

Recherche dichotomique

Christophe Viroulaud

Première - NSI

1. Problématique
2. Recherche classique dans un tableau
3. Recherche dans un tableau trié

Sommaire

1. Problématique

2. Recherche classique dans un tableau

3. Recherche dans un tableau trié

Rechercher un élément dans un tableau est une opération courante. Cette tâche a un coût qui dépend de la taille du tableau. Cependant, si le tableau est déjà trié est-il possible d'accélérer la recherche ?

Comment implémenter une recherche efficace dans un tableau trié ?

Problématique

Rechercher un élément dans un tableau est une opération courante. Cette tâche a un coût qui dépend de la taille du tableau. Cependant, si le tableau est déjà trié est-il possible d'accélérer la recherche ?

Comment implémenter une recherche efficace dans un tableau trié ?

Sommaire

1. Problématique

2. Recherche classique dans un tableau

2.1 Génération des données

2.2 Recherche dans les données

3. Recherche dans un tableau trié

Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau

Génération des données

Génération des données

Génération des données

Imaginons un supermarché qui référence chaque article par un entier. Les références, au nombre de cent mille, sont contenues dans un tableau.



Génération des données

Imaginons un supermarché qui référence chaque article par un entier. Les références, au nombre de cent mille, sont contenues dans un tableau.



12



6780



376



134900

Activité 1 : Construire par compréhension un tableau
de cent mille entiers compris entre 0 et 1000000.

Activité 1 : Construire par compréhension un tableau
de cent mille entiers compris entre 0 et 1000000.

Recherche dichotomique

└ Recherche classique dans un tableau

└ Génération des données

└ Correction

Correction

```
1 entiers = [randint(0, 1000000) for _ in range(100000)]
```

Jeu de données

Correction

```
1 entiers = [randint(0, 1000000) for _ in range(100000)]
```

Jeu de données

Problématique

Recherche
classique dans un
tableau

Génération des données

Recherche dans les données

Recherche dans un
tableau trié

Des données ordonnées

Recherche dichotomique

Efficacité

Recherche dichotomique

└ Recherche classique dans un tableau

└ Recherche dans les données

└ Sommaire

Sommaire

1. Problématique

2. Recherche classique dans un tableau

2.1 Génération des données

2.2 Recherche dans les données

3. Recherche dans un tableau trié

Sommaire

1. Problématique

2. Recherche classique dans un tableau

2.1 Génération des données

2.2 Recherche dans les données

3. Recherche dans un tableau trié

Recherche dichotomique

Problématique

Recherche classique dans un tableau

Génération des données

Recherche dans les données

Recherche dans un tableau trié

Des données ordonnées

Recherche dichotomique

Efficacité

Recherche dichotomique

└ Recherche classique dans un tableau

└ Recherche dans les données

└ Recherche dans les données

Pour vérifier la présence d'une valeur dans les données, il faut parcourir le tableau élément par élément.

3	180	1007	56			2178	8
---	-----	------	----	--	--	------	---

FIGURE 1 – Parcours séquentiel

Recherche dans les données

Pour vérifier la présence d'une valeur dans les données, il faut parcourir le tableau élément par élément.

3	180	1007	56			2178	8
---	-----	------	----	--	--	------	---

FIGURE 1 – Parcours séquentiel

Recherche dichotomique

└ Recherche classique dans un tableau

└ Recherche dans les données

└ Dans le pire des cas

Dans le pire des cas

nombre d'éléments	nombre de comparaisons
100	100
10000	10000
1000000	1000000

Dans le pire des cas

nombre d'éléments	nombre de comparaisons
100	100
10000	10000
1000000	1000000

Recherche dichotomique

└ Recherche classique dans un tableau

└ Recherche dans les données

À retenir

Dans le pire des cas le nombre d'opérations de la recherche dépend du nombre d'éléments.
La complexité est **linéaire**.

cas où l'élément n'est pas présent

À retenir

Dans le pire des cas le nombre d'opérations de la recherche dépend du nombre d'éléments.
La complexité est **linéaire**.

Recherche dichotomique

└ Recherche classique dans un tableau

└ Recherche dans les données

Activité 2 :

1. Écrire la fonction `recherche_classique(tab: list, cherche: int) → bool` qui renvoie `True` si l'entier `cherche` est présent dans le tableau.
2. Tester la fonction : vérifier si le nombre 575000 a été choisi par une personne.

variable globale = variable de test/débogage

Activité 2 :

1. Écrire la fonction `recherche_classique(tab: list, cherche: int) → bool` qui renvoie `True` si l'entier `cherche` est présent dans le tableau.
2. Tester la fonction : vérifier si le nombre 575000 a été choisi par une personne.

