

Plus court chemin

Christophe Viroulaud

Terminale - NSI

Archi 15

# Plus court chemin

Christophe Viroulaud

Terminale - NSI

Archi 15

Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

RIP déjà utilisé avec ARPANET !

Pour calculer rapidement les distances dans le réseau, les routeurs appliquent des algorithmes conçus au début de l'ère de l'informatique.

Comment fonctionnent les algorithmes de plus court chemin ?

Pour calculer rapidement les distances dans le réseau, les routeurs appliquent des algorithmes conçus au début de l'ère de l'informatique.

Comment fonctionnent les algorithmes de plus court chemin ?

- 1. Représentation des réseaux
  - 1.1 Graphe non orienté
  - 1.2 Graphe pondéré
- 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford
- 3. OSPF : algorithme de Dijkstra

# Sommaire

## 1. Représentation des réseaux

### 1.1 Graphe non orienté

### 1.2 Graphe pondéré

## 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## 3. OSPF : algorithme de Dijkstra

### Représentation des réseaux

[Graphe non orienté](#)[Graphe pondéré](#)

### Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

[Principe](#)[Mise en application](#)[Complexité](#)

### OSPF : algorithme de Dijkstra

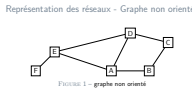
[Principe](#)[Mise en application](#)[Complexité](#)

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

## Graphe non orienté

## Représentation des réseaux - Graphe non orienté



## À retenir

Un graphe est composé :

- de sommets ou nœuds,
- d'arêtes ou arcs qui relient les sommets.

## Représentation des réseaux - Graphe non orienté

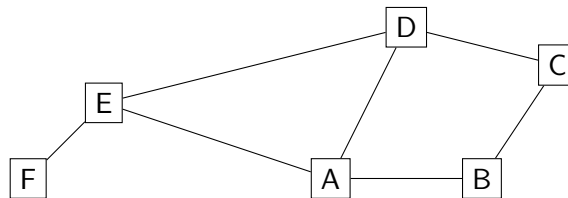


FIGURE 1 – graphe non orienté

## À retenir

Un graphe est composé :

- de sommets ou nœuds,
- d'arêtes ou arcs qui relient les sommets.

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

## Graphe non orienté

## Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

## Principe

## Mise en application

## Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

## Principe

## Mise en application

## Complexité



FIGURE 2 – graphe non orienté

**À retenir**

Pour chaque nœud on peut définir ses **prédécesseurs**.  
E est le prédécesseur de F.

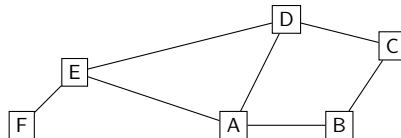


FIGURE 2 – graphe non orienté

**À retenir**

Pour chaque nœud on peut définir ses **prédécesseurs**.  
**E** est le prédécesseur de **F**.

- 1. Représentation des réseaux
  - 1.1 Graphe non orienté
  - 1.2 **Graphe pondéré**
- 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford
- 3. OSPF : algorithme de Dijkstra

# Sommaire

## 1. Représentation des réseaux

### 1.1 Graphe non orienté

### 1.2 Graphe pondéré

## 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## 3. OSPF : algorithme de Dijkstra

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

## Graphe pondéré

## Graphe pondéré

pondération peut être négative

Graphe pondéré



FIGURE 3 – graphe pondéré

**À retenir**

Selon le protocole mis en place la pondération pourra représenter :

- RIP : le nombre de réseaux traversés,
- OSPF : le coût d'un réseau.

## Graphe pondéré

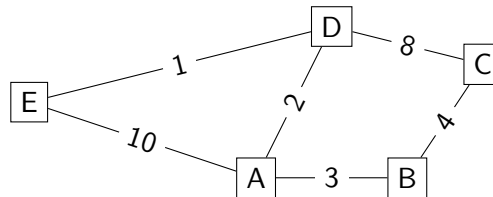


FIGURE 3 – graphe pondéré

**À retenir**

Selon le protocole mis en place la pondération pourra représenter :

- RIP : le nombre de réseaux traversés,
- OSPF : le coût d'un réseau.

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

- 1. Représentation des réseaux
- 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford
  - 2.1 Principe
  - 2.2 Mise en application
  - 2.3 Complexité
- 3. OSPF : algorithme de Dijkstra

# Sommaire

## 1. Représentation des réseaux

## 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

### 2.1 Principe

### 2.2 Mise en application

### 2.3 Complexité

## 3. OSPF : algorithme de Dijkstra

### Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

### Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

### OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité



# Algorithme de Bellman-Ford : Principe

► 1956 - 1958

redécouvert par Moore en 59 dans autre contexte

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)

# Algorithme de Bellman-Ford : Principe

redécouvert par Moore en 59 dans autre contexte

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)

# Algorithme de Bellman-Ford : Principe

redécouvert par Moore en 59 dans autