

Trier des cartes

Christophe Viroulaud

Première - NSI

Trier des cartes

Christophe Viroulaud

Première - NSI

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

1. Problématique
2. Trier des cartes manuellement
3. Transposer au tri de données
 - Implémentation
 - Terminaison
 - Correction
 - Complexité
 - Implémentation
 - Preuve de terminaison
 - Preuve de correction
 - Complexité

Sommaire

1. Problématique

2. Trier des cartes manuellement

3. Transposer au tri de données

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier un jeu de cartes est une opération qui trouve des applications en informatique.

Existe-t-il plusieurs méthodes pour trier des données ?

Trier un jeu de cartes est une opération qui trouve des applications en informatique.

Existe-t-il plusieurs méthodes pour trier des données ?

Sommaire

1. Problématique

2. Trier des cartes manuellement

3. Transposer au tri de données

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité



FIGURE 1 – Cartes mélangées

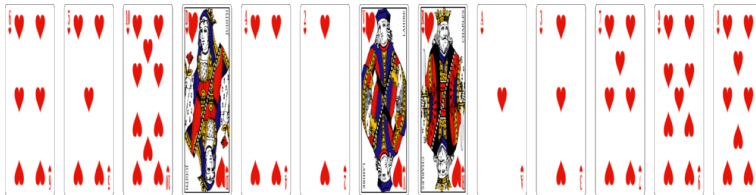


FIGURE 1 – Cartes mélangées

Activité 1 :

1. Prendre le paquet de cartes mélangées et les étaler sur la table.
2. Trier les cartes.
3. Formaliser la méthode utilisée sous forme d'un algorithme.

Activité 1 :

1. Prendre le paquet de cartes mélangées et les étaler sur la table.
2. Trier les cartes.
3. Formaliser la méthode utilisée sous forme d'un algorithme.

- ▶ Tri par sélection en place
- ▶ Tri par sélection dans un nouveau tableau
- ▶ Tri par insertion en place
- ▶ Tri par insertion dans un nouveau tableau

Différentes méthodes

- ▶ Tri par sélection en place
- ▶ Tri par sélection dans un nouveau tableau
- ▶ Tri par insertion en place
- ▶ Tri par insertion dans un nouveau tableau

- 1 Pour chaque carte du tas
- 2 Trouver la plus petite carte dans la partie non triée.
- 3 Échanger cette carte avec la première de la partie non triée.
- 4

Code 1 – Tri par sélection (en place)

[Retour menu](#)

Tri par sélection en place

- 1 Pour chaque carte du tas
- 2 Trouver la plus petite carte dans la partie non triée.
- 3 Échanger cette carte avec la première de la partie non triée.
- 4

Code 1 – Tri par sélection (en place)

[Retour menu](#)

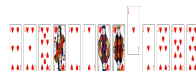


FIGURE 2 – Sélectionne la plus petite du tas non trié

[Retour menu](#)

Tri par sélection en place

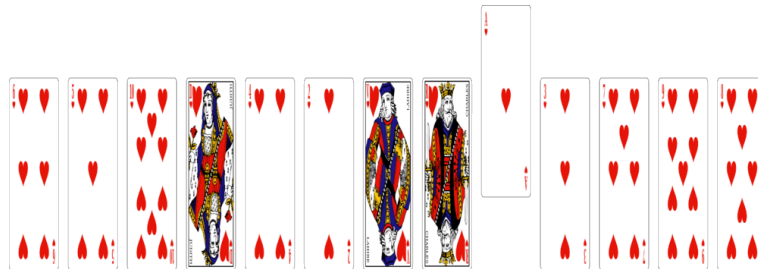
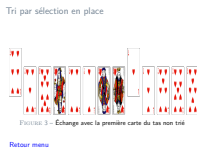


FIGURE 2 – Sélectionne la plus petite du tas non trié

[Retour menu](#)



Tri par sélection en place

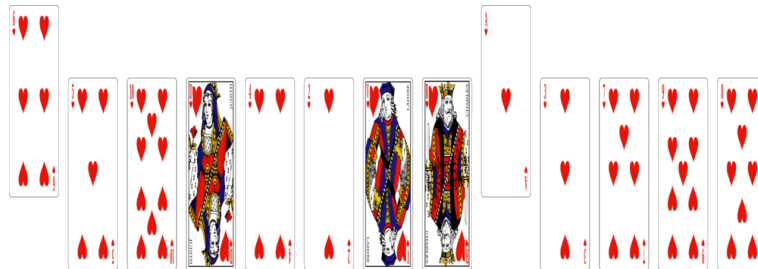


FIGURE 3 – Échange avec la première carte du tas non trié

[Retour menu](#)

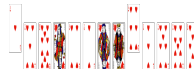


FIGURE 4 – Échange avec la première carte du tas non trié

[Retour menu](#)

Tri par sélection en place

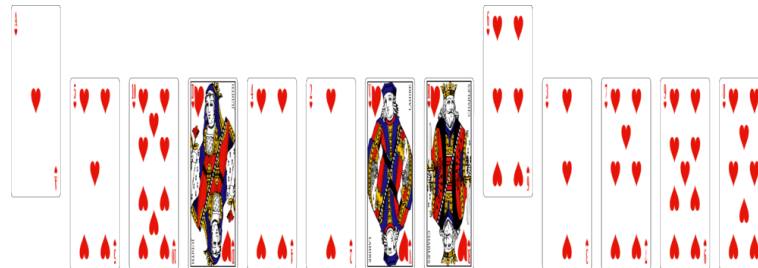


FIGURE 4 – Échange avec la première carte du tas non trié

[Retour menu](#)



FIGURE 5 – La carte est à sa place

[Retour menu](#)

Tri par sélection en place

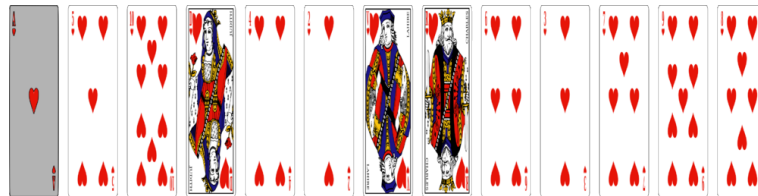
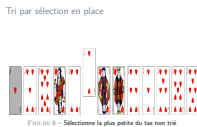


FIGURE 5 – La carte est à sa place

[Retour menu](#)



[Retour menu](#)

Tri par sélection en place

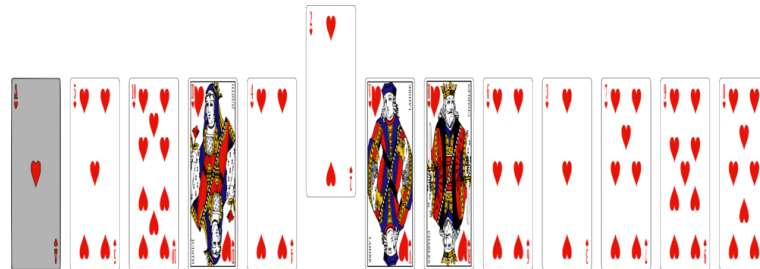
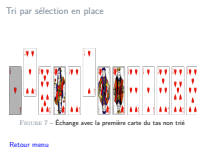


