă de tensiune și bec și obținem ecuațiile: $E_1 = I_1 r_1 + U$ și $E_2 = I_2 r_2 + U$. Intensitatea curentului electric ce trece prin bec este $I = I_1 + I_2 \Rightarrow$

$$I = \frac{E_1 - U}{r_1} + \frac{E_2 - U}{r_2} = 1 \text{ A}$$

b. Rezistența electrică a becului este $R = U/I = 4,5 \Omega$

c. Dacă cele două baterii se grupează în serie și se conectează la bornele

becului, intensitatea curentului care circulă prin bec devine $I' = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R}$,

astfel că tensiunea la bornele becului devine $U' = RI' = 7$ V \Rightarrow tensiunea la bornele becului crește cu $\Delta U = U' - U = 2,5$ V, dacă susele se grupează în serie față de cazul în care ele sunt grupate în paralel

48. a) Calculăm intensitatea curentului electric care circulă prin rezistorul R , astfel că $I = \frac{\frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2}}{1 + R \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} = 4$ A. Cum $E_1 = I_1 r_1 + IR \Rightarrow$

$I_1 = \frac{E_1 - IR}{r_1} = 6$ A $\Rightarrow I_2 = I - I_1 = -2$ A, ceea ce arată că prin bateria E_2 curentul are sens contrar celui ales.

b) $U_{AB} = IR = 12$ V.

c) Pentru ca $I_2 = 0 \Rightarrow I = I_1 \Rightarrow E_1 = I(r_1 + R) \Rightarrow I = \frac{E_1}{r_1 + R} \Rightarrow E_2 = IR = \frac{E_1 R}{r_1 + R} \Rightarrow E_1 = \frac{E_2(r_1 + R)}{R} = 20$ V.

d) Deoarece $I_1 = I_2 \Rightarrow I_1 = \frac{I}{2}$ și conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul mare obținem $E_1 = \frac{I}{2} r_1 + IR = I \left(\frac{r_1}{2} + R \right)$, iar pentru ochiul mic obținem

$$E_2 = \frac{I}{2} r_2 + IR = I \left(\frac{r_2}{2} + R \right) \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{r_1 + 2R}{r_2 + 2R} \Rightarrow E_2 = E_1 \frac{r_2 + 2R}{r_1 + 2R} \approx 23,33 \text{ V.}$$

49. a) Aflăm parametrii sursei echivalente utilizând formulele generalizate în cazul legării mai multor surse în paralel, astfel că:

$$E_p = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{\sum \frac{1}{r_k}} = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}} = \frac{E_1 r_2 - E_2 r_1}{r_1 + r_2} = 3,75 \text{ V și } r_p = \frac{1}{\sum \frac{1}{r_k}} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = 0,75 \Omega. \text{ Se}$$

ține cont de faptul că sursele sunt în opozitie de fază.

Aflăm rezistența echivalentă a circuitului exterior:

$$R_{ext} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 R_2}{5} = 1 \Omega \Rightarrow I = \frac{E_p}{r_p + R_{ext}} \approx 2,142 \text{ A} \Rightarrow U = R_{ext} I \approx 2,142 \text{ V.}$$

b) Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul mare, obținem:

$$E_1 = I_1 r_1 + IR_{ext} \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - IR_{ext}}{r_1} \approx 9,286 \text{ A} \Rightarrow I_2 = I - I_1 \approx -7,144 \text{ A} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} \approx -1,3,$$

iar semnul minus arată că prin cele două surse circulă curenti în sensuri contrare.

c) Dacă se schimbă polaritatea sursei E_2 , intensitatea prin circuitul exterior devine $I' = \frac{E'_p}{r_p + R_{ext}}$ cu $E'_p = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2} = 11,25 \text{ V} \Rightarrow I' = \frac{E'_p}{r_p + R_{ext}} \approx 6,43 \text{ A}$.

50. a) Deoarece ampermetrul nu indică nimic înseamnă că prin acea ramură $I_A = 0$, iar curentul electric circulă numai prin baterii și rezistențele R_1 și R_2 , astfel că în conformitate cu legea lui Kirchhoff pentru ochiul mare $E_1 - E_2 = I(R_1 + R_2)$ (1) iar pentru ochiul mic: $E_2 = -IR_2$ (2). Introducem (2) în (1) și obținem $E_1 = IR_1 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = -\frac{R_1}{R_2} \Rightarrow E_2 = -\frac{E_1 R_2}{R_1} = -27 \text{ V} \Rightarrow$ semnul “-“ ne arată că sursa E_2 trebuie să aibă polaritatea inversă.

b) $U_{AB} = 0 \Rightarrow V_A - V_B = 0 \Rightarrow V_A = 0 \Rightarrow$ punctul A are potențialul nul.

$$\text{c)} I_{R_3} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{1 + R_3 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)} = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_1 R_2 + R_3 (R_1 + R_2)} \approx 1,2 \text{ A.}$$

51. a) Când intensitatea curentului electric prin rezistență R este egală cu zero, atunci tensiunea pe bec este egală cu U_1 , astfel că pe baza legii lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul care conține bateria E și becul obținem: $E = U_1 = 2 \text{ V}$.

b) Rezistența electrică a becului este $R_b = U_1 / I_1 \approx 3,636 \Omega$

c) Când intensitatea curentului prin baterie este nulă, atunci tensiunea pe bec este egală cu tensiunea bateriei E și prin bec circulă un curent cu intensitatea I_1 . Cum $I_1 = I_2$, atunci conform legii lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul care conține becul, rezistența R și tensiunea U obținem: $U = RI_1 + E = 5,3 \text{ V}$

$$\text{52. a)} \text{ Calculăm intensitatea } I_3: I_3 = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{1 + R_3 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)} = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_1 R_2 + R_3 (R_1 + R_2)} = 10 \text{ A}$$

și deci $E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - I_3 R_3}{R_1} = 14 \text{ A}$ iar din $I_1 + I_2 = I_3 \Rightarrow I_2 = I_3 - I_1 = -4 \text{ A} \Rightarrow$ semnul minus ne arată că sensul intensității I_2 este invers celui ales.

b) $U_{PB} = -I_3 R_3 = -20 \text{ V}$.

c) Deoarece $I_3 = 0 \Rightarrow I_1 = -I_2 = I \Rightarrow E_1 - E'_2 = I(R_1 + R_2)$, iar

$$E_1 = IR \Rightarrow E'_2 = -IR_2 \Rightarrow \frac{E_1}{E'_2} = -\frac{R_1}{R_2} \Rightarrow E'_2 = -\frac{E_1 R_2}{R_1} = -72 \text{ V}, \text{ iar semnul “-“ ne arată că sursa are polaritatea inversă.}$$

53. a) $R_{AB} = \frac{2R}{3} + R = \frac{5R}{3} = 5 \Omega$.

b) Aflăm intensitatea prin circuitul principal: $I = \frac{-\frac{E_1}{r_1 + R_1} + \frac{E_2}{r_2 + R_2}}{1 + R_{AB} \left(\frac{1}{r_1 + R_1} + \frac{1}{r_2 + R_2} \right)} \Rightarrow$

$I = 2 \text{ A}$. Cum $E_1 = I_1(r_1 + R_1) - IR_{AB} \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 + IR_{AB}}{r_1 + R_1} = 2 \text{ A} \Rightarrow I_2 = I + I_1 = 4 \text{ A}$.

c) $I_{sc_1} = \frac{E_1}{r_1} = 10 \text{ A}$.

54. a) Aflăm valoarea intensității curentului care circulă prin rezistențele R_3 și R_1 , utilizând legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține aceste rezistențe și sursa E_1 , astfel că:

$$E_1 = I_1(R_1 + R_3) \Rightarrow I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_3} \Rightarrow U_{AM} = I_1 R_1 = \frac{E_1 R_1}{R_1 + R_3} = 3,75 \text{ V}$$

b) Aflăm intensitatea curentului prin rezistoarele R_2 și R_4 în condițiile în care întreupătorul este închis și prin E_2 nu circulă curent electric, utilizând legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține aceste rezistoare și sursa E_1 , astfel că: $E_1 = I_2(R_2 + R_4) \Rightarrow I_2 = \frac{E_1}{R_2 + R_4}$. Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din rezistențele R_3 , R_4 și sursa E_2 , astfel că:

$$E_2 = -I_2 R_4 + I_1 R_3 = -\frac{E_1 R_4}{R_2 + R_4} + \frac{E_1 R_3}{R_1 + R_3} \Rightarrow E_2 = E_1 \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} = 8,25 \text{ V}$$

c) $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + R_4}{R_1 + R_3} \approx 0,625$.

55. a) Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru un nod (fig R 2.3.5): $I_1 = I + I_2$ (1).

Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru ochiul mic care conține sursa E_2 și rezistența R :

$$E_2 = IR \Rightarrow I = \frac{E_2}{R}$$
 (2).

Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru ochiul cu sursa E_1 și rezistența R :

$$E_1 = I_1 r_1 + I_2 R$$
 (3).

Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul mare care conține sursa E_2 și

rezistența R , astfel că: $E_2 = I_2 R \Rightarrow I_2 = \frac{E_2}{R}$ (4).

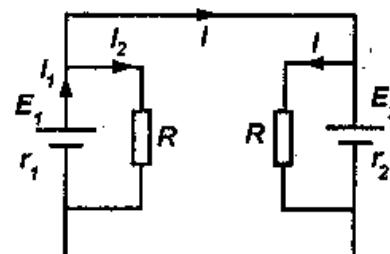


Fig. R 2.3.5

Introducem (4) și (2) în (1) $\Rightarrow I_1 = \frac{2E_2}{R} \Rightarrow$ introducem în (3) $\Rightarrow E_1 = 2\frac{E_2 r_1}{R} + E_2$

$$\Rightarrow R = 2\frac{E_2 r_1}{E_1 - E_2} = 28 \Omega.$$

b) Cum $I_1 = I_2 = \frac{E_2}{R} = \frac{E_1 - E_2}{2r_1} = 0,5 \text{ A}$, adică prin cele două rezistențe R circulă curenți cu aceeași intensitate.

c) $I_{sc_1} = I_{sc_2}$ și cum prin definiție $I_{sc} = \frac{E}{r} \Rightarrow \frac{E_1}{r_1} = \frac{E_2}{r_2} \Rightarrow r_2 = \frac{E_2 r_1}{E_1} = 1,75 \Omega.$

56. a) Aflăm rezistența echivalentă a laturii fără sursă de tensiune $R_{ext} = R_7 + \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} = 6 \Omega$.

b) Ramura ce conține sursa E_1 poate fi transformată într-o ramură cu t.e.m. E_1 și rezistență $R_1 = r_1 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = 6 \Omega$. Aflăm valoarea intensității I_7 utilizând gruparea în paralel a două surse, astfel că:

$$I_7 = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{r_2 + R_4}}{1 + R_{ext} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{r_2 + R_4} \right)} = 3,625 \text{ A}. \text{ Cum rezistențele } R_5 \text{ și } R_6 \text{ sunt legate în}$$

paralel, tensiunile pe ele sunt egale, astfel că $R_5 I_5 = R_6 I_6 \Rightarrow I_6 = \frac{R_5 I_5}{R_6}$ și din

$$I_7 = I_5 + I_6 \Rightarrow I_7 = \frac{I_5 (R_5 + R_6)}{R_6} \Rightarrow I_5 = \frac{R_6 I_7}{R_5 + R_6} = 2,175 \text{ A} \Rightarrow I_6 = I_7 - I_5 = 1,45 \text{ A}.$$

Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul care conține ramura cu E_2 și cea fără surse obținem $E_2 = I_4(r_2 + R_4) + I_7 R_{ext} \Rightarrow I_4 = \frac{E_2 - I_7 R_{ext}}{r_2 + R_4} = 2,75 \text{ A}$ și

$I_3 = I_7 - I_4 = 0,875 \text{ A}$. Deoarece rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel, atunci $R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{R_1 I_1}{R_2}$ și cum $R_1 = R_2 \Rightarrow I_1 = I_2$.

Din $I_3 = I_1 + I_2 = 2I_1 \Rightarrow I_1 = I_2 = \frac{I_3}{2} = 0,4375 \text{ A}$.

c) Legăm un voltmetru ideal între punctele A și B și scriem legea a II-a a lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa E_2 și acest voltmetru și obținem: $E_2 = I_4(r_2 + R_4) + U_{BA} \Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = I_4(r_2 + R_4) - E_2 = -21,75 \text{ V}$.

57. a) Sursele identice (E_1, r_1) sunt legate în paralel, astfel că parametrii

$$\text{sursei echivalente care le înlocuiește sunt: } E_{1_e} = \frac{E_1 + E_2}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}} = E_1 \text{ și } r_{1_e} = \frac{r_1 + r_2}{2}.$$

Analog procedăm cu sursele cu parametrii E_2, r_2 , care sunt identice și ele legate în paralel. Înlocuim sursele cu o sursă echivalentă cu parametrii

$$E_{2_e} = E_2 \text{ și } r_{2_e} = \frac{r_2}{2}, \text{ astfel că sursa echivalentă are parametrii}$$

$$E_e = E_1 + E_2 = 40 \text{ V și } r_e = \frac{r_1 + r_2}{2} = 1 \Omega.$$

b) Rezistența exteroară a circuitului electric simplu este $R_{ext} = R_1 + R_2 = 19 \Omega$.

c) Aflăm intensitatea curentului care trece prin circuitul electric simplu,

$$\text{astfel că: } I = \frac{E_e}{R_{ext} + r_e} = 2 \text{ A} \Rightarrow U_2 = R_2 I = 10 \text{ V.}$$

58.a) Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru ochiul de rețea:

$$E_2 - E_3 - E_1 = I(R_1 + R_2 + R_3) \Rightarrow I = \frac{E_2 - E_3 - E_1}{R_1 + R_2 + R_3} = 0,5 \text{ A.}$$

b) Legăm un voltmtru între punctele A și B și scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format de voltmtru și ramura AB , ce conține sursa E_2 , astfel că obținem: $E_2 = I(R_1 + R_2) + U_{BA} \Rightarrow$

$$U_{AB} = -U_{BA} = I(R_1 + R_2) - E_2 \Rightarrow U_{AB} = -11 \text{ V.}$$

$$\text{c)} U_3 = R_3 I_3 = 1 \text{ V.}$$

59.a) Aplicăm formula de calcul a intensității curentului electric printr-un rezistor R alimentat de mai multe surse legate în paralel, astfel că:

$$I = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{1 + R \sum \frac{1}{r_k}} = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3}}{1 + R \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \right)} \approx 3,33 \text{ A.}$$

b) Tensiunea la bornele surselor reprezintă tensiunea pe rezistorul R , astfel că: $U = RI \approx 6,66 \text{ A.}$

c) Calculăm parametrii sursei echivalente utilizând formulele:

$$E_p = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{\sum \frac{1}{r_k}} = 8 \text{ V și } r_p = \frac{1}{\sum \frac{1}{r_k}} = 0,4 \Omega.$$

