

Universidad
Industrial de
Santander



Universidad Industrial de Santander

ESCUELA DE FÍSICA

INTRODUCCIÓN A LA SISMOLOGÍA

INFORME #1: LEY DE GUTENBERG-RICHTER Y DIMENSIÓN FRACTAL

*Docente:
PhD(c). Yesid Goyes Peñafiel*

Estudiante:
Carlos Andrés Vergara Espinosa
carlos2218415@correo.uis.edu.co

10 de septiembre de 2021

Tabla de Contenido

1. Introducción	2
2. Localización y Catálogo	2
3. Puntos	3
3.1. Primer punto	3
3.1.1. Planteamiento	3
3.1.2. CASO I: Catálogo completo	3
3.1.3. CASO II: 2000-2010	3
3.1.4. CASO III: 2010-2020	5
3.1.5. Comparación de los tres casos propuestos	5
3.2. Segundo punto	6
3.2.1. Planteamiento	6
3.2.2. Desarrollo	6
3.3. Tercer punto	7
3.3.1. Planteamiento	7
3.3.2. CASO I: Catálogo completo	7
3.3.3. CASO II: 2000-2010	8
3.3.4. CASO III: 2010-2020	9
3.3.5. Comparación de los casos y localización espacial	9
3.3.6. Análisis de la dimensión fractal	9
4. Conclusiones	11
5. Referencias	12
6. Anexos	12

1. Introducción

En el ámbito de la sismología, uno de los principales análisis es la Ley de Gutenberg-Richter, esta afirma que las magnitudes de los sismos se distribuyen exponencialmente según la Ecuación 1, donde $N(m)$ es el número de sismos con magnitud igual o mayor a M , b es el parámetro de escala y a una constante. La estimación y evaluación de la variabilidad del b -value es importante para la evaluación de probabilidad de ocurrencia de sismos (Godano et al., 2014).

$$\log N = a - bM \quad (1)$$

Adicionalmente, la dimensión fractal se ha convertido en un índice importante en el área de la sismología, ya que permite analizar la distribución espacio-temporal de la actividad sísmica. Kagan & Knopoff (1980) proponen la Ecuación 2. En esta, se relaciona la correlación integral $C(r)$ y la distancia r .

$$\log C(r) = Dc * \log(r) \quad (2)$$

Teniendo en cuenta la importancia de la Ley de Gutenberg-Richter y la dimensión fractal, el objetivo de este informe es aplicar estos conceptos a un catálogo de información del 2000 al 2020 de un área al este del departamento de Santander. La metodología y resultados se obtendrán mediante el uso del sistema de cómputo Python. El trabajo se divide en introducción, localización y descripción del catálogo utilizado, desarrollo de los ejercicios propuestos y conclusiones.

2. Localización y Catálogo

La zona de estudio seleccionada para el análisis sismológico corresponde a un área dentro del departamento de Santander (Colombia) limitada al norte por el municipio de Piedecuesta y al sur por San Gil (Figura 1). Comprende principalmente al municipio de Los Santos, uno de los lugares con más ocurrencia de sismos en el mundo. El catálogo de información fue brindado por el docente de la materia Introducción a la Sismología y consta de 96.761 datos con información sismológica de magnitudes, coordenadas y profundidades de los sismos producidos entre 2000 y 2020 en el área.

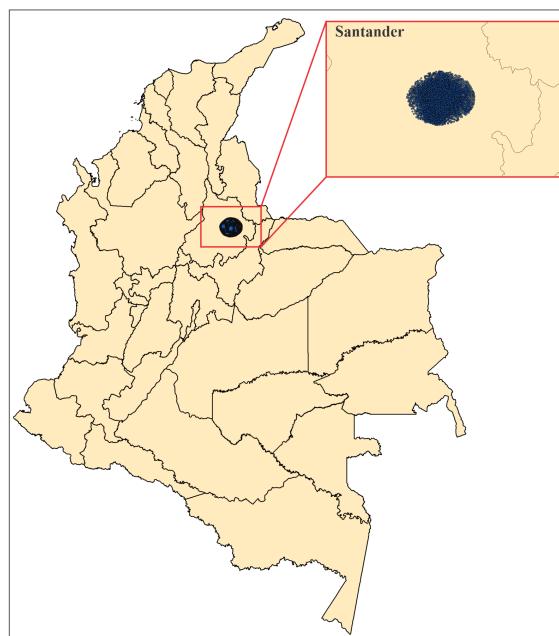


Figura 1: Mapa de localización en el territorio colombiano. El catálogo de información contenía información sismológica de los últimos 20 años en un área al este del departamento de Santander.

3. Puntos

3.1. Primer punto

3.1.1. Planteamiento

Aplicar la Ley Gutenberg-Richter con las magnitudes del catálogo. Tener en cuenta CASO I: Catálogo completo, CASO II: 2000-2010 y CASO III: 2010-2020. Analizar las variaciones del b-value, a-value y Mc.

3.1.2. CASO I: Catálogo completo

La metodología llevada a cabo para la aplicación de la Ley de Gutenberg-Richter, se realizó mediante el lenguaje de programación Python y los pasos ejecutados se sintetizan a continuación:

1. Cargar el catálogo de información a Python en formato .csv, filtrando los datos según el tipo de magnitud y el año de ocurrencia. Para esta primera fase, se utilizó la información de magnitudes locales (Ml).
2. Obtener las frecuencias acumuladas de mayores a menores magnitudes.
3. Graficar magnitud (M) vs frecuencia acumulada (N) con el eje vertical en escala logarítmica para los datos del catálogo y analizar el punto de inflexión de la curva (magnitud de completitud - Mc) para conocer los intervalos en los cuales realizar la regresión lineal.
4. Encontrar los parámetros $a-value$ y $b-value$ por medio de la norma L1 y graficar la recta resultante en el mismo plot de la fase 3. Finalmente calcular el porcentaje de correlación R^2 para validar el ajuste de la regresión.
5. Repetir la metodología para los casos 2 y 3, analizando los sismos ocurridos del 2000 al 2010 y del 2010 al 2020.

El análisis de la Ley de Gutenberg-Richter (GR) para el catálogo completo (abarcando los sismos ocurridos entre el 2000 y el 2020), permite identificar una magnitud de completitud (punto inicial de inflexión de la curva) de 1.8 (Figura 2). A partir de este valor, se realizó una regresión lineal con la norma L1, ya que esta representaba los mejores porcentajes de R^2 (99.03 % para este escenario), contando con baja sensibilidad ante la presencia de outliers. Los parámetros $a-value$ y $b-value$ correspondientes al intercepto y a la pendiente de la recta, fueron 6.8127 y 1.0213 respectivamente; y se expresan en la Ecuación 3 según lo expuesto por la ley de GR.

$$\log N = 6,8127 - 1,0213M \quad (3)$$

3.1.3. CASO II: 2000-2010

El análisis de la Ley de Gutenberg-Richter (GR) para el caso 2 (entre 2000 y 2010), permite identificar una magnitud de completitud de 2.1 (Figura 3). Mediante este valor, se realizó una regresión lineal con la norma L1, alcanzando porcentajes de correlación R^2 de 99.27 %. Los parámetros $a-value$ y $b-value$ correspondientes al intercepto y a la pendiente de la recta, fueron 6.6930 y 1.0183 respectivamente; y se expresan en la Ecuación 4 según lo expuesto por la ley de GR.

$$\log N = 6,6930 - 1,0183M \quad (4)$$

CASO 1: LEY DE GUTENBERG-RICHTER PARA TODO EL CATÁLOGO (2000-2020)

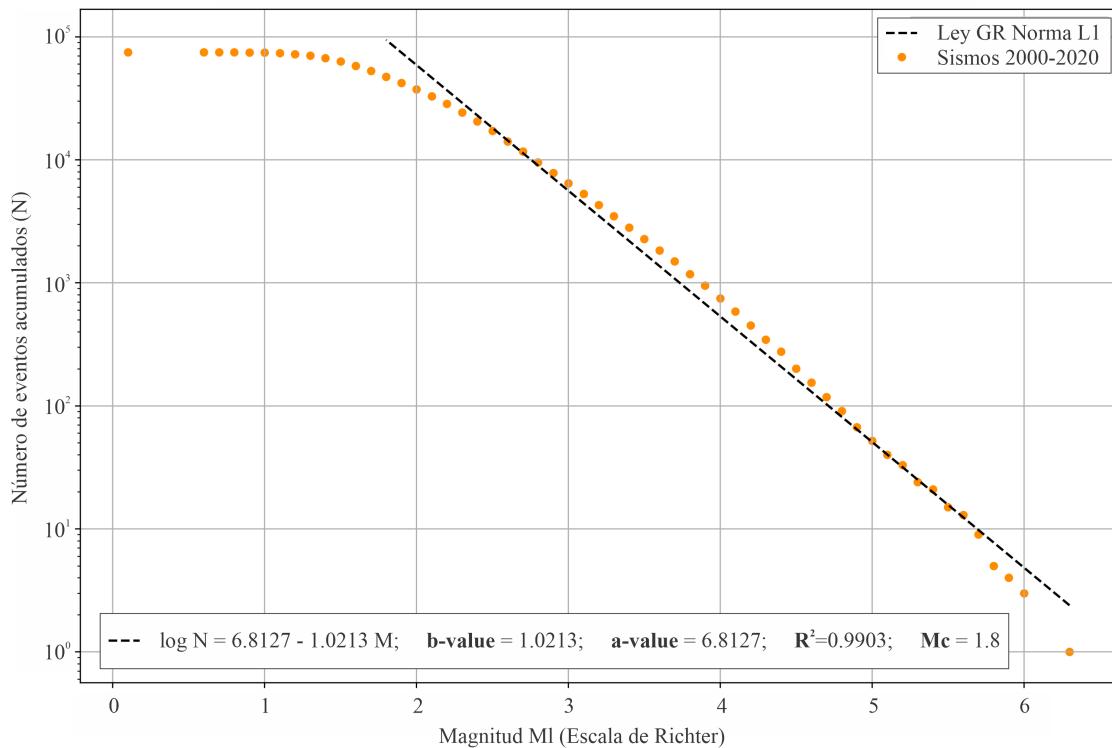


Figura 2: Relación de frecuencia acumulada y magnitud (Ley de Gutenberg-Richter) para el catálogo completo entre los años 2000 y 2020.

