Recherche dichotomique

Recherche dichotomique

Christophe Viroulaud

Algo 03

Recherche dichotomique

Christophe Viroulaud

Première - NSI

Algo 03

Recherche dichotomique

Recherche :lassique dans un ableau

echerche dans les données

Dans un tableau trié - Des données ordonnées Recherche dichotomique

Rechercher un élément dans un tableau est une opération courante. Cette tâche a un coût qui dépend de la taille du tableau.

3 8 7 1 9 5 18 2 10 4

- recherche de 3,
- recherche de 9,
- recherche de 6.

Cependant, si le tableau est déjà trié est-il possible d'accélérer la recherche?

Cependant, si le tableau est déià trié est-il possible

Comment implémenter une recherche efficace dans un tableau trié?

d'accélérer la recherche?

Comment implémenter une recherche efficace dans un tableau trié?



Recherche dichotomique -Recherche classique dans un tableau Recherche classique - Génération des données -Génération des données

Imaginors un supermarché qui référence chaque article par

Génération des données

Génération des données

Imaginons un supermarché qui référence chaque article par un entier. Les références, au nombre de cent mille, sont contenues dans un tableau.



Recherche dichotomique

Recherche classique -Génération des données

Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau
Recherche classique - Génération des données

Activité 1 : Construire par compréhension un tableau de cent mille entiers compris entre 0 et 1000000.

Activité 1 : Construire par compréhension un tableau de cent mille entiers compris entre 0 et 1000000.

Recherche dichotomique

Recherche :lassique dans un ableau

Recherche classique -Génération des données

Recherche dans les donnée

bleau trié

ans un tableau trié - Des nnées ordonnées

cnercne dicnoti licacité



Correction

Recherche dichotomique

Recherche classique -Génération des données

Jeu de données

entiers = [randint(0, 1000000) for _ in range(100000)]



Sommaire

- 1. Recherche classique dans un tableau
- 1.1 Recherche classique Génération des données
- 1.2 Recherche dans les données
- 2. Recherche dans un tableau trié

Recherche

dichotomique

Recherche dans les données

/ 52

Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau

Recherche dans les données

Recherche dans les données



Recherche dans les données

Pour vérifier la présence d'une valeur dans les données, il faut parcourir le tableau élément par élément.

3 18	0 1007	56	 	2178	8	
------	--------	----	------	------	---	--

FIGURE 1 – Parcours séquentiel

Recherche dichotomique

classique dans ur tableau

Génération des données

Recherche dans les données

tableau trié

Dans un tableau trie - Des données ordonnées Recherche dichotomique Efficacité Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau

Recherche dans les données

Dans le pire des cas



Dans le pire des cas

Dans le pire des cas

nombre d'éléments	nombre de comparaisons
100	100
10000	10000
1000000	1000000

Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau

Génération des données

Recherche dans les données

echerche dans un ableau trié

Dans un tableau trié - Des données ordonnées Recherche dichotomique À retenir

Dans le pire des cas le nombre d'opérations de la recherche dépend du nombre d'éléments.

La complexité est l'inéaire.

cas où l'élément n'est pas présent

À retenir

Dans le pire des cas le nombre d'opérations de la recherche dépend du nombre d'éléments.

La complexité est **linéaire**.

Recherche dichotomique

Recherche classique dans un cableau

Recherche dans les données

Recherche dans un

ns un tableau trié - Des nnées ordonnées cherche dichotomique icacité

Recherche dichotomique Recherche classique dans un tableau Recherche dans les données

Activité 2 :

1. Écrire la fonction recherche_classique(tab:
1.ist., cherche: int) → bool qui renvoie
True si l'entier cherche est présent dans le
tableau.
2. Tester la fonction : vérifiéer si le nombre 575000 s
été choisi par une personne.

Activité 2 :

- Écrire la fonction recherche_classique(tab: list, cherche: int) → bool qui renvoie True si l'entier cherche est présent dans le tableau.
- 2. Tester la fonction : vérifier si le nombre 575000 a été choisi par une personne.

Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau

Génération des données Recherche dans les données

> Recherche dans un tableau trié

Dans un tableau trié - Des données ordonnées Recherche dichotomique Efficacité

```
Correction

Inf research_classique(tub. list, cherchs. iss) % basic

Research_crass - "cherchs" each ches "tub"

For element is table

For element to table

Code | - Cetation de la forction

Code | - Cetation de la forction

Code | - Cetation de la forction

Code | - Cetation de la forction
```

Correction

```
def recherche_classique(tab: list, cherche: int) -> bool:
    """"
    Renvoie True si 'cherche' est dans 'tab'
    """"
    for element in tab:
        if element == cherche:
            return True
    # à la fin de la boucle on n'a pas trouvé 'cherche'
    return False
```

Code 1 – Création de la fonction

```
1 recherche_classique(entiers, 57500)
```

Code 2 – Utilisation de la fonction

Recherche

dichotomique

Recherche dichotomique Recherche classique dans un tableau Recherche dans les données



Activité 2 : Dans le programme principal, créer une variable COMPTEUR initialisée à 0. Cette variable de test sera utilisée dans la fonction pour compter le nombre d'itérations de la boucle de recherche. On parle alors de variable globale car elle n'est pas propre à la fonction. Il faudra ajouter le code 3 au début de la fonction.

1 global COMPTEUR

Code 3 – Déclaration d'une variable globale

Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau

Recherche dans les données

ableau trié Dans un tableau trié - Des

données ordonnées
Recherche dichotomique

Correction

```
dichotomique
COMPTEUR = 0
def recherche_classique(tab: list, cherche: int) -> bool:
                                                                      erche dans les données
     11 11 11
     Renvoie True si 'cherche' est dans 'tab'
     11 11 11
     global COMPTEUR
     for element in tab:
```

à la fin de la boucle on n'a pas trouvé 'cherche'

```
print(recherche_classique(entiers, 57500))
print(COMPTEUR)
```

COMPTEUR += 1

return False

if element == cherche: return True

Recherche

Recherche dichotomique Recherche classique dans un tableau Recherche dans les données



À retenir

La variable COMPTEUR est utilisée ici uniquement pour effectuer des tests.

D'une manière générale, <u>modifier</u> une variable globale dans une fonction est une mauvaise pratique.

Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau

Génération des données Recherche dans les données

Daabaraha dana

Dans un tableau trié - Des données ordonnées Recherche dichotomique Efficacité



ordre croissant au fur et à mesure de leur ajout dans le

Des données ordonnées

Des données ordonnées

Considérons maintenant que les références sont triées par ordre croissant au fur et à mesure de leur ajout dans le tableau de données.

alimentaire				 V	êtemer	nt	électro-ménager			er
3	8	56	180	1007	2178	8000		11600	12130	

FIGURE 2 – Références triées

Recherche dichotomique

Dans un tableau trié - Des données ordonnées

Recherche dichotomique Recherche dans un tableau trié Dans un tableau trié - Des données ordonnées

Activité 3 : Pour simplifier nous allons utiliser la méthode sort pour trier les données.

1. Construire par compréhension un tableau de cent mille entiers compris entre 0 et 1000000.

2. Trier le tableau.

Activité 3 : Pour simplifier nous allons utiliser la méthode **sort** pour trier les données.

- 1. Construire par compréhension un tableau de cent mille entiers compris entre 0 et 1000000.
- 2. Trier le tableau.

Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau

Génération des données

Recherche dans un tableau trié

Dans un tableau trié - Des données ordonnées

Correction

```
Dans un tableau trié - Des
                                                                            onnées ordonnées
entiers = [randint(0, 1000000) for _ in range(100000)]
entiers.sort()
```

Jeu de données

Recherche

dichotomique



Sommaire

- 1. Recherche classique dans un tableau
- 2. Recherche dans un tableau trié
- 2.1 Dans un tableau trié Des données ordonnées
- 2.2 Recherche dichotomique
- 2.3 Efficacit

Recherche

dichotomique

Recherche dichotomique

Les données étant triées, le principe de la dichotomie, pour chercher la présence d'un élément, consiste à :

- couper le tableau en deux parties égales,
- ▶ ne garder que la partie contenant l'élément,
- répéter l'opération jusqu'à trouver l'élément ou bien avoir une partie vide.

