

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Recherche textuelle

Christophe Viroulaud

Terminale - NSI

1. Problématique

2. Approche naïve

3. Approche plus efficace : Boyer-Moore

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus efficace : Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus efficace : Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Une fonctionnalité intégrée dans tous les logiciels de traitements de texte.

Des applications multiples

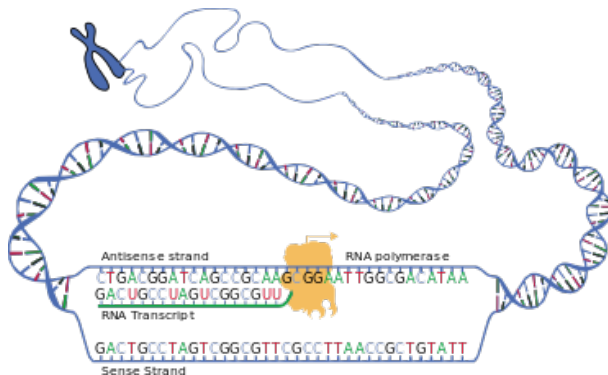


FIGURE 1 – Séquence ADN

- ▶ 4 bases nucléiques : Adénine, Cytosine, Guanine, Thymine,
- ▶ ADN humain : 3 milliards de bases répartis sur 23 paires de chromosomes.

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus efficace : Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus efficace : Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Comment effectuer une recherche textuelle efficace ?

1. Problématique

2. Approche naïve

2.1 Principe

2.2 Implémentation

3. Approche plus efficace : Boyer-Moore

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus efficace : Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

- ▶ observer une **fenêtre** du texte,
- ▶ dans cette fenêtre, comparer chaque lettre du **motif** recherché au texte,
- ▶ décaler la fenêtre d'un cran dès qu'il n'y a pas de correspondance.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
texte	a	c	g	a	t	c	c	a	t	g	a
motif	c	a	t								
	0	1	2								

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :

Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
texte	a	c	g	a	t	c	c	a	t	g	a
motif	c	a	t								
	0	1	2								

FIGURE 2 – Première comparaison : pas de correspondance

Décalage de la fenêtre

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
texte	a	c	g	a	t	c	c	a	t	g	a
motif		c	a	t							
		0	1	2							

FIGURE 3 – Première comparaison : correspondance

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
texte	a	c	g	a	t	c	c	a	t	g	a
motif		c	a	t							
		0	1	2							

FIGURE 4 – Deuxième comparaison : pas de correspondance

Décalage de la fenêtre

1. Problématique

2. Approche naïve

2.1 Principe

2.2 Implémentation

3. Approche plus efficace : Boyer-Moore

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Activité 1 :

1. Écrire la fonction `recherche_naive(texte: str, motif: str) → int` qui renvoie la position du *motif* dans le *texte* ou -1 s'il n'est pas présent.
2. Estimer la complexité temporelle de cet algorithme dans le pire des cas : le motif n'est pas présent dans le texte.

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus efficace : Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

```
1 def recherche_naive(texte: str, motif: str) -> int:
2     """
3     renvoie la position du motif dans le texte
4     -1 s'il n'est pas présent
5     """
6     # dernière position = taille(texte) - taille(motif)
7     for i in range(len(texte)-len(motif)+1):
8         j = 0
9         while (j < len(motif)) and (motif[j] == texte[i+j]):
10             j += 1
11         if j == len(motif): # correspondance sur toute la fenê
12             tre
13             return i
14     return -1
```

Code 1 – Approche naïve

Imaginons le cas :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
texte	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	t
motif	a	a	t								
	0	1	2								

- On vérifie toute la fenêtre à chaque fois.
- À chaque **non correspondance** la fenêtre avance de 1.
- La complexité dépend de la taille de la fenêtre et de celle du motif.

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus efficace : Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

1. Problématique

2. Approche naïve

3. Approche plus efficace : Boyer-Moore

3.1 Recherche à l'envers

3.2 Décalages par sauts

3.3 Prétraitement du motif

3.4 Algorithme de Boyer-Moore (simplifié - version Horspool)

3.5 Complexité

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

- 1970 : algorithme de Knuth-Morris-Pratt. $O(T + M)$

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus efficace : Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

- ▶ 1970 : algorithme de Knuth-Morris-Pratt. $O(T + M)$
- ▶ 1977 : algorithme de Boyer-Moore.

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus efficace : Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

- ▶ 1970 : algorithme de Knuth-Morris-Pratt. $O(T + M)$
- ▶ 1977 : algorithme de Boyer-Moore.
- ▶ 1980 : Horspool propose une version simplifiée de l'algorithme de Boyer-Moore. $O(T)$

La première idée de cet algorithme est de commencer la recherche **en partant de la fin du motif**.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
texte	a	c	g	a	t	c	c	a	t	g	a
motif	c	a	t								
	0	1	2								

FIGURE 5 – Première comparaison : pas de correspondance

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Pour l'instant cette approche ne semble pas apporter d'amélioration par rapport à l'algorithme précédent.

1. Problématique

2. Approche naïve

3. Approche plus efficace : Boyer-Moore

3.1 Recherche à l'envers

3.2 Décalages par sauts

3.3 Prétraitement du motif

3.4 Algorithme de Boyer-Moore (simplifié - version Horspool)

3.5 Complexité

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Le motif ne contient pas la lettre **g** (la dernière lettre de la fenêtre).

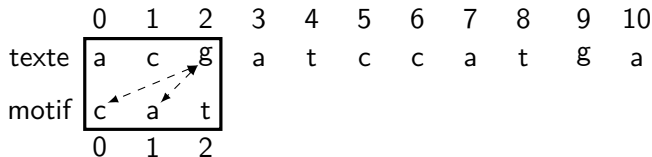


FIGURE 6 – Comparaisons inutiles

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
texte	a	c	g	a	t	c	c	a	t	g	a
motif		c	a	t							
		0	1	2							

FIGURE 7 – Comparaison inutile

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
texte	a	c	g	a	t	c	c	a	t	g	a
motif			c	a	t						
			0	1	2						

FIGURE 8 – Comparaison inutile

On peut donc directement décaler le motif à l'indice 3 du texte (figure 9).

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
texte	a	c	g	a	t	c	c	a	t	g	a
motif				c	a	t					
				0	1	2					

FIGURE 9 – Décalage par saut

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :

Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :

Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

On n'observe pas de correspondance par contre la lettre **c** existe dans le motif. On va donc le décaler pour les faire coïncider.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
texte	a	c	g	a	t	c	c	a	t	g	a
motif				c	a	t					
				0	1	2					

FIGURE 10 – Nouvelle situation

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

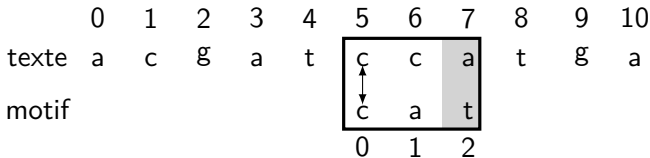


FIGURE 11 – Décalage par saut

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

À retenir

On décale la position de recherche dans le texte en fonction de la dernière lettre de la fenêtre.

1. Problématique

2. Approche naïve

3. Approche plus efficace : Boyer-Moore

3.1 Recherche à l'envers

3.2 Décalages par sauts

3.3 Prétraitement du motif

3.4 Algorithme de Boyer-Moore (simplifié - version Horspool)

3.5 Complexité

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Pour pouvoir décaler par saut, il faut connaître la dernière position de chaque lettre dans le motif. Le prétraitement consiste à calculer le décalage à appliquer pour amener chaque caractère du motif à la place du dernier caractère.

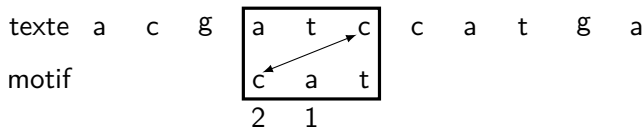


FIGURE 12 – Calculs des décalages

Remarque

On ne regarde pas la dernière position de la clé (la lettre *t* ici). Sinon la distance associée serait nulle et on resterait sur place après l'avoir lue dans le texte.

texte	a	c	g	a	t	c	c	a	t	g	a
motif			c	a	t						
			2	1	0						

FIGURE 13 – Sauf la dernière lettre

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :

Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Autre exemple

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus efficace :

Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

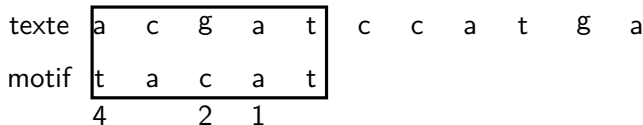


FIGURE 14 – Répétition dans le motif

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Activité 2 : Écrire la fonction
`pretraitement_decalages(motif: str) → dict`
qui associe chaque lettre du motif (sauf la dernière) à
son décalage.

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus efficace : Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

```
1 def pretraitement_decalages(motif: str) -> dict:
2     """
3     renvoie le dictionnaire des décalages à appliquer
4     pour chaque lettre du motif (sauf dernière)
5     """
6     decalages = dict()
7     # on s'arrête à l'avant dernière lettre du motif
8     for i in range(len(motif)-1):
9         # len(motif)-1 est la position de la dernière
10         lettre
11         decalages[motif[i]] = len(motif)-1-i
12     return decalages
```

1. Problématique

2. Approche naïve

3. Approche plus efficace : Boyer-Moore

3.1 Recherche à l'envers

3.2 Décalages par sauts

3.3 Prétraitement du motif

3.4 Algorithme de Boyer-Moore (simplifié - version Horspool)

3.5 Complexité

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

L'algorithme de Boyer-Moore s'écrit alors :

```
1 Créer le tableau des décalages
2 Tant qu'on n'est pas à la fin du texte
3     Comparer le motif à la position du texte
4     Si le motif est présent
5         Renvoyer la position
6     Sinon
7         Décaler la fenêtre
8 Renvoyer -1 si le motif n'est pas présent
```

Code 2 – Algorithme de Boyer-Moore (version Horspool)

Activité 3 :

1. Écrire la fonction `compare(texte: str, position: int, motif: str) → bool` qui renvoie *True* si le motif est présent à la position *i* du texte.
2. Écrire la fonction `decalage_fenetre(decalages: dict, taille: int, lettre: str) → int` qui renvoie le décalage à appliquer pour faire coïncider le motif à la dernière *lettre* de la fenêtre. Si la lettre n'est pas présente, la *taille* du motif est renvoyée.
3. Écrire alors la fonction `boyer_moore(texte: str, motif: str) → int` qui renvoie la position du motif dans le texte et -1 sinon.

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :

Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :

Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

```
1 def compare(texte: str, position: int, motif: str) -> bool:
2     """
3     compare le morceau du texte
4     (en partant de position + taille(motif))
5     avec le motif
6
7     Returns:
8         bool: True si on a trouvé le motif
9     """
10    # position de la dernière lettre de la fenêtre
11    en_cours = position + len(motif) - 1
12    # parcours de la fenêtre à l'envers
13    for i in range(len(motif) - 1, -1, -1):
14        if not(texte[en_cours] == motif[i]):
15            return False
16        else:
17            en_cours -= 1
18    return True
```

```
def decalage_fenetre(decalages: dict, taille: int, lettre: str) ->
    int:
    """
    renvoie la valeur du décalage à appliquer.
    si la lettre n'est pas dans le tableau
    c'est la taille du motif qui est appliqué

    Args:
        decalages (dict): dico des décalages
        taille (int): taille du motif (= décalage max)
        lettre (str): dernière lettre de la fenêtre

    Returns:
        int: décalage à appliquer
    """
    for cle, val in decalages.items():
        if cle == lettre:
            return val
    # si la lettre n'est pas dans le dico (= le motif)
    return taille
```

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :

Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

```
1 def decalage_fenetre2(decalages: dict, taille: int, lettre: str) ->  
    int:  
2     # la méthode get renvoie une valeur par défaut si elle ne  
    trouve pas la clé  
3     return decalages.get(lettre, taille)  
4  
5  
6 def decalage_fenetre3(decalages: dict, taille: int, lettre: str) ->  
    int:  
7     try:  
8         res = decalages[lettre]  
9     except KeyError:  
10        res = taille  
11    return res
```



```
1 def boyer_moore(texte: str, motif: str) -> int:
2     """
3     Returns:
4         int: la position du motif dans le texte, -1 sinon.
5     """
6     decalages = pretraitement_decalages(motif)
7     i = 0
8     while i <= len(texte)-len(motif):
9         # si on trouve le motif
10        if compare(texte, i, motif):
11            return i
12        else:
13            # sinon on décale (en fonction de la dernière
14            # lettre de la fenêtre)
15            decale = decalage_fenetre(decalages,
16                                     len(motif),
17                                     texte[i+len(motif)-1])
18            i += decale
19        # si on sort de la boucle, on n'a rien trouvé
20    return -1
```

1. Problématique

2. Approche naïve

3. Approche plus efficace : Boyer-Moore

3.1 Recherche à l'envers

3.2 Décalages par sauts

3.3 Prétraitement du motif

3.4 Algorithme de Boyer-Moore (simplifié - version Horspool)

3.5 Complexité

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Intuitivement l'algorithme semble plus rapide que la version naïve car il ne teste pas toutes les lettres du texte.

a	a	a	a	b	a	a	a	a	b	a	a	a	a	b
c	c	c	c	c										

FIGURE 15 – Un cas représentatif

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :

Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

a a a a b a a a a b a a a a b
c c c c c

a a a a b a a a a b a a a a b
c c c c c

FIGURE 16 – Algorithme naïf

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus efficace : Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

```

a  a  a  a  b  a  a  a  a  b  a  a  a  a  b
          c  c  c  c  c

a  a  a  a  b  a  a  a  a  b  a  a  a  a  b
                        c  c  c  c  c
  
```

FIGURE 17 – Algorithme de Boyer-Moore

Activité 4 : Compter le nombre d'itérations de la recherche avec l'algorithme naïf puis celui de Boyer-Moore.

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

- ▶ Algorithme naïf : 10 décalages,
- ▶ Algorithme de Boyer-Moore : 3 décalages.

Remarques

- ▶ Dans le meilleur des cas, la complexité temporelle de l'algorithme est $O(N/K)$ où N est la taille du texte et K celle du motif.
- ▶ Plus le motif est long plus l'algorithme est rapide.

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Le prétraitement a un coût (temporel et spatial) mais qui est grandement compensé.

Cas critique

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

texte t a a a a a a a a a a a

motif a a a a a a a a

texte t a a a a a a a a a a a

motif a a a a a a a a

FIGURE 18 – Cas critique

Problématique

Approche naïve

Principe

Implémentation

Approche plus
efficace :
Boyer-Moore

Recherche à l'envers

Décalages par sauts

Prétraitement du motif

Algorithme de Boyer-Moore
(simplifié - version
Horspool)

Complexité

Les programmes du cours sont téléchargeables [ici](#).