CASO 2: LEY DE GUTENBERG-RICHTER ENTRE 2000 Y 2010

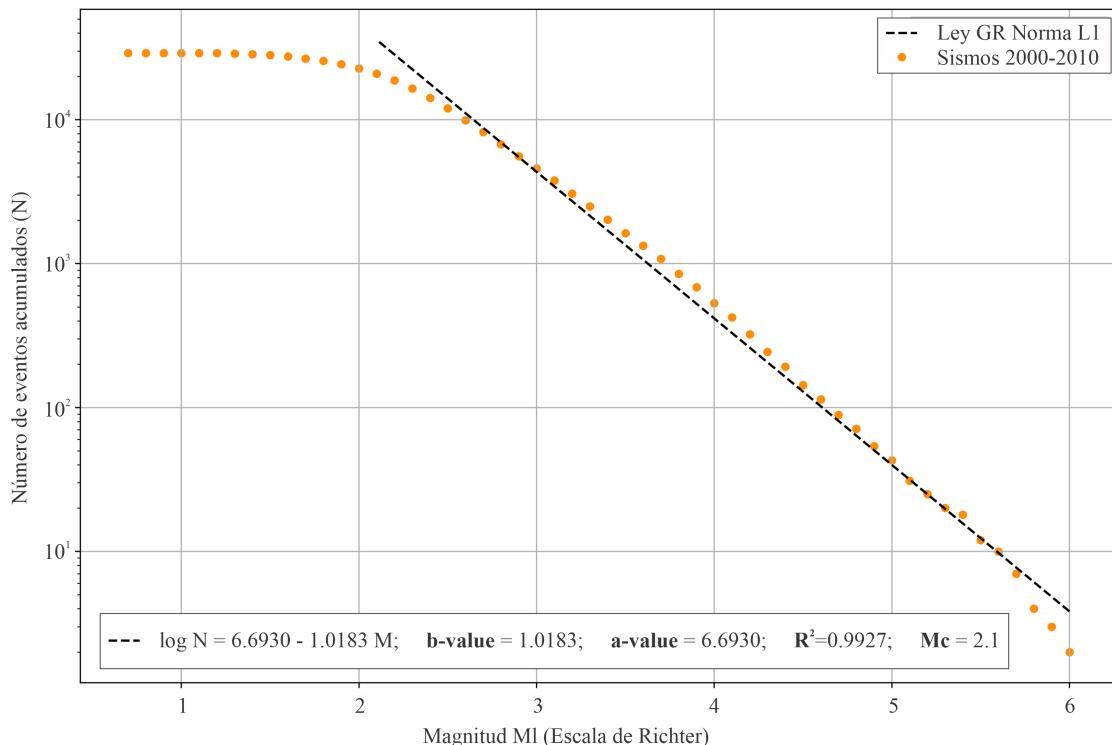


Figura 3: Relación de frecuencia acumulada y magnitud (Ley de Gutenberg-Richter) para el catálogo entre los años 2000 y 2010.

3.1.4. CASO III: 2010-2020

Por último se realizó el análisis de la Ley de Gutenberg-Richter (GR) para el caso 3 (entre 2010 y 2020), para este escenario se encontró una magnitud de completitud (Mc) de 1.5 (Figura 4). A partir de este valor, se realizó una regresión lineal con la norma L1, alcanzando porcentajes de correlación R^2 de 99.30 %. Los parámetros $a-value$ y $b-value$ correspondientes al intercepto y a la pendiente de la recta, fueron 6.2311 y 1.0073 respectivamente; y se expresan en la Ecuación 5 según lo expuesto por la ley de GR.

$$\log N = 6,2311 - 1,0073M \quad (5)$$

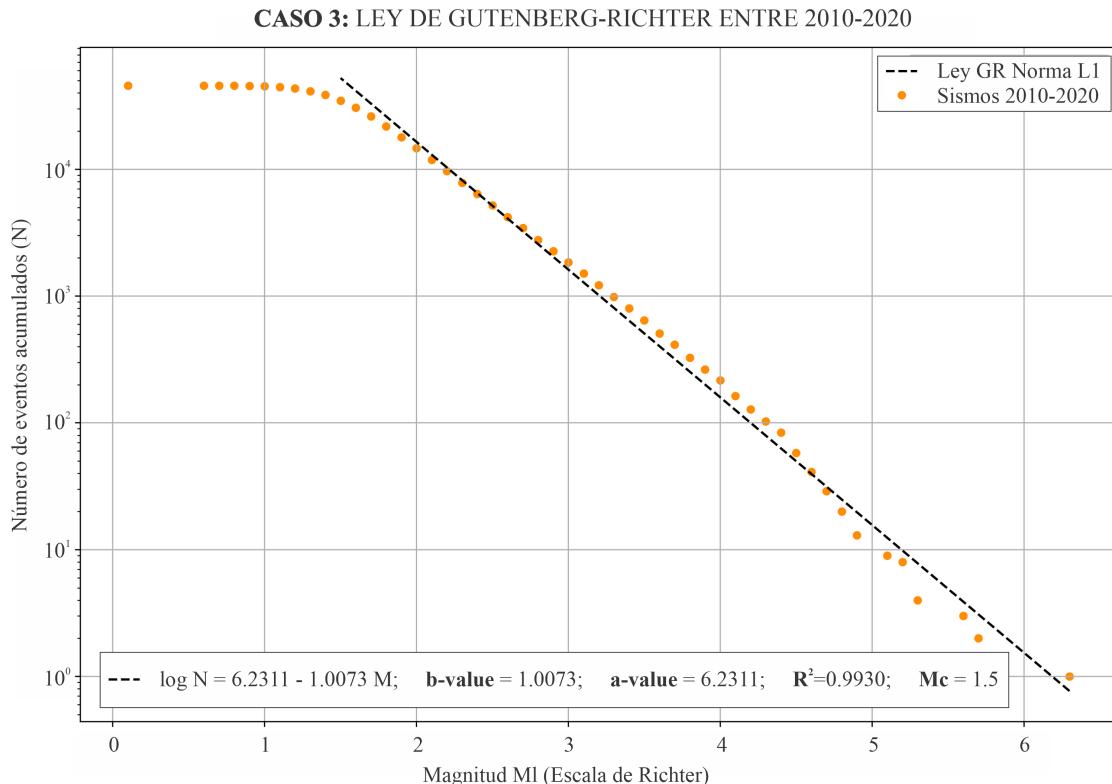


Figura 4: Relación de frecuencia acumulada y magnitud (Ley de Gutenberg-Richter) para el catálogo entre los años 2010 y 2020.

3.1.5. Comparación de los tres casos propuestos

Con el fin de comparar gráficamente los resultados obtenidos con la Ley de Gutenberg-Richter para cada uno de los casos recién mencionados, se contrastaron las pendientes obtenidas por medio de las regresiones (Figura 5). El primer punto de cada recta corresponde a la magnitud de completitud. Se evidencia que la mayor Mc se asocia con el caso 3, seguida por el catálogo completo y finalmente el caso 2. En cuanto a las pendientes relacionadas con el $b-value$ no hay mayores cambios, ya que las rectas se mantienen prácticamente paralelas unas con otras. El Cuadro 1 integra los resultados obtenidos.

Caso	a-value	b-value	Mc	R^2
Caso 1	6.8127	1.0213	1.8	0.9903
Caso 2	6.6930	1.0183	2.1	0.9927
Caso 3	6.2311	1.0073	1.5	0.9930

Cuadro 1: Valores de x y y utilizados para el desarrollo del ejercicio. Los numeros en negrilla corresponden a los outliers, a los cuales se les aplicó ruido extra.

COMPARACIÓN DE LA LEY DE GUTENBERG-RICHTER EN LOS TRES CASOS

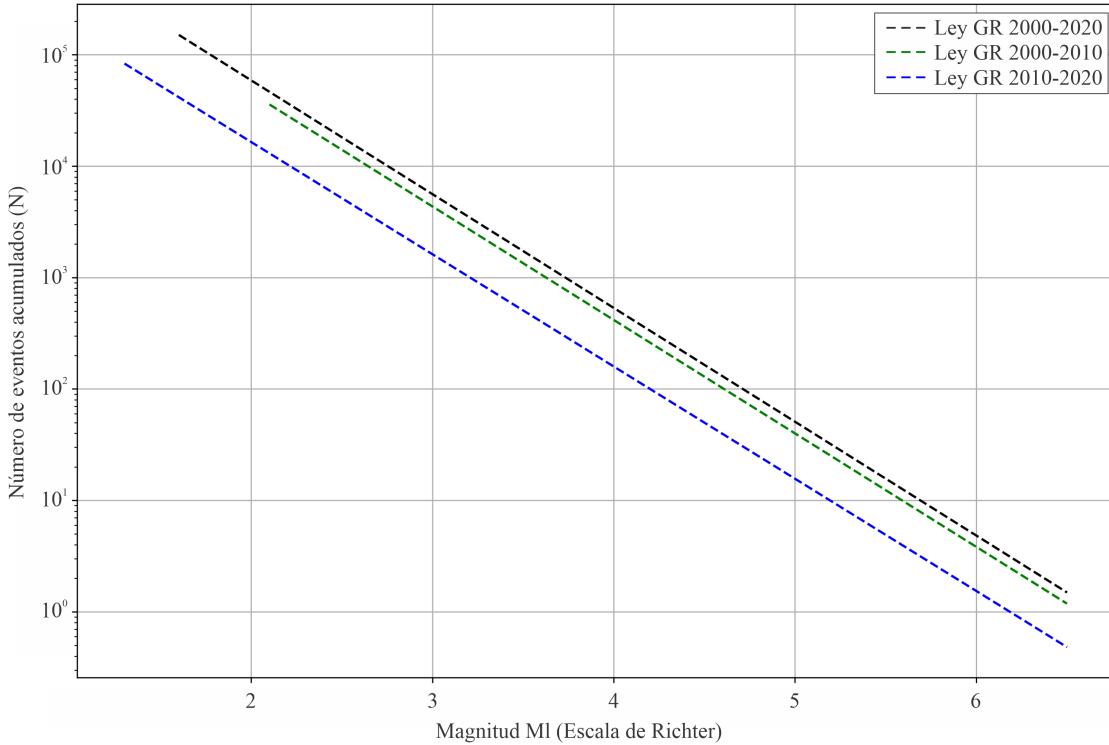


Figura 5: Comparación de las rectas obtenidas por medio de regresiones lineales con la norma L1 para la Ley GR en los tres casos propuestos.

3.2. Segundo punto

3.2.1. Planteamiento

Aplicar la Ley Gutenberg-Richter con las magnitudes MLr_, comparar los valores con los calculados en el punto (1) para el CASO I, II y III.

3.2.2. Desarrollo

Al analizar el catálogo filtrado según el tipo de magnitud MLr, se identificó que no se registran datos previos al 2018, por lo cual el estudio de la Ley GR se limita al caso 3 correspondiente al intervalo de tiempo 2010-2020. La Figura 6 muestra los resultados obtenidos, se encontró una magnitud de completitud (Mc) de 1.6, porcentajes de correlación R^2 de 97.29 % y parámetros $a - value$ y $b - value$ de 5.7151 y 1.3920 respectivamente. La Ecuación 6 sintetiza los resultados obtenidos en la regresión por la norma L1 según lo expuesto por la ley de GR y el Cuadro 2 abarca la comparación de los parámetros del Punto 1 con las del Punto 2.

$$\log N = 5,7151 - 1,3920M \quad (6)$$

Caso	a-value	b-value	Mc	R^2
Caso 1	6.8127	1.0213	1.8	0.9903
Caso 2	6.6930	1.0183	2.1	0.9927
Caso 3	6.2311	1.0073	1.5	0.9930
MLr	5.7151	1.3920	1.6	0.9729

Cuadro 2: Valores de x y y utilizados para el desarrollo del ejercicio. Los numeros en negrilla corresponden a los outliers, a los cuales se les aplicó ruido extra.

