

Plus court chemin

Christophe Viroulaud

Terminale - NSI

Archi 15

Plus court chemin

Christophe Viroulaud

Terminale - NSI

Archi 15

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

RIP déjà utilisé avec ARPANET !

Pour calculer rapidement les distances dans le réseau, les routeurs appliquent des algorithmes conçus au début de l'ère de l'informatique.

Comment fonctionnent les algorithmes de plus court chemin ?

Pour calculer rapidement les distances dans le réseau, les routeurs appliquent des algorithmes conçus au début de l'ère de l'informatique.

Comment fonctionnent les algorithmes de plus court chemin ?

1. Représentation des réseaux

- 1.1 Graphe orienté
- 1.2 Graphe pondéré

2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

3. OSPF : algorithme de Dijkstra

Sommaire

1. Représentation des réseaux

1.1 Graphe orienté

1.2 Graphe pondéré

2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

3. OSPF : algorithme de Dijkstra

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

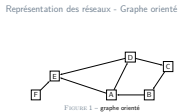
Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité



Représentation des réseaux - Graphe orienté

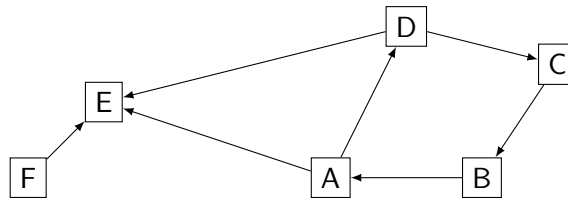


FIGURE 1 – graphe orienté

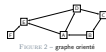


FIGURE 2 – graphe orienté

À retenir

Pour chaque nœud on peut définir ses **prédécesseurs** et ses **successeurs**.

- Le nœud F ne possède pas de prédécesseur.
- Le nœud E ne possède pas de successeur.

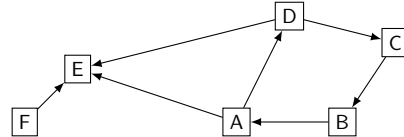


FIGURE 2 – graphe orienté

À retenir

Pour chaque nœud on peut définir ses **prédécesseurs** et ses **successeurs**.

- Le nœud F ne possède pas de *prédécesseur*.
- Le nœud E ne possède pas de *successeur*.

- 1. Représentation des réseaux
 - 1.1 Graphe orienté
 - 1.2 **Graphe pondéré**
- 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford
- 3. OSPF : algorithme de Dijkstra

Sommaire

1. Représentation des réseaux

1.1 Graphe orienté

1.2 Graphe pondéré

2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

3. OSPF : algorithme de Dijkstra

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe pondéré

Graphe pondéré

pondération peut être négative

Graphe pondéré



FIGURE 3 – graphe pondéré

À retenir

Selon le protocole mis en place la pondération pourra représenter :

- RIP : le nombre de réseaux traversés,
- OSPF : le coût d'un réseau.

Graphe pondéré

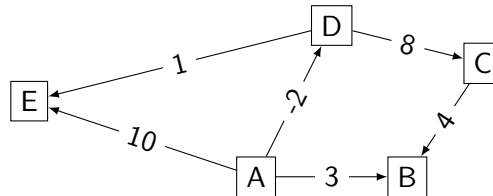


FIGURE 3 – graphe pondéré

À retenir

Selon le protocole mis en place la pondération pourra représenter :

- RIP : le nombre de réseaux traversés,
- OSPF : le coût d'un réseau.

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

- 1. Représentation des réseaux
- 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford
 - 2.1 Principe
 - 2.2 Mise en application
 - 2.3 Complexité
- 3. OSPF : algorithme de Dijkstra

Sommaire

1. Représentation des réseaux

2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

2.1 Principe

2.2 Mise en application

2.3 Complexité

3. OSPF : algorithme de Dijkstra

Algorithme de Bellman-Ford : Principe

redécouvert par Moore en 59 dans autre contexte

► 1956 - 1958

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)

Algorithme de Bellman-Ford : Principe

redécouvert par Moore en 59 dans autre contexte

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)

Algorithme de Bellman-Ford : Principe

redécouvert par Moore en 59 dans autre contexte

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)
- redécouvert par Edward Moore en 1959

redécouvert par Moore en 59 dans autre contexte

Algorithme de Bellman-Ford : Principe

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)
- redécouvert par Edward Moore en 1959

Plus court chemin

└─ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

└─ Principe

└─ Algorithme de Bellman-Ford : Principe

Algorithme de Bellman-Ford : Principe

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)
- redécouvert par Edward Moore en 1959
- Le protocole RIP applique cet algorithme.

redécouvert par Moore en 59 dans autre contexte

Algorithme de Bellman-Ford : Principe

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)
- redécouvert par Edward Moore en 1959
- Le protocole RIP applique cet algorithme.