Recherche dichotomique

└ Recherche classique dans un tableau

└ Recherche dans les données

└ Correction

Correction

```

1 """
2 Renvoie True si 'cherche' est dans 'tab'
3 """
4 for element in tab:
5     if element == cherche:
6         return True
7 # à la fin de la boucle on n'a pas trouvé 'cherche'
8 return False

```

Correction

```

1 """
2 Renvoie True si 'cherche' est dans 'tab'
3 """
4 for element in tab:
5     if element == cherche:
6         return True
7 # à la fin de la boucle on n'a pas trouvé 'cherche'
8 return False

```

Recherche dichotomique

└ Recherche classique dans un tableau

└ Recherche dans les données

Activité 2 :

3. Dans le programme principal, créer une variable `COMPTEUR` initialisée à 0. Cette variable de test sera utilisée *dans la fonction* pour compter le nombre d'itérations de la boucle de recherche. On parle alors de **variable globale** car elle n'est pas propre à la fonction. Il faudra ajouter le code 1 au début de la fonction.

```
1 global COMPTEUR
```

Code 1 – Déclaration d'une variable globale

Activité 2 :

3. Dans le programme principal, créer une variable `COMPTEUR` initialisée à 0. Cette variable de test sera utilisée *dans la fonction* pour compter le nombre d'itérations de la boucle de recherche. On parle alors de **variable globale** car elle n'est pas propre à la fonction. Il faudra ajouter le code 1 au début de la fonction.

```
1 global COMPTEUR
```

Code 1 – Déclaration d'une variable globale

Recherche dichotomique

└ Recherche classique dans un tableau

└ Recherche dans les données

└ Correction

Correction

```

1 COMPTEUR = 0
2
3 def recherche_classique(tab: list, cherche: int) -> bool:
4     """
5     Renvoie True si 'cherche' est dans 'tab'
6     """
7     global COMPTEUR
8     for element in tab:
9         COMPTEUR += 1
10        if element == cherche:
11            return True
12    # à la fin de la boucle on n'a pas trouvé 'cherche'
13    return False

```

Correction

```

1 COMPTEUR = 0
2
3 def recherche_classique(tab: list, cherche: int) -> bool:
4     """
5     Renvoie True si 'cherche' est dans 'tab'
6     """
7     global COMPTEUR
8     for element in tab:
9         COMPTEUR += 1
10        if element == cherche:
11            return True
12    # à la fin de la boucle on n'a pas trouvé 'cherche'
13    return False

```

Sommaire

1. Problématique

2. Recherche classique dans un tableau

3. Recherche dans un tableau trié

3.1 Des données ordonnées

3.2 Recherche dichotomique

3.3 Efficacité

Recherche dichotomique

Recherche dans un tableau trié

Des données ordonnées

Des données ordonnées

Des données ordonnées

Considérons maintenant que les références sont triées par ordre croissant au fur et à mesure de leur ajout dans le tableau de données.



Des données ordonnées

Considérons maintenant que les références sont triées par ordre croissant au fur et à mesure de leur ajout dans le tableau de données.

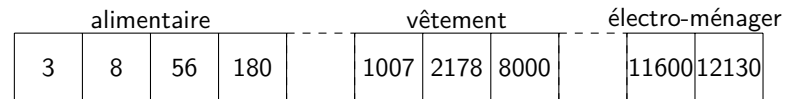


FIGURE 2 – Références triées

Activité 3 : Pour simplifier nous allons utiliser la méthode `sort` pour trier les données.

1. Construire par compréhension un tableau de cent mille entiers compris entre 0 et 1000000.
2. Trier le tableau.

Activité 3 : Pour simplifier nous allons utiliser la méthode `sort` pour trier les données.

1. Construire par compréhension un tableau de cent mille entiers compris entre 0 et 1000000.
2. Trier le tableau.

- Recherche dichotomique
 - Recherche dans un tableau trié
 - Des données ordonnées
 - Correction

Correction

```
1 entiers = [randint(0, 1000000) for _ in range(100000)]  
2 entiers.sort()
```

Jeu de données

Correction

```
1 entiers = [randint(0, 1000000) for _ in range(100000)]  
2 entiers.sort()
```

Jeu de données

Sommaire

1. Problématique

2. Recherche classique dans un tableau

3. Recherche dans un tableau trié

3.1 Des données ordonnées

3.2 Recherche dichotomique

3.3 Efficacité

Recherche dichotomique

- └ Recherche dans un tableau trié
 - └ Recherche dichotomique
 - └ Recherche dichotomique

à peu près égales selon parité

Les données étant triées, le principe de la dichotomie, pour chercher la présence d'un élément, consiste à :

- ▶ couper le tableau en deux parties égales,
- ▶ ne garder que la partie contenant l'élément,
- ▶ répéter l'opération jusqu'à trouver l'élément ou avoir une partie vide.

Recherche dichotomique

Les données étant triées, le principe de la dichotomie, pour chercher la présence d'un élément, consiste à :

- ▶ couper le tableau en deux parties égales,
- ▶ ne garder que la partie contenant l'élément,
- ▶ répéter l'opération jusqu'à trouver l'élément ou avoir une partie vide.

Cherchons 302 dans le tableau suivant :

3	8	56	180	256	302	765	1007	2178
---	---	----	-----	-----	-----	-----	------	------

FIGURE 3 – Séparons les données en deux parties

Cherchons 302 dans le tableau suivant :

3	8	56	180	256	302	765	1007	2178
---	---	----	-----	-----	-----	-----	------	------

FIGURE 3 – Séparons les données en deux parties

Recherche dichotomique

Recherche dans un tableau trié

Recherche dichotomique

3	8	56	180	256	302	765	1007	2178
---	---	----	-----	-----	-----	-----	------	------

FIGURE 4 – 256 n'est pas le nombre recherché et il est inférieur à 302

3	8	56	180	256	302	765	1007	2178
---	---	----	-----	-----	-----	-----	------	------

FIGURE 4 – 256 n'est pas le nombre recherché et il est inférieur à 302

3	8	56	180	256	302	765	1007	2178
---	---	----	-----	-----	-----	-----	------	------

FIGURE 5 – Séparons les données restantes en deux parties

3	8	56	180	256	302	765	1007	2178
---	---	----	-----	-----	-----	-----	------	------

FIGURE 5 – Séparons les données restantes en deux parties

Recherche dichotomique

└ Recherche dans un tableau trié

└ Recherche dichotomique

3	8	56	180	256	302	765	1007	2178
---	---	----	-----	-----	-----	-----	------	------

FIGURE 6 – Nous pouvons éliminer la partie supérieure.

3	8	56	180	256	302	765	1007	2178
---	---	----	-----	-----	-----	-----	------	------

FIGURE 6 – Nous pouvons éliminer la partie supérieure.

Problématique

Recherche
classique dans un
tableau

Génération des données

Recherche dans les données

Recherche dans un
tableau trié

Des données ordonnées

Recherche dichotomique

Efficacité

Recherche dichotomique

└ Recherche dans un tableau trié

└ Recherche dichotomique



FIGURE 7 – Dernière séparation

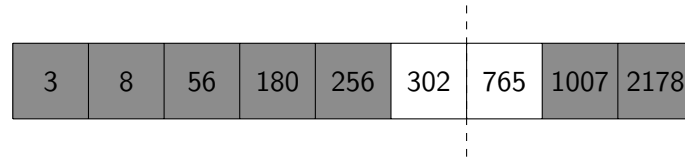


FIGURE 7 – Dernière séparation

Problématique

Recherche
classique dans un
tableauGénération des données
Recherche dans les donnéesRecherche dans un
tableau triéDes données ordonnées
Recherche dichotomique
Efficacité

3	8	56	180	256	302	765	1007	2178
---	---	----	-----	-----	-----	-----	------	------

FIGURE 8 – 302 a été trouvée en trois itérations

3	8	56	180	256	302	765	1007	2178
---	---	----	-----	-----	-----	-----	------	------

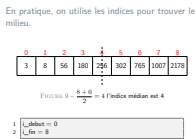
FIGURE 8 – 302 a été trouvée en trois itérations

Recherche dichotomique

Recherche dans un tableau trié

Recherche dichotomique

En pratique, on utilise les indices pour trouver le milieu.



En pratique, on utilise les indices pour trouver le milieu.

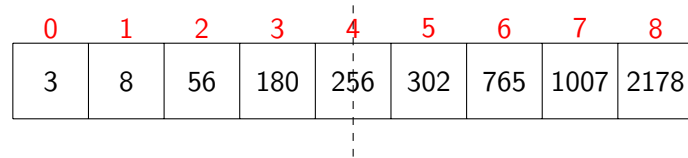


FIGURE 9 - $\frac{8+0}{2} = 4$ l'indice médian est 4

```

1 i_debut = 0
2 i_fin = 8
  
```

Recherche dichotomique

└ Recherche dans un tableau trié

└ Recherche dichotomique

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	8	56	180	256	302	765	1007	2178

FIGURE 10 – 256 n'est pas le nombre recherché

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	8	56	180	256	302	765	1007	2178

FIGURE 10 – 256 n'est pas le nombre recherché

Problématique

Recherche
classique dans un
tableau

Génération des données

Recherche dans les données

Recherche dans un
tableau trié

Des données ordonnées

Recherche dichotomique

Efficacité

Recherche dichotomique

Recherche dans un tableau trié

Recherche dichotomique

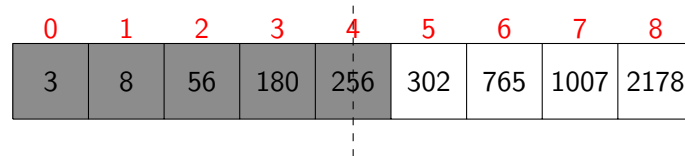
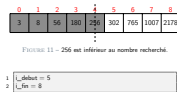


FIGURE 11 – 256 est inférieur au nombre recherché.

```

1 i_debut = 5
2 i_fin = 8

```

Recherche dichotomique

Recherche dans un tableau trié

Recherche dichotomique



1. l'indice est un entier

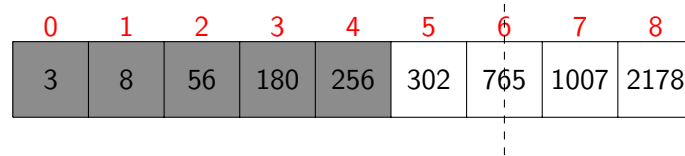


FIGURE 12 - $\frac{8+5}{2} = 6$ l'indice médian est 6

Recherche dichotomique

└ Recherche dans un tableau trié

└ Recherche dichotomique

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	8	96	180	256	302	765	1007	2178

FIGURE 13 – 765 n'est pas le nombre recherché.

1. l'indice est un entier

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	8	56	180	256	302	765	1007	2178

FIGURE 13 – 765 n'est pas le nombre recherché.

Recherche dichotomique

Recherche dans un tableau trié

Recherche dichotomique

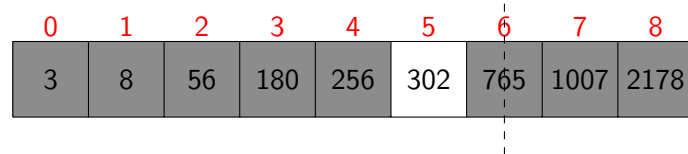


FIGURE 14 – 765 est supérieur au nombre recherché.

```

1 i_debut = 5
2 i_fin = 5

```

Recherche dichotomique

└ Recherche dans un tableau trié

└ Recherche dichotomique



cette dernière itération est nécessaire : on ne sait pas si le dernier élément est bien celui recherché.

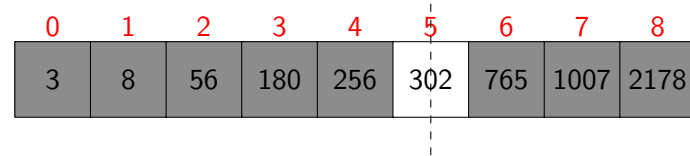


FIGURE 15 - $\frac{5+5}{2} = 5$ l'indice médian est 5.

Problématique

Recherche
classique dans un
tableau

Génération des données
Recherche dans les données

Recherche dans un
tableau trié

Des données ordonnées
Recherche dichotomique
Efficacité

Recherche dichotomique

└ Recherche dans un tableau trié

└ Recherche dichotomique

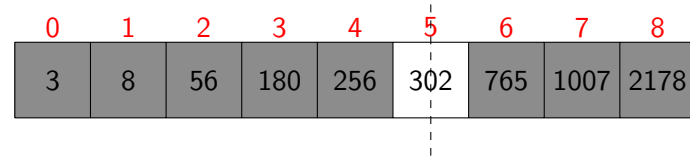


FIGURE 16 – On a trouvé l'élément.