CASOS 1 y 3: LEY DE GUTENBERG-RICHTER PARA TODO EL CATÁLOGO (2000-2020)

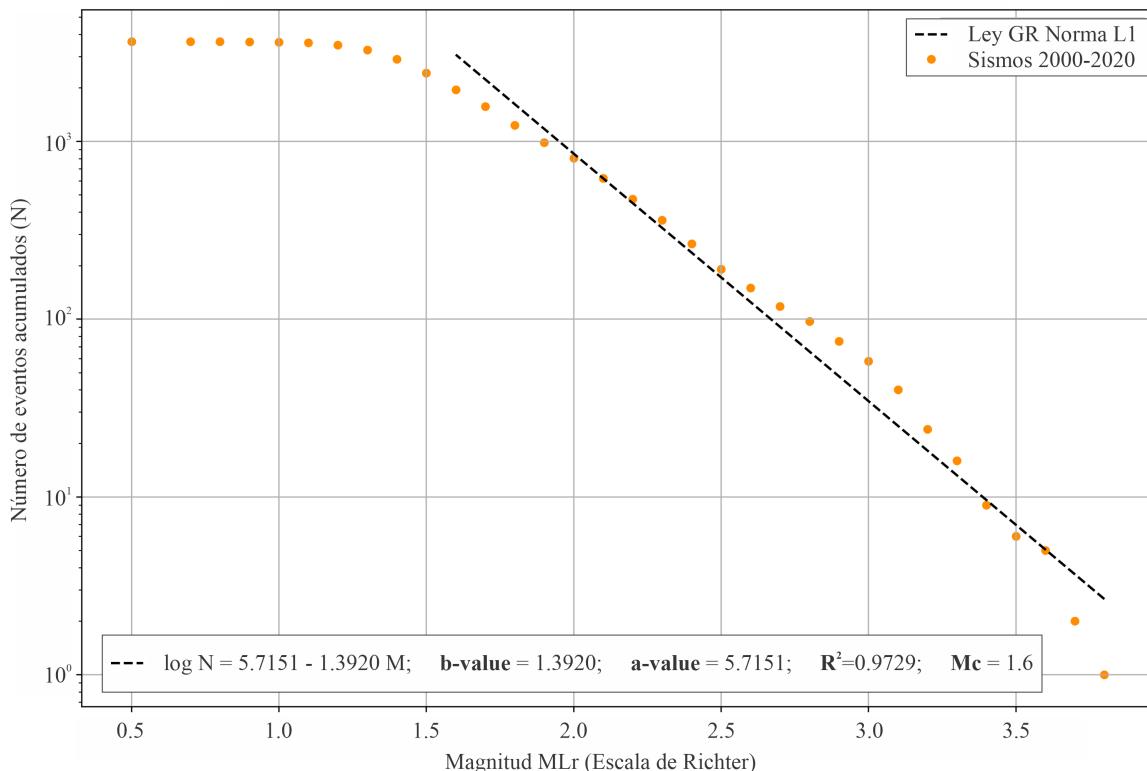


Figura 6: Relación de frecuencia acumulada y magnitud MLr (Ley de Gutenberg-Richter) para el catálogo entre los años 2010 y 2020.

La distribución de los datos con magnitudes MLr no cuentan con una tendencia tan marcada asociada a la Ley de Gutenberg-Richter. Esto se ve reflejado gráficamente en las magnitudes entre 2.5 y 3.2, donde los datos se separan de la curva de regresión, lo cual disminuye la correlación de R^2 a 97.29 %. Además se presenta un incremento en el valor de b (1.3920), alejándose de la tendencia a valores de 1 del punto previo.

3.3. Tercer punto

3.3.1. Planteamiento

Hallar la dimensión fractal para los sismos encontrados. Graficar en un scatter plot 3D la distribución de sismos. Encontrar el centroide. ¿En cuál municipio se encuentra el centroide? Tener en cuenta CASO I: Catálogo completo, CASO II: 2000-2010 y CASO III: 2010-2020. ¿Hasta cuál distancia del centroide se cumple la dimensión fractal? ¿Cuáles municipios cubren este radio?

3.3.2. CASO I: Catálogo completo

Con el fin de analizar la distribución de los sismos del catálogo y realizar el respectivo análisis de dimensión fractal, se llevaron a cabo las siguientes fases:

1. Cargar el catálogo de información a Python en formato .csv, filtrando los datos según el tipo de magnitud y el año de ocurrencia. Para esta primera fase, se analizan las coordenadas planas (x, y) y profundidad de los sismos.
2. No todos los datos contaban con información de profundidad, por lo cual fue necesario eliminar los datos que no contaran con los tres elementos.

3. Por medio de la herramienta de scatter plot 3D en Python se graficó la distribución de los sismos, ajustando los ejes a las mismas unidades (m).
4. Se encontró la media de las coordenadas x y y , y de las profundidades, con el fin de determinar el centroide del conjunto de datos y estudiar espacialmente el resultado ubicando el municipio donde se encuentra el centroide.
5. La metodología se repitió para los otros escenarios en intervalos de tiempo de 10 años.

El análisis de distribución de sismos para el catálogo completo (2000-2020), permitió identificar un centroide con coordenadas $x=1109496.1433$ m, coordenadas $y=1245631.2605$ m y profundidad de 147735.2179 m (Figura 7).