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Mise en application

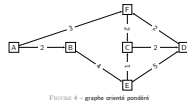
Complexité

À retenir

La distance pour atteindre chaque nœud correspond à la distance pour atteindre son prédécesseur à laquelle on ajoute le poids de l'arête les séparant.

À retenir

La distance pour atteindre chaque nœud correspond à la distance pour atteindre son prédécesseur à laquelle on ajoute le poids de l'arête les séparant.

**À retenir**

L'algorithme de Bellman-Ford applique une méthode récursive.

1. Bellman « père de l'approche dynamique »

Remarque

2. Dans le graphe figure 4 les pondérations représentent un nombre de routeurs traversés pour atteindre le nœud (routeur) suivant.

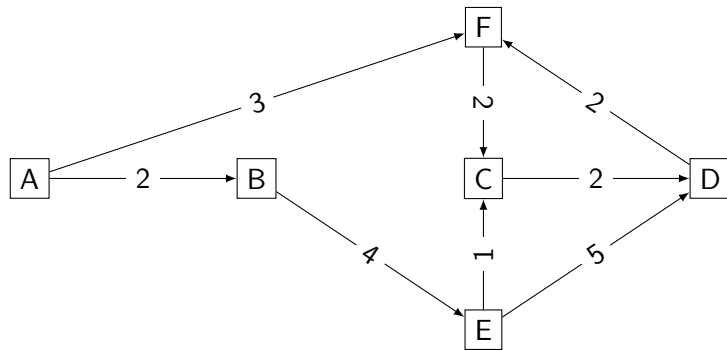


FIGURE 4 – graphe orienté pondéré

À retenir

L'algorithme de Bellman-Ford applique une méthode récursive.

Pour chaque routeur, on obtient un tableau contenant la distance minimale entre le routeur de départ et chaque autre routeur.

peut servir pour retrouver chemin, distance mini...

Pour chaque routeur, on obtient un tableau contenant la distance minimale entre le routeur de départ et chaque autre routeur.

Sommaire

1. Représentation des réseaux

2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

2.1 Principe

2.2 Mise en application

2.3 Complexité

3. OSPF : algorithme de Dijkstra

Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

└└ Mise en application

└└└ Mise en application

Mise en application

Initialisation :

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

Mise en application

Initialisation :

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

1. ligne 2 de l'algo : en effet distance de A à A = 0
2. ligne 4 : on fait autant d'itérations qu'il y a de routeurs = pire des cas → on pourra améliorer

Initialisation :

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

Déroulement :

- Tant que (nombre d'itérations) < (nombre de routeurs)
 - Pour chaque arc du graphe
 - Si (distance du routeur) > (distance de son prédécesseur + poids de l'arc entre les deux routeurs)
 - ⇒ Mettre à jour distance du routeur

Initialisation :

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

Déroulement :

- Tant que (nombre d'itérations) < (nombre de routeurs)
 - Pour chaque arc du graphe
 - Si (distance du routeur) > (distance de son prédécesseur + poids de l'arc entre les deux routeurs)
 - ⇒ Mettre à jour distance du routeur

Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

└ Mise en application

Observations

- On effectue autant d'itérations qu'il y a de routeurs.
- On regarde chaque arc à chaque tour.

Observations

- On effectue autant d'itérations qu'il y a de routeurs.
- On regarde chaque arc à chaque tour.

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

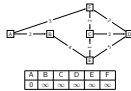
Mise en application

Complexité

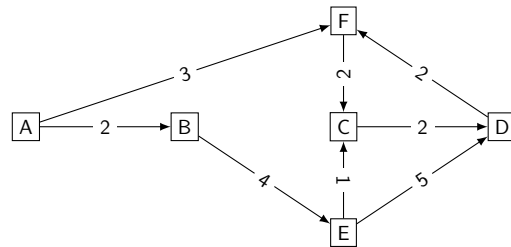
Plus court chemin

- Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford
- Mise en application
 - Initialisation

Initialisation



Initialisation



| A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

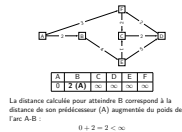
Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

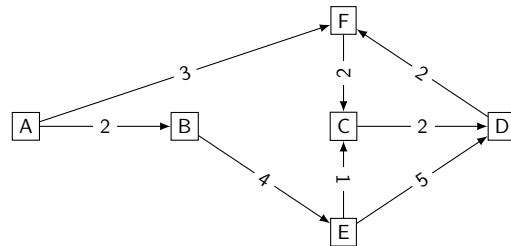
└ Mise en application

└ Première itération

Première itération



Première itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|--------------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |

La distance calculée pour atteindre B correspond à la distance de son prédécesseur (A) augmentée du poids de l'arc A-B :

$$0 + 2 = 2 < \infty$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

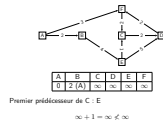
Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

└ Mise en application

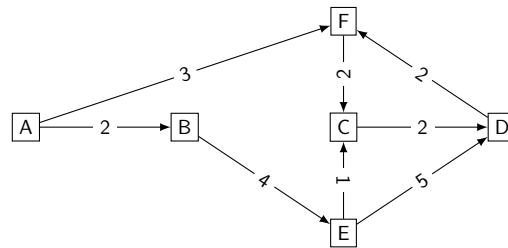
└ Première itération

Première itération



On est toujours dans la première itération ; on vérifie chaque arc.