Problématique

Recherche
classique dans un
tableauGénération des données
Recherche dans les donnéesRecherche dans un
tableau triéDes données ordonnées
Recherche dichotomique
Efficacité

Recherche dichotomique

Recherche dans un tableau trié

Recherche dichotomique

Activité 4 : Écrire la fonction `recherche_dicho(tab: list, cherche: int) → bool` qui applique le principe de la dichotomie. Pour séparer les données en deux parties (à peu près) égales il faudra calculer l'indice médian de la partie encore valide.

Activité 4 : Écrire la fonction `recherche_dicho(tab: list, cherche: int) → bool` qui applique le principe de la dichotomie. Pour séparer les données en deux parties (à peu près) égales il faudra calculer l'indice médian de la partie encore valide.

Recherche dichotomique

└ Recherche dans un tableau trié

└ Recherche dichotomique

└ Correction

Correction

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	8	56	180	256	302	765	1007	2178

```

1 i_debut = 0
2 i_fin = len(tab)-1
3 while i_fin >= i_debut:

```

Correction

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	8	56	180	256	302	765	1007	2178

```

1 i_debut = 0
2 i_fin = len(tab)-1
3 while i_fin >= i_debut:

```

Recherche dichotomique

- Recherche dans un tableau trié
 - Recherche dichotomique
 - Correction

si on ne trouve pas l'élément $i_fin < i_debut$

Correction

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	8	56	180	256	302	765	1007	2178


```

1 i_milieu = (i_debut+i_fin) // 2
2 if cherche == tab[i_milieu]:

```

Correction

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	8	56	180	256	302	765	1007	2178

```

1 i_milieu = (i_debut+i_fin) // 2
2 if cherche == tab[i_milieu]:

```

Recherche dichotomique

└ Recherche dans un tableau trié

└ Recherche dichotomique

└ Correction

Correction

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	8	56	180	256	302	765	1007	2178


```

1  return True
2  elif cherche < tab[i_milieu] :
```

Correction

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	8	56	180	256	302	765	1007	2178

```

1  return True
2  elif cherche < tab[i_milieu] :
```

Problématique

Recherche
classique dans un
tableauGénération des données
Recherche dans les donnéesRecherche dans un
tableau triéDes données ordonnées
Recherche dichotomique
Efficacité

Recherche dichotomique

└ Recherche dans un tableau trié

└ Recherche dichotomique

└ Correction

Correction

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	8	56	180	256	302	765	1007	2178


```

1  i_fin = i_milieu-1
2  else: # cherche > tab[i_milieu]
3      i_debut = i_milieu+1
4  # à la fin de la boucle on n'a pas trouvé 'cherche'

```

Correction

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	8	56	180	256	302	765	1007	2178

```

1      i_fin = i_milieu-1
2      else: # cherche > tab[i_milieu]
3          i_debut = i_milieu+1
4      # à la fin de la boucle on n'a pas trouvé 'cherche'

```


Recherche dichotomique

└ Recherche dans un tableau trié

└ Recherche dichotomique

└ Correction

Correction

```

1 i_debut = 0
2 i_fin = len(tab)-1
3 while i_fin >= i_debut:
4     i_milieu = (i_debut+i_fin) // 2
5     if cherche == tab[i_milieu]:
6         return True
7     elif cherche < tab[i_milieu]:
8         i_fin = i_milieu-1
9     else: # cherche > tab[i_milieu]
10         i_debut = i_milieu+1
11 # à la fin de la boucle on n'a pas trouvé 'cherche'
12 return False

```

Correction

```

1 i_debut = 0
2 i_fin = len(tab)-1
3 while i_fin >= i_debut:
4     i_milieu = (i_debut+i_fin) // 2
5     if cherche == tab[i_milieu]:
6         return True
7     elif cherche < tab[i_milieu]:
8         i_fin = i_milieu-1
9     else: # cherche > tab[i_milieu]
10         i_debut = i_milieu+1
11 # à la fin de la boucle on n'a pas trouvé 'cherche'
12 return False

```

Sommaire

1. Problématique

2. Recherche classique dans un tableau

3. Recherche dans un tableau trié

3.1 Des données ordonnées

3.2 Recherche dichotomique

3.3 Efficacité

Activité 5 :

1. En utilisant une variable **COMPTEUR**, compter le nombre d'itérations de la boucle de recherche dichotomique.
2. Tester pour différentes tailles de tableau.