FIGURE 6 – Sélectionne la plus petite du tas non trié

[Retour menu](#)



Tri par sélection en place

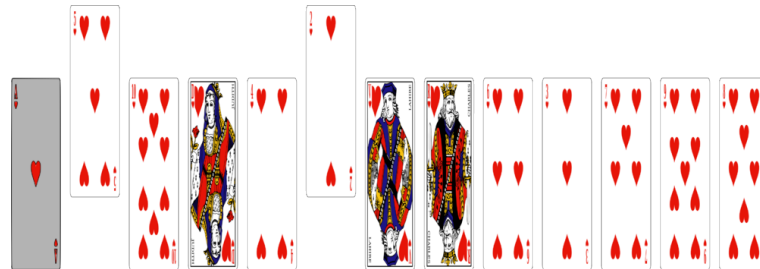
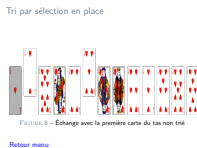


FIGURE 7 – Échange avec la première carte du tas non trié

[Retour menu](#)



Tri par sélection en place

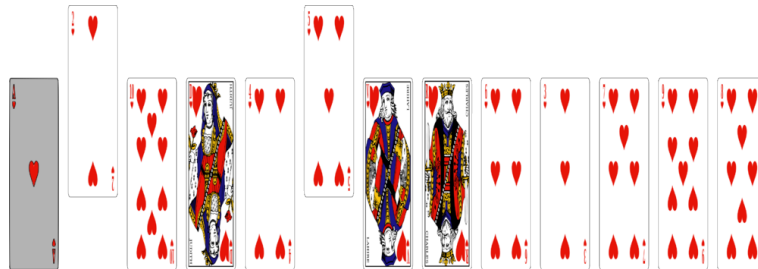


FIGURE 8 – Échange avec la première carte du tas non trié

[Retour menu](#)

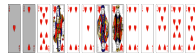


FIGURE 9 – La carte est à sa place

[Retour menu](#)

Tri par sélection en place

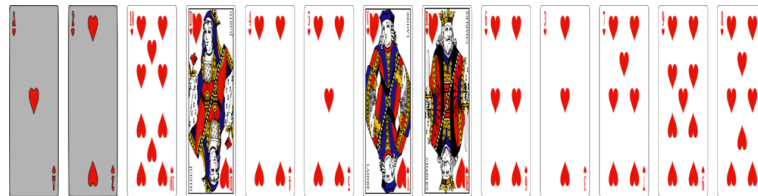


FIGURE 9 – La carte est à sa place

[Retour menu](#)


```
1 Pour chaque carte du tas
2   Trouver la plus petite carte du tableau non trié.
3   La placer à la fin du tableau trié.
4
```

Code 2 – Tri par sélection dans un nouveau tableau

[Retour menu](#)

Tri par sélection - nouveau tableau

- 1 Pour chaque carte du tas
- 2 Trouver la plus petite carte du tableau non trié.
- 3 La placer à la fin du tableau trié.
- 4

Code 2 – Tri par sélection dans un nouveau tableau

[Retour menu](#)



Tri par sélection - nouveau tableau

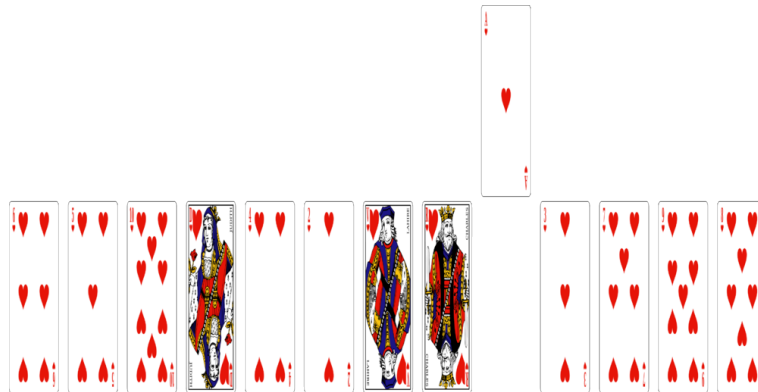


FIGURE 10 – Trouve la plus petite du tas non trié

[Retour menu](#)

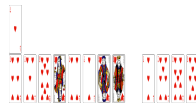


FIGURE 11 – La place à la fin du tableau trié

[Retour menu](#)

Tri par sélection - nouveau tableau

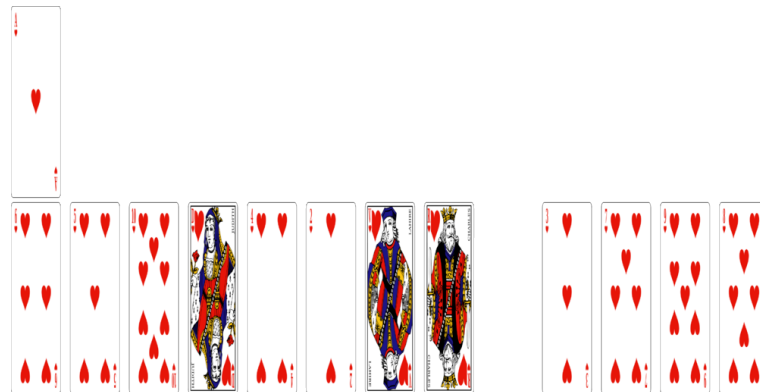
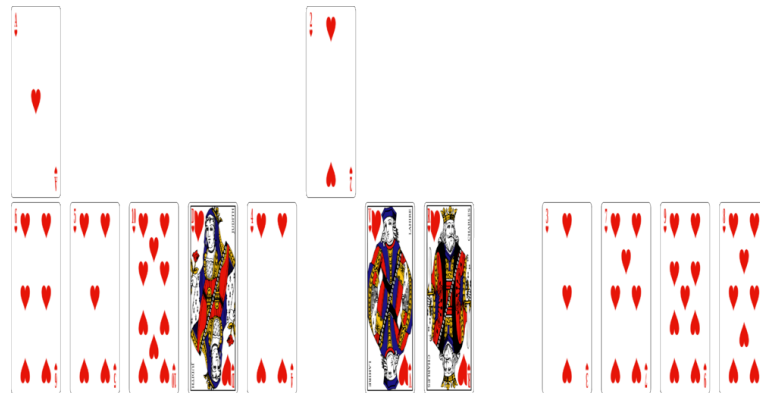


FIGURE 11 – La place à la fin du tableau trié

[Retour menu](#)



Tri par sélection - nouveau tableau



[Retour menu](#)