Première itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |

Premier prédécesseur de C : E

$$\infty + 1 = \infty \neq \infty$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

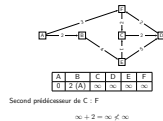
Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

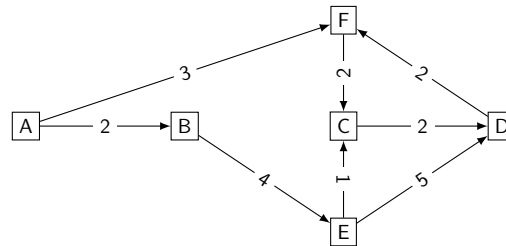
└ Mise en application

└ Première itération

Première itération



Première itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |

Second prédécesseur de C : F

$$\infty + 2 = \infty \neq \infty$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

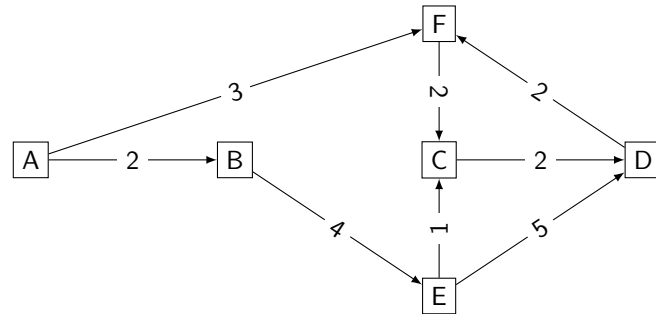
Plus court chemin

- Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford
- Mise en application

Activité 1 : Continuer de dérouler la première itération de l'algorithme sur le graphe.



Activité 1 : Continuer de dérouler la première itération de l'algorithme sur le graphe.



Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

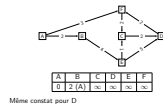
Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

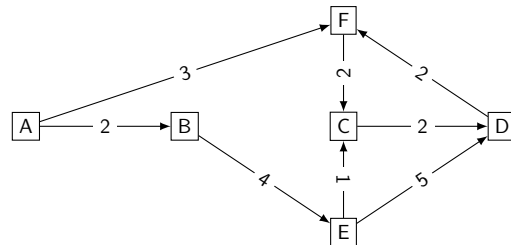
└ Mise en application

└ Première itération

Première itération



Première itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |

Même constat pour D

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

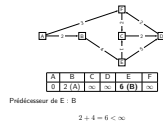
Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

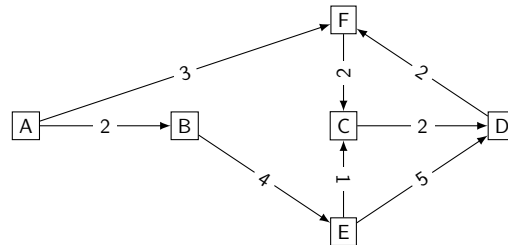
└ Mise en application

└ Première itération

Première itération



Première itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|--------------|----------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | ∞ |

Prédécesseur de E : B

$$2 + 4 = 6 < \infty$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

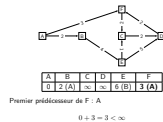
Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

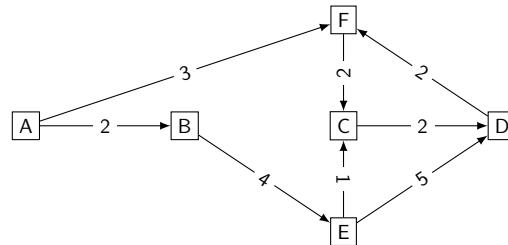
└ Mise en application

└ Première itération

Première itération



Première itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |

Premier prédécesseur de F : A

$$0 + 3 = 3 < \infty$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

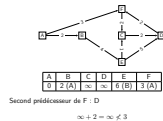
Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

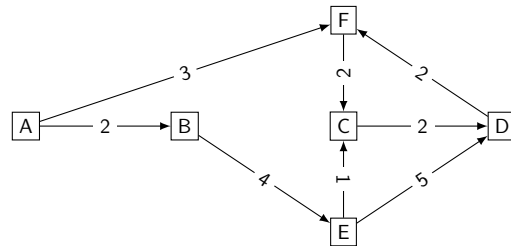
└ Mise en application

└ Première itération

Première itération



Première itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |

Second prédécesseur de F : D

$$\infty + 2 = \infty \not< 3$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