60. a. Parametrii generatorului echivalent sunt:

$$E_e = \frac{\frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2}}{1} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2} = 28 \text{ V și } r_e = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = 2 \Omega$$

b. Dacă între bornele *a* și *b* conectăm un conductor cu rezistență neglijabilă, atunci scriind legea lui Kirchhoff pentru un ochi care conține o sursă de tensiune și firul metalic, obținem: $E_1 = I_1 r_1 \Rightarrow I_1 = E_1 / r_1 = 6 \text{ A}$ și din $E_2 = I_2 r_2 \Rightarrow I_2 = E_2 / r_2 = 8 \text{ A}$

c. Intensitatea curentului prin firul metalic este $I = E_1 / r_1 + E_2 / r_2 = 14 \text{ A}$

d. Conform legii lui Kirchhoff pentru un ochi care conține sursa de tensiune echivalentă și ramura cu acumulatorul obținem: $E_e - E_0 = (R + r_0 + r_e)I \Rightarrow$

$$R = \frac{E_e - E_0}{I} - r_0 - r_e = 12 \Omega$$

61. a. Pe baza legilor lui Kirchhoff formăm un sistem cu trei ecuații și trei necunoscute, astfel că: $I_1 + I_2 = I_3$ (1), $E_2 = I_2 r_2 + I_3 R_2 \Rightarrow 4 = I_2 + 2I_3$ (2), $E_1 - E_3 = I_3 R_2 + I_1 (R_1 + r_1 + R_3 + r_3) \Rightarrow 4 = 2I_3 + 6I_1$ (3). Obținem: $I_1 = 0,2 \text{ A}$, $I_2 = 1,2 \text{ A}$, $I_3 = 1,4 \text{ A}$

b. Pentru a afla tensiunea electrică între punctele *A* și *B* montăm un voltmetru ideal între aceste puncte și scriem legea a două a lui Kirchhoff pentru ochiul care cuprinde latura *AB* și voltmetrul: $E_1 = I_1 (R_1 + r_1) + U_{BA} \Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = I_1 (R_1 + r_1) - E_1 = -5,4 \text{ V}$

c. Tensiunea electrică la bornele sursei E_2 este $U_2 = E_2 - I_2 r_2 = 2,8 \text{ V}$

62.a) Aplicăm legile lui Kirchhoff și formăm un sistem cu trei ecuații și trei necunoscute, astfel că: $I_1 + I_3 = I_2$ (1), $E_1 - E_3 = I_1 (r_1 + R_1) - I_3 (r_3 + R_3) \Rightarrow -30 = 5I_1 - 10I_3 \Rightarrow 6 = 2I_3 - I_1$ (2) și $E_2 + E_3 = I_3 (R_3 + r_3) + I_2 (R_2 + r_2) \Rightarrow 70 = 10I_3 + 5I_2 \Rightarrow 14 = 2I_3 + I_2$ (3). Din (2): $I_1 = 2I_3 - 6$ și din (3): $I_2 = 14 - 2I_3$. Introducem I_1 și I_2 în (1) și obținem $I_3 = 4 \text{ A}$ și $I_1 = 2 \text{ A}$.

b) Deoarece prin ramura 2 nu circulă curent înseamnă că $I'_2 = 0$, astfel că:

$$E_3 - E_1 = I (R_3 + r_3 + R_1 + r_1) \Rightarrow I = 2 \text{ A} \Rightarrow E_2 = -E_3 + I (R_3 + r_3) = -20 \text{ V}$$

Semnul minus arată că polaritatea sursei trebuie inversată.

c) La inchiderea întrerupătorului scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format de latura care conține sursa E_1 și latura care conține întrerupătorul:

$$E_1 = I'_1 (R_1 + r_1) \Rightarrow I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + r_1} = 2 \text{ A} \Rightarrow \text{ampermetrul indică tot } 2 \text{ A.}$$

63.a) Scriem legile lui Kirchhoff și formăm un sistem cu trei ecuații și trei necunoscute: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ (1); $E_1 - E_2 = -I_1(r_1 + R_1) + I_2(r_2 + R_2) \Rightarrow 5 = -6I_1 + 5I_2$ (2) și $E_1 - E_3 = I_3(r_3 + R_3) - I_1(r_1 + R_1) \Rightarrow$

$$4 = 4I_3 - 6I_1 \quad (3). \text{ Din (2)} \Rightarrow I_2 = 1 + \frac{6I_1}{5} \text{ și din (3)} \Rightarrow I_3 = 1 + \frac{3I_1}{2} \Rightarrow \text{ prin}$$

introducerea lor în (1) obținem: $I_1 \approx -0,54A$; $I_2 = 13/37 = 0,352A$ și $I_3 \approx 0,19A$

b) Montăm între punctele A și B un voltmetru ideal și scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format de voltmetru și latura care conține sursa E_2 , astfel că: $E_2 = -I_2(r_2 + R_2) + U_{BA} \Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = -I_2(r_2 + R_2) - E_2 = -6,76V$

c) $U_1 = E_1 + I_1r_1 = 9,46V \Rightarrow$ tensiunea la barele sursei E_1 este mai mică decât tensiunea electromotoare a bateriei E_1 , deoarece prin interiorul sursei E_1 circulă un curent electric de la borna “-“ spre borna “+”.

$U_2 = E_2 + I_2r_2 = 5,704V \Rightarrow$ tensiunea la bornele sursei E_2 este mai mare decât tensiunea electromotoare a bateriei E_2 , deoarece prin interiorul sursei E_2 circulă un curent electric de la borna “+” la borna “-“.

64.a) Scriem legile lui Kirchhoff și formăm un sistem cu trei ecuații și trei necunoscute: $I_1 + I_3 = I_2 \quad (1)$; $E_1 - E_2 = I_1R_1 + I_2R_2 \Rightarrow 3 = 2I_1 + 4I_2 \quad (2)$ și

$E_1 + E_3 = I_1R_1 - I_3R_3 \Rightarrow 3 = I_1 - I_3 \quad (3)$. Rezolvând sistemul de ecuații obținem $I_1 = 1,5A$; $I_2 = 0$ și $I_3 = -1,5A$.

b) Montăm între punctele A și B un voltmetru ideal și scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format de voltmetru și latura care conține sursa E_2 , astfel că: $E_2 = -I_2R_2 + U_{BA} \Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = -I_2R_2 - E_2 = -2V$.

c) Legăm polii negativi ai surselor E_1 și E_2 cu un voltmetru ideal și scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul ce conține voltmetrul și rezistențele R_1 și R_2 , astfel că: $0 = U_V + I_1R_1 + I_2R_2 \Rightarrow U_V = -I_1R_1 - I_2R_2 = -6V$.

65.a) Scriem legile lui Kirchhoff și formăm un sistem de trei ecuații și trei necunoscute: $I_3 = I_1 + I_2 \quad (1)$; $E_2 - E_1 = I_1(R_1 + R_2 + R_6) + I_3R_7 \Rightarrow 10 = 9I_1 + 7I_3 \quad (2)$

și $E_2 + E_3 = I_3R_7 + I_2(R_3 + R_4 + R_5) \Rightarrow 50 = 7I_3 + 12I_2 \quad (3)$. Rezolvând sistemul de ecuații obținem: $I_1 \approx -0,627A$, $I_2 \approx 2,863A$ și $I_3 \approx 2,235A$.

b) Legăm un voltmetru ideal între punctele A și B și scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul care conține voltmetrul și latura cu sursa E_2 , astfel că obținem: $E_2 = I_3R_7 + U_{AB} \Rightarrow U_{AB} = E_2 - I_3R_7 \approx 4,355V$.

$$\text{c)} \frac{U_2}{U_4} = \frac{R_2I_1}{R_4I_2} \approx 0,11.$$

66.a) Scriem legile lui Kirchhoff și formăm un sistem de trei ecuații și trei necunoscute: $I_1 = I_3 + I_2 \quad (1)$; $E_3 = -I_3r_3 + I_2r_2 \Rightarrow 18 = -I_3 + 5I_2 \quad (2)$ și

$E_1 - E_2 = I_1(R_1 + r_2 + R_3 + r_1) + I_2R_2 \Rightarrow 4 = 10I_1 + 5I_2 \quad (3)$. Rezolvând sistemul de ecuații obținem: $I_1 \approx -1,02A$; $I_2 = 184/65 \approx 2,83A$ și $I_3 \approx -3,85A$.

b) $U_2 = R_2 I_2 \approx 14,15$ V.

c) $U_1 = E_1 - I_1 r_1 \approx 10,408$ V reprezintă tensiunea la bornele sursei E_1 .

67.a) Scriem legile lui Kirchhoff și formăm un sistem de cinci ecuații și cinci necunoscute pe care-l rezolvăm pentru a putea afla intensitățile curenților electrici. Pentru nodul (C): $I_5 = I_1 + I_2$; pentru nodul (D): $I_4 + I_3 = I_5$.

Pentru ochiul (I): $E_1 - E_2 = I_1 R_1 - I_2 R_2 \Rightarrow 69 = 5I_1 - 2I_2$.

Pentru ochiul (II): $E_2 = I_2 R_2 + I_4 R_4 + I_5 R_5 \Rightarrow 136 = 2I_2 + I_4 + 4I_5$.

Pentru ochiul (III): $E_3 = -I_3 R_3 + I_4 R_4 \Rightarrow 10 = -2I_3 + I_4$.

Rezolvând sistemul de ecuații obținem valorile: $I_1 = 17$ A, $I_2 = 8$ A, $I_3 = 5$ A, $I_4 = 20$ A și $I_5 = 25$ A.

b) $U_2 = I_2 R_2 = 16$ V.

c) Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul (I), obținem:

$$E_1 = I_1 R_1 + U_{AC} \Rightarrow U_{AC} = E_1 - I_1 R_1 = 120$$
 V.

68.a) Scriem legile lui Kirchhoff și formăm un sistem cu patru necunoscute pe care-l rezolvăm. Pentru nodul B: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ (1).

Pentru ochiuri obținem: $E_3 - E_1 = I_3 R_3 - I_1 R_1$ (2); $E_3 - E_2 = I_3 R_3 - I_2 R_2$ (3) și

$E_1 - E_2 = I_1 R_1 - I_2 R_2 - I_4 R_4$ (4). Scădem (2) din (3) $\Rightarrow E_1 - E_2 = I_1 R_1 - I_2 R_2$ și din (4) $\Rightarrow I_4 R_4 = 0 \Rightarrow I_4 = 0$. Din (2) $\Rightarrow 2 = 3I_3 - I_1$ și din (3) $\Rightarrow 1 = 3I_3 - 2I_2$.

Rezolvând sistemul obținem: $I_1 = -\frac{7}{11}$ A, $I_2 = \frac{2}{11}$ A și $I_3 = \frac{5}{11}$ A.

b) $E_3 = I_3 R_3 + U_{BA} \Rightarrow U_{BA} = E_3 - I_3 R_3 = \frac{18}{11}$ V $\Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = -\frac{18}{11}$ V.

c) $U_4 = I_4 R_4 = 0$, deoarece prin rezistorul R_4 nu circulă un curent electric.

69.a) Scriem legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu, astfel că:

$$E_1 + E_2 - E_3 + E_4 = I(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) \Rightarrow I = \frac{E_1 + E_2 - E_3 + E_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = 2$$
 A.

b) Aflăm potențialele punctelor din circuit. Punctul A se leagă la Pământ și prin urmare potențialul acestui punct este zero, $V_A = 0$. Curentul electric circulă de la potențial mare spre potențial mic, astfel că: $V_A - V_B = IR_1 \Rightarrow V_B = V_A - IR_1 = -4$ V. Cum $E_1 = U_{CB} = V_C - V_D \Rightarrow V_C = V_B + E_1 = 2$ V.

Din $V_C - V_D = IR_2 \Rightarrow V_D = V_C - IR_2 = 0$ V și $E_2 = V_E - V_D \Rightarrow V_E = V_D + E_2 = 4$ V.

Din $V_E - V_F = IR_3 \Rightarrow V_F = V_E - IR_3 = 2$ V și din $E_3 = V_F - V_G \Rightarrow V_G = V_F - E_3 = 0$ V;

$V_G - V_H = IR_4 \Rightarrow V_H = V_G - IR_4 = -8$ V.

c) Dacă punctul A se leagă la Pământ, atunci $U_{BG} = V_B - V_G = -4$ V.

Dacă punctul A nu este legat la Pământ, intensitatea curentului prin circuitul principal nu se modifică, iar dacă legăm un voltmetru ideal între punctele B și G și scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format de ramura BAG și voltmetrul ideal, obținem:

$$E_4 = I(R_1 + R_4) + U_{BG} \Rightarrow U_{BG} = E_4 - I(R_1 + R_4) = -4 \text{ V.}$$

Observăm că tensiunea electrică între punctele B și G are aceeași valoare, indiferent dacă punctul A se leagă la Pământ sau nu.

70.a) Scriem legile lui Kirchhoff și formăm un sistem de trei ecuații cu trei necunoscute pe care-l rezolvăm: $I_1 + I_3 = I_2$ (1),

$$E_1 - E_2 - E_4 = I_1(r_4 + R_1 + r_1) + I_2(r_2 + R_2) \Rightarrow 30 = 10I_1 + 20I_2 \Rightarrow 3 = I_1 + 2I_2 \quad (2)$$

$$E_3 - E_2 = I_3(r_3 + R_3) + I_2(r_2 + R_2) \Rightarrow 20 = 5I_3 + 20I_2 \Rightarrow 4 = I_3 + 4I_2 \quad (3)$$

Valorile obținute sunt: $I_1 = 1 \text{ A}$, $I_2 = 1 \text{ A}$ și $I_3 = 0$.

b) Legăm un voltmetru ideal între punctele A și B, astfel că scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din latura cu sursa E_2 și voltmetru:

$$E_2 = -I_2(R_2 + r_2) + U_{BA} \Rightarrow U_{BA} = -I_2(R_2 + r_2) - E_2 = -30 \text{ V.}$$

c) Calculăm tensiunile la barele surselor E_1 și E_4 : $U_1 = E_1 - I_1 r_1 = 54,7 \text{ V}$ și

$$U_4 = E_4 + I_1 r_4 = 15,2 \text{ V} \Rightarrow \frac{U_1}{U_4} \approx 3,6.$$

71. Calculăm intensitatea curentului prin rezistorul R când acesta este

$$\text{alimentat de } n \text{ baterii identice: } I_1 = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{1 + R \sum \frac{1}{r_k}} = \frac{n \frac{E}{r}}{1 + \frac{nR}{r}} = \frac{nE}{r + nR}. \text{ Inversăm}$$

polaritatea a două baterii și calculăm intensitatea curentului prin rezistorul R , în acest caz, astfel că: $I_2 = \frac{(n-2)\frac{E}{r} - 2\frac{E}{r}}{1 + \frac{nR}{r}} = \frac{(n-4)E}{r + nR}$.

$$\text{Cum } \frac{I_1}{I_2} = k \Rightarrow \frac{nE}{n-4} = k \Rightarrow n = nk - 4k \Rightarrow 4k = n(k-1) \Rightarrow n = \frac{4k}{k-1} = 8.$$

$$\text{72.a)} \text{ Calculăm parametrii sursei echivalente și obținem: } E_e = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{\sum \frac{1}{r_k}}$$

$$E_e = \frac{5 \frac{E}{r}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{3r} + \frac{1}{4r} + \frac{1}{5r}} = \frac{300E}{137} \approx 2,19 E \text{ și}$$

$$\frac{1}{r_e} = \frac{1}{r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{3r} + \frac{1}{4r} + \frac{1}{5r} = \frac{137}{60r} \Rightarrow r_e = \frac{60r}{137} \approx 0,438 r.$$

b) Calculăm intensitatea I_e a curentului prin rezistorul R când la capete se

leagă sursa echivalentă: $I_e = \frac{E_e}{r_e + R} = \frac{150E}{167r}$ și intensitatea I a curentului prin rezistorul R , când la capetele acestuia se leagă numai prima sursă:

$$I_1 = \frac{E}{R+r} = \frac{E}{3r} \Rightarrow \frac{I_e}{I_1} \approx 2,69.$$

c) Calculăm intensitățile de scurtcircuit pentru sursa echivalentă și oricare

din surse: $I_{sc} = \frac{E_e}{r_e} = \frac{5E}{r}$ și $I_{sc1} = I_{sc2} = I_{sc3} = I_{sc4} = I_{sc5} = \frac{E}{r} \Rightarrow \frac{I_{sc}}{I_{sc1}} = 5$.