Efficacité

Activité 5 :

1. En utilisant une variable **COMPTEUR**, compter le nombre d'itérations de la boucle de recherche dichotomique.
2. Tester pour différentes tailles de tableau.

Recherche dichotomique

└ Recherche dans un tableau trié

└ Efficacité

└ Correction

Correction

```

1 COMPTEUR = 0
2
3 def recherche_dicho(tab: list, cherche: int) -> bool:
4     global COMPTEUR
5     i_debut = 0
6     i_fin = len(tab)-1
7     while i_fin >= i_debut:
8         COMPTEUR += 1
9         i_milieu = (i_debut+i_fin) // 2
10        if cherche == tab[i_milieu]:
11            return True
12        elif cherche < tab[i_milieu]:
13            i_fin = i_milieu-1
14        else: # cherche > tab[i_milieu]
15            i_debut = i_milieu+1
16        # à la fin de la boucle on n'a pas trouvé 'cherche'
17    return False

```

Correction

```

1 COMPTEUR = 0
2
3 def recherche_dicho(tab: list, cherche: int) -> bool:
4     global COMPTEUR
5     i_debut = 0
6     i_fin = len(tab)-1
7     while i_fin >= i_debut:
8         COMPTEUR += 1
9         i_milieu = (i_debut+i_fin) // 2
10        if cherche == tab[i_milieu]:
11            return True
12        elif cherche < tab[i_milieu]:
13            i_fin = i_milieu-1
14        else: # cherche > tab[i_milieu]
15            i_debut = i_milieu+1
16        # à la fin de la boucle on n'a pas trouvé 'cherche'
17    return False

```

0 = pas trouvé

À chaque itération la quantité de données (notée n) à étudier est divisée par deux. Dans le pire des cas, on divise jusqu'à ce que la taille de la partie restante soit inférieure ou égale à 1.

$$\frac{n}{2^x} = 1$$

$$\Leftrightarrow n = 2^x$$

À chaque itération la quantité de données (notée **n**) à étudier est divisée par deux. Dans le pire des cas, on divise jusqu'à ce que la taille de la partie restante soit inférieure ou égale à 1.

$$\frac{n}{2^x} = 1$$

$$\Leftrightarrow n = 2^x$$

Activité 6 :

1. Encadrer la valeur de x entre deux entiers, si le tableau contient $n = 10000$ éléments.
2. Effectuer le même encadrement pour cent mille, un million d'éléments.

Activité 6 :

1. Encadrer la valeur de x entre deux entiers, si le tableau contient $n = 10000$ éléments.
2. Effectuer le même encadrement pour cent mille, un million d'éléments.

Correction

$$2^{13} = 8192 < x < 2^{14} = 16384$$

$$2^{13} = 8192 < x < 2^{14} = 16384$$

- Recherche dichotomique
 - Recherche dans un tableau trié
 - Efficacité
 - Dans le pire des cas

Dans le pire des cas

nombre d'éléments	nombre de comparaisons
10	3-4
100	6-7
1000	9-10
10000	13-14
100000	16-17
1000000	19-20

Dans le pire des cas

nombre d'éléments	nombre de comparaisons
10	3-4
100	6-7
1000	9-10
10000	13-14
100000	16-17
1000000	19-20

Recherche dichotomique

└ Recherche dans un tableau trié

└ Efficacité

$$\log_2 n = \frac{\ln n}{\ln 2}$$

À retenir

La complexité temporelle de la recherche dichotomique est **logarithmique** :

$$\log_2 n = x$$

À retenir

La complexité temporelle de la recherche dichotomique est **logarithmique** :

$$\log_2 n = x$$

Recherche dichotomique

└ Recherche dans un tableau trié

└ Efficacité

└ Code complet

Code complet

Le code complet se trouve [ici](#).

Code complet

Le code complet se trouve [ici](#).

Recherche
dichotomique

Problématique

Recherche
classique dans un
tableau

Génération des données
Recherche dans les données

Recherche dans un
tableau trié

Des données ordonnées
Recherche dichotomique
Efficacité