└ Mise en application

└ Première itération

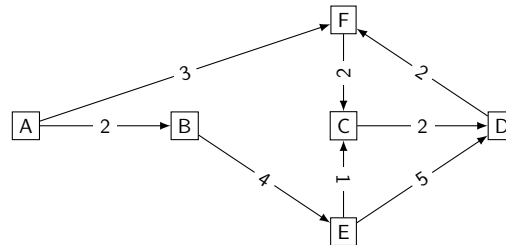
Première itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |

Fin de la première itération

Première itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |

Fin de la première itération

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

└ Mise en application

└ Deuxième itération

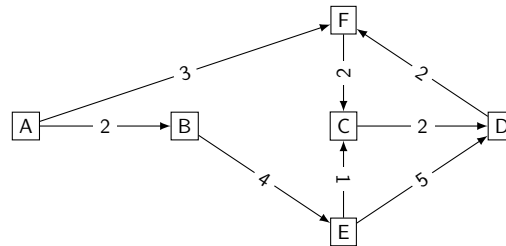
Deuxième itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |

Pas de modification pour A et B

Deuxième itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |

Pas de modification pour A et B

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

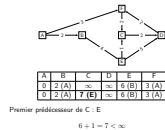
Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

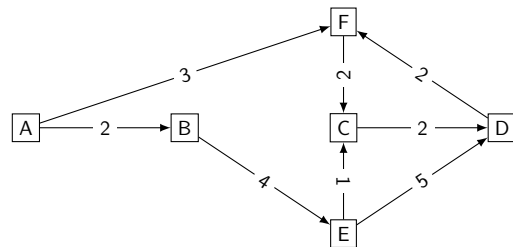
└ Mise en application

└ Deuxième itération

Deuxième itération



Deuxième itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|--------------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |
| 0 | 2 (A) | 7 (E) | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |

Premier prédécesseur de C : E

$$6 + 1 = 7 < \infty$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

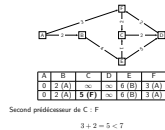
Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

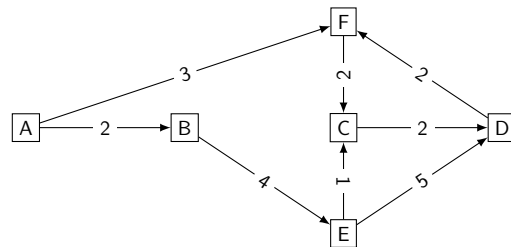
└ Mise en application

└ Deuxième itération

Deuxième itération



Deuxième itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|--------------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |
| 0 | 2 (A) | 5 (F) | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |

Second prédécesseur de C : F

$$3 + 2 = 5 < 7$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

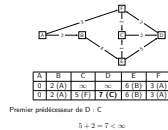
Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

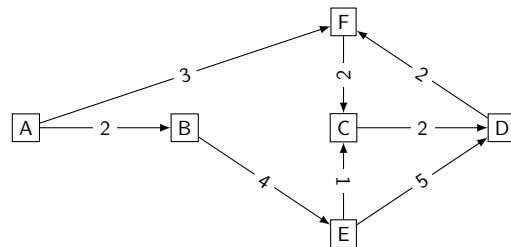
└ Mise en application

└ Deuxième itération

Deuxième itération



Deuxième itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|--------------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |
| 0 | 2 (A) | 5 (F) | 7 (C) | 6 (B) | 3 (A) |

Premier prédécesseur de D : C

$$5 + 2 = 7 < \infty$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

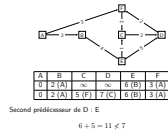
Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

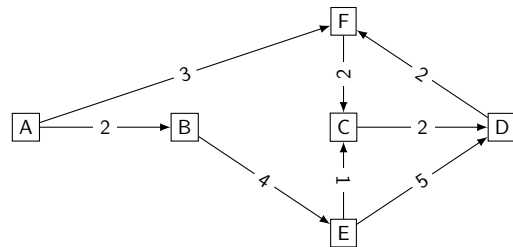
└ Mise en application

└ Deuxième itération

Deuxième itération



Deuxième itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |
| 0 | 2 (A) | 5 (F) | 7 (C) | 6 (B) | 3 (A) |

Second prédécesseur de D : E

$$6 + 5 = 11 \not< 7$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

└ Mise en application

└ Deuxième itération

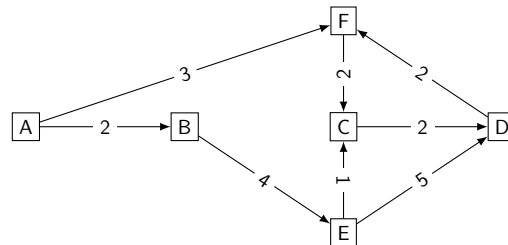
Deuxième itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |
| 0 | 2 (A) | 5 (F) | 7 (C) | 6 (B) | 3 (A) |

Pas de changement pour E et F

Deuxième itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |
| 0 | 2 (A) | 5 (F) | 7 (C) | 6 (B) | 3 (A) |

Pas de changement pour E et F

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

└ Mise en application

└ Deuxième itération

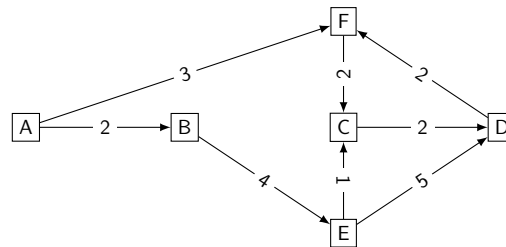
Deuxième itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |
| 0 | 2 (A) | 5 (F) | 7 (C) | 6 (B) | 3 (A) |

Fin de la deuxième itération

Deuxième itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |
| 0 | 2 (A) | 5 (F) | 7 (C) | 6 (B) | 3 (A) |

Fin de la deuxième itération

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

└ Mise en application

└ Troisième itération

Troisième itération

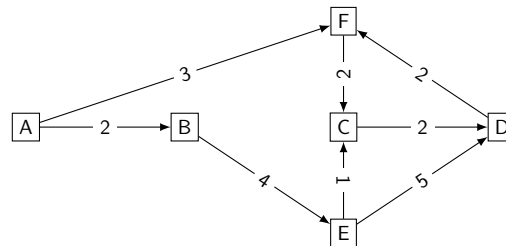


| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |
| 0 | 2 (A) | 5 (F) | 7 (C) | 6 (B) | 3 (A) |
| 0 | 2 (A) | 5 (F) | 7 (C) | 6 (B) | 3 (A) |

Pas de changement lors de la troisième itération

1. amélioration de l'algorithme : on peut s'arrêter là
2. On peut retracer le chemin en partant de la fin :
D \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow A

Troisième itération



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|----------|----------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | ∞ | ∞ | 6 (B) | 3 (A) |
| 0 | 2 (A) | 5 (F) | 7 (C) | 6 (B) | 3 (A) |
| 0 | 2 (A) | 5 (F) | 7 (C) | 6 (B) | 3 (A) |

Pas de changement lors de la troisième itération

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

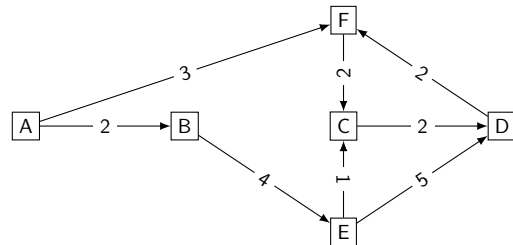
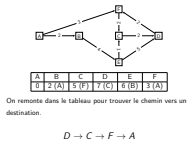
Mise en application

Complexité

Plus court chemin

└ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

└ Mise en application



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 2 (A) | 5 (F) | 7 (C) | 6 (B) | 3 (A) |

On remonte dans le tableau pour trouver le chemin vers une destination.

$D \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow A$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

Sommaire

1. Représentation des réseaux

2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

2.1 Principe

2.2 Mise en application

2.3 Complexité

3. OSPF : algorithme de Dijkstra

Plus court chemin

└─ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

└─ Complexité

└─ Complexité

ligne 4 = on peut faire une amélioration : si pas de modification pendant l'itération, on peut s'arrêter

Complexité

La complexité dépend de :

► du nombre de sommets (notée S) : on visite chaque sommet1 Tant que (le nombre d'itérations) $<$ (nombre de routeurs)

Complexité

La complexité dépend de :

- du nombre de sommets (notée S) : on visite chaque sommet

1 Tant que (le nombre d'itérations) $<$ (nombre de routeurs)

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

Plus court chemin

Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Complexité

Complexité

ligne 4 = on peut faire une amélioration : si pas de modification pendant l'itération, on peut s'arrêter

Complexité

La complexité dépend de :

- du nombre de sommets (notée S) : on visite chaque sommet
- 1 Tant que (le nombre d'itérations) $<$ (nombre de routeurs)
- du nombre d'arcs (notée A) : pour chaque sommet on regarde tous les arcs du graphe
- 1 Pour chaque arc du graphe

Complexité

La complexité dépend de :

- du nombre de sommets (notée S) : on visite chaque sommet

1 Tant que (le nombre d'itérations) $<$ (nombre de routeurs)

- du nombre d'arcs (notée A) : pour chaque sommet on regarde tous les arcs du graphe