73. Calculăm parametrii sursei echivalente $E_e = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{\sum \frac{1}{r_k}} = \frac{m \frac{E}{r}}{\frac{m}{nr}} = nE$ și

$\frac{1}{r_e} = \sum \frac{1}{r_k} = \frac{m}{nr} \Rightarrow r_e = \frac{nr}{m}$. Cum $N = m \cdot n \Rightarrow m = \frac{N}{n} \Rightarrow r_e = \frac{n^2 r}{N}$. Scriem legea

lui Ohm pentru un circuit electric simplu $I = \frac{E_e}{R+r_e} = \frac{nE}{R+\frac{n^2 r}{N}} \Rightarrow$

$\Rightarrow nE = IR + I \frac{n^2 r}{N} \Rightarrow \frac{Ir}{N} n^2 - nE + IR = 0$. Cum $\Delta = E^2 - 4 \frac{I^2 R}{N} r \geq 0 \Rightarrow$

$E^2 \geq 4 \frac{I^2 R}{N} r \Rightarrow I \leq \frac{E}{2} \sqrt{\frac{N}{Rr}}$ ⇒ intensitatea maximă este $I_{max} = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{N}{Rr}} = 20 A$

$\Rightarrow n = \frac{EN}{2I_{max}r} = \sqrt{\frac{NR}{r}} = 4 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow m = 6 \Rightarrow$ se leagă căte 4 surse în serie și apoi cele șase grupări se leagă în paralel, astfel că prin rezistorul R intensitatea curentului are valoarea maximă.

2.4. Puterea și energia electrică

a) Scriem legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu

$$E = (R + r)I \Rightarrow R = \frac{E}{I} - r = 50 \Omega.$$

b) Calculăm puterile disipate prin efect Joule pe rezistență circuitului exterior și pe sursă, astfel că: $P_R = RI^2 = 200 \text{ W}$ și $P_r = rI^2 = 40 \text{ W}$. Calculăm puterea sursei: $P_S = EI = 240 \text{ W} \Rightarrow P_S = P_R + P_r \Rightarrow$ puterea furnizată de sursă este disipată prin efect Joule atât pe circuitul exterior cât și pe cel interior (datorită rezistenței interne a sursei).

c) Puterea disipată pe circuitul exterior este $P = RI^2 = \frac{RE^2}{(R+r)^2}$ și are

valoarea maximă dacă $\frac{R}{(R+r)^2}$ este maxim. Fie $a = \frac{R}{(R+r)^2}$ și cum

$$a = \max \Rightarrow$$

$$R = aR^2 + 2aRr + ar^2 \Rightarrow aR^2 + R(2ar - 1) + ar^2 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4ar \geq 0.$$

$$\Rightarrow a \leq \frac{1}{4r} \Rightarrow a_{\max} = \frac{1}{4r} \Rightarrow R = \frac{1-2ar}{2a} = r \Rightarrow$$
 pe circuitul exterior puterea

disipată este maximă numai dacă rezistența circuitului exterior este egală cu rezistența internă a bateriei $\Rightarrow P_{\max} = \frac{E^2}{4r} = 360 \text{ W}$ și $R = r = 10 \Omega$.

2.a) Conform formulei puterii electrice $P = \frac{U_b^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U_b^2}{P} = 144 \Omega$.

b) Scriem formula energiei electrice consumată de becul care funcționează la parametrii nominali: $W_{el} = P \cdot t = 0,5 \text{ kWh} = 1,8 \text{ MJ}$

c) Pe rezistorul legat în serie cu becul cade o tensiune $U_R = U - U_b = 100 \text{ V}$, iar prin rezistor trece un curent electric egal cu cel care trece prin bec, astfel că: $I = \frac{P}{U_b} \Rightarrow R = \frac{U_R}{I} = \frac{(U-U_b)U_b}{P} = 120 \Omega$.

3.a) Aflăm rezistența becului care funcționează normal: $P = \frac{U_n^2}{R_n} = 484 \Omega$.

b) Utilizăm formula care redă dependența rezistenței R de temperatură, astfel că $R = R_0(1 + \alpha t) \Rightarrow \alpha = \frac{R - R_0}{R_0 t} \approx 10^{-4} \text{ grad}^{-1}$.

c) Calculăm rezistența echivalentă a montajului de rezistențe

$$R_e = \frac{R}{2} + R = \frac{3R}{2}, \text{ astfel că } W_{el} = \frac{U^2 \tau}{R_e} = \frac{2U^2 \tau}{3R} = 20 \text{ kJ.}$$

4.a) $R_2 = \frac{U^2}{P_2} = 220 \Omega.$

b) $I_1 = \frac{P_1}{U} = 0,5 \text{ A.}$

c) Calculăm intensitățile nominale prin cele două becuri $I_1 = 0,5 \text{ A}$ și

$I_2 = \frac{P_2}{U} = 1 \text{ A} \Rightarrow$ pentru a funcționa normal se leagă în paralel cu becul 2 un rezistor pe care tensiunea aplicată este U și este parcurs de un curent cu intensitatea $I = I_2 - I_1 = 0,5 \text{ A}$, astfel că rezistența acestuia este

$$R = \frac{U}{I_2 - I_1} = \frac{U^2}{P_2 - P_1} = 440 \Omega.$$

5. a. Din expresiile puterilor electrice maxime admise calculăm intensitățile maxime admise care circulă prin cele două rezistoare.

Astfel $P_{m1} = R_1 I_1^2 \Rightarrow I_1 = \sqrt{P_{m1}/R_1} = 3 \text{ A}$ și $P_{m2} = R_2 I_2^2 \Rightarrow I_2 = \sqrt{P_{m2}/R_2} = 4 \text{ A}$

b. Dacă cele două rezistoare se grupează în serie, atunci prin ele circulă curentul cu intensitatea cea mai mică pentru ca niciun rezistor să nu se ardă. Astfel deoarece $I_{max} = \min\{I_1, I_2\} = I_1$, tensiunea maximă care se poate aplica grupării serie a celor două rezistoare este $U_{max} = (R_1 + R_2)I_1 = 27 \text{ V}$

c. Dacă cele două rezistoare se grupează în paralel, tensiunea maximă care se poate aplica grupării paralel a celor două rezistoare este minimul dintre tensiunile aplicate rezistoarelor. Astfel că $U_{max} = \min(U_1, U_2)$, unde tensiunile sunt $U_1 = \sqrt{P_1 R_1} = 9 \text{ V}$ și $U_2 = \sqrt{P_2 R_2} = 24 \text{ V} \Rightarrow U_{max} = U_1 = 9 \text{ V.}$

d. Puterea rezistoarelor în cazul b. este $P_1 = (R_1 + R_2)I_1^2 = \frac{(R_1 + R_2)P_{m1}}{R_1}$, iar în

cazul c. puterea rezistoarelor este $P_2 = \frac{U_1^2}{R_e} = \frac{(R_1 + R_2)U_1^2}{R_1 R_2} = \frac{(R_1 + R_2)P_{m1}}{R_2}$.

Astfel raportul cerut este $\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_1} = 2$

6. a. Prin bec circulă un curent electric cu intensitatea $I = P/U = 3 \text{ A}$

b. Becul are rezistență electrică $R_b = U^2/P = 4 \Omega$. Utilizând trei surse de tensiune legate în serie și alimentând becul cu această grupare, prin bec se

stabilește un curent cu intensitatea $I = \frac{3E}{R_b + 3r} = 3$ A \Rightarrow numărul minim de baterii pe care trebuie să le folosească elevul este 3 și acestea trebuie legate în serie
c. Deoarece tensiunea la bornele becului devine $U_1 = U/2$, atunci intensitatea curentului care trece prin bec este $I_1 = I/2 = 1,5$ A. Cum $I_1 = \frac{3E}{R_b + 3r + R} \Rightarrow R = 3E/I_1 - R_b - 3r = 4,5 \Omega$

7. a. Energia electrică utilizată de un calorifer într-o oră de funcționare este $W = Pt = 17,474$ MJ

b. Puterea electrică maximă care poate fi extrasă prin priza protejată cu siguranță fuzibilă este $P_{\max} = UI_{\max} = 11$ kW

c. Intensitatea curentului care trece prin un calorifer este $I = P/U = 22$ A. Numărul de calorifere identice care pot fi alimentate în paralel de la această

$$priză este N = \left\lfloor \frac{I_{\max}}{I} \right\rfloor = 2$$

8. a) Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu obținem:

$$E_1 = I_1(R_1 + r) \text{ și } E = I_2(R_2 + r) \Rightarrow I_1R_1 + I_1r = I_2R_2 + I_2r \Rightarrow r = \frac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2} \Rightarrow$$

$$r = 5 \Omega \text{ și } E = 75 \text{ V.}$$

b) Aflăm intensitatea curentului electric prin circuit când rezistența circuitului exterior este R_3 : $I = \frac{E}{r + R_3} = 2,5$ A \Rightarrow tensiunea la bornele sursei este: $U = E - Ir = 62,5$ V și puterea dissipată pe circuitul exterior este: $P = RI^2 = 156,25$ W.

c) Pentru ca puterea dissipată pe circuitul exterior să fie maximă trebuie ca rezistența internă să fie egală cu rezistența circuitului exterior: $R_e = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$

$$\Rightarrow r = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} \approx 6,67 \Omega \Rightarrow \text{puterea maximă are valoarea } P_{\max} = \frac{E^2}{4r} \approx 210,94 \text{ W.}$$

9. a) Legăm în serie cele două rezistențe, astfel că: $E = I_1(r + R_1 + R_2) \Rightarrow$
 $\Rightarrow R_1 + R_2 = \frac{E}{I_1} - r = 3 \Omega$.

La legarea în paralel a celor două rezistențe, obținem:

$$E = I_2 \left(r + \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} \right) \Rightarrow \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = \frac{E}{I_2} - r = \frac{2}{3} \Omega \Rightarrow R_1R_2 = 2 \Omega^2$$

$$R_1 = \frac{2}{R_2} \Rightarrow \frac{2}{R_2} + R_2 - 3 = 0 \Rightarrow R_2^2 - 3R_2 + 2 = 0 \Rightarrow R_2 = 2 \Omega \text{ și } R_1 = 1 \Omega.$$

b) $P_{ext} = (R_1 + R_2)I_1^2 = 18,75 \text{ W}$, când rezistențele sunt legate în serie și $P_{ext}^l = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_2^2 = 24 \text{ W}$, când rezistențele sunt legate în paralel.

c) $\frac{U_1}{U_2} = \frac{E - I_1 r}{E - I_2 r} = 1,875.$

10. a) Când comutatorul K este deschis, ampermetrul indică un curent cu intensitatea I_1 , astfel că $P = RI_1^2 \Rightarrow R = \frac{P}{I_1^2} = 9 \Omega$.

Cum $R = \frac{\rho l}{S} \Rightarrow l = \frac{RS}{\rho} = \frac{R\pi d^2}{4\rho}$, deoarece firul este cilindric și secțiunea acestuia este $S = \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow l \approx 16,82 \text{ m}$.

b) Când comutatorul K este închis, rezistența R_2 este săntată, iar gruparea serie a rezistențelor R_A și R este legată în paralel cu rezistența R_1 , astfel că rezistența circuitului exterior este $R_{ext}^l = \frac{(R + R_A)R_1}{R + R_A + R_1} = 2 \Omega$.

c) Când comutatorul K este închis $\Rightarrow E = I^l(R_{ext}^l + r)$, unde I^l este intensitatea prin circuitul principal. Cum $I_1^l(R + R_A) = I_2^l R_1 \Rightarrow I_2^l = \frac{I_1^l(R + R_A)}{R_1}$. Din $I^l = I_1^l + I_2^l \Rightarrow I^l = I_1^l \left(\frac{R + R_A}{R_1} + 1 \right) \Rightarrow E = 4(2+r) \text{ (1)}$.

Când comutatorul K este deschis, gruparea serie a rezistențelor R_A și R și gruparea serie a rezistențelor R_1 și R_2 sunt legate în paralel, astfel că rezistența circuitului exterior este: $R_{ext} = \frac{(R + R_A)(R_1 + R_2)}{R + R_A + R_1 + R_2} = 5 \Omega$.

Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu $E = I(R_{ext} + r)$, unde I este intensitatea prin circuitul principal. Cum $I_1(R + R_A) = I_2(R_1 + R_2) \Rightarrow I_2 = \frac{I_1(R + R_A)}{R_1 + R_2} = I_1$, deoarece $R + R_A = R_1 + R_2$. Astfel $I = I_1 + I_2 = 2I_1 = 2 \text{ A} \Rightarrow E = 2(5+r) \text{ (2)}$. Din relațiile (1) și (2) obținem $r = 1 \Omega \Rightarrow E = 1 \text{ V}$.

11.a) Utilizăm formula puterii $P = R_1 I^2 \Rightarrow R_1 = \frac{P}{I^2} = 2 \Omega$.

b) Aflăm intensitatea prin sursă atunci când rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel $\Rightarrow I = \frac{E}{r + R_{ext}}$, unde $R_{ext} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow I = 6 \text{ A} \Rightarrow P_{ext} = R_{ext} I^2 = 57,6 \text{ W}$

c) Puterea sursei la scurtcircuit este $P_s = EI_{sc} = \frac{E^2}{r} = 360 \text{ W}$, deoarece la scurtcircuit intensitatea curentului electric este $I_{sc} = \frac{E}{r}$.

12. a) Din grafic determinăm rezistența electrică: $R = \frac{U}{I} = 2 \Omega$, astfel că puterea dezvoltată de această rezistență când este străbătută de un curent electric cu intensitatea I_1 este $P = RI_1^2 = 32 \text{ W}$.

b) Deoarece puterea este $P = UI$, aria cuprinsă între graficul tensiunii în funcție de intensitate, curba intensității și ordonata construită prin punctul $I_2=9 \text{ A}$ reprezintă puterea medie pe consumatorul R , astfel că $P_m = A_{triunghi} \Rightarrow P_m = 81 \text{ W}$.

c) Utilizăm formula $Q = \frac{U^2}{R} t = 5400 \text{ J}$.

13. a) Cum la scurtcircuit intensitatea curentului este maximă, din grafic rezultă $I_{sc} = 5 \text{ A}$.

b) Cum puterea sursei este $P_s = EI \Rightarrow E = \frac{P_{s_{max}}}{I_{sc}} = 15 \text{ V}$, deoarece când

$I_{sc} = 5 \text{ A}$, puterea sursei este maximă și egală cu $P_{s_{max}} = 75 \text{ W}$. Rezistența internă a sursei este $r = \frac{E}{I_{sc}} = 3 \Omega$.

c) Pentru ca pe un circuit exterior să se debiteze o putere maximă trebuie ca $r = R = 3 \Omega$, iar în acest caz: $P_{R_{max}} = \frac{E^2}{4r} = 18,75 \text{ W}$.

14.a) Din definiție $P_u = RI^2 \Rightarrow$ din grafic puterea utilă este maximă când $R = r$, astfel că $P_{u_{max}} = rI^2$ cu $I_1 = \frac{E}{R+r} = \frac{E}{2r} \Rightarrow P_{u_{max}} = \frac{E}{4r} = rI_1^2 \Rightarrow r = \frac{P_{u_{max}}}{I_1^2}$

Din grafic: $I_1 = 1 \text{ A}$ și $P_{u_{max}} = 3 \text{ W} \Rightarrow r = 3 \Omega$.

b) Cum $P_{u_{max}} = \frac{E^2}{4r} = \frac{EI_1}{2} \Rightarrow E = \frac{2P_{u_{max}}}{I_1} = 6 \text{ V}$.

c) La scurtcircuit $I_{sc} = \frac{E}{r} = 2I_1 = 2 \text{ A}$.