Recherche dichotomiqu

dichotomique

Classique dans un tableau

Recherche classique -

echerche dans un bleau trié

ns un tableau trié - Des

nnées ordonnées

Recherche dichotomique Efficacité

Cherchons 302 dans le tableau suivant :

| 3 | 8 | 56 | 180 | 256 | 302 | 765 | 1007 | 21
| FIGURE 3 - Séparons les données en deux parties

Cherchons 302 dans le tableau suivant :

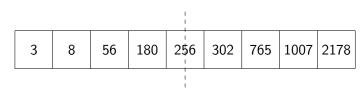


FIGURE 3 – Séparons les données en deux parties

Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau

ecnerche classique énération des données echerche dans les données

echerche dans un bleau trié

Dans un tableau trié - Des données ordonnées





FIGURE 4 – 256 n'est pas le nombre recherché et il est inférieur à 302

24 / 52

Recherche

dichotomique

Dans un tableau trié - Des Recherche dichotomique



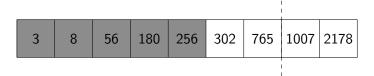


FIGURE 5 – Séparons les données restantes en deux parties

Recherche dichotomique

Dans un tableau trié - Des





FIGURE 6 – Nous pouvons éliminer la partie supérieure.

/ 52

Recherche

dichotomique

Dans un tableau trié - Des données ordonnées Recherche dichotomique



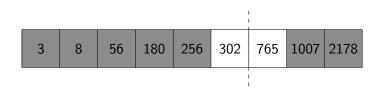


FIGURE 7 – Dernière séparation

Dans un tableau trié - Des données ordonnées Recherche dichotomique

Recherche

dichotomique





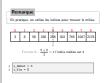
FIGURE 8 – 302 a été trouvée en trois itérations

28 / 52

Recherche

dichotomique

Dans un tableau trié - Des données ordonnées Recherche dichotomique



Remarque

En pratique, on utilise les indices pour trouver le milieu.

FIGURE 9 –
$$\frac{8+0}{2}$$
 = 4 l'indice médian est 4

Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau

Génération des données

tableau trié

Dans un tableau trié - De données ordonnées

Recherche dichotomique

icité



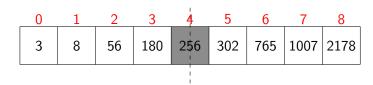


FIGURE 10 – 256 n'est pas le nombre recherché

Recherche dichotomique

Dans un tableau trié - Des



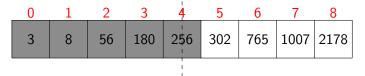


FIGURE 11 – 256 est inférieur au nombre recherché.

```
1 i_debut = 5
2 i_fin = 8
```

Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau

> Génération des données Recherche dans les données

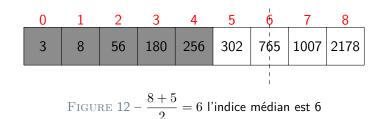
> > echerche dans un bleau trié

Dans un tableau trié - Des données ordonnées

Recherche dichotomique Efficacité



1. l'indice est un entier



Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau

Recherche classique -Génération des données

Recherche dans un

Dans un tableau trié - Des données ordonnées



1. l'indice est un entier

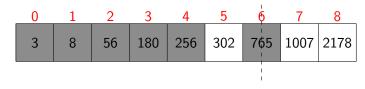


FIGURE 13 – 765 n'est pas le nombre recherché.

Recherche dichotomique

Dans un tableau trié - Des



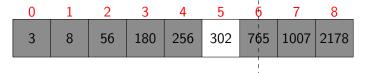


FIGURE 14 – 765 est supérieur au nombre recherché.

```
1 i_debut = 5
2 i_fin = 5
```

Recherche

dichotomique

Dans un tableau trié - Des



cette dernière itération est nécessaire : on ne sait pas si le dernier élément est bien celui recherché.

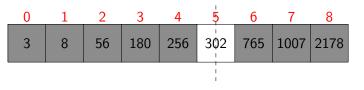


FIGURE
$$15 - \frac{5+5}{2} = 5$$
 l'indice médian est 5.

Recherche dichotomique

Recherche classique dans u tableau

Recherche classique -Génération des données

Recherche dans un

bleau trié ans un tableau trié - Des

nns un tableau trié - Des nnées ordonnées



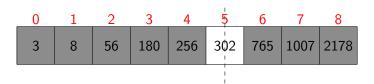


FIGURE 16 – On a trouvé l'élément.

Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau

Génération des données Recherche dans les données

ableau trié

Dans un tableau trié - Des données ordonnées

données ordonnées Recherche dichotomique

cité

Recherche dichotomique Recherche dans un tableau trié Recherche dichotomique

Activité 4: Écrive la fonction revcher che_dicho (tab: list, cherche: int) → bool qui applique la principa de la dichotomia : b Définir les indices i_debut et i_fin. b Tant que i_fin ≥ i_debut b Calculer i_milien b Vinifire u'illiment dividice s_milieu ent celui cherché b Sinon redificir i_debut et i_fin pour ne garde

que la partie contenant l'élément cherché.

Activité 4 : Écrire la fonction recherche_dicho(tab: list, cherche: int) → bool qui applique le principe de la dichotomie :

- ▶ Définir les indices i_debut et i_fin.
- ► Tant que i_fin ≥ i_debut
 - Calculer i milieu
 - Vérifier si l'élément d'indice i_milieu est celui cherché
 - Sinon redéfinir i_debut et i_fin pour ne garder que la partie contenant l'élément cherché.

Recherche dichotomique

Recherche classique dans un tableau

Génération des données Recherche dans les données

tableau trié

Dans un tableau trié - De données ordonnées

Recherche dichotomique Efficacité



Correction

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	8	56	180	256	302	765	1007	2178

```
Génération des données
Recherche dans les données
Recherche dans un
```

Recherche

dichotomique

Dans un tableau trié - Des données ordonnées

Recherche dichotomique

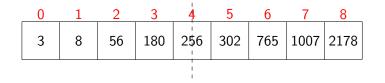
```
def recherche_dicho(tab: list, cherche: int) -> bool:
    i_debut = 0
    i_fin = len(tab)-1
```

Correction

Correction

while i_fin >= i_debut: i_milieu = (i_debut+i_fin) // 2

si on ne trouve pas l'élément i_fin < i_debut



```
while i_fin >= i_debut:
i_milieu = (i_debut+i_fin) // 2
```

Recherche dichotomique

Recherche classique dans u tableau

> Recherche classique -Génération des données

> > echerche dans un Ibleau trié

Dans un tableau trié - De Ionnées ordonnées

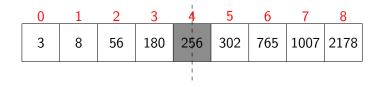
Recherche dichotomique



if cherche == tab[i_milieu]:

return True

Correction



```
if cherche == tab[i_milieu]:
    return True
```

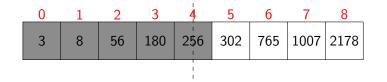
Recherche dichotomique

Dans un tableau trié - Des

Recherche dichotomique



Correction



```
elif cherche < tab[i_milieu]:

i_fin = i_milieu-1

else: # cherche > tab[i_milieu]

i_debut = i_milieu+1
```

Recherche dichotomique

Recherche classique dans ur tableau

Génération des données Recherche dans les donnée

bleau trié

données ordonnées

Recherche dichotomique

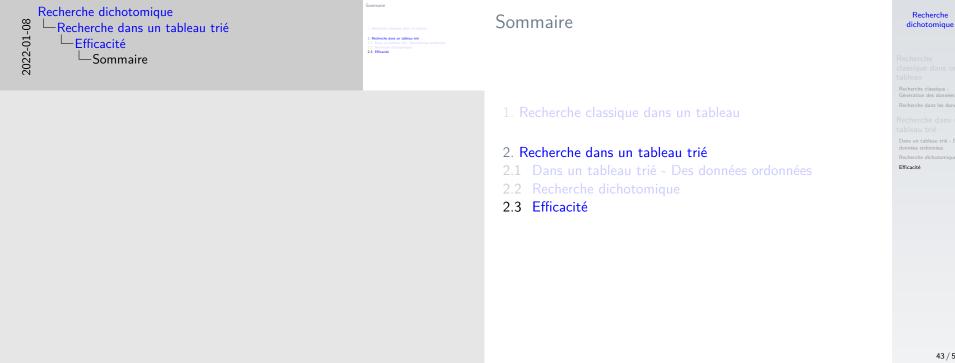
cherche dichotomique

i of redering (intro (tab list, desche int) > bani: | f. fabr. v | | f. fabr. v

Correction

```
Recherche
dichotomique
```

```
def recherche_dicho(tab: list, cherche: int) -> bool:
    i_debut = 0
    i fin = len(tab)-1
    while i_fin >= i_debut:
        i_milieu = (i_debut+i_fin) // 2
                                                             Recherche dichotomique
         if cherche == tab[i_milieu]:
             return True
         elif cherche < tab[i milieu]:</pre>
             i fin = i milieu-1
         else: # cherche > tab[i milieu]
             i debut = i milieu+1
    # à la fin de la boucle on n'a pas trouvé 'cherche'
    return False
```



43 / 52

Efficacité

Activité 5 :

1. En utilisant une variable CONPTEUR, compter le

Tester pour différentes tailles de tableau.