1 Pour chaque arc du graphe

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

$O(S.A)$

Complexité de l'algorithme de Bellman Ford

 $O(S.A)$

Sommaire

1. Représentation des réseaux

2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

3. OSPF : algorithme de Dijkstra

3.1 Principe

3.2 Mise en application

3.3 Complexité

Plus court chemin

└─ OSPF : algorithme de Dijkstra

└─ Principe

└─ OSPF : algorithme de Dijkstra - principe

OSPF : algorithme de Dijkstra - principe

- » Edsger Dijkstra : mathématicien néerlandais
- » Algorithme utilisé dans GPS

1. peut se contenter de renvoyer la distance départ/arrivée (et le chemin)
2. graphe non orienté possible
3. parfois appelé Moore-Dijkstra

OSPF : algorithme de Dijkstra - principe

- Edsger Dijkstra : mathématicien néerlandais
- Algorithme utilisé dans GPS

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

À retenir

principe : construire un sous-graphe en ajoutant à chaque itération un sommet de distance minimale.

À retenir

principe : construire un sous-graphe en ajoutant à chaque itération un sommet de distance minimale.

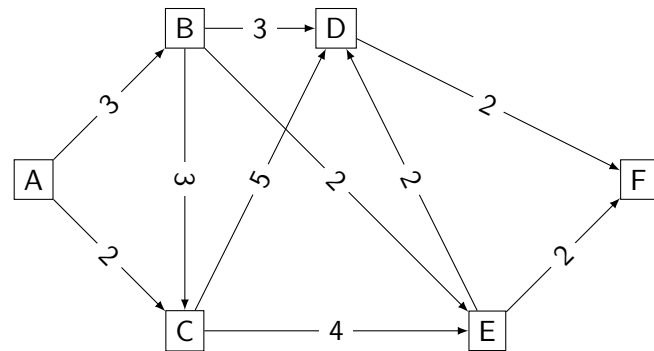
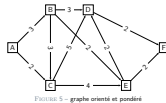


FIGURE 5 – graphe orienté et pondéré

Remarque

Les poids de chaque arc représentent le coût de chaque connexion.

coût 5 → 20Mbit/s

coût 2 → 50Mbit/s

Sommaire

1. Représentation des réseaux
2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford
3. OSPF : algorithme de Dijkstra
 - 3.1 Principe
 - 3.2 Mise en application
 - 3.3 Complexité

Plus court chemin

└ OSPF : algorithme de Dijkstra

└└ Mise en application

└└└ Mise en application

1. $S = \text{suivant}$; $V = \text{voisin}$
2. ligne 7 : on compare encore la distance déjà enregistrée à distance du voisin + arc

Mise en application

Initialisation :

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

Mise en application

Initialisation :

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

1. S = suivant ; V = voisin
2. ligne 7 : on compare encore la distance déjà enregistrée à distance du voisin + arc

Initialisation :

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

Déroulement :

- Tant qu'il reste des routeurs non sélectionnés
 - Parmi les routeurs non-sélectionnés, choisir le routeur (noté S) ayant la plus petite distance
 - Pour chaque routeur adjacent à S (noté V) et non déjà sélectionné :
 - Si (la distance de V) > (la distance de S + poids S-V)
 - ⇒ Mettre à jour la distance de V.

Initialisation :

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

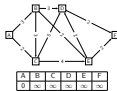
Déroulement :

- Tant qu'il reste des routeurs non sélectionnés
 - Parmi les routeurs non-sélectionnés, choisir le routeur (noté S) ayant la plus petite distance.
 - Pour chaque routeur adjacent à S (noté V) et non déjà sélectionné :
 - Si (la distance de V) > (la distance de S + poids S-V)
 - ⇒ Mettre à jour la distance de V.

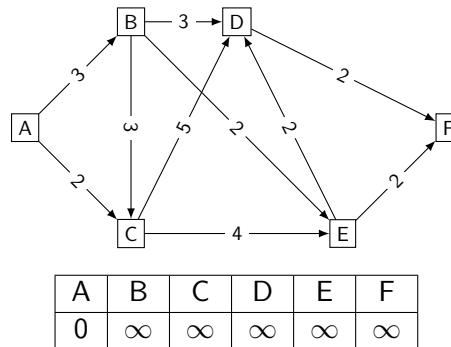
Plus court chemin

- OSPF : algorithme de Dijkstra
- Mise en application
- Initialisation

Initialisation



Initialisation



Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

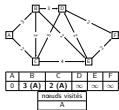
Plus court chemin

└ OSPF : algorithme de Dijkstra

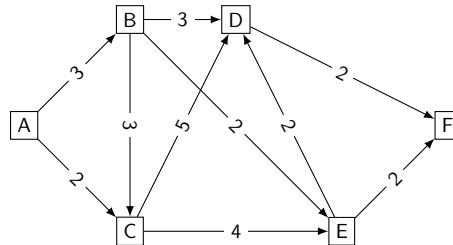
└ Mise en application

└ Sélection de A

Sélection de A



Sélection de A



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|-------|---|---|---|
| 0 | 3 (A) | 2 (A) | ∞ | ∞ | ∞ |

| |
|----------------|
| noeuds visités |
| A |

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

Plus court chemin

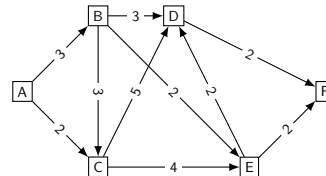
- OSPF : algorithme de Dijkstra

- Mise en application



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : C.