15. a) Din grafic observăm că puterea utilă este maximă când $U=20$ V, iar $P_{u\max}=60$ W. Dar puterea utilă este maximă când $r=R$ și cum $P_{u\max}=\frac{U^2}{r}\Rightarrow r=\frac{U^2}{P_{u\max}}\approx 6,67\Omega$ și intensitatea corespunzătoare este:

$$I=\frac{P_{u\max}}{U}=3 \text{ A}, \text{ astfel că } E=(R+r)I=2rI\Rightarrow E=2U=40 \text{ V}.$$

b) Puterea debitată de sursă este $P_s=EI=\frac{E^2}{R+r}=60 \text{ W}$

c) $\frac{P_{ext}}{P_s}=\frac{RI^2}{EI}=\frac{RI}{E}=\frac{R}{R+r}\approx 54,54\%$

16. a) Din grafic observăm că puterea utilă este maximă când $R=0,1 \Omega$, iar $P_{u\max}=10 \text{ W}$. Dar puterea utilă este maximă când $r=R=0,1 \Omega$.

b) Cum $P_{u\max}=\frac{E^2}{4r}\Rightarrow E=\sqrt{4rP_{u\max}}=2 \text{ V}$

c) Din definiție $P_{u\max}=RI^2=R\frac{E^2}{(R+r)^2}=7,5 \text{ W}$

17. a.b. Puterea disipată de sursă pe circuitul exterior are valoarea $P=rI_1^2$, deoarece când $R_1=3 \Omega$ intensitatea curentului electric este $I_1=4 \text{ A}$.

Dar $E=I_1(R_1+r)=4(3+r)$. Când $R_2=8 \Omega$ intensitatea curentului electric este $I_2=2 \text{ A}$, astfel că $E=I_2(R_2+r)=2(8+r)$. Rezolvând sistemul format din cele două ecuații obținem: $r=2 \Omega$ și $E=20 \text{ V}\Rightarrow P=32 \text{ W}$

c. Puterea maximă debitată de sursă pe circuitul exterior este

$$P_{\max}=\frac{E^2}{4r}=50 \text{ W}.$$

18. a) $\frac{P_2}{P_3}=\frac{U^2}{R_2}\frac{R_3}{U^2}=\frac{R_3}{R_2}=\frac{1}{2}=0,5$, deoarece rezistențele R_2 și R_3 sunt legate în paralel, astfel că pe ele cade aceeași tensiune.

b) Puterea sursei este $P_s=EI$, unde $I=\frac{E}{r+R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}}=2 \text{ A}\Rightarrow P_s=28 \text{ W}$

c) Prin definiție căldura degajată de un rezistor este: $Q=R_1I^2t=19,2 \text{ kJ}$

19. a) Calculăm rezistențele legate în paralel între punctele A și B. Astfel că:

$$\frac{R_{AB}}{R_{AB}} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_{AB} = 2R_{AB} \Rightarrow R = R_{AB} + R_{AB} = 3R_{AB} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R}{3}, \text{ unde}$$

$$R = \frac{\rho l}{S} = 6\Omega \Rightarrow R_{AB} = 2r \text{ și } R_{AB} = 4r \Rightarrow R_{e_{AB}} = \frac{R_{AB} \cdot R_{AB}}{R_{AB} + R_{AB}} = 1,33 \Omega$$

b) Calculăm valoarea intensității prin circuitele principale, astfel că:

$$I = \frac{E}{R_{e_{AB}} + r} = 3 \text{ A.}$$

c) Puterea disipată în baterie datorită rezistenței interne a acesteia este: $P_r = rI^2 = 6 \text{ W.}$

20. Când comutatorul K este închis, rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel și gruparea lor este legată în serie cu rezistența R_3 , astfel că

$$\text{rezistența echivalentă a circuitului exterior este: } R_{ext} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 4 \Omega \Rightarrow$$

$$E = I(R_{ext} + r) \Rightarrow E = 2(4 + r)(1)$$

Când comutatorul K este deschis, rezistențele R_1 și R_3 sunt legate în serie, astfel că rezistența echivalentă a circuitului exterior este: $R'_{ext} = R_1 + R_3 = 5,6\Omega$

$$\Rightarrow E = I'(R'_{ext} + r) = 1,5(5,6 + r)(2). \text{ Din (1) și (2) } \Rightarrow I(R_{ext} + r) = I'(R'_{ext} + r) \Rightarrow r = \frac{I'R'_{ext} - IR_{ext}}{I - I'} = 0,8 \Omega \Rightarrow E = 9,6 \text{ V.}$$

b) Când comutatorul este deschis, puterea debitată de sursă în exterior este $P_{ext} = R'_{ext} I'^2 = 12,6 \text{ W.}$

c) Când comutatorul este închis, puterea prin rezistența R_2 este $P_2 = \frac{U^2}{R_2}$,

unde U reprezintă tensiunea la bornele grupării formate din rezistențele R_1 și

$$R_2 \text{ legate în paralel, astfel că } U = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot I = 4,8 \text{ V} \Rightarrow P_2 = 3,84 \text{ W.}$$

21. a) Rezistențele R_3 și R_4 sunt legate în serie, iar gruparea lor este legată în paralel cu rezistența R_2 , astfel că rezistența echivalentă între punctele A și B este $R_{AB} = \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} = 2 \Omega$.

$$\text{Intensitatea curentului prin circuitul principal este: } I = \frac{E}{r + R_1 + R_{AB}} = 2 \text{ A}$$

b) $\frac{I_2}{I_3} = \frac{U_{AB}}{R_2} \cdot \frac{R_3 + R_4}{U_{AB}} = \frac{R_3 + R_4}{R_2} = 2$, deoarece $I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2}$ și $I_3 = \frac{U_{AB}}{R_3 + R_4}$

$$\frac{P_2}{P_{34}} = \frac{U_{AB}^2}{R_2} \cdot \frac{R_3 + R_4}{U_{AB}^2} = 2, \text{ deoarece } P_2 = \frac{U_{AB}^2}{R_2} \text{ și } P_{34} = \frac{U_{AB}^2}{R_3 + R_4}$$

c) Pentru că puterea pe circuitul exterior să fie maximă trebuie $r = R_{ext} \Rightarrow r = R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} = 5 \Omega$, iar valoarea maximă a puterii disipate pe

circuitul exterior este $P_{max} = RI^2 = r\left(\frac{E}{2r}\right)^2 = \frac{E^2}{4r} = 7,2 \text{ W.}$

22.a) Pe baza formulei $R = \frac{\rho\ell}{S} = 7 \Omega$ se obține valoarea rezistenței unui fir metalic.

b) Cum $R_{AC} = \frac{\rho x}{S} \Rightarrow R_{AC} = \frac{xR}{\ell}$. Calculăm rezistența echivalentă între punctele A și B ținând cont că rezistențele identice R_{AC} sunt legate în paralel și gruparea lor este legată în serie cu gruparea paralel a altor două rezistențe identice $R_{CB} = \frac{(\ell - x)R}{\ell}$, astfel că $R_{AB} = \frac{R_{AC}}{2} + \frac{R_{CB}}{2} = \frac{R}{2} = 3,5 \Omega$. Observăm că rezistența echivalentă între punctele A și B nu depinde de poziția firului metalic. Intensitatea curentului prin circuitul principal este $I = \frac{E}{R+r} = 3 \text{ A.}$

c) Energia electrică dissipată prin circuitul exterior este:

$$W_{el} = R_{ext}I^2t = \frac{R}{2}I^2t = 3780 \text{ J}$$

23. a) Pe baza legilor lui Kirchhoff pentru noduri obținem: $I_1 = I_5 + I_4 \Rightarrow I_4 = I_1 - I_5 = 0,6 \text{ A}$ și din $I_2 + I_5 = I_3 \Rightarrow I_2 = I_3 - I_5 = 0,1 \text{ A}$

Scriem legile lui Kirchhoff pentru cele două ochiuri mici ale punții Wheatstone și obținem:

$$I_1R_1 + I_5R_5 - I_2R_2 = 0 \Rightarrow R_2 = \frac{I_1R_1 + I_5R_5}{I_2} = 100 \Omega \text{ și din}$$

$$I_5R_5 + I_3R_3 - I_4R_4 = 0 \Rightarrow R_4 = \frac{I_5R_5 + I_3R_3}{I_4} = 10 \Omega.$$

b) Deoarece prin rezistorul R_5 nu circulă curent înseamnă că puntea Wheatstone este echilibrată, astfel că trebuie îndeplinită condiția:

$$R_1R_3 = R_2R_4 \Rightarrow R_2 = \frac{R_1R_3}{R_4} = 2,4 \Omega.$$

c) Deoarece puterea disipată pe circuitul exterior este maximă, trebuie ca $R = r$. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursă și ramurile cu rezistențele R_2 și R_3 , obținem: $E = Ir + I_2R_2 + I_3R_3$

$$\text{Cum } I = I_1 + I_2 = 1,1 \text{ A} \Rightarrow r = \frac{E - I_2R_2 - I_3R_3}{I} = 1 \Omega \Rightarrow R = 1 \Omega.$$

Puterea maximă disipată pe circuitul exterior este $P_{\max} = \frac{E^2}{4r} \approx 42,9 \text{ W}$.

24. a) Când intrerupătoarele sunt deschise prin rezistența R_3 trece un curent cu intensitatea: $I = \frac{E}{r + r_A + R_3} = 4 \text{ A}$, astfel că $P_3 = R_3I^2 = 32 \text{ W}$.

b) $\frac{\Delta P_3}{P_3} = \frac{P'_3 - P_3}{P_3} = \frac{P'_3}{P_3} - 1$, unde P'_3 reprezintă puterea disipată pe rezistența R_3 când se închide intrerupătorul K_1 . În acest caz rezistențele R_1 și R_3 sunt legate în paralel și prin baterie se stabilește un curent electric cu intensitatea $I' = \frac{E}{r + r_A + \frac{R_1R_3}{R_1 + R_3}} = 5 \text{ A}$. Cum $R_1 = R_3$ prin fiecare rezistență

trece un curent cu intensitatea $I'/2$, astfel că puterea P'_3 disipată pe rezistența R_3 este: $P'_3 = \frac{R_3I'^2}{4} = 12,5 \text{ W} \Rightarrow \frac{\Delta P_3}{P_3} \approx -61\% \Rightarrow$ prin închiderea

întrerupătorului K_1 , puterea electrică disipată pe rezistența R_3 scade.

c) Dacă se închid ambele intrerupătoare, firul metalic șunteează rezistența R_2 , astfel că practic aceasta nu există și intensitatea curentului prin sursă rămâne I' că în situația în care intrerupătorul K_1 este închis și K_2 este deschis. Puterea sursei este: $P_S = EI' = 100 \text{ W}$.

25. a) Deoarece rezistențele sunt legate în paralel, tensiunile aplicate pe ele sunt egale astfel că puterile disipate pe ele sunt: $P_1 = \frac{U^2}{R_1}$ și $P_2 = \frac{U^2}{R_2}$. Cum

$$P_1 = P_2 \Rightarrow R_1 = R_2 = R, \text{ adică cele două rezistențe sunt egale} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 1.$$

b) Puterea debită de sursă pe circuitul exterior este maximă când $r = R_{ext}$.

$$\text{Cum } R_{ext} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R}{2} \Rightarrow r = \frac{R}{2} \Rightarrow R_1 = R_2 = 2r = 20 \Omega. \text{ Puterea maximă}$$

$$\text{dissipată pe circuitul exterior este } P_{max} = \frac{E^2}{4r} = 22,5 \text{ W.}$$

c) Cum prin sursă circulă un curent cu intensitatea $I = \frac{E}{R_{ext} + r} = \frac{E}{2r} = 1,5 \text{ A}$, printr-o rezistență circulă un curent cu intensitatea $I/2$, astfel că o rezistență degajă o căldură $Q = R \frac{I^2}{4} t = 20,25 \text{ kJ}$.

26. a) Deoarece rezistențele degajă aceeași cantitate de căldură în același interval de timp înseamnă că puterile disipate de aceasta sunt egale. Cum

$$P_1 = P_2, \text{ iar } P = RI^2 = \frac{RE^2}{(R+r)^2} \Rightarrow \frac{R_1 E^2}{(R_1+r)^2} = \frac{R_2 E^2}{(R_2+r)^2} \Rightarrow \\ R_1(R_2+r)^2 = R_2(R_1+r)^2 \Rightarrow r = \sqrt{R_1 R_2} = 6 \Omega.$$

b) Puterea sursei este $P_s = EI$, unde $I = \frac{E}{R+r} \Rightarrow P_s = \frac{E^2}{r+R} = 180 \text{ W}$.

c) Prin definiție randamentul circuitului este:

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} = \frac{RI^2}{EI} = \frac{R}{E} \cdot \frac{E}{R+r} = \frac{R}{R+r} \approx 70\%$$

27. a) Cum $P = \frac{U_1^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{U_1^2}{P} = 16 \Omega$ și $P = \frac{U_2^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{U_2^2}{P} = 81 \Omega$.

Deoarece cele două rezistențe degajă aceeași putere, atunci:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{R_1 E^2}{(R_1+r)^2} = \frac{R_2 E^2}{(R_2+r)^2} \Rightarrow r = \sqrt{R_1 R_2} = 36 \Omega.$$

b) Cum $P = U_1 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{P}{U_1} = 2,5 \text{ A} \Rightarrow E = I_1(R_1+r) = 130 \text{ V}$.

c) Puterea dissipată pe circuitul exterior este maximă când $R=r=36 \Omega$

$$\Rightarrow I = \frac{E}{r+R} = \frac{E}{2r} \text{ și tensiunea la bornele reostatului este } U = RI = \frac{E}{2} = 65 \text{ V.}$$

Puterea maximă dissipată pe circuitul exterior este $P_{max} = \frac{E^2}{4r} \approx 117,36 \text{ W}$.

28. a) Calculăm rezistența echivalentă a circuitului exterior. Rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în serie, la fel și rezistențele R_3 și R_4 , iar cele două grupări sunt legate în paralel și cu rezistența R_5 , astfel că:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4} + \frac{1}{R_5} \Rightarrow R_e = 21,6 \Omega, \text{ iar tensiunea la bornele sursei}$$

este aceeași cu cea de pe rezistența echivalentă R_e , astfel că $U = R_e I = 19,44 \text{ V}$.

b) Puterea sursei este $P_s = EI = (R_e + r)I^2$, deoarece $E = (R_e + r)I \Rightarrow P_s = 17,82 \text{ W}$.

c) Calculăm puterea debitată de sursă pe circuitul exterior R_e , astfel că $P_{ext} = R_e I^2 \approx 17,496 \text{ W}$. Calculăm puterea debitată de sursă pe circuitul interior, adică pe rezistența r , astfel că $P_{int} = rI^2 = 0,324 \text{ W}$. Cum $P_{ext} + P_{int} = 17,82 \text{ W}$, $\Rightarrow P_s = P_{ext} + P_{int}$ ceea ce reprezintă bilanțul puterilor.