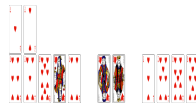


FIGURE 13 – La place à la fin du tableau trié

[Retour menu](#)

Tri par sélection - nouveau tableau

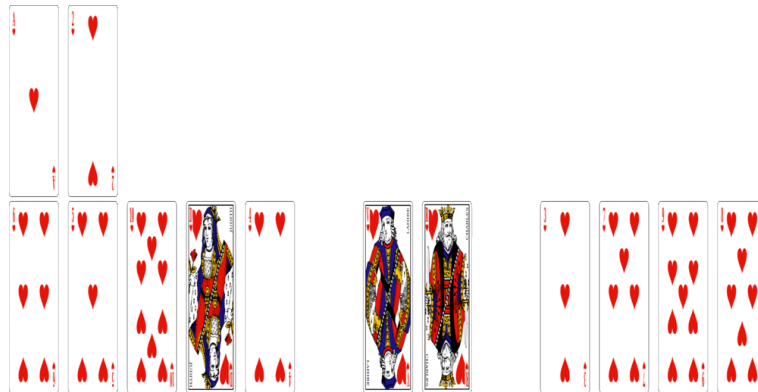


FIGURE 13 – La place à la fin du tableau trié

[Retour menu](#)

- 1 Pour chaque carte du tas
- 2 Mémoriser la carte en cours
- 3 Décaler vers la droite toutes les cartes précédentes, supérieures à la carte en cours.
- 4 Insérer la carte en cours dans l'espace vide.
- 5

Code 3 – Tri par insertion (en place)

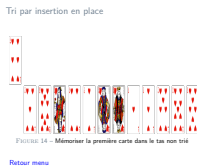
[Retour menu](#)

Tri par insertion en place

- 1 Pour chaque carte du tas
- 2 Mémoriser la carte en cours
- 3 Décaler vers la droite toutes les cartes précédentes, supérieures à la carte en cours.
- 4 Insérer la carte en cours dans l'espace vide.
- 5

Code 3 – Tri par insertion (en place)

[Retour menu](#)



Tri par insertion en place

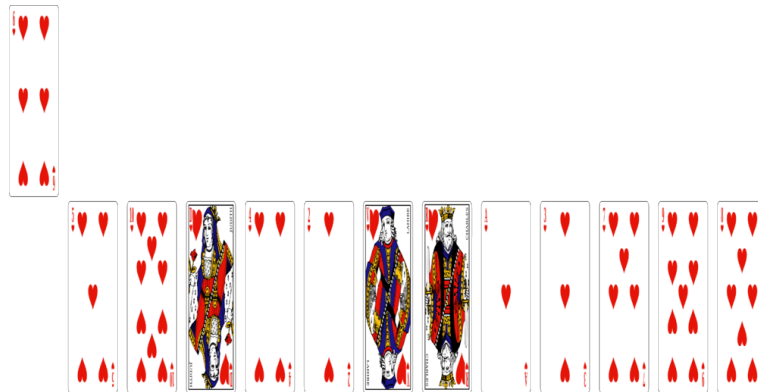
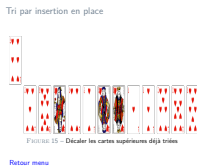


FIGURE 14 – Mémoriser la première carte dans le tas non trié

[Retour menu](#)



Ici pas de carte triée encore

Tri par insertion en place

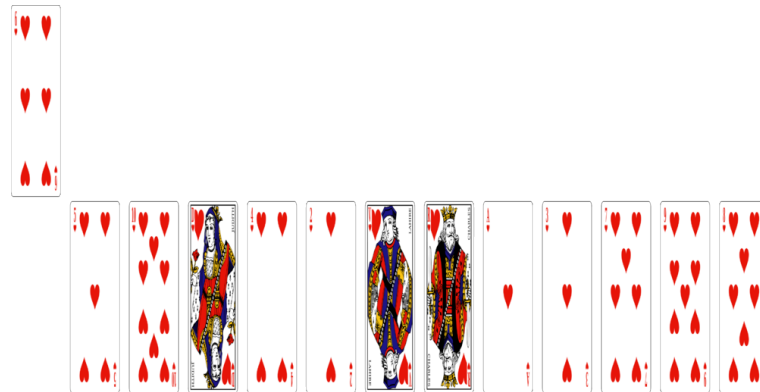


FIGURE 15 – Décaler les cartes supérieures déjà triées

[Retour menu](#)



FIGURE 15 – Replacer la carte dans l'espace

[Retour menu](#)

la carte est dans le tas trié

Tri par insertion en place

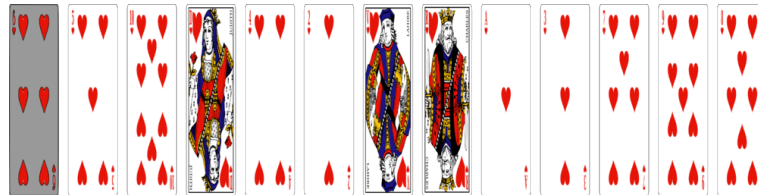
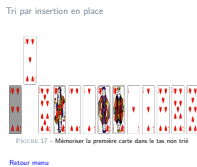


FIGURE 16 – Replacer la carte dans l'espace

[Retour menu](#)

la carte est dans le tas trié



Tri par insertion en place

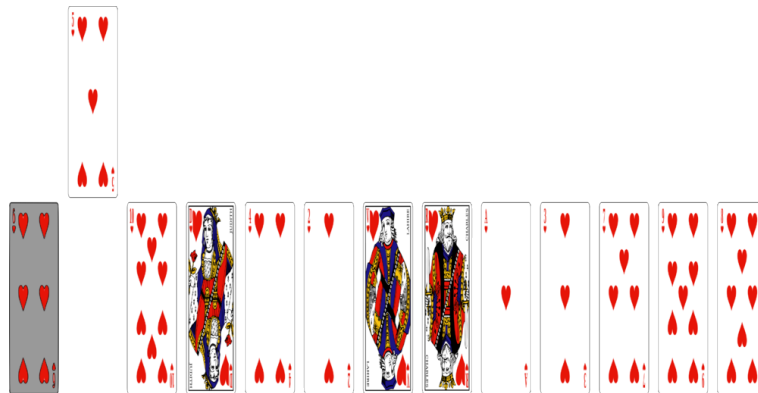
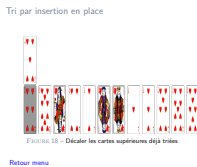


FIGURE 17 – Mémoriser la première carte dans le tas non trié

[Retour menu](#)



Ici pas de carte triée encore

Tri par insertion en place

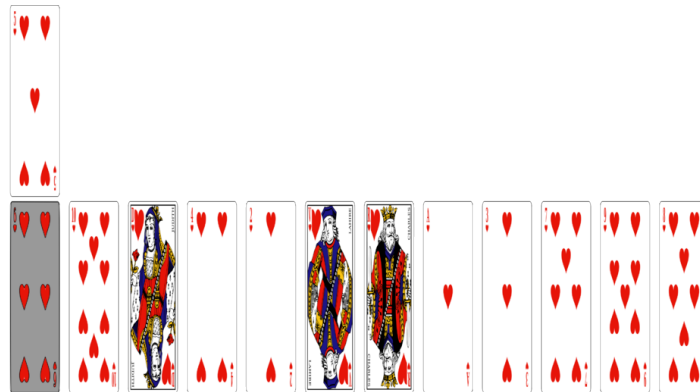


FIGURE 18 – Décaler les cartes supérieures déjà triées

[Retour menu](#)



FIGURE 19 – Replacer la carte dans l'espace

[Retour menu](#)

la carte est dans le tas trié

Tri par insertion en place

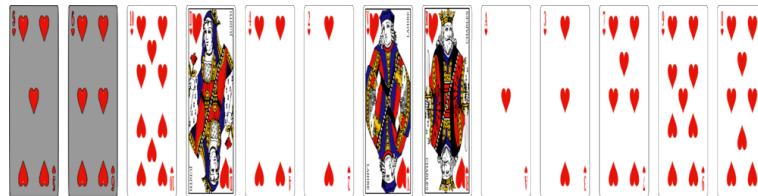


FIGURE 19 – Replacer la carte dans l'espace

[Retour menu](#)

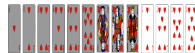


FIGURE 20 – Après plusieurs itérations

[Retour menu](#)

Tri par insertion en place

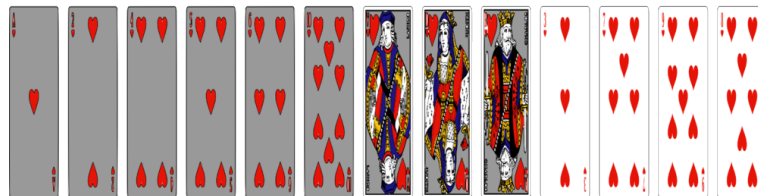


FIGURE 20 – Après plusieurs itérations

[Retour menu](#)



la carte est dans le tas trié

Tri par insertion en place

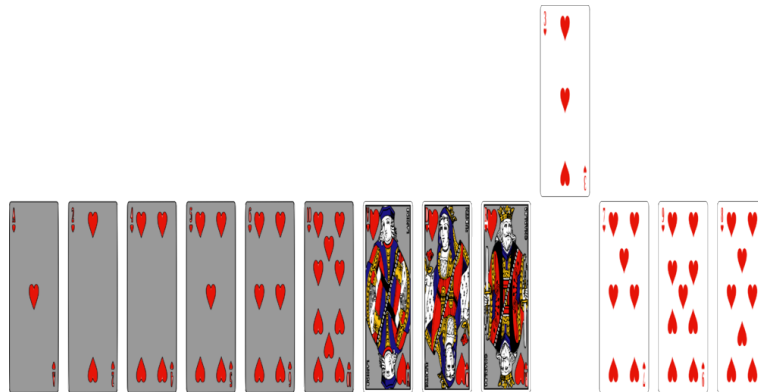


FIGURE 21 – Mémoriser la première carte dans le tas non trié

[Retour menu](#)



Ici pas de carte triée encore

Tri par insertion en place

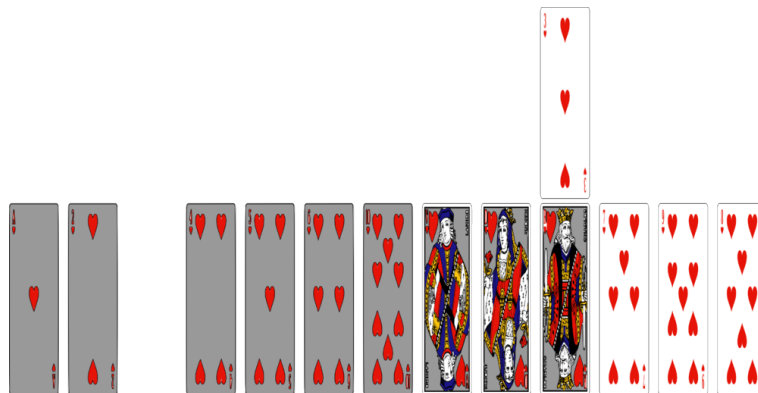


FIGURE 22 – Décaler les cartes supérieures déjà triées

[Retour menu](#)

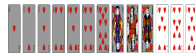


FIGURE 23 – Insérer la carte dans l'espace

[Retour menu](#)

la carte est dans le tas trié

Tri par insertion en place

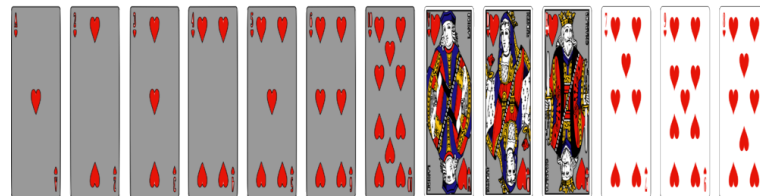


FIGURE 23 – Insérer la carte dans l'espace

[Retour menu](#)


```
1 Pour chaque carte du tas
2 Prendre la première carte du tableau non trié.
3 Dans le tableau trié, décaler vers la droite toutes les
  cartes plus grandes.
4 Insérer la carte dans le tableau trié.
5
```

Code 4 – Tri par insertion dans un nouveau tableau

[Retour menu](#)

Tri par insertion - nouveau tableau

- 1 Pour chaque carte du tas
- 2 Prendre la première carte du tableau non trié.
- 3 Dans le tableau trié, décaler vers la droite toutes les cartes plus grandes.
- 4 Insérer la carte dans le tableau trié.
- 5

Code 4 – Tri par insertion dans un nouveau tableau

[Retour menu](#)



Tri par insertion - nouveau tableau

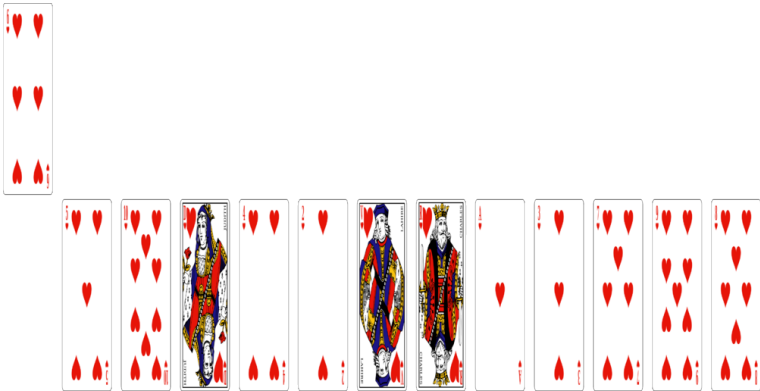


FIGURE 24 – Prendre la première carte non triée

[Retour menu](#)