| A | B | C | D | E | F |
|---------------|-------|--------------|--------------|----------|----------|
| 0 | 3 (A) | 2 (A) | ∞ | ∞ | ∞ |
| 3 (A) | 2 (A) | 7 (C) | 6 (C) | ∞ | ∞ |
| nœuds visités | | | | | |
| A - C | | | | | |



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : C.

| A | B | C | D | E | F |
|---------------|-------|-------|--------------|--------------|----------|
| 0 | 3 (A) | 2 (A) | ∞ | ∞ | ∞ |
| | 3 (A) | 2 (A) | 7 (C) | 6 (C) | ∞ |
| nœuds visités | | | | | |
| A - C | | | | | |

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

Plus court chemin

- └ OSPF : algorithme de Dijkstra
 - └ Mise en application

Observation

La route la plus courte a déjà été déterminée pour les nœuds déjà visités. Ils ne seront plus modifiés (cellule grise).

Observation

La route la plus courte a déjà été déterminée pour les nœuds déjà visités. Ils ne seront plus modifiés (cellule grise).

Plus court chemin

Représentation des réseaux

- Graphe orienté
- Graphe pondéré

Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

- Principe
- Mise en application
- Complexité

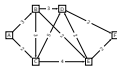
OSPF : algorithme de Dijkstra

- Principe
- Mise en application
- Complexité

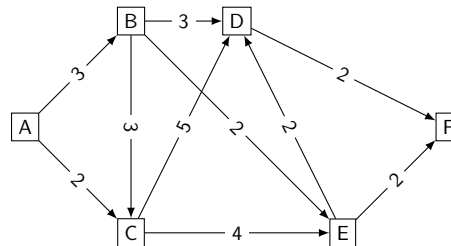
Plus court chemin

- └ OSPF : algorithme de Dijkstra
- └ Mise en application

Activité 2 : Continuer de dérouler l'algorithme sur le graphe.



Activité 2 : Continuer de dérouler l'algorithme sur le graphe.



Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

Plus court chemin

- OSPF : algorithme de Dijkstra

- Mise en application

- Correction

C n'est pas regardé : on a déjà trouvé la + petite distance pour lui = il a déjà été visité

Correction

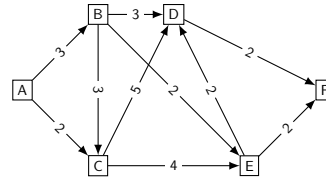


On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : B.

| A | B | C | D | E | F |
|-------|-------|--------------|--------------|----------|----------|
| 0 | 3 (A) | 2 (A) | ∞ | ∞ | ∞ |
| 3 (A) | 2 (A) | 2 (C) | 6 (C) | ∞ | ∞ |
| 3 (A) | | 6 (B) | 5 (B) | ∞ | ∞ |

nœuds visités
A - C - B

Correction



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : B.

| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|-------|--------------|--------------|----------|
| 0 | 3 (A) | 2 (A) | ∞ | ∞ | ∞ |
| | 3 (A) | 2 (A) | 7 (C) | 6 (C) | ∞ |
| | 3 (A) | | 6 (B) | 5 (B) | ∞ |

nœuds visités

A - C - B

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

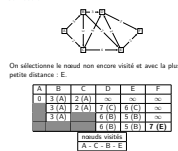
Plus court chemin

- OSPF : algorithme de Dijkstra

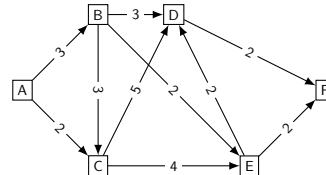
- Mise en application

- Correction

Correction



Correction



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : E.

| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|-------|----------|----------|--------------|
| 0 | 3 (A) | 2 (A) | ∞ | ∞ | ∞ |
| | 3 (A) | 2 (A) | 7 (C) | 6 (C) | ∞ |
| | 3 (A) | | 6 (B) | 5 (B) | ∞ |
| | | | 6 (B) | 5 (B) | 7 (E) |

nœuds visités
 A - C - B - E

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

Plus court chemin

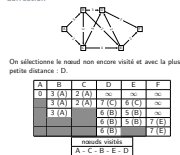
- OSPF : algorithme de Dijkstra

- Mise en application

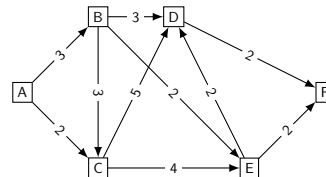
- Correction

pas de modification

Correction



Correction



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : D.