29. a) Rezistența becului este $R = \frac{U^2}{P} = 4 \Omega$.

b) Calculăm intensitatea curentului prin bec pentru ca acesta să funcționeze la parametrii normali din $P = UI \Rightarrow I = \frac{P}{U} = 1 \text{ A}$. Calculăm intensitatea curentului care se stabilește prin bec când la capetele lui se leagă cele două surse în antifază, astfel că intensitatea curentului devine $I' = \frac{E_2 - E_1}{2r + R}$, unde R reprezintă rezistența becului. Obținem $I' = 2,25 \text{ A}$. Cum $I' > I$, becul se arde.

c) Deoarece becul cu rezistență R trebuie să funcționeze normal când este străbatut de un curent cu intensitatea I , tensiunea la capetele becului este $U' = RI' = 9 \text{ V}$ iar puterea nominală trebuie să fie $P' = U'I' = RI' = 20,25 \text{ W}$.

30. a) Calculăm intensitățile curentilor prin fiecare consumator: $I_1 = \frac{P_1}{U}$;

$I_2 = \frac{P_2}{U}$ și $I_3 = \frac{P_3}{U}$. Cum $P_3 > P_2 > P_1 \Rightarrow I_3 > I_2 > I_1 \Rightarrow$ prin consumatorul al treilea circulă cel mai intens curent $I_3 \approx 0,91 \text{ A}$.

b) Cum $P_2 = \frac{U^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{U^2}{P_2} \approx 201,66 \Omega$, dar $R_2 = \frac{\rho \ell_2}{S} \Rightarrow \ell_2 = \frac{R_2 S}{\rho} \approx 16,66 \text{ m}$.

c) Deoarece tensiunea aplicată U' este dublul tensiunii nominale U înseamnă că doi consumatori se leagă în paralel și gruparea lor se leagă în serie cu al

treilea. Cum $P_3 = P_1 + P_2 \Rightarrow I_3 = I_1 + I_2 \Rightarrow$ se leagă în paralel consumatorii 1 și 2 iar al treilea se leagă în serie cu gruparea celorlalți doi

31. a) Deoarece ramurile sunt identice $I_1 = I_2 = I$. Cum $P_1 = U_1 I$ și $P_2 = U_2 I \Rightarrow U_1 = \frac{P_1}{I}; U_2 = \frac{P_2}{I} \Rightarrow U = U_1 + U_2 = \frac{P_1 + P_2}{I} \Rightarrow I = \frac{P_1 + P_2}{U} = 0,4545$ A.

b) Calculăm rezistențele becurilor:

$$R_1 = \frac{P_1}{I^2} = \frac{P_1 U^2}{(P_1 + P_2)^2} = 290,4 \Omega \text{ și } R_2 = \frac{P_2}{I^2} = \frac{P_2 U^2}{(P_1 + P_2)^2} = 193,6 \Omega.$$

c) Conectăm un voltmetriu ideal între punctele A și B. Scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul care conține voltmetrul și două becuri diferite:

$$U_V = IR_1 - IR_2 = I(R_1 - R_2) = \frac{P_1 + P_2}{U} \left[\frac{P_1 U^2}{(P_1 + P_2)^2} - \frac{P_2 U^2}{(P_1 + P_2)^2} \right] = \frac{(P_1 - P_2)U}{P_1 + P_2} = 44 \text{ V.}$$

32. a. Rezistența circuitului exterior este $R_{ext} = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_2 + R_4} = 35 \Omega$ și

intensitatea curentului prin sursă este $I = \frac{E}{R_{ext} + r} = 0,6$ A. Deoarece cele

două ramuri legate în paralel au aceeași rezistență, prin ele circulă curenți cu intensități egale cu $I/2$. Pentru a afla tensiunea electrică între punctele B și D conectăm un voltmetriu și scriem legea lui Kirchhoff pentru un ochi care conține voltmetrul și rezistențele R_1 și R_2 . Obținem:

$$R_1 I/2 + U_{DB} - R_2 I/2 = 0 \Rightarrow U_{DB} = -U_{DB} = (R_1 - R_2)I/2 = 7,2 \text{ V}$$

b. Energia electrică disipată în circuitul exterior într-un interval de timp Δt este $W = R_{ext} I^2 \Delta t = 7560 \text{ J}$

c. Deoarece puterea disipată pe circuitul exterior este maximă atunci

$$R_{ext} = r = 5 \Omega \text{ și valoarea acestei puteri maxime este } P_{max} = \frac{E^2}{4r} = 28,8 \text{ W}$$

33. a) Deoarece becurile funcționează la parametrii nominali tensiunile de funcționare ale acestora sunt: $U_1 = \frac{P_1}{I_1} = 20 \text{ V}$ și $U_2 = \frac{P_2}{I_2} = 40 \text{ V}$. Rezistența R

este împărțită de cursorul C în două părți R_1 și R_2 astfel că $R = R_1 + R_2$. Aflăm tensiunea aplicată pe rezistorul R scriind legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține sursa de tensiune și rezistorul R , astfel că

$$E = Ir + U_1 + U_2 \Rightarrow I = \frac{E - U_1 - U_2}{r} = 1 \text{ A.}$$

Din legea lui Kirchhoff pentru noduri aflăm intensitățile curenților care circulă prin cele două rezistențe R_1

și R_2 , astfel că $I'_1 = I - I_1 = 0,5$ A și $I'_2 = I - I_2 = 0,4$ A. Deoarece rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel cu becurile B_1 respectiv B_2 , aflăm valorile rezistențelor R_1 și R_2 , astfel că $R_1 = \frac{U_1}{I'_1} = 40$ Ω și

$$R_2 = \frac{U_2}{I'_2} = 100$$
 Ω.

Obținem valoarea $R = R_1 + R_2 = 140$ Ω. (fig R 2.4.1);

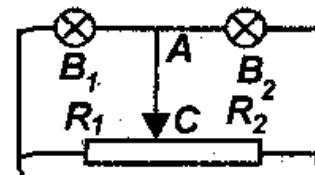


Fig. R 2.4.1

b) Conform legii lui Kirchhoff pentru nodul A , obținem $I_1 = I_2 + I_{AC} \Rightarrow I_{AC} = I_1 - I_2 = -0,1$ A \Rightarrow prin firul metalic AC curentul electric circulă de la C la A și are valoarea de 0,1 A.

c) Aflăm rezistența circuitului exterior. Aflăm întâi rezistențele becurilor:

$$R_{1b} = \frac{P_1}{I_1^2} = 40$$
 Ω și $R_{2b} = \frac{P_2}{I_2^2} \approx 66,67$ Ω. Observăm că rezistențele R_1 și R_{1b}

sunt legate în paralel, iar gruparea lor este legată în serie cu gruparea paralel a rezistențelor R_2 și R_{2b} , astfel că: $R_{ext} = \frac{R_1 R_{1b}}{R_1 + R_{1b}} + \frac{R_2 R_{2b}}{R_2 + R_{2b}} = 60$ Ω.

Puterea disipată pe circuitul exterior este maximă atunci când $r=R=60$ Ω.

34. a și b) Aflăm intensitățile nominale ale curentilor ce trec prin consumatoare: $I_{n1} = \frac{P_1}{U_{n1}} = 5$ A și $I_{n2} = \frac{P_2}{U_{n2}} = 2$ A. Deoarece tensiunea aplicată

pe cele două consumatoare este $U > U_{n1} + U_{n2}$ trebuie să legăm în serie cu cele două becuri o rezistență R_1 pe care să cadă diferența de tensiune. $U_1 = U - U_{n1} - U_{n2} = 100$ V, iar prin această trebuie să circule curentul cu

intensitatea cea mai mare I_{n1} , astfel că: $R_1 = \frac{U - U_{n1} - U_{n2}}{I_{n1}} = 20$ Ω. Deoarece

prin consumatorul 2 curentul maxim care trece are intensitatea $I_{n2} < I_{n1}$, acesta trebuie protejat cu o rezistență R_2 legată în paralel, astfel că intensitatea care trece prin ea este $I_2 = I_{n1} - I_{n2} \Rightarrow R_2 = \frac{U_{n2}}{I_2} = \frac{U_{n2}}{I_{n1} - I_{n2}} \approx 16,67\Omega$.

c) Calculăm puterea totală consumată de cele două rezistențe: $P_t = P_1 + P_2 = R_1 I_{n1}^2 + R_2 (I_{n1} - I_{n2})^2 = R_1 I_{n1}^2 + U_{n2} (I_{n1} - I_{n2}) = 650$ W.

35. a) Scriem expresiile puterilor pe cele două becuri (fig R 2.4.2):

$$P_1 = UI_1 \text{ și } P_2 = UI_2 \Rightarrow I_1 = \frac{P_1}{U} \text{ și } I_2 = \frac{P_2}{U}, \text{ astfel că}$$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{P_1 + P_2}{U}.$$

$$\text{Cum } E = I(R + r) + U \Rightarrow E = \frac{(P_1 + P_2)}{U}(R + r) + U$$

$\Rightarrow U^2 - EU + (P_1 + P_2)(R + r) = 0$. Introducem valorile și obținem:

$$U^2 - 24U + 144 = 0 \Rightarrow U = 12 \text{ V} \Rightarrow I = \frac{E - u}{R + r} = 5 \text{ A.}$$

b) Rezistența echivalentă a grupării de becuri este $R_e = \frac{U}{I} = 2,4 \Omega$.

$$\text{c)} \frac{P_{ext}}{P_s} = \frac{R_{ext}I^2}{EI} = \frac{(R_e + R)I}{E} \approx 0,9$$

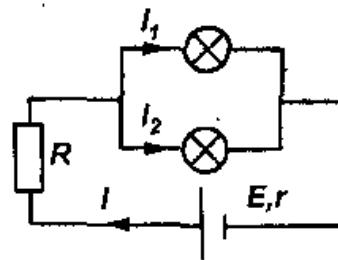


Fig. R 2.4.2

36. a) Deoarece puterea debitată de sursă în circuitul exterior are aceeași

$$\text{valoare } P_1 = P_2 \Rightarrow R_1 \frac{E^2}{(R_1 + r)^2} = R_2 \frac{E^2}{(R_2 + r)^2} \Rightarrow r = \sqrt{R_1 R_2}.$$

$$\text{Cum } R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3R_2}{4} \Rightarrow r = \sqrt{3R_2 \cdot \frac{3R_2}{4}} = \frac{3R_2}{2} = 3 \Omega.$$

b) Când intrerupătorul K este deschis, puterea disipată în interiorul bateriei

$$\text{este } P_{r1} = rI_1^2 = r \left(\frac{E}{r + R_1} \right)^2, \text{ iar când intrerupătorul K este închis, puterea}$$

$$\text{disipată în interiorul bateriei este } P_{r2} = rI_2^2 = r \left(\frac{E}{r + R_e} \right)^2 \Rightarrow \frac{P_{r2}}{P_{r1}} = \left(\frac{R_1 + r}{R_e + r} \right)^2,$$

$$\text{unde } R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3R_2}{4} = 1,5 \Omega \Rightarrow \frac{P_{r2}}{P_{r1}} = 4 \Rightarrow \text{prin închiderea intrerupătorului K puterea disipată în interiorul sursei se mărește de patru ori.}$$

$$\text{c)} \text{ Deoarece când intrerupătorul K este închis, puterea disipată în circuitul exterior este maximă când } r = R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3R_2}{4} = 1,5 \Omega.$$

37. a) Calculăm rezistența echivalentă când cursorul C împarte rezistența R a potențiometrului în două părți egale. $R_{eNC} = \frac{R}{3}$ se obține legând rezistența

R cu $R/2$ în paralel. Rezistența R_{eNM} se obține legând rezistența R_{eNC} cu $R/2$ în serie, astfel că $R_{eNM} = R_{eNC} + \frac{R}{2} = \frac{R}{3} + \frac{R}{2} = \frac{5R}{6} \Rightarrow I_{MC} = \frac{U_0}{R_{eNM}} = \frac{6U_0}{5R}$.

b) Puterea dezvoltată în circuitul exterior când cursorul se află la jumătatea rezistorului potențiometrului este: $P_{ext} = R_{eNM} I_{MC}^2 = \frac{6U_0^2}{5R}$. Calculăm puterea dissipată de rezistență de sarcină R , astfel că: $P_R = \frac{U_{NC}^2}{R}$, unde

$$U_{NC} = R_{eNC} I = \frac{2U_0}{5} \Rightarrow P_R = \frac{4U_0^2}{25R} \Rightarrow \frac{P_R}{P_{ext}} = \frac{2}{15} \approx 0,133.$$

c) Cum $f = \frac{R_{MC}}{R_{NC}} \Rightarrow R_{MC} = fR_{NC} \Rightarrow R = R_{MC} + R_{NC} = (1+f)R_{NC} \Rightarrow R_{NC} = \frac{R}{1+f}$

și $R_{MC} = \frac{fR}{1+f}$. Astfel că:

$$R_{eNC} = \frac{R_{NC}R}{R_{NC} + R} = \frac{fR}{2f+1} \Rightarrow U_{NC} = R_{eNC} I = \frac{RI}{f+2} = \frac{U_0}{2} \text{ și}$$

$$U_{CM} = R_{MC} I = \frac{fRI}{1+f} = \frac{U_0}{2}. \text{ Din cele două egalități rezultă: } \frac{RI}{f+2} = \frac{fRI}{1+f} \Rightarrow f^2 + f - 1 = 0 \Rightarrow f = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0,618.$$

38. a) Utilizăm definiția puterii: $P = R_1 I_1^2$ și $P = R_2 I_2^2 \Rightarrow R_1 I_1^2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = 81$

b) Din $I_1 = \frac{E}{R_1 + r}$ și $I_2 = \frac{E}{R_2 + r} \Rightarrow \frac{R_1 E^2}{(R_1 + r)^2} = \frac{R_2 E^2}{(R_2 + r)^2} \Rightarrow r^2 = R_1 R_2$.

Cum $R_1 = 81R_2 \Rightarrow r^2 = 81R_2^2 \Rightarrow R_2 = \frac{r}{9} = \frac{4}{9} \Omega \Rightarrow E = I_2(R_2 + r) = 160 \text{ V}$

c) $P = R_2 I_2^2 = 576 \text{ W}$

39. a) Prin definiție, valoarea energiei electrice printr-un rezistor R este:

$$W_{el} = RI^2 t = R \frac{E^2}{(R+r)^2} t = 40,5 \text{ kJ}$$

b) Tensiunea la bornele sursei este $U = E - Ir = RI = R \frac{E}{R+r}$.

$$\text{Cum } U = \frac{E}{5} \Rightarrow \frac{E}{5} = \frac{RE}{R+r} \Rightarrow R+r = 5R \Rightarrow R = \frac{r}{4} = 1,25 \Omega.$$

c) Prin definiție randamentul transferului de putere este $\eta = \frac{P_u}{P_c}$, unde P_u reprezintă puterea utilă dissipată de sursă pe circuitul exterior și este $P_u = RI^2 = \frac{RE^2}{(R+r)^2}$ și P_c este puterea consumată de sursă, adică:

$$P_c = EI = \frac{E^2}{R+r} \Rightarrow \eta = \frac{R}{R+r} = 20\%$$

d) Puterea maximă debitată de sursă pe circuitul exterior se obține când $R=r$ și în acest caz $P_{\max} = \frac{E^2}{4r}$. Cum $P = \frac{1}{4} P_{\max} \Rightarrow \frac{RE^2}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{16r} \Rightarrow R^2 - 14rR + r^2 = 0$. Soluțiile sunt: $R_1 \approx 0,072r$ și $R_2 \approx 13,928r$.