Tri par insertion - nouveau tableau

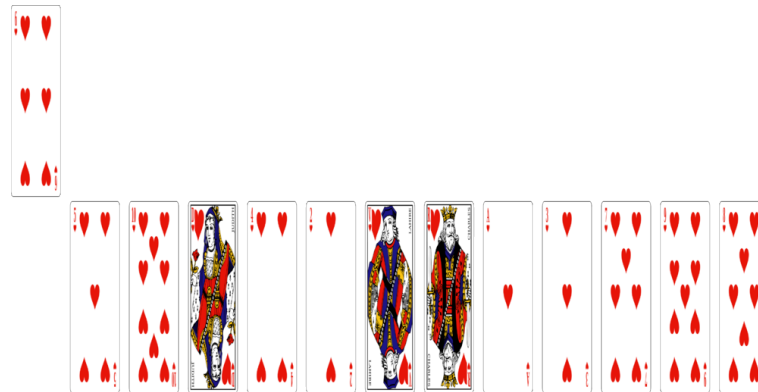


FIGURE 25 – Décaler les cartes supérieures du tableau trié

[Retour menu](#)

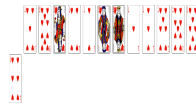


FIGURE 26 – Insérer la carte dans le tableau trié

[Retour menu](#)

Tri par insertion - nouveau tableau

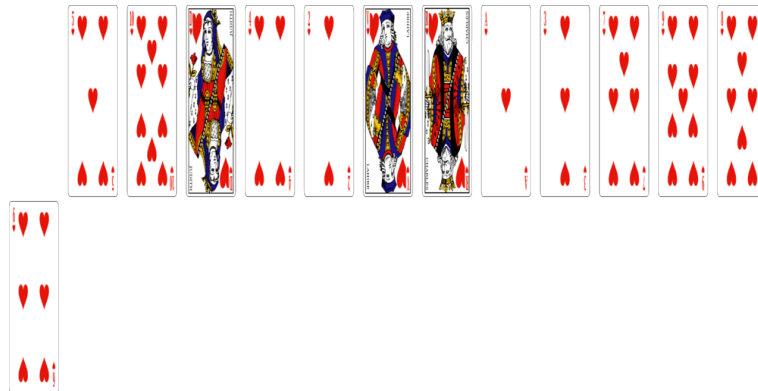
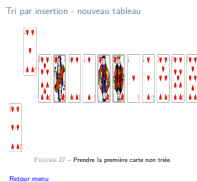


FIGURE 26 – Insérer la carte dans le tableau triée

[Retour menu](#)



Tri par insertion - nouveau tableau

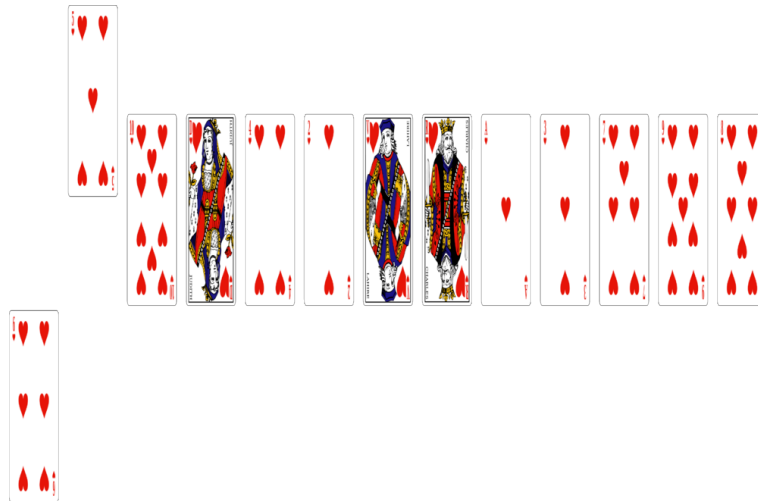


FIGURE 27 – Prendre la première carte non triée

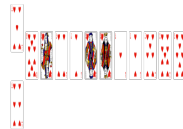


FIGURE 28 – Décaler les cartes supérieures du tableau trié

[Retour menu](#)

Tri par insertion - nouveau tableau

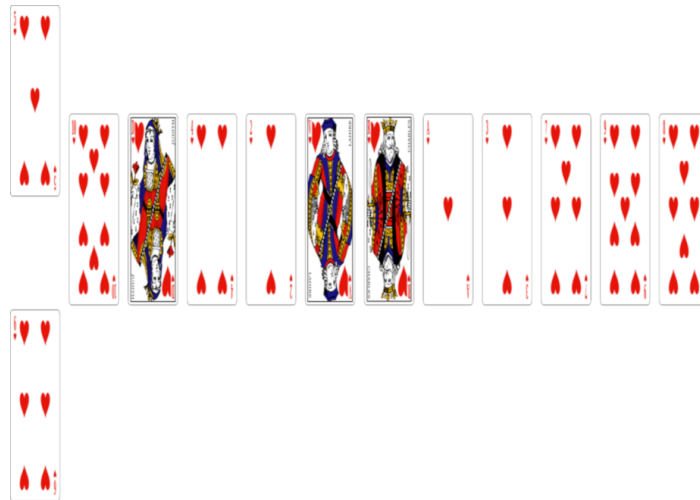


FIGURE 28 – Décaler les cartes supérieures du tableau trié

[Retour menu](#)

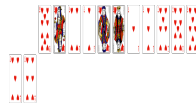


FIGURE 28 – Insérer la carte dans le tableau trié

[Retour menu](#)

Tri par insertion - nouveau tableau

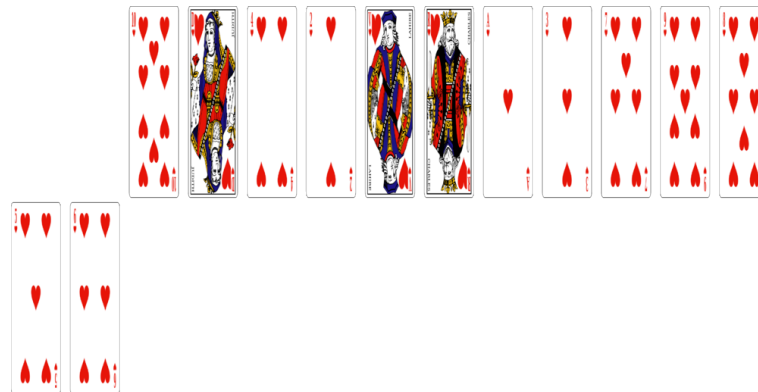


FIGURE 29 – Insérer la carte dans le tableau triée

[Retour menu](#)

Sommaire

1. Problématique

2. Trier des cartes manuellement

3. Transposer au tri de données

3.1 Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

3.2 Tri par insertion

Implémentation

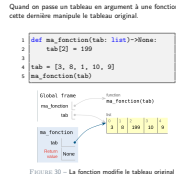
Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données



