

# Determinantes

## Guia Rápido

- Entenda o conceito
- Domine os métodos de cálculo
- Pratique propriedades

## 1. Conceitos Básicos

### Definição:

- **Determinante:** Número associado a uma matriz quadrada
- **Notação:**  $\det(A)$  ou  $|A|$
- **Aplicações:** Sistemas lineares, matriz inversa

### Ordem:

- **1ª ordem:**  $|a| = a$
- **2ª ordem:**  $|A| = ad - bc$
- **3ª ordem:** Regra de Sarrus

## 2. Cálculo de Determinantes

### 2ª Ordem:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

### 3ª Ordem (Sarrus):

- **Diagonal principal:**  $+(aei + bfg + cdh)$
- **Diagonal secundária:**  $-(ceg + bdi + afh)$
- **Regra prática:** Diagonais para direita (+) e esquerda (-)

### Ordem Superior:

- Teorema de Laplace
- Cofatores
- Expansão em linha/coluna

## 3. Propriedades

### Básicas:

- $\det(A) = \det(A^T)$
- $\det(kA) = k \det(A)$
- $\det(AB) = \det(A)\det(B)$

**Operações:**

- **Troca de linhas:** Muda o sinal
- **Multiplicação por k:** Multiplica por k
- **Linha nula:**  $\det = 0$
- **Soma de linha:**  $\det$  não muda

**4. Teorema de Laplace****Conceito:**

- Expansão por linha/coluna
- Usa cofatores
- Escolha linha/coluna com mais zeros

**Fórmula:**

- $\det(A) = \sum a_{ij} \times C_{ij}$
- $C_{ij} = (-1)^{i+j} \times M_{ij}$

**5. Cofatores e Adjunta****Cofator:**

- $C_{ij} = (-1)^{i+j} \times M_{ij}$
- $M_{ij}$  = menor complementar

**Matriz Adjunta:**

- $\text{adj}(A) = (C_{ji})$
- $A \times \text{adj}(A) = \det(A) \times I$

**6. Aplicações****Matriz Inversa:**

- $A^{-1} = \text{adj}(A)/\det(A)$
- Existe se  $\det(A) \neq 0$

**Sistemas Lineares:**

- Regra de Cramer
- $\det(A) \neq 0 \rightarrow$  Sistema possível e determinado

**Área e Volume:**

- Área do paralelogramo
- Volume do paralelepípedo

## 7. Regra de Cramer

**Quando usar:**

- Sistema possível e determinado
- $\det(A) \neq 0$
- Matriz quadrada

**Fórmula:**

- $x_i = \det(A_i) / \det(A)$
- $A_i$  : Substitui coluna  $i$  por termos independentes

### Dicas de Estudo

1. Pratique cálculos básicos
2. Memorize propriedades
3. Use regra de Sarrus
4. Faça expansão por zeros
5. Resolva sistemas por Cramer