

Classe inversée ? Lire et faire activités à la maison.  
Vérification Zéro et addition en classe puis exercices

## 1 Problématique

Un système  $64\text{ bits}$  peut représenter  $2^{64}$  entiers. Pourtant le code ci-après donne la valeur maximale de l'entier représentable :

```
1 import sys
2 sys.maxsize
```

Cette valeur correspond à  $2^{63} - 1$ . Un des 64 bits ne semble pas utilisé.

Comment sont représentés les entiers négatifs en mémoire ?

## 2 Rappel sur les additions

Considérons une machine  $8\text{ bits}$ . Elle peut stocker des nombres allant jusqu'à

$$2^7 - 1 = 127_{10} = 0111111_2$$

. Dans ces conditions le nombre 25 serait représenté en mémoire comme ci-après :

$$25_{10} = 00011001_2$$

### Activité 1 :

1. Additionner  $25 + 12$ .
2. Encoder ces deux nombres en base 2.
3. Effectuer l'addition binaire de ces nombres.
4. Convertir le résultat en base 10. Le résultat correspond-il à la première question ?

$$00011001 + 00001100 = 00100101$$

## 3 Une représentation naïve des entiers négatifs

### 3.1 Bit de poids fort

Le bit le plus à droite de la représentation n'est pour l'instant pas utilisé. C'est le **bit de poids fort**. Une première idée serait d'utiliser ce bit comme marqueur de signe :

- 0 pour un entier positif,
- 1 pour un entier négatif.

Ainsi l'entier  $-25$  serait encodé :

$$-25_{10} = 10011001_2$$

## 3.2 Inconvénients de la représentation

### 3.2.1 Le zéro

Dans un système  $8 \text{ bits}$  le zéro est représenté par  $00000000_2$ . Cependant  $10000000_2$  se traduit par  $-0$ . Il y a donc deux représentations pour zéro.

### 3.2.2 Erreur d'addition

#### Activité 2 :

1. Effectuer les mêmes étapes de l'activité 1, pour l'addition  $-25 + 12$
2. L'addition est-elle correcte ?

$$10011001 + 00001100 = 10011101_2 = 157_{10}$$

## 4 Le complément à 2 puissance $n$

### 4.1 Définition

Cette représentation ne change rien pour les entiers positifs. Ainsi sur 8 bits :

0	1	1	1	1	1	1	1	=	127
0	...							=	...
0	0	0	0	0	0	1	0	=	2
0	0	0	0	0	0	0	1	=	1
0	0	0	0	0	0	0	0	=	0

Par contre la valeur  $2^n - |x|$  représente l'entier négatif  $x$ . Ainsi sur 8 bits,  $-1$  s'écrit

$$2^8 - 1 = 256 - 1 = 255_{10} = 11111111_2$$

1	1	1	1	1	1	1	1	=	-1	$2^8 -  -1  = 255$
1	1	1	1	1	1	1	0	=	-2	$2^8 -  -2  = 254$
1	...							=	...	
1	0	0	0	0	0	0	1	=	-127	$2^8 -  -127  = 129$
1	0	0	0	0	0	0	0	=	-128	$2^8 -  -128  = 128$
0	1	1	1	1	1	1	1	=	127	
0	...							=	...	
0	0	0	0	0	0	1	0	=	2	
0	0	0	0	0	0	0	1	=	1	
0	0	0	0	0	0	0	0	=	0	

### 4.2 Calculer le complément à 2

Voici le protocole pour une première méthode. Pour coder  $(-4)$  :

- Prendre le nombre positif 20 :  $00010100$
- Inverser les bits :  $11101011$
- Ajouter 1 :  $11101100$
- $-20$  :  $11101100$

Un deuxième protocole de garder tous les chiffres depuis la droite jusqu'au premier 1 (compris) puis d'inverser tous les suivants.

- Prendre le nombre positif 20 : 00010100
- Garder la partie à droite telle quelle : 00010**100**
- Inverser la partie de gauche après le premier un : **1110**1100
- -20 : 11101100

Vérification que 1 seul zéro : 00000000 → 11111111 + 1 = 00000000

Vérification addition  $-25 + 12 = 11100111 + 00001100 = 11110011 = 243$  et  $243 - 2^8 = 243 - 256 = -13$