1. Il faut avoir conscience que les données d'origine sont modifiées. Il ne sert à rien que la fonction renvoie le tableau.
2. on va implémenter tri en place ; tri dans nouveau tableau dans exercices

Quand on passe un tableau en argument à une fonction, cette dernière manipule le tableau original.

```

1 def ma_fonction(tab: list)->None:
2     tab[2] = 199
3
4 tab = [3, 8, 1, 10, 9]
5 ma_fonction(tab)

```

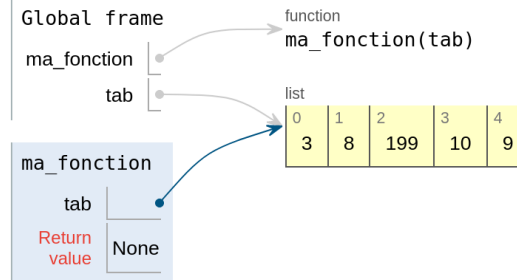


FIGURE 30 – La fonction modifie le tableau original

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

└ Rappel de l'algorithme

Rappel de l'algorithme

```
1 Pour chaque carte du tas
2   Trouver la plus petite carte dans la partie non triée.
3   Échanger cette carte avec la première de la partie non triée.
```

Code 5 – Tri par sélection (en place)

Rappel de l'algorithme

- | | |
|---|---|
| 1 | Pour chaque carte du tas |
| 2 | Trouver la plus petite carte dans la partie non triée. |
| 3 | Échanger cette carte avec la première de la partie non triée. |

Code 5 – Tri par sélection (en place)

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

└ Tri par sélection - question préparatoire

Activité 2 :

1. Écrire la fonction `trouver_mini(tab : list) → int` qui renvoie l'indice du plus petit élément de `tab`.

Tri par sélection - question préparatoire

Activité 2 :

1. Écrire la fonction **`trouver_mini(tab : list) → int`** qui renvoie l'indice du plus petit élément de *tab*.

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

└ Correction

Correction

```

1 def trouver_mini(tab: list) -> int:
2     """
3     Trouve l'indice du plus petit élément
4     """
5     i_mini = 0
6     for j in range(1, len(tab)):
7         if tab[j] < tab[i_mini]:
8             i_mini = j
9     return i_mini

```

Correction

```

1 def trouver_mini(tab: list) -> int:
2     """
3     Trouve l'indice du plus petit élément
4     """
5     i_mini = 0
6     for j in range(1, len(tab)):
7         if tab[j] < tab[i_mini]:
8             i_mini = j
9     return i_mini

```

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

└ Tri par sélection - Implémentation

Activité 2 :

2. Adapter la fonction précédente pour renvoyer l'indice du plus petit élément de *tab*, compris entre l'indice *i_depart* et la fin du tableau. La signature de la fonction deviendra **trouver_mini(tab : list, i_depart : int) → int**.
3. Écrire la fonction **echanger(tab : list, i : int, j : int) → None** qui échange les éléments d'indice *i* et *j* du tableau *tab*.
4. Écrire la fonction **tri_selection(tab : list) → None** qui effectue un tri par sélection sur *tab*.

Tri par sélection - Implémentation

Activité 2 :

2. Adapter la fonction précédente pour renvoyer l'indice du plus petit élément de *tab*, compris entre l'indice *i_depart* et la fin du tableau. La signature de la fonction deviendra **trouver_mini(tab : list, i_depart : int) → int**.
3. Écrire la fonction **echanger(tab : list, i : int, j : int) → None** qui échange les éléments d'indice *i* et *j* du tableau *tab*.
4. Écrire la fonction **tri_selection(tab : list) → None** qui effectue un tri par sélection sur *tab*.

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

└ Correction

Correction

```

1 def trouver_mini(tab: list, i_depart: int) -> int:
2     """
3     renvoie l'indice du plus petit élément entre
4     i_depart et la fin du tableau
5     """
6     i_mini = i_depart
7     for j in range(i_depart+1, len(tab)):
8         if tab[j] < tab[i_mini]:
9             i_mini = j
10    return i_mini

```

Correction

```

1 def trouver_mini(tab: list, i_depart: int) -> int:
2     """
3     renvoie l'indice du plus petit élément entre
4     i_depart et la fin du tableau
5     """
6     i_mini = i_depart
7     for j in range(i_depart+1, len(tab)):
8         if tab[j] < tab[i_mini]:
9             i_mini = j
10    return i_mini

```

Trier des cartes

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

└ Correction

Correction

```

1 def echanger(tab: list, i: int, j: int) -> None:
2     """
3     inverse les éléments d'indices i et j du tableau
4     """
5     tab[i], tab[j] = tab[j], tab[i]

```

Correction

```

1 def echanger(tab: list, i: int, j: int) -> None:
2     """
3     inverse les éléments d'indices i et j du tableau
4     """
5     tab[i], tab[j] = tab[j], tab[i]

```

Trier des cartes

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

└ Correction

Correction

```

1 def tri_selection(tab: list) -> None:
2     """
3     tri le tableau dans l'ordre croissant
4     """
5     for i in range(len(tab)):
6         position_du_mini = trouver_mini(tab, i)
7         echanger(tab, i, position_du_mini)

```

Correction

```

1 def tri_selection(tab: list) -> None:
2     """
3     tri le tableau dans l'ordre croissant
4     """
5     for i in range(len(tab)):
6         position_du_mini = trouver_mini(tab, i)
7         echanger(tab, i, position_du_mini)

```

Trier des cartes

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

└ Tri par sélection - Tester

Activité 2 :

5. Construire par compréhension un tableau des entiers de 1 à 13.
6. Mélanger le tableau à l'aide de la méthode `shuffle` de la bibliothèque `random`.
7. Trier le tableau à l'aide de la fonction `tri_selection`.

Tri par sélection - Tester

Activité 2 :

5. Construire par compréhension un tableau des entiers de 1 à 13.
6. Mélanger le tableau à l'aide de la méthode *shuffle* de la bibliothèque *random*.
7. Trier le tableau à l'aide de la fonction *tri_selection*.

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

└ Correction

Correction

```
1 cartes = [i for i in range(1, 14)]  
2 shuffle(cartes)  
3 tri_selection(cartes)
```

Correction

```
1 cartes = [i for i in range(1, 14)]  
2 shuffle(cartes)  
3 tri_selection(cartes)
```

Trier des cartes

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

└ Preuve de terminaison : variant de boucle

Preuve de terminaison : variant de boucle

La terminaison de la fonction est triviale. Le tri est composé de deux boucles bornées donc qui terminent.

Preuve de terminaison : variant de boucle

La terminaison de la fonction est triviale. Le tri est composé de deux boucles bornées donc qui terminent.

Trier des cartes

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

└ Preuve de correction : invariant de boucle

Preuve de correction : invariant de boucle

Avant chaque itération de la boucle externe, la partie gauche du tableau est triée.

3	8	7	1	5
---	---	---	---	---

Code 6 – Avant la première itération, la partie gauche est vide, donc triée.