| A | B | C | D | E | F |
|-------------------|-------|-------|----------|----------|----------|
| 0 | 3 (A) | 2 (A) | ∞ | ∞ | ∞ |
| | 3 (A) | 2 (A) | 7 (C) | 6 (C) | ∞ |
| | 3 (A) | | 6 (B) | 5 (B) | ∞ |
| | | | 6 (B) | 5 (B) | 7 (E) |
| | | | 6 (B) | | 7 (E) |
| nœuds visités | | | | | |
| A - C - B - E - D | | | | | |

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

Plus court chemin

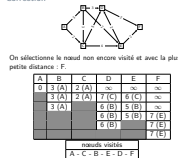
- OSPF : algorithme de Dijkstra

- Mise en application

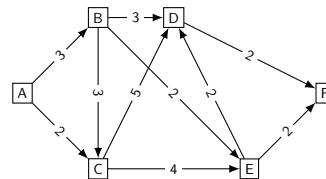
- Correction

pas de modification

Correction



Correction



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : F.

| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|-------|----------|----------|----------|
| 0 | 3 (A) | 2 (A) | ∞ | ∞ | ∞ |
| | 3 (A) | 2 (A) | 7 (C) | 6 (C) | ∞ |
| | 3 (A) | | 6 (B) | 5 (B) | ∞ |
| | | | 6 (B) | 5 (B) | 7 (E) |
| | | | 6 (B) | | 7 (E) |
| | | | | | 7 (E) |

nœuds visités

A - C - B - E - D - F

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

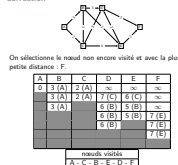
Plus court chemin

- OSPF : algorithme de Dijkstra

- Mise en application

- Correction

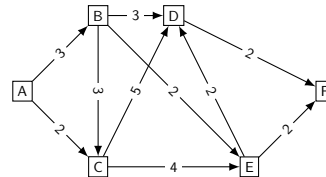
Correction



tous les nœuds ont été visités = fin de l'algorithme. On peut reconstruire le chemin.

pour F : $F \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$

Correction



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : F.

| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|-------|----------|----------|----------|
| 0 | 3 (A) | 2 (A) | ∞ | ∞ | ∞ |
| | 3 (A) | 2 (A) | 7 (C) | 6 (C) | ∞ |
| | 3 (A) | | 6 (B) | 5 (B) | ∞ |
| | | | 6 (B) | 5 (B) | 7 (E) |
| | | | 6 (B) | | 7 (E) |
| | | | | | 7 (E) |
| | | | | | |

nœuds visités

A - C - B - E - D - F

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

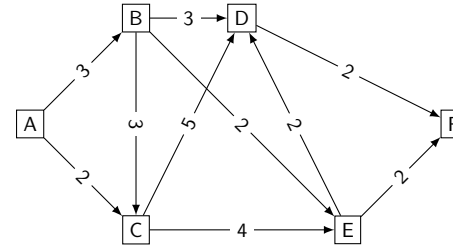
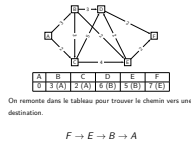
Mise en application

Complexité

Plus court chemin

└ OSPF : algorithme de Dijkstra

└ Mise en application



| A | B | C | D | E | F |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 3 (A) | 2 (A) | 6 (B) | 5 (B) | 7 (E) |

On remonte dans le tableau pour trouver le chemin vers une destination.

$F \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :
algorithme de
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

Sommaire

1. Représentation des réseaux
2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford
3. OSPF : algorithme de Dijkstra
 - 3.1 Principe
 - 3.2 Mise en application
 - 3.3 Complexité

1. hors programme
2. utilisation de tas par exemple

► La complexité dépend du nombre de sommets S et du nombre d'arcs A .

Complexité

- La complexité dépend du nombre de sommets S et du nombre d'arcs A .

1. hors programme
2. utilisation de tas par exemple

- La complexité dépend du nombre de sommets S et du nombre d'arcs A .
- Le point clé de l'algorithme tient dans la recherche de la distance minimale.

1 Parmi les routeurs non-sélectionnés, choisir le routeur (noté S) ayant la plus petite distance.

Complexité

- La complexité dépend du nombre de sommets S et du nombre d'arcs A .
- Le point clé de l'algorithme tient dans la recherche de la distance minimale.

- 1 Parmi les routeurs non-sélectionnés, choisir le routeur (noté S) ayant la plus petite distance.

$$O((A + S) \times \log S)$$

Complexité de l'algorithme de Dijkstra

$$O((A + S) \times \log S)$$