40. a) Observăm că rezistențele R_2 și R_3 sunt legate în paralel astfel că rezistența lor echivalentă este: $R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 30 \Omega$. Cum puterea dissipată pe

circuitul exterior este $P = (R_{23} + R_1)I^2 = R_{23}I^2 + R_1I^2$, iar $U_1 = R_1I$ obținem: $P = R_{23}I^2 + U_1I \Rightarrow 30I_1^2 + 90I - 300 = 0 \Rightarrow I^2 + 3I - 10 = 0 \Rightarrow I = 2 \text{ A}$

b) Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursă și rezistența R_{23} inseriată cu R_1 obținem: $E = IR_{23} + IR_1 = IR_{23} + u_1 = I(R_{23} + R_1 + r) \Rightarrow E = 160 \text{ V}$. Astfel puterea sursei este $P = EI = 320 \text{ W}$.

c) Prin definiție randamentul transferului de putere este $\eta = \frac{P_u}{P_c} = \frac{R_{ext}I^2}{EI} = \frac{R_{ext}I}{(R_{ext}+r)I} = \frac{R_{ext}}{R_{ext}+r}$, cu $R_{ext} = R_{23} + R_1 = R_{23} + \frac{U_1}{I} = 75 \Omega \Rightarrow \eta = 93,75\%$

41. a) Pe baza definiției: $Q = \frac{U^2}{R_1}t_1 \Rightarrow R_1 = \frac{U^2}{Q}t_1$ și analog din $Q = \frac{U^2}{R_2}t_2 \Rightarrow R_2 = \frac{U^2t_2}{Q}$. Dacă rezistențele se leagă în serie: $R_s = R_1 + R_2 = \frac{U^2}{Q}(t_1 + t_2) \Rightarrow Q = \frac{U^2t_s}{R_s} \Rightarrow t_s = \frac{QR_s}{U^2} \Rightarrow t_s = t_1 + t_2 = 50 \text{ min.}$

b) Dacă rezistențele se leagă în paralel, rezistența lor echivalentă este

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{U^2}{Q} \cdot \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow Q = \frac{U^2 t_p}{R_p} \Rightarrow t_p = \frac{QR_p}{U^2} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 12 \text{ min.}$$

c) Presupunem că firul poate suporta curentul dat fară să se topească și calculăm căldura furnizată de curentul electric: $Q = R_m I^2 \tau$, unde R_m este valoarea medie a rezistenței. Cum $R = R_0(1 + \alpha t)$, deoarece rezistența depinde liniar de temperatură, valoarea medie a rezistenței se calculează prin media aritmetică a valorilor de a capetele intervalului de temperatură (t_1, t_2) , astfel

$$\text{că: } R_m = \frac{R_0(1 + \alpha t_1) + R_0(1 + \alpha t_2)}{2} = R_0 \left[1 + \frac{\alpha(t_1 + t_2)}{2} \right] \text{ cu rezistența la } 0^\circ\text{C},$$

$$R_0 = \frac{\rho_0 \ell}{S} \text{ astfel că, } Q = \frac{\rho_0 I}{S} I^2 \tau \left[1 + \frac{\alpha(t_1 + t_2)}{2} \right] = 1263,6 \text{ J.}$$

Datorită pierderilor de căldură, nu toată căldura furnizată de trecerea curentului electric se transformă în căldură care să ducă la încălzirea rezistenței, astfel că cea utilă este $Q_u = (1 - f)Q = 1137,24 \text{ J.}$

Calculăm căldura necesară rezistenței să ajungă la temperatura de topire: $Q' = mc(t_f - t_{12}) = dS\ell c(t_f - t_1)$, deoarece $m = dS\ell \Rightarrow Q' = 1871,1 \text{ J.}$

Deoarece $Q' > Q_u$ înseamnă că rezistența nu ajunge la temperatura de topire dacă prin ea trece un curent cu intensitatea I în timpul τ și prin urmare suportă curentul fără să se topească.

42. a) Deoarece puterea disipată pe circuitul exterior este maximă, atunci $R = r = 1,1 \Omega$.

b) Cum $P = RI_2^2 \Rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{P}{R}} = 5 \text{ A}$. Conform legii lui Ohm pentru un circuit

electric simplu: $E = I_1(R_{AB} + r) = I_1(R + r) \Rightarrow I_1 = \frac{E}{R + r} = 10 \text{ A}$. Conform legii

lui Kirchhoff pentru un nod de rețea: $I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_3 = I_1 - I_2 = 5 \text{ A}$.

c) Scriem legile lui Kirchhoff pentru cele două ochiuri de rețea și obținem: $E = I_1(R_1 + r) + I_3 R_3 \Rightarrow 22 = 10 \cdot (R_1 + 1,1) + 5R_3 \Rightarrow R_1 = 1,1 - 0,5R_3$.

Cum $R_1 \geq 0 \Rightarrow 1,1 - 0,5R_3 \geq 0 \Rightarrow R_3 \leq 2,2 \Omega$.

Din $I_2(R + R_2) - I_3 R_3 = 0 \Rightarrow 5(1,1 + R_2) = 5R_3 \Rightarrow R_2 = R_3 - 1,1$ și $R_2 \geq 0 \Rightarrow R_3 \geq 1,1 \Omega \Rightarrow R_3 \in [1,1 \Omega; 2,2 \Omega]$

d) Utilizăm formula rezistenței electrice $R = \frac{\rho \ell}{S}$ (1). Calculăm căldura furnizată rezistenței R de trecerea curentului electric, dacă se negligează

pierderile de căldură, astfel că $Q = P\tau$. Dar această căldură se mai scrie $Q = mc(t - t_0) = mct$, deoarece temperatura inițială este $t_0 = 0$.

Cum $m=dSl$ ⇒ $P\tau = dSlct$, iar cum rezistența este:

$$R = R_0(1+\alpha t) \text{ și } R = R_0(1+f) \Rightarrow 1+f = 1+\alpha t \Rightarrow t = \frac{f}{\alpha} \Rightarrow P\tau = dSlc \frac{f}{\alpha} \quad (2)$$

$$\text{Înmulțim (1) cu (2) și obținem: } P\tau R = d\ell^2 \rho c \frac{f}{\alpha} \Rightarrow \ell = \sqrt{\frac{P\tau \alpha t}{d\rho c f}} \approx 52,14 \text{ m.}$$

$$\text{Împărțim (1) cu (2) și obținem: } \frac{R}{P\tau} = \frac{\rho \alpha}{dS^2 cf} \Rightarrow S = \sqrt{\frac{P\rho\alpha t}{defR}} \approx 0,95 \text{ mm}^2.$$

43. a) Puterea absorbită de circuitul exterior este: $P = R_{ext}I^2 = R_{ext}\left(\frac{E}{R_{ext}+r}\right)^2$

$$\Rightarrow 968 = \frac{110^2 R_{ext}}{(R_{ext}+r)^2} \Rightarrow 2R_{ext}^2 - 17R_{ext} + 8 = 0. \text{ Soluțiile sunt: } R_{ext} = 0,5 \Omega \text{ și}$$

$R_{ext} = 8 \Omega$. Deoarece $R_{ext} = R_{AC} + R_{CD} = R + R_{CD} \Rightarrow R_{ext} > R \Rightarrow R_{ext} > 7 \Omega$, atunci valoarea rezistenței exterioare este $R_{ext} = 8 \Omega$.

Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu: $I = \frac{E}{R_{ext}+r} = 11 \text{ A.}$

Aflăm rezistența echivalentă a hexagonului $R_{CD} = R_{ext} - R = 1 \Omega$, astfel că puterea totală disipată în laturile hexagonului este $P_{CD} = R_{CD}I^2 = 121 \text{ W.}$

b) $U_{CD} = IR_{CD} = 11 \text{ V}$, conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit.

Aflăm rezistența echivalentă a hexagonului. Astfel $R_{CF} = 2r/3$, iar

$R_{CFD} = R_{CF} + r = 5r/3$, deoarece ramura cu rezistență $2r$ este legată în paralel cu rezistența r , iar gruparea lor este legată în serie cu rezistența r . Din motive de simetrie $R_{CFD} = R_{CGD}$. Observăm că R_{CFD}, R_{CGD} și r sunt legate în paralel:

$$\frac{1}{R_{CD}} = \frac{1}{R_{CFD}} + \frac{1}{R_{CGD}} + \frac{1}{r} = \frac{2}{R_{CFD}} + \frac{1}{r} \Rightarrow R_{CD} = \frac{5r}{11} \Rightarrow r = \frac{11R_{CD}}{5} \Rightarrow r = 2,2 \Omega.$$

c) Conform legii lui Kirchhoff pentru nodul D :

$$I_1 + I_2 + I_3 = I \quad (\text{fig. R 2.4.3}), \text{ cu } I_1 = I_2 \text{ din}$$

motive de simetrie. Dar $I_3 = \frac{U_{CD}}{r} = 5 \text{ A}$

$$\Rightarrow 2I_1 = I - I_3 \Rightarrow I_1 = \frac{I - I_3}{2} = 3 \text{ A și } I_2 = 3 \text{ A.}$$

Pe baza legii lui Kirchhoff pentru nodul F :

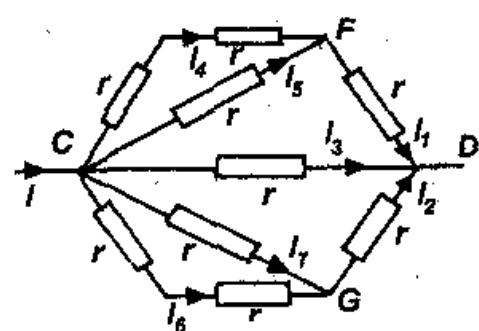


Fig. R 2.4.3

$$I_1 = I_4 + I_5.$$

Cum $U_{CF} = 2rI_4 = rI_5 \Rightarrow I_1 = 3I_4 \Rightarrow I_4 = I_1/3 = 1 \text{ A}$ și $I_5 = 2 \text{ A}$. Din motive de simetrie: $I_6 = I_4 = 1 \text{ A}$ și $I_7 = I_5 = 2 \text{ A}$.

44. a) Puterea disipată pe rezistență X este: $P_X = \frac{U_{AB}^2}{X}$, cu $U_{AB} = R_{AB}I$, unde

$$R_{AB} = \frac{R_2 X}{R_2 + X} \text{ și } I = \frac{E}{r + R_1 + R_{AB}} \Rightarrow U_{AB} = \frac{R_2 X}{R_2 + X} \cdot \frac{E}{r + R_1 + \frac{R_2 X}{R_2 + X}} \Rightarrow$$

$$U_{AB} = \frac{R_2 E X}{(r + R_1)(R_2 + X) + R_2 X} \Rightarrow P_X = \frac{R_2^2 E^2 X}{[(r + R_1)R_2 + X(R_1 + R_2 + r)]^2} \Rightarrow$$

introducem valorile și obținem: $X^2 - 25X + 100 = 0 \Rightarrow$ soluțiile sunt $X_1 = 5 \Omega$ și $X_2 = 20 \Omega$.

b) Pentru $X_1 = 5 \Omega \Rightarrow I = 5 \text{ A}$ și $U_{AB} = \frac{I_1 R_2 X_1}{R_2 + X_1} = 20 \text{ V}$.

Pentru $X_2 = 20 \Omega \Rightarrow I_2 = 4 \text{ A}$ și $U_{AB} = \frac{I_2 R_2 X_2}{R_2 + X_2} = 40 \text{ V}$.

c) Puterile sursei sunt: $P_1 = EI_1 = 600 \text{ W}$ și respectiv $P_2 = EI_2 = 480 \text{ W}$, astfel că $\frac{P_1}{P_2} = 1,25$.

45. a. Din expresia energiei electrice $W = RI^2 \Delta t \Rightarrow R = \frac{W}{I^2 \Delta t} = 9 \Omega$

b. Puterea disipată de rezistorul R_1 în cazul în care comutatorul K este închis este $P = R_1 I_3^2$, unde I_3 reprezintă intensitatea curentului electric prin rezistență R_1 când comutatorul este închis. Când comutatorul se închide rezistența R_2 este sărată, astfel că rezistența R_1 este legată în paralel cu gruparea serie a rezistențelor R_A și $R \Rightarrow R_1 I_3 = (R + R_A) I_2 \Rightarrow$

$$I_3 = (R + R_A) I_2 / R_1 = 3,2 \text{ A} \Rightarrow P = 25,6 \text{ W}$$

c. Randamentul circuitului electric în condițiile în care comutatorul K este închis este $\eta = \frac{R_{ext}}{R_{ext} + r}$, unde R_{ext} reprezintă rezistența circuitului exterior

când comutatorul K este închis iar r rezistența internă a sursei. Astfel:

$$R_{ext} = \frac{R_1 (R + R_A)}{R_1 + R + R_A} = 2 \Omega. \text{ Când comutatorul } K \text{ este închis, intensitatea prin}$$

sursă este $I' = I_2 + I_3 = 4 \text{ A}$ atunci $E = I'(R_{ext} + r) = 4(2 + r) \text{ (1)}$.

Când comutatorul K este deschis, prin cele două ramuri legate în paralel circulă curenți cu intensități egale, deoarece rezistențele ramurilor sunt egale ($R + R_A = R_1 + R_2 = 10 \Omega$), astfel că intensitatea prin sursă este $I = 2I_1 = 2$ A. Rezistența circuitului exterior când comutatorul K este deschis este $R'_{ext} = \frac{(R + R_A)(R_1 + R_2)}{R + R_A + R_1 + R_2} = 5 \Omega$. Obținem: $E = I(R'_{ext} + r) = 2(5 + r)$ (2).

Din rezolvarea celor două ecuații obținem rezistența internă a sursei $r = 1 \Omega \Rightarrow \eta \approx 66,67\%$.

46. a) Conform formulei puterii $P = RI^2 = R \frac{U^2}{(R + R_C)^2}$, unde cu R_C am notat rezistența totală a conductoarelor de alimentare, astfel că $PR^2 + 2PRR_C + PR_C^2 = RU^2 \Rightarrow PR^2 + (2PR_C - U^2)R + PR_C^2 = 0 \Rightarrow$ pentru a obține o valoare unică a rezistenței R , trebuie ca ecuația de gradul 2 să aibă o singură soluție, deci trebuie ca $\Delta = 0$.

Dar: $\Delta = (2PR_C - U^2)^2 - 4P^2R_C^2 = U^4 - 4PR_CU^2 \Rightarrow R_C = \frac{U^2}{4P}$. În acest caz

$$R = \frac{U^2 - 2PR_C}{2P} = \frac{U^2}{4P} = R_C = 121 \Omega.$$

$$\text{b)} I = \frac{U}{R + R_C} = \frac{U}{2R} = \frac{2P}{U} \approx 0,91 \text{ A.}$$

$$\text{c)} \text{ Dacă } R_C = 3R \Rightarrow I = \frac{U}{R + R_C} = \frac{U}{4R} = \frac{P}{U} \approx 0,4545 \text{ A.}$$

47.a) Calculăm rezistența echivalentă a circuitului exterior:

$$R_{DC} = R_{DB} + R = \frac{R}{3} + R = \frac{4R}{3} = 4 \Omega \text{ și intensitatea curentului care circulă}$$

$$\text{prin cele două surse este } I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_{DC}} = 6 \text{ A.}$$

Legăm un voltmtru ideal între punctele A și B și scriem legea a II-a a lui Kirckhoff pentru ochiul format din sursa E_1 , R_{DB} și voltmtru, astfel că:

$$E_1 = I \left(r_1 + \frac{R}{3} \right) + U_{BA} \Rightarrow U_{BA} = E_1 - I \left(r_1 + \frac{R}{3} \right) = -1,2 \text{ V.}$$

b) Energia disipată în circuitul exterior este: $W_{ext} = R_{DC}I^2 \cdot t$, iar energia totală dezvoltată de cele două surse în același interval de timp este:

$$W_s = (E_1 + E_2)I \cdot t \Rightarrow \frac{W_{ext}}{W_s} = \frac{R_{DC} \cdot I}{E_1 + E_2} = \frac{R_{DC}}{R_{DC} + r_1 + r_2} = 0,8.$$

c) Căldura degajată de gruparea în paralel a celor trei rezistoare provine din energia electrică, astfel că: $Q = R_{DB} \cdot I^2 \cdot t = \frac{R}{3} \cdot I^2 \cdot t = 10,8 \text{ kJ}$.

48.a) Calculăm rezistența circuitului exterior, astfel că:

$$R_{ext} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 3,25 \Omega. \text{ Intensitatea curentului electric care circulă prin}$$

cele două surse este: $I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_{ext}} = 2 \text{ A}$. Puterea electrică totală debitată

de sursele de tensiune este: $P_s = P_{S_1} + P_{S_2} = (E_1 + E_2)I = 20 \text{ W}$.

b) Calculăm căldura degajată de circuitul exterior: $Q = R_{ext} \cdot I^2 \cdot t = 46,8 \text{ kJ}$.

c) Pentru ca puterea circuitului exterior să fie maximă trebuie ca rezistența circuitului exterior să fie egală cu rezistența internă a sursei echivalente, astfel că: $R_{ext} = r_1 + r_2 = 1,75 \Omega$. Valoarea maximă a puterii disipate pe

$$\text{circuitul exterior este } P = \frac{(E_1 + E_2)^2}{4(r_1 + r_2)} \approx 14,29 \text{ W.}$$

49. a) Cum $Q = R_1 I_1^2 \cdot t \Rightarrow I_1 = \sqrt{\frac{Q}{R_1 t}} = 2 \text{ A}$. Deoarece rezistențele R_1 și R_2

sunt legate în paralel, tensiunile la capetele lor sunt egale, astfel că

$$R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{R_1 I_1}{R_2} = 0,5 \text{ A} \Rightarrow I = I_1 + I_2 = 2,5 \text{ A}$$

b) $Q_R = RI^2t$. Aflăm rezistența R , scriind legea lui Kirchhoff pentru ochiul format dintr-o baterie prin care circulă un curent cu intensitatea $I/2$ și

$$\text{rezistențele } R \text{ și } R_2, \text{ astfel că: } E = \frac{I}{2}r + I_2 R_2 + IR \Rightarrow R = \frac{E - \frac{I}{2}r - I_2 R_2}{I} = 19 \Omega$$

Obținem $Q_R = 71,25 \text{ kJ}$.

c) Puterea debitată de sursele de tensiune este:

$$P_s = P_{S_1} + P_{S_2} = E \cdot \frac{I}{2} + E \cdot \frac{I}{2} = E \cdot I = 150 \text{ W.}$$

50. a) Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa E_2 și

$$\text{rezistența } R_2, \text{ obținem: } E_2 = -I_2 R_2 \Rightarrow I_2 = -\frac{E_2}{R_2} \Rightarrow P = R_2 I_2^2 = \frac{E_2^2}{R_2} = 4 \text{ W.}$$

b) Aflăm intensitatea curentului electric prin ramura ce conține sursa E_1 și rezistența R_1 pe baza legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursele E_1 și

E_2 : $E_1 + E_2 = I_1 R_1 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 + E_2}{R_1} = 5$ A. Aflăm căldura degajată prin efect

Joule pe cele două rezistențe: $Q = R_2 I_2^2 t + R_1 I_1^2 t = \left[\frac{E_2^2}{R_2} + \frac{(E_1 + E_2)^2}{R_1} \right] t = 16,2$ kJ.

c) Puterea electrică dissipată de sursele de tensiune este $P_S = P_{S_1} + P_{S_2} = E_1 R_1 + E_2 I$, unde I reprezintă intensitatea curentului care trece prin bateria E_2 . Scriem legea lui Kirchhoff pentru un nod: $I_1 = I_2 + I \Rightarrow I = I_1 - I_2 = \frac{E_1 + E_2}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} = 6$ A $\Rightarrow P_S = 54$ W.

51.a. Calculăm rezistența circuitului exterior $R_{ext} = R + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_A = 13,2\Omega$.

Intensitatea curentului prin circuitul principal este: $I = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}}{1 + R_{ext} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)}$

$I=0,5$ A \Rightarrow energia dissipată prin efect Joule de rezistorul R în timpul Δt este $W = RI^2 \Delta t = 1320$ J

b. Dacă se anulează curentul electric prin sursa E_1 , atunci $I_1=0$ și curentul electric circulă prin sursa E_2 și prin rezistoare, astfel că $I' = \frac{E_2}{r_2 + R_{ext}}$. Atunci

tensiunea electromotoare a primei surse este $E'_1 = I' R_{ext} = \frac{R_{ext} E_2}{r_2 + R_{ext}} \approx 7,33$ V

c. Dacă sursa de tensiune E_2 este scoasă din circuit, intensitatea curentului prin circuitul principal este $I'' = \frac{E_1}{r_1 + R_{ext}}$. Puterea electrică dezvoltată de

portiunea de circuit alcătuită de cele două rezistoare R_1 și R_2 este:

$$P = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I''^2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot \left(\frac{E_1}{r_1 + R_{ext}} \right)^2 \approx 0,374$$
 W

52. a. Căldura dissipată prin rezistorul R_3 în timpul Δt este $Q = R_3 I_3^2 \Delta t$.

Circuitul exterior are rezistență echivalentă $R_{ext} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 8,1$ Ω, astfel

că din legea a doua a lui Kirchhoff pentru un ochi care cuprinde o sursă și circuitul exterior obținem: $E = \frac{rI_3}{2} + R_{ext}I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{E}{R_{ext} + r/2} = 4 \text{ A} \Rightarrow Q = 28,8 \text{ kJ}$

b. Puterea electrică consumată în circuitul exterior este $P_{ext} = R_{ext}I_3^2 = 129,6 \text{ W}$

c. Randamentul circuitului electric este $\eta = \frac{R_{ext}}{R_{ext} + r} = 90\%$

53. a. Puterea electrică disipată de rezistorul R_2 este $P_2 = R_2I_2^2 = 9 \text{ W}$

b. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din ramura cu sursa E_2 și rezistența R_3 obținem: $E_2 = I_2(R_2 + r_2) + I_3R_3 \Rightarrow I_3 = \frac{E_2 - I_2(R_2 + r_2)}{R_3} = 0,2 \text{ A}$

c. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod obținem $I_1 + I_3 = I_2 \Rightarrow I_1 = I_2 - I_3 = 0,3 \text{ A}$. Energia electrică consumată de rezistorului R_1 în intervalul de timp Δt este $W_1 = R_1I_1^2\Delta t = 864 \text{ J}$

d. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din ramurile cu sursele E_2 și E_1 obținem: $E_2 - E_1 = I_2(R_2 + r_2) + I_1(R_1 + r_1) \Rightarrow E_1 = E_2 - I_2(R_2 + r_2) - I_1(R_1 + r_1) = 13 \text{ V}$

54. a. Din legile lui Kirchhoff aflăm intensitățile care circulă prin laturile circuitului. Astfel din $I_1 + I_3 = I_2$, $E_1 = I_1R_1 + I_2R_2$ și $E_2 = I_2R_2 + I_3(R_3 + R_4)$ obținem $I_1 = 1,4 \text{ A}$, $I_2 = 1,6 \text{ A}$, $I_3 = 0,2 \text{ A}$. Pentru a afla tensiunea electrică între punctele A și B montăm între aceste puncte un voltmetru și scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format din latura AB și voltmetru, astfel că: $E_1 = U_{AB} - I_3R_3 \Rightarrow U_{AB} = E_1 + I_3R_3 = 12,8 \text{ V}$

b. Puterea electrică disipată pe rezistorul R_4 este $P_4 = R_4I_3^2 = 0,16 \text{ W}$

c. Căldura degajată prin efect Joule de rezistorul R_1 în timpul Δt este $Q_1 = R_1I_1^2\Delta t = 4704 \text{ J}$

55. a. Pe baza legilor lui Kirchhoff: $I_1 = I_2 + I_3$, $E_2 = I_2(R_2 + r_2) - I_3R_3$, $E_1 = I_1(R_1 + r_1) + I_3R_3$ obținem

$$I_3 = \frac{\frac{E_2}{R_2 + r_2} + \frac{E_1}{R_1 + r_1}}{1 + R_3 \left(\frac{1}{R_2 + r_2} + \frac{1}{R_1 + r_1} \right)} = \frac{2}{21} \text{ A}, I_1 = \frac{38}{21} \text{ A}, I_2 = \frac{36}{21} \text{ A}$$

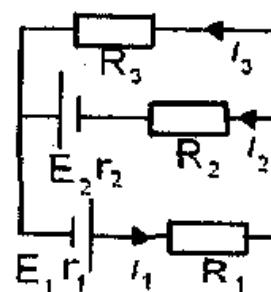


Fig. R 2.4.4

b. Energia electrică disipată pe rezistorul R_1 în timpul Δt este $W_1 = R_1 I_1^2 \Delta t = 1964,63$ J

c. Puterea electrică disipată pe rezistența internă a sursei E_2 este $P_{E_2} = r_2 I_2^2 \approx 2,94$ W

56. a) Cum $P = R_b I_b^2 \Rightarrow I_b = \sqrt{\frac{P}{R_b}} = 2$ A.

b) Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține sursa de tensiune E_1 și rezistența R_1 , astfel că $E_1 = I_b(r_1 + R_b) + I_1 R_1 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - I_b(r_1 + R_b)}{R_1} = 1$ A.

Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține sursa E_2 și rezistența R_1 , astfel că: $E_2 = I_2(r_2 + R_2) - I_1 R_1$. Din legea lui Kirchhoff pentru un nod: $I_b = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = I_b - I_1 = 1$ A $\Rightarrow E_2 = -0,5$ V.

c) $P_{R_1} = R_1 I_1^2 = 4$ W.

57. a) Din $P_4 = R_4 I_4^2 \Rightarrow I_4 = \sqrt{\frac{P_4}{R_4}} = 1$ A. Rezistența R_4 este legată în paralel cu rezistența R_3 , astfel că tensiunile la capetele lor sunt egale. Obținem:

$$R_4 I_4 = R_3 I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{R_4 I_4}{R_3} = 2 \text{ A. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod,}$$

obținem: $I = I_3 + I_4 = 3$ A. Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa E_1 și rezistențele R_1 și R_2 , astfel că: $E_1 = I_1 R_1 - I_2 R_2$. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod de rețea $I = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = I - I_1 \Rightarrow E_1 = I_1 R_1 - I R_2 + I_2 R_2 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 + I R_2}{R_1 + R_2} = \frac{8}{3} \text{ A} \approx 2,67 \text{ A} \Rightarrow I_2 = \frac{1}{3} \text{ A} \approx 0,33 \text{ A}$

b) Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa E_2 și rezistențele R_2 și R_3 , astfel că obținem: $E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3 \approx 2,67$ V

c) $P_1 = E_1 I_1 \approx 5,33$ W.

58. a. Când comutatorul K este deschis $W = RI^2 t \Rightarrow R = \frac{W}{I^2 t} = 9 \Omega$. Din legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din latura care conține sursa E_1 și latura care cuprinde rezistențele R_1 și R_2 obținem: $E_1 = I(R + R_1) - I_1(R_1 + R_2) \Rightarrow I_1 = 0,8$ A. Din legea lui Kirchhoff pentru un nod de rețea obținem $I_2 = I + I_1 = 1,8$ A.

Din legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din latura care conține sursa E_2 și latura care cuprinde rezistențele R_1 și R_2 obținem: $E_2 = I_1(R_1 + R_2) + I_2 R_3$.

Astfel $E_2 = 13,4$ V

b. Când comutatorul K este închis rezistența R_2 este sătăcată. Scriem legile lui Kirchhoff și formăm un sistem de trei ecuații cu trei necunoscute. Obținem: $I_2 = I' + I_1$ (1), $E_1 = I'(R + R_1) - I_1 R_1$ (2) și $E_2 = I_1 R_1 + I_2 R_3$ (3). Din rezolvarea sistemului de ecuații obținem: $I_1 = 2,048$ A, $I' = 0,712$ A și $I_2 \approx 2,76$ A \Rightarrow intensitatea indicată de ampermetru când comutatorul K este închis este $I' = 0,712$ A.

c. Puterea electrică dezvoltată în rezistorul R_1 când comutatorul este închis este $P_1 = R_1 I_1^2 \approx 10,486$ W

59. a. Intensitatea curentului electric prin circuitul principal este $I = 2I_0$. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa de tensiune E și un acumulator: $E - E_0 = I(R + r) + I_0 r_0 \Rightarrow R = \frac{E - E_0 - I_0 r_0}{2I_0} - r = 1,5 \Omega$

b. Puterea dezvoltată de sursă este $P_s = EI = 96$ W

c. Puterea disipată prin efect Joule în întregul circuit este $P_J = P_R + P_r + 2P_{r_0}$

$$\text{Obținem } P_J = RI^2 + rI^2 + 2r_0 I_0^2 = 48 \text{ W}$$

d. Purerile acumulatoarelor este $P_{E_0} = -E_0 I_0 = -24$ W, deoarece acestea se încarcă și prin ele circulă curent de la plus la minus, astfel că ele absorb putere de la sursa E și nu furnizează putere circuitului. Puterea totală a surselor este $P = P_J + 2P_{E_0} = EI - 2E_0 I_0 = 48$ W.

Astfel $P = P_J$ reprezintă bilanțul puterilor.

60. a. Puterea electrică furnizată de sursa E_3 este $P_{S_3} = -E_3 I_3$. Intensitatea curentului care circulă prin sursa E_3 se află din legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format din laturile pe care se află sursele E_1 și E_3 : $E_1 - E_3 = I_1(R_1 + r_1) + I_3 r_3 \Rightarrow I_3 = [E_1 - E_3 - I_1(R_1 + r_1)]/r_3 = 1,5$ A $\Rightarrow P_{S_3} = -4,5$ W. Semnul minus ne arată că sursa nu furnizează putere circuitului electric ci absoarbe putere de la acesta.

b. Din legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format din laturile pe care se află sursele E_2 și E_3 obținem: $E_2 - E_3 = I_2(R_2 + r_2) + I_3 r_3 \Rightarrow$

$E_2 = E_3 + I_2(R_2 + r_2) + I_3 r_3$. Din legea lui Kirchhoff pentru un nod obținem intensitatea I_2 astfel că $I_1 + I_2 = I_3 \Rightarrow I_2 = I_3 - I_1 = 1,25$ A $\Rightarrow E_2 = 20$ V

c. Energia consumată împreună de către rezistoroarele R_1 și R_2 în timpul Δt este $W = (R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2) \Delta t = 18,075$ kJ

61. a. Energia electrică consumată de rezistorul R_3 în intervalul de timp Δt este $W_3 = R_3 I_3^2 \Delta t = 21,6$ kJ

- b.** Conform legilor lui Kirchhoff obținem sistemul: $I_3 = I_1 + I_2$ (1), $E_3 = I_2(R_2 + r_3) + I_3R_3$ (2) și $E_1 + E_2 = I_1(R_1 + r_1) + I_3R_3$ (3). Rezolvând sistemul de ecuații obținem: $I_1 = 2$ A, $I_2 = 1$ A și $E_2 = 36$ V.
c. Puterea totală disipată pe rezistoare este $P = R_1I_1^2 + R_2I_2^2 + R_3I_3^2 = 109$ W

62. a) Deoarece sursele de tensiune 1 și 3 sunt identice, prin ele circulă curenți cu aceeași intensitate, astfel că: $I_1 = I_3$. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod: $I_2 = I_1 + I_3 = 2I_1$. Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format de sursele E_1 și E_2 : $E_1 + E_2 = I_1r_1 + 2I_1(R + r_2) \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 + E_2}{2R + r_1 + 2r_2} = 1$ A.