Activité 5:

- 1. En utilisant une variable COMPTEUR, compter le nombre d'itérations de la boucle de recherche dichotomique.
- 2. Tester pour différentes tailles de tableau.

Recherche dichotomique

Efficacité

Correction

```
COMPTEUR = 0
def recherche dicho(tab: list, cherche: int) -> bool:
    global COMPTEUR
    i debut = 0
    i fin = len(tab)-1
    while i fin >= i debut:
                                                           Efficacité
        COMPTEUR += 1
        i milieu = (i_debut+i_fin) // 2
        if cherche == tab[i_milieu]:
            return True
        elif cherche < tab[i_milieu]:</pre>
            i_fin = i_milieu-1
        else: # cherche > tab[i milieu]
            i_debut = i_milieu+1
    # à la fin de la boucle on n'a pas trouvé 'cherche'
    return False
```

Recherche

dichotomique

print(recherche_dicho(entiers, 57200))
print(COMPTEUR)

Code 5 – Utilisation de la fonction

Recherche dichotomique

echerche assique dans un ableau

cherche dans les données

Dans un tableau trié - Des données ordonnées

Recherche dichotomique Efficacité

cacité

0 = pas trouvé

À chaque itération la quantité de données (notée n) à étudier est divisée par deux. Dans le pire des cas, on divise jusqu'à ce que la taille de la partie restante soit inférieure ou égale à 1.

$$\frac{n}{2^x} = 1$$
 $\Leftrightarrow n = 2^x$

À chaque itération la quantité de données (notée \mathbf{n}) à étudier est divisée par deux. Dans le pire des cas, on divise jusqu'à ce que la taille de la partie restante soit inférieure ou égale à 1.

$$\frac{n}{2^x} = 1$$

$$\Leftrightarrow n = 2^x$$

Efficacité

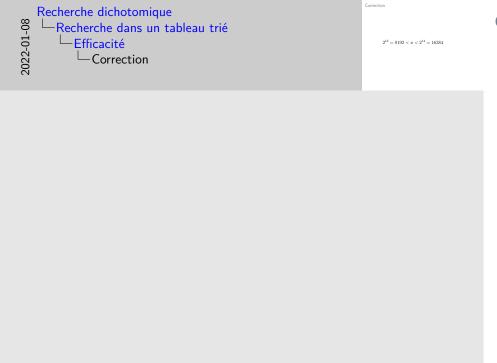
Recherche

dichotomique

Activité 6 :

- 1. Encadrer la valeur de x par deux entiers, si le tableau contient n = 10000 éléments.
- 2. Effectuer le même encadrement pour cent mille, un million d'éléments.

Efficacité





Correction

 $2^{13} = 8192 < x < 2^{14} = 16384$

Recherche

dichotomique

Dans un tableau trié - Des Efficacité

Dans le pire des cas

Dans le pire des cas

nombre d'éléments	nombre de comparaisons
10	3-4
100	6-7
1000	9-10
10000	13-14
100000	16-17
1000000	19-20

Recherche dichotomique

classique dans ur tableau

cherche classique nération des données cherche dans les données

echerche dans un bleau trié

Dans un tableau trié - Des données ordonnées Recherche dichotomique

Efficacité

Recherche dichotomique Recherche dans un tableau trié Efficacité

$$\log_2 n = \frac{\ln n}{\ln 2}$$

À retenir

La complexité temporelle de la recherche dichotomique est **logarithmique** :

$$\log_2 n = x$$

Recherche dichotomique

classique dans un tableau

> énération des données echerche dans les données

tableau trié

Dans un tableau trié - Des

données ordonnées

Recherche dichotomique

Efficacité



Code complet

Le code complet se trouve ici.

assique dans bleau echerche classique -

Recherche

dichotomique

herche dans u leau trié

Dans un tableau trié - Des données ordonnées Recherche dichotomique Efficacité