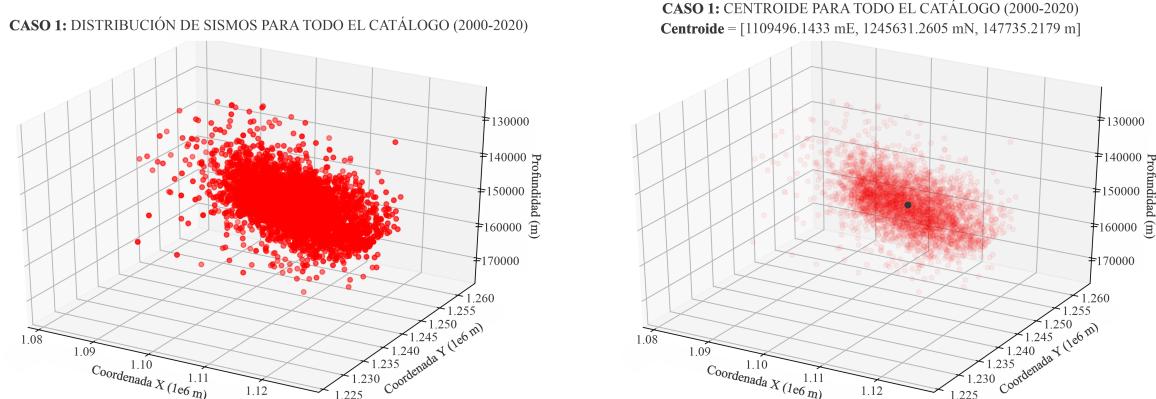


Figura 7: Distribución de los sismos para el catálogo completo y ubicación espacial del centroide (punto negro en el scatter plot de la derecha).

3.3.3. CASO II: 2000-2010

El análisis de distribución de sismos para el caso 2 (2000-2010), permitió identificar un centroide con coordenadas $x=1110823.0855$ m, coordenadas $y=1245763.4351$ m y profundidad de 148003.8747 m (Figura 8).

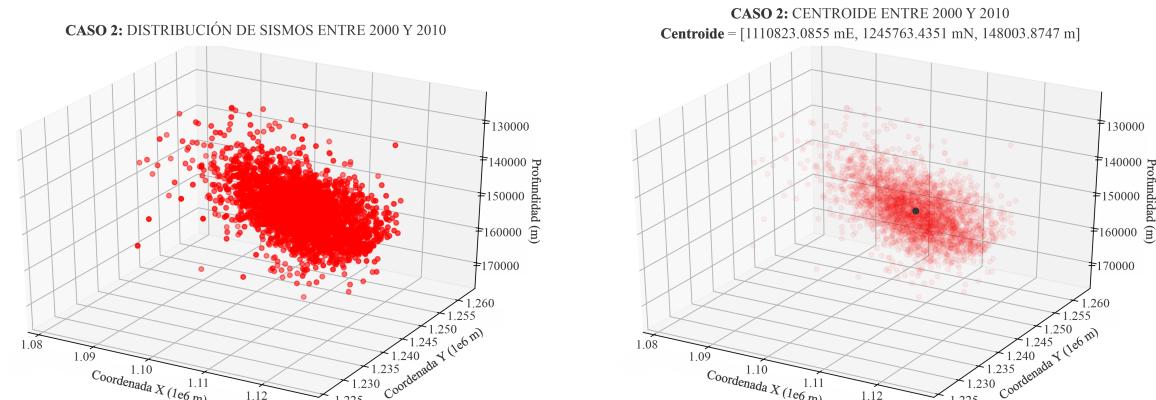


Figura 8: Distribución de los sismos para el caso 2 (2000-2010) y ubicación espacial del centroide (punto negro en el scatter plot de la derecha).

3.3.4. CASO III: 2010-2020

El análisis de distribución de sismos para el caso 3 (2010-2020), permitió identificar un centroide con coordenadas $x=1103522.9746$ m, coordenadas $y=1245036.2828$ m y profundidad de 146525.8720 m (Figura 9).

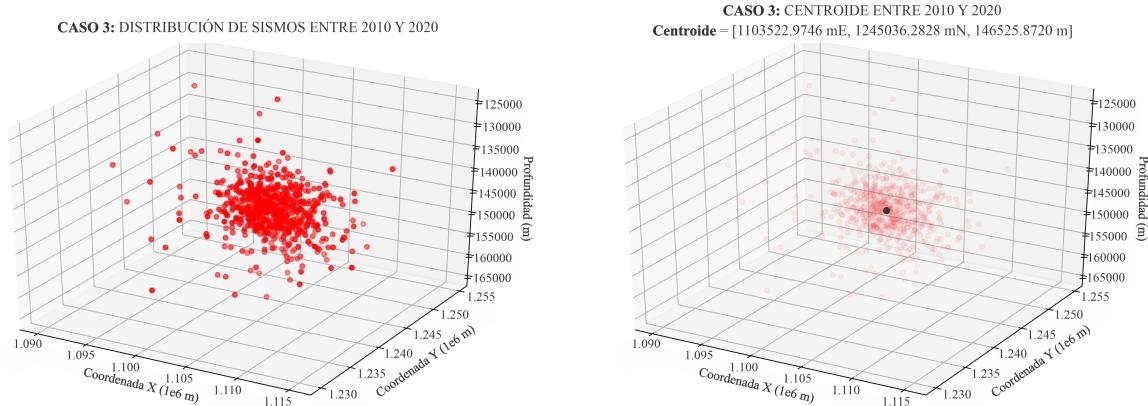


Figura 9: Distribución de los sismos para el caso 3 (2010-2020) y ubicación espacial del centroide (punto negro en el scatter plot de la derecha).

3.3.5. Comparación de los casos y localización espacial

El Cuadro 3 compara los resultados del centroide obtenido en cada uno de los casos. En cuanto a la distribución de los sismos, se evidencia una mayor densidad de puntos en el intervalo entre el 2000 y 2010 que entre 2010 y 2020. Adicionalmente, se ubicaron en el mapa de Colombia los centroides, identificando que se encuentran en el municipio de Los Santos (Santander). La Figura 10 representa los centroides en planta para los tres casos. Los casos 1 y 2 se encuentran juntos (producto de la gran cantidad de sismos ocurridos entre el 2000 y 2010) y el caso 3 se localiza al oeste del municipio.

Caso	Coord. X (m)	Coord. Y (m)	Profundidad (m)	Municipio
Caso 1	1109496.1433	1245631.2605	147735.2179	Los Santos
Caso 2	1110823.0855	1245763.4351	148003.8747	Los Santos
Caso 3	1103522.9746	1245036.2828	146525.8720	Los Santos

Cuadro 3: Síntesis de los resultados de los centroides para cada caso. En todos los escenarios se localiza en el municipio de Los Santos.

3.3.6. Análisis de la dimensión fractal

1. Para el análisis de dimensión fractal, se tomó la coordenada x , y y z del centroide y se calculó la distancia (D) de cada uno de los puntos al centroide mediante la Ecuación 7.
2. Se calculan las distancias menores a $r(N(R < r))$ y el coeficiente de correlación $C(r)$ aplicando la Ecuación 8.
3. La distancia se grafica junto con la integral de correlación $C(r)$ con ambos ejes en escala logarítmica y se analiza el punto máximo donde se observa un comportamiento lineal para realizar la regresión.
4. Se realizó la respectiva regresión para hallar la distancia hasta donde se cumple la dimensión fractal por medio de la norma L1. Finalmente, esta distancia corresponde al radio alrededor del centroide para identificar los municipios que cubren el área de influencia.

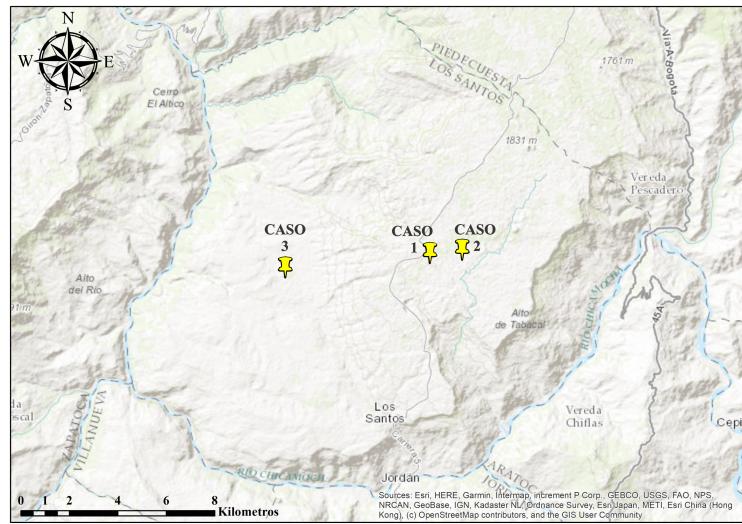


Figura 10: Localización de los centroides en planta para cada caso trabajado. Se ubican en el municipio de Los Santos (Santander).

$$D = ((X_c - X_i)^2 + (Y_c - Y_i)^2 + (Z_c - Z_i)^2)^{1/2} \quad (7)$$

$$C(r) = \frac{2}{N(N-1)} N(R < r) \quad (8)$$

El valor de la dimensión fractal de la distribución de sismos es 2.9433 (casi tres dimensiones), siendo el resultado de la regresión por la norma L1 para el catálogo completo (Figura 11). Asimismo, el rango seleccionado para la regresión abarca distancias de 773 a 7000 m (puntos previos a la inflexión de la curva). El porcentaje de correlación R^2 dio 99.16 %.

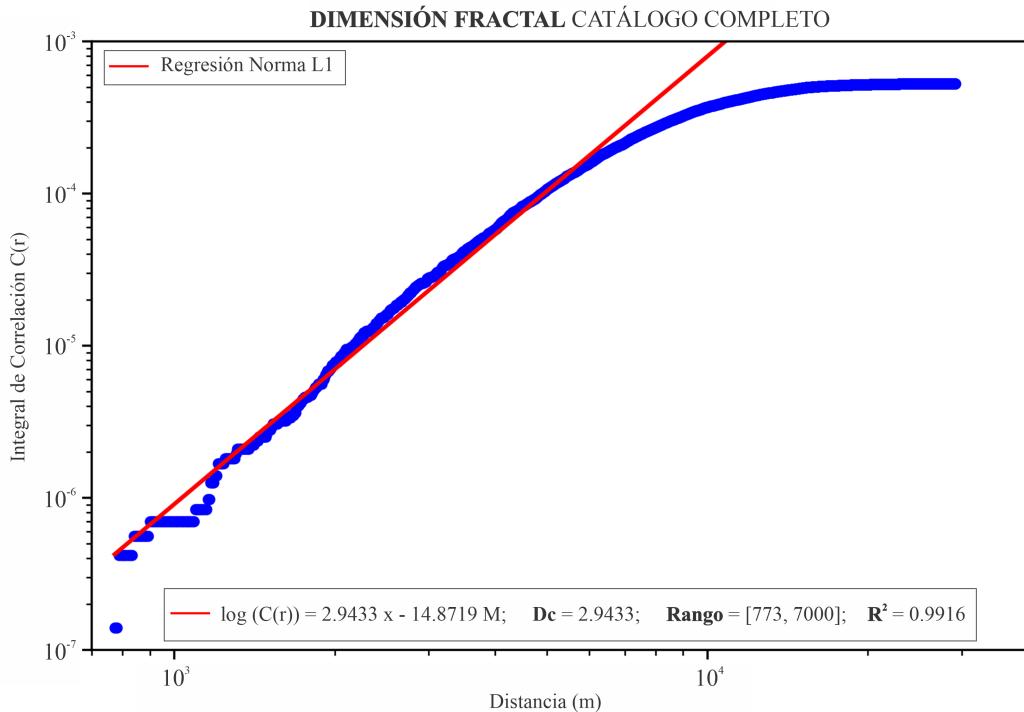


Figura 11: Gráfica de integral de correlación $C(r)$ vs distancia (m) y regresión por norma L1 para el análisis de dimensión fractal

Por último, al definir un radio máximo de 7000 m asumiendo como punto medio el centroide del catálogo completo, se identificó un área de influencia en el municipio de Los Santos y en los bordes de Piedecuesta y Aratoca (Figura 12).