Obținem $I_3 = 1$ A și $I_2 = 2$ A.

b) Calculăm puterile disipate de rezistențele din circuit $P_R = RI_2^2 = 16$ W; $P_{r_2} = r_2I_2^2 = 4$ W; $P_{r_1} = P_{r_3} = r_1I_1^2 = 2$ W $\Rightarrow P = P_R + P_{r_1} + P_{r_2} + P_{r_3} = 24$ W.

c) Calculăm puterea surselor: $P_{S_1} = P_{S_2} = E_1I_1 = 9$ W și $P_{S_3} = E_2I_2 = 6$ W $\Rightarrow P = P_{S_1} + P_{S_2} + P_{S_3} = 24$ W. Observăm că $P_S = P$, ceea ce arată ca puterea totală furnizată de sursele de tensiune este disipată de rezistențele circuitului (bilanțul puterilor).

63. a) Scriem legile lui Kirchhoff și formăm un sistem de trei ecuații cu trei necunoscute pe care-l rezolvăm: $I_3 = I_1 + I_2$ (1);

$$E_2 - E_1 = -I_2(R_2 + r_2) + I_1(R_1 + r_1) \Rightarrow 4 = 20I_1 - 6I_2 \Rightarrow I_1 = \frac{2 + 3I_2}{10} \quad (2);$$

$$E_3 - E_2 = I_3(R_3 + R_4 + r_3) + I_2(R_2 + r_2) \Rightarrow 10 = 20I_3 + 6I_2 \Rightarrow I_3 = \frac{5 - 3I_2}{10} \quad (3);$$

Introducând (2) și (3) în (1), obținem $I_2 = 0,1875$ A; $I_1 = \frac{41}{160} \approx 0,257$ A și

$$I_3 = \frac{71}{160} \approx 0,444 \text{ A.}$$

b) Calculăm puterile disipate de toate rezistențele din circuit: $P_{R_1} = R_1I_1^2 \approx 1,3$ W, $P_{R_2} = R_2I_2^2 \approx 0,2039$ W, $P_{R_3} = R_3I_3^2 \approx 1,969$ W, $P_{R_4} = R_4I_3^2 \approx 1,89$ W, $P_{r_1} = r_1I_1^2 \approx 0,013$ W, $P_{r_2} = r_2I_2^2 \approx 0,007$ W și $P_{r_3} = r_3I_3^2 \approx 0,0787$ W. Puterea totală disipată de aceste rezistențe este suma lor, adică $P \approx 5,4616$ W.

c) Calculăm puterile surselor: $P_1 = E_1I_1 = 8,875$ W, $P_2 = -E_2I_2 = -1,875$ W și $P_3 = -E_3I_3 = -1,5375$ W, astfel că puterea totală a surselor este $P_S = P_1 + P_2 + P_3 = 5,4625$ W. Observăm că prin bateriile 1 și 2 curentul

circulă prin interiorul acestora de la borna pozitivă spre cea negativă și din această cauză aceste surse consumă energie, iar puterile lor sunt negative. Deoarece $P_s \approx P$ înseamnă că suma algebrică a puterilor surselor reprezintă puterea disipată pe rezistențele din circuit

64. a) Cele trei surse legate în serie au tensiunea echivalentă $E_1 = 3E$ și rezistență internă $r_1 = 3r$, iar restul de cinci surse legate tot în serie sunt echivalente cu o sursă cu parametrii $E_2 = 5E$ și $r_2 = 5r$. Aflăm parametrii sursei echivalente obținute prin legarea în paralel a celor două grupări (fig. R 2.4.5), utilizând formulele:

$$E_e = \frac{\sum E_k}{\sum \frac{1}{r_k}} = \frac{\frac{2E}{r}}{\frac{1}{3r} + \frac{1}{5r}} = \frac{15E}{4} = 15 \text{ V}$$

$$\text{și } \frac{1}{r_e} = \sum \frac{1}{r_k} = \frac{1}{3r} + \frac{1}{5r} = \frac{8}{15r} \Rightarrow r_e = \frac{15r}{8} = 1.875 \Omega.$$

b) Deoarece prin ramura cu trei surse nu trece un curent electric, atunci $I_1 = 0$, astfel că $I_2 = I_1 \Rightarrow$ pe baza legii lui Kirchhoff pentru ochiul care cuprinde sursa cu tensiunea $5E$ și rezistența reostatului, obținem: $5E = (5r + R) \Rightarrow I = \frac{5E}{5r + R}$. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul care conține sursa cu tensiunea $3E$ și rezistența reostatului, obținem:

$$3E = IR \Rightarrow 3E = \frac{5ER}{5r + R} \Rightarrow 15r + 3R = 5R \Rightarrow R = \frac{15r}{2} = 7.5 \Omega.$$

c) Puterea disipată de o singură sursă pe rezistența reostatului este:

$$P = RI^2 = \frac{RE^2}{(R+r)^2}, \text{ Deoarece } P > \frac{E^2}{8r} \Rightarrow \frac{R}{(R+r)^2} > \frac{1}{8r} \Rightarrow$$

$$0 > R^2 - 6Rr + r^2 \Rightarrow R \in [(3 - 2\sqrt{2})r, (3 + 2\sqrt{2})r] \Rightarrow R \in (0,096\Omega; 4,512\Omega)$$

65.a) Aflăm intensitatea prin circuitul principal, utilizând formula

$$I = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{1 + R \sum \frac{1}{r_k}} = \frac{\frac{n_1 E}{n_1 r} + \frac{n_2 E}{n_2 r}}{1 + R \left(\frac{1}{n_1 r} + \frac{1}{n_2 r} \right)} = \frac{2n_1 n_2 E}{n_1 n_2 r + R(n_1 + n_2)} \approx 2,67 \text{ A.}$$

Scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul de rețea format din gruparea serie a celor n_2 surse și rezistența R , astfel că:

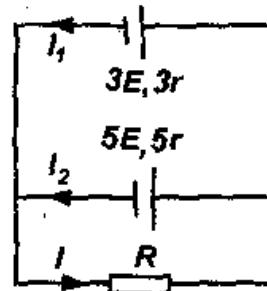


Fig. R 2.4.5

$$n_2 E = n_2 r I_2 + IR \Rightarrow I_2 = \frac{n_2 E - IR}{n_2 r} = \frac{E}{r} \cdot \frac{n_1 n_2 r - R(n_1 - n_2)}{n_1 n_2 r + R(n_1 + n_2)} \Rightarrow I_2 \approx -0,67 \text{ A și}$$

$$I_1 = I - I_2 = \frac{E}{r} \cdot \frac{n_1 n_2 r + R(n_1 - n_2)}{n_1 n_2 r + R(n_1 + n_2)} \approx 3,33 \text{ A.}$$

b) Deoarece prin ramura cu n_2 acumulatoare nu circulă un curent electric

$$\Rightarrow I_2 = 0 \Rightarrow n_1 n_2 r - R(n_1 - n_2) = 0 \Rightarrow R = \frac{n_1 n_2 r}{n_1 - n_2} \approx 2,67 \Omega.$$

c) Deoarece puterea disipată pe circuitul exterior este maximă, atunci $R = r_e$, unde r_e reprezintă rezistența sursei echivalente.

$$\text{Cum } \frac{1}{r_e} = \frac{1}{n_1 r} + \frac{1}{n_2 r} \Rightarrow r_e = \frac{n_1 n_2 r}{n_1 + n_2} \Rightarrow R = \frac{n_1 n_2 r}{n_1 + n_2} \approx 0,615 \Omega.$$

Puterea maximă disipată de circuitul exterior este $P_{\max} = \frac{E^2}{4r_e}$, unde E_e este tensiunea echivalentă a surselor. Astfel conform formulei:

$$E_e = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{\sum \frac{1}{r_k}} = \frac{2n_1 n_2 E}{n_1 + n_2} \text{ și obținem } P_{\max} = \frac{n_1 n_2 E^2}{(n_1 + n_2) \cdot r} \approx 61,538 \text{ W.}$$

66. a) Deoarece se utilizează N surse identice și se formează n ramuri identice, înseamnă că o ramură conține $\frac{N}{n} = 4$ surse legate în serie, astfel că fiecare ramură are tensiunea $4E$ și rezistența $4r$. Aflăm parametrii sursei

$$\text{echivalente: } E_e = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{\sum \frac{1}{r_k}} = 4E = 12 \text{ V și din } \frac{1}{r_e} = \sum \frac{1}{r_k} = \frac{5}{4r} \Rightarrow r_e = \frac{4r}{5} = 0,08 \Omega.$$

Aflăm rezistența echivalentă a circuitului exterior, astfel că: $R_{ext} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = 5,92 \Omega$, astfel că intensitatea curentului electric care

trece prin rezistența R_3 este $I = \frac{E_e}{r_e + R_{ext}} = 2 \text{ A}$. Cum rezistențele R_1 și R_2 sunt

legate în paralel $\Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{R_1 I_1}{R_2}$, iar din legea lui Kirchhoff pentru

un nod: $I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = \frac{(R_1 + R_2) I_1}{R_2} \Rightarrow I_1 = \frac{R_2 I}{R_1 + R_2} = 1,2 \text{ A și } I_2 = 0,8 \text{ A.}$

Deoarece ramurile care conțin sursele sunt identice, prin fiecare ramură circulă câte un curent cu intensitatea $I = \frac{I}{n} = 0,4$ A.

b) $P_2 = R_2 I_2^2 = 1,92$ W.

c) Prin definiție, randamentul transferului de putere este $\eta = \frac{R_{ext}}{R_{ext} + r_e} \approx 98,67\%$.

67. Puterea debitată de o sursă pe o rezistență este $P_1 = RI_1^2 = \frac{RE^2}{(R+r)^2}$. Dacă se leagă împreună cu prima sursă în serie o a doua sursă identică, atunci noua putere disipată pe aceeași rezistență este $P_2 = RI_2^2 = \frac{4RE^2}{(R+2r)^2}$.

Deoarece $P_2 = 1,44 P_1 \Rightarrow \frac{1,44R}{(R+r)^2} = \frac{4R}{(R+2r)^2} \Rightarrow 1,2(R+2r) = 2(R+r) \Rightarrow r = 2R$

astfel că $P_1 = \frac{E^2}{9R}$. Legând trei surse identice în serie, puterea disipată pe

rezistență R este: $P_3 = RI_3^2 = \frac{9RE^2}{(R+3r)^2} = \frac{9RE^2}{49R}$.

Cum $P_1 = \frac{E^2}{9R} \Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \frac{81}{49} \approx 1,65$.

68. Dacă legăm în serie n surse identice se obține o sursă echivalentă cu parametrii $E_s = nE$ și $r_s = nr$, astfel că puterea debitată prin rezistorul R este

$$P_s = \frac{RE_s^2}{(R+r_s)^2} = \frac{n^2 RE^2}{(R+nr)^2}. \text{ Dacă legăm cele } n \text{ surse identice în paralel se}$$

obține o sursă echivalentă cu parametrii $E_p = E$ și $r_p = r/n$, astfel că puterea debitată prin rezistorul R este $P_p = \frac{RE_p^2}{(R+r_p)^2} = \frac{n^2 RE^2}{(R+nr)^2}$.

Cum $P_s = P_p \Rightarrow R + nr = nr + r \Rightarrow R = r$. Astfel $P = \frac{n^2 E^2}{r(n+1)}$.

Aflăm puterea disipată prin rezistorul R de o singură sursă

$$P_1 = \frac{RE^2}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{4r}. \text{ Cum } \frac{P}{P_1} = \frac{4n^2}{(n+1)^2} \Rightarrow P_1 = \frac{(n+1)^2 P}{4n^2} = 62,5 \text{ W.}$$

69. Deoarece pierderea de tensiune pe linii este fU_0 , înseamnă că pe consumatorul cu rezistență R , un voltmetru ideal va indica o tensiune $U_R = (1-f)U_0$. Cum $P = U_R \cdot I$, atunci intensitatea curentului care trece prin consumator va fi: $I = \frac{P}{U_R} = \frac{P}{(1-f)U_0}$. Dar tensiunea pe cele două linii este fU_0 și conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit: $fU_0 = R_e I$, unde cu R_e am notat rezistența totală a liniei cu lungime 2ℓ , astfel că $R_e = \frac{2f\ell}{S} = \frac{8f\ell}{\pi d^2}$, deoarece $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ (firul se consideră cilindric)

$$\Rightarrow fU_0 = \frac{8f\ell}{\pi \cdot d^2} \cdot \frac{P}{(1-f)U_0} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{8\rho\ell P}{\pi f(1-f)U_0^2}} \approx 0,59 \text{ mm.}$$

70. Puterea pierdută pe linie este $P = R_t \cdot I^2$ unde $R_t = \frac{2f\ell}{S}$ reprezintă rezistența totală a liniei, iar I este intensitatea curentului care străbate linia. Dar $P = U_t I = fUI$, unde $U_t = fU$, reprezintă puterea care cade pe linie, iar U este tensiunea aplicată liniei. Din cele două relații obținem: $\frac{2\rho\ell}{S} I^2 = fUI \Rightarrow 2\rho\ell j = fU \Rightarrow U = \frac{2\rho\ell j}{f} = 200 \text{ V}$, unde $j = I/S$ este intensitatea curentului care revine unității de secțiune.

71. a) Cele două acumulatoare au rezistențe interne diferite r_1 și respectiv r_2 . Deoarece primul acumulator debitează o putere maximă P_1 , aceasta este egală cu $P_1 = \frac{E^2}{4r_1} \Rightarrow r_1 = \frac{E^2}{4P_1}$ și analog pentru cel de-al doilea acumulator

$r_2 = \frac{E^2}{4P_2}$. Legăm cele două acumulatoare în serie, astfel că acumulatorul

nou format are rezistența serie $r_s = r_1 + r_2 = \frac{E^2}{4} \left(\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} \right) = \frac{E^2}{4} \cdot \frac{P_1 + P_2}{P_1 P_2}$.

Cum $P_{s_{\max}} = \frac{E_s^2}{4r_s}$ cu $E_s = 2E \Rightarrow P_{s_{\max}} = \frac{4P_1 P_2}{P_1 + P_2} = 30 \text{ W}$

b) Dacă cele două acumulatoare se leagă în paralel, acumulatorul nou format are rezistența $r_p = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{E^2}{4(P_1 + P_2)}$.

Cum $P_{p_{\max}} = \frac{E_p^2}{4r_p}$ cu $E_p = E \Rightarrow P_{p_{\max}} = P_1 + P_2 = 40 \text{ W}$.

72. a) Prin definiție, randamentul de utilizare al primului acumulator este $\eta_1 = \frac{R}{R+r_1}$, astfel că rezistența internă a primului acumulator este

$r_1 = \frac{R(1-\eta_1)}{\eta_1}$. Analog, rezistența internă a celui de-al doilea acumulator este

$r_2 = \frac{R(1-\eta_2)}{\eta_2}$. Dacă acumulatoarele se leagă în serie, randamentul

acumulatorului nou format prin același rezistor este $\eta_s = \frac{R}{R+r_s} = \frac{R}{R+r_1+r_2}$,

$$\text{unde } r_s = r_1 + r_2 \Rightarrow \eta_s = \frac{\eta_1 \eta_2}{\eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2} = 31,58\%.$$

b) Dacă acumulatoarele se leagă în paralel, randamentul de utilizare a

acumulatorului nou format prin același rezistor este
 $\eta_p = \frac{R}{R+r_p} = \frac{R}{R + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}} \Rightarrow \eta_p = \frac{\eta_1 + \eta_2 - 2\eta_1 \eta_2}{1 - \eta_1 \eta_2} = 68,42\%$.