Preuve de correction : invariant de boucle

Avant chaque itération de la boucle externe, la partie gauche du tableau est triée.

3	8	7	1	5
---	---	---	---	---

Code 6 – Avant la première itération, la partie gauche est vide, donc triée.

Trier des cartes

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

└ Preuve de correction : invariant de boucle

Preuve de correction : invariant de boucle

1	8	7	3	5
---	---	---	---	---

Code 7 – Avant la deuxième itération, la partie gauche est triée.

Preuve de correction : invariant de boucle

1	8	7	3	5
---	---	---	---	---

Code 7 – Avant la deuxième itération, la partie gauche est triée.

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

└ Preuve de correction : invariant de boucle

Preuve de correction : invariant de boucle

1	3	7	8	5
---	---	---	---	---

Code 8 – Avant la troisième itération, la partie gauche est triée.

Preuve de correction : invariant de boucle

1	3	7	8	5
---	---	---	---	---

Code 8 – Avant la troisième itération, la partie gauche est triée.

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

└ Efficacité du tri

La boucle externe effectue n itérations.

► à la première itération de i , la boucle de la fonction *trouver_min* effectue $n-1$ itérations.

1	3	7	8	5
---	---	---	---	---

► à la deuxième itération de i , la boucle de la fonction *trouver_min* effectue $n-2$ itérations.

1	3	7	8	5
---	---	---	---	---

► ...

Efficacité du tri

La boucle externe effectue **n itérations.**

- à la première itération de i , la boucle de la fonction *trouver_min* effectue $n-1$ itérations.

1	3	7	8	5
---	---	---	---	---

- à la deuxième itération de i , la boucle de la fonction *trouver_min* effectue $n-2$ itérations.

1	3	7	8	5
---	---	---	---	---

- ...

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

$$\sum_{k=1}^{n-1} k = (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1 = \frac{n(n-1)}{2}$$

À retenir

Le tri par sélection effectue $\frac{n(n-1)}{2}$ opérations pour ordonner le tableau.
Le nombre d'opérations dépend de n^2 .

démo 2 colonnes inversées de $1+2+\dots+n-1$

$$\sum_{k=1}^{n-1} k = (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1 = \frac{n \cdot (n-1)}{2}$$

À retenir

Le tri par sélection effectue $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$ opérations pour ordonner le tableau.

Le nombre d'opérations dépend de n^2 .

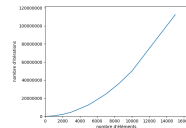
Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par sélection

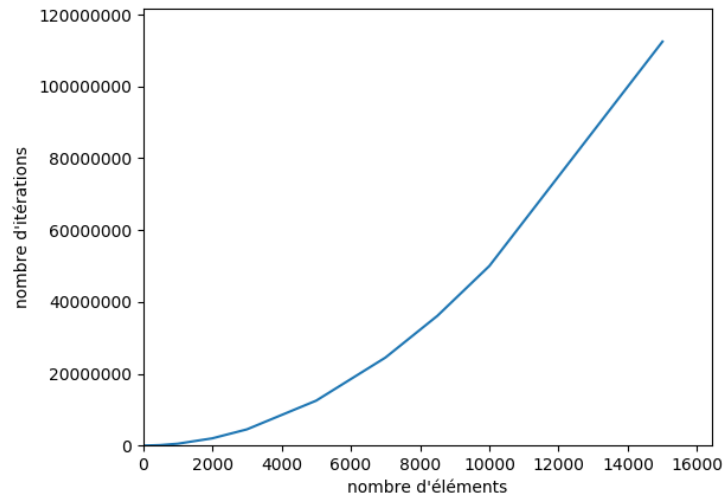
└ Évolution du nombre d'itérations

Évolution du nombre d'itérations



15000 éléments → 100 millions d'itérations

Évolution du nombre d'itérations



Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par insertion

└ Sommaire

Sommaire

1. Problématique

2. Trier des cartes manuellement

3. Transposer au tri de données

3.1 Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

3.2 Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Sommaire

1. Problématique

2. Trier des cartes manuellement

3. Transposer au tri de données

3.1 Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

3.2 Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└┐ Tri par insertion

└┐┐ Tri par insertion

Activité 3 :

1. Écrire la fonction `tri_insertion(tab : list)`
→ **None** en s'appuyant sur l'algorithme. Les indications suivantes permettront de construire les trois étapes :
 - » Mémoriser : définir une variable `en_cours`, élément en cours de placement et `pos`, position actuelle de cet élément.
 - » Décaler : utiliser une boucle non bornée pour décaler les éléments vers la droite.
 - » Insérer : placer l'élément `en_cours` à la nouvelle position `pos`.
2. Tester la fonction sur un tableau.

Tri par insertion

Activité 3 :

1. Écrire la fonction **`tri_insertion(tab : list)`**
→ **None** en s'appuyant sur l'algorithme. Les indications suivantes permettront de construire les trois étapes :
 - Mémoriser : définir une variable `en_cours`, élément en cours de placement et `pos`, position actuelle de cet élément.
 - Décaler : utiliser une boucle non bornée pour décaler les éléments vers la droite.
 - Insérer : placer l'élément `en_cours` à la nouvelle position `pos`.
2. Tester la fonction sur un tableau.

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par insertion

└ Rappel de l'algorithme

Rappel de l'algorithme

```
1 Pour chaque carte du tas
2   Mémoriser la carte en cours
3   Décaler vers la droite toutes les cartes précédentes,
4     supérieures à la carte en cours.
   Insérer la carte en cours dans l'espace vide.
```

Code 9 – Tri par insertion (en place)

Rappel de l'algorithme

- 1 Pour chaque carte du tas
- 2 Mémoriser la carte en cours
- 3 Décaler vers la droite toutes les cartes précédentes,
 supérieures à la carte en cours.
- 4 Insérer la carte en cours dans l'espace vide.

Code 9 – Tri par insertion (en place)

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

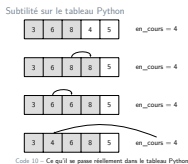
Complexité

Trier des cartes

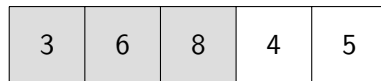
└ Transposer au tri de données

└ Tri par insertion

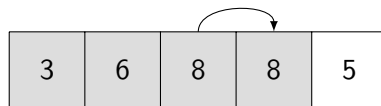
└ Subtilité sur le tableau Python



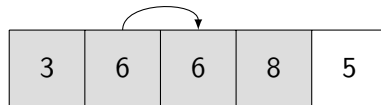
Subtilité sur le tableau Python



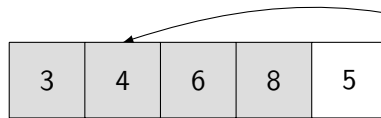
en_cours = 4



en_cours = 4



en_cours = 4



en_cours = 4

Code 10 – Ce qu'il se passe réellement dans le tableau Python

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par insertion

└ Correction : boucle principale

Correction : boucle principale

```

1 def tri_insertion(tab: list) -> None:
2     ...
3     tri le tableau dans l'ordre croissant
4     ...
5     for i in range(len(tab)):

```

Correction : boucle principale

```

1 def tri_insertion(tab: list) -> None:
2     """
3     tri le tableau dans l'ordre croissant
4     """
5     for i in range(len(tab)):

```

Trier des cartes

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par insertion

└ Correction : mémoriser

Correction : mémoriser

```
1 en_cours = tab[i]
2 pos = i
```

Correction : mémoriser

```
1 en_cours = tab[i]
2 pos = i
```

Trier des cartes

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par insertion

└ Correction : décaler

Correction : décaler

```
1 while pos > 0 and en_cours < tab[pos-1]:  
2   tab[pos] = tab[pos-1]  
3   pos = pos-1
```

Correction : décaler

```
1 while pos > 0 and en_cours < tab[pos-1]:  
2   tab[pos] = tab[pos-1]  
3   pos = pos-1
```

Trier des cartes

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité


```
1 tab[pos] = en_cours
```

Correction : insérer

1

```
tab[pos] = en_cours
```

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par insertion

└ Correction : code complet

Correction : code complet

```

1 def tri_insertion(tab: list) -> None:
2     """
3     tri le tableau dans l'ordre croissant
4     """
5     for i in range(len(tab)):
6         # mémoriser
7         en_cours = tab[i]
8         pos = i
9         # décaler
10        while pos > 0 and en_cours < tab[pos-1]:
11            tab[pos] = tab[pos-1]
12            pos = pos-1
13        # insérer
14        tab[pos] = en_cours

```

Correction : code complet

```

1 def tri_insertion(tab: list) -> None:
2     """
3     tri le tableau dans l'ordre croissant
4     """
5     for i in range(len(tab)):
6         # mémoriser
7         en_cours = tab[i]
8         pos = i
9         # décaler
10        while pos > 0 and en_cours < tab[pos-1]:
11            tab[pos] = tab[pos-1]
12            pos = pos-1
13        # insérer
14        tab[pos] = en_cours

```

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par insertion

└ Correction : tester

Correction : tester

```
1 cartes = [i for i in range(1, 14)]  
2 shuffle(cartes)  
3 tri_insertion(cartes)
```

Correction : tester

```
1 cartes = [i for i in range(1, 14)]  
2 shuffle(cartes)  
3 tri_insertion(cartes)
```

Trier des cartes

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Preuve de terminaison

Il faut se focaliser sur la boucle interne, non bornée.

Activité 4 : Déterminer un variant de la boucle, qui prouve la terminaison.

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par insertion

└ Correction

Correction

```

1 while pos > 0 and en_cours < tab[pos-1] :
2     tab[pos] = tab[pos-1]
3     pos = pos-1

```

pos est un variant de la boucle.

Correction

La boucle externe est bornée donc se termine.

```

1 while pos > 0 and en_cours < tab[pos-1] :
2     tab[pos] = tab[pos-1]
3     pos = pos-1

```

pos est un variant de la boucle.

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par insertion

└ Preuve de correction

Preuve de correction

Comme pour le tri sélection, avant chaque itération de la boucle externe, la partie gauche du tableau est triée.

3	6	8	4	5
---	---	---	---	---

Code 11 – Insertion de l'élément 4

Preuve de correction

Comme pour le tri sélection, avant chaque itération de la boucle externe, la partie gauche du tableau est triée.

3	6	8	4	5
---	---	---	---	---

Code 11 – Insertion de l'élément 4

Trier des cartes

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

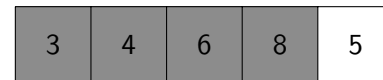
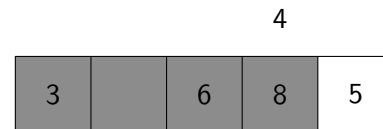
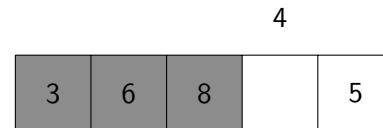
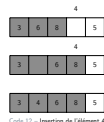
Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par insertion



Code 12 – Insertion de l'élément 4

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par insertion

La boucle externe effectue n itérations dans tous les cas.1 `for i in range(len(tab)):`

Cependant, le nombre d'itérations de la boucle interne peut varier.

1 `while pos > 0 and en_cours < tab[pos-1]:`

4



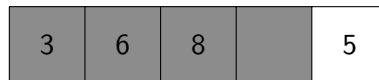
Code 13 – Insertion de l'élément 4

La boucle externe effectue n itérations dans tous les cas.1 `for i in range(len(tab)):`

Cependant, le nombre d'itérations de la boucle interne peut varier.

1 `while pos > 0 and en_cours < tab[pos-1]:`

4



Code 13 – Insertion de l'élément 4

Activité 5 :

1. Compter le nombre d'itérations de la boucle interne si le tableau est déjà trié.
2. Compter le nombre d'itérations de la boucle interne si le tableau est trié dans l'ordre décroissant.

Activité 5 :

1. Compter le nombre d'itérations de la boucle interne si le tableau est déjà trié.
2. Compter le nombre d'itérations de la boucle interne si le tableau est trié dans l'ordre décroissant.

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par insertion

└ Correction

Correction

```
1 while pos > 0 and en_cours < tab[pos-1] :
2
```

1	4	5	7	8
---	---	---	---	---

Code 14 – Le tableau est déjà trié. La boucle interne n'effectue aucune itération.

Correction

```
1 while pos > 0 and en_cours < tab[pos-1] :
2
```

1	4	5	7	8
---	---	---	---	---

Code 14 – Le tableau est déjà trié. La boucle interne n'effectue aucune itération.

Trier des cartes

Problématique

Trier des cartes
manuellementTransposer au tri
de données

Tri par sélection

Implémentation

Terminaison

Correction

Complexité

Tri par insertion

Implémentation

Preuve de terminaison

Preuve de correction

Complexité

Trier des cartes

└ Transposer au tri de données

└ Tri par insertion

└ Correction

Correction

```

1 for i in range(len(tab)):
2     en_cours = tab[i]
3     pos = i
4     while pos > 0 and en_cours < tab[pos-1]:

```

8	7	5	4	1
---	---	---	---	---

Code 15 – Le tableau est inversé. La boucle interne effectue i itérations.

Correction

```

1 for i in range(len(tab)):
2     en_cours = tab[i]
3     pos = i
4     while pos > 0 and en_cours < tab[pos-1]:

```

8	7	5	4	1
---	---	---	---	---

Code 15 – Le tableau est inversé. La boucle interne effectue i itérations.

À retenir

Le tri par insertion effectue un nombre moyen d'opérations qui dépend de n^2 .

En pratique, tri un peu meilleur que le tri par sélection.

À retenir

Le tri par insertion effectue un nombre moyen d'opérations qui dépend de n^2 .