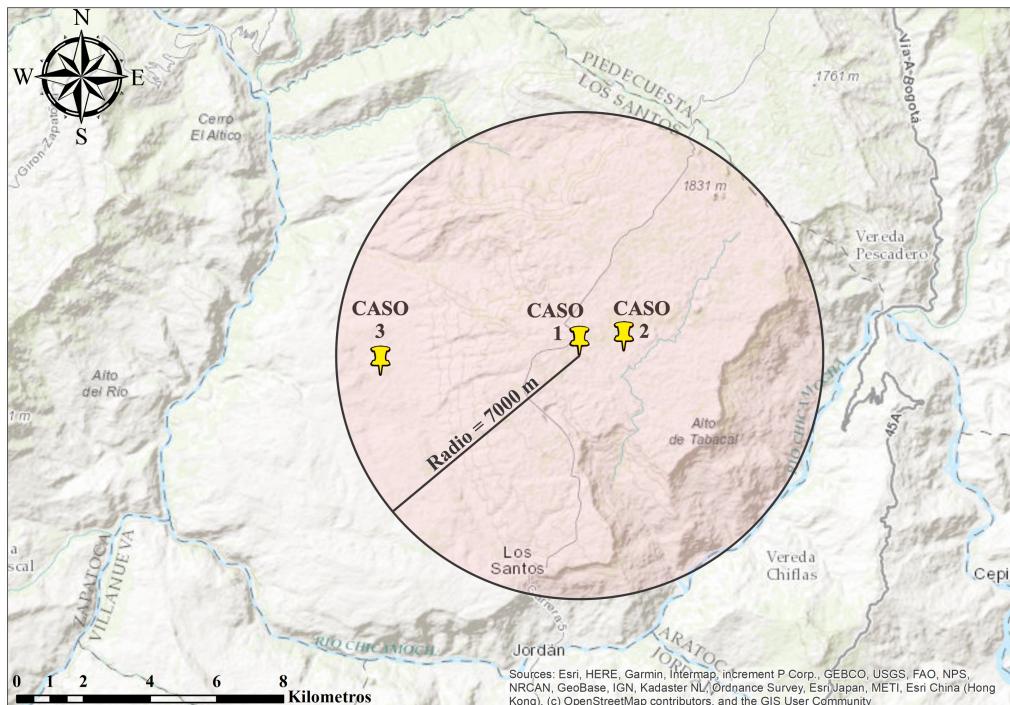


Figura 12: Localización de los centroides y área de influencia con radio de 7000 m a partir del centroide del caso 1.

4. Conclusiones

Tras el análisis por la Ley de Gutenberg-Richter realizado al catálogo sismológico del área de Santander, es posible concluir que los $b - values$ son aproximadamente 1 en todo el catálogo de magnitudes locales (Ml). Teóricamente es normal encontrar valores de b entre 0.8 y 1.1. Sin embargo, para MLr el $b - value$ dio un valor muy alto de 1.3920 debido a que la Ley GR no modela tan eficientemente los datos como con las magnitudes Ml.

Con respecto a las magnitudes de completitud, se encontraron valores entre 1.5 y 1.8. El caso más contrastante corresponde a los sismos ocurridos entre 2000 y 2010 con Mc de 2.1. Además, debido a los altos porcentajes de correlación R^2 (más del 99 %) entre la Ley GR y los datos del catálogo, es posible validar la respuesta del modelo a las observaciones.

La distribución de sismos del catálogo analizado, permite evidenciar una mayor densidad de eventos entre 2000 y 2010 que entre 2010 y 2020. Al ubicar espacialmente el centroide en cada caso, el municipio de localización es Los Santos (Santander), lo cual es válido teniendo en cuenta que la Mesa de Los Santos es uno de los lugares con más ocurrencia de sismos a nivel mundial.

Finalmente, el estudio de la dimensión fractal dio un Dc de 2.9433 (cerca a las tres dimensiones) y altos porcentajes de correlación por medio de la norma L1. El análisis de la gráfica $C(r)$ vs distancia permite identificar el punto hasta donde se puede realizar la regresión (límite superior del rango). Al utilizar este valor (7000 m) como radio partiendo del centroide del catálogo completo, se evaluó que el área de influencia cubre el municipio de Los Santos y los límites de Piedecuesta y Aratoca.

5. Referencias

Referencias

- [1] GODANO, C., LIPPIELLO, E., ARCANGELIS, L. (2014). *Variability of the b value in the Gutenberg–Richter distribution.* Geophysical Journal International, Volume 199, Issue 3, p. 1765-1771.
- [2] KAGAN, Y., KNOPOFF, L. (1980). *Spatial Distribution of Earthquakes: The Two Point Correlation Function.* Geophysical Journal International, No. 62, p. 303-320.

6. Anexos

El catálogo utilizado en formato .csv, junto con el código programado en Python para los 3 puntos realizados se puede encontrar en el siguiente repositorio de GitHub: https://github.com/cvergara3/leyGR_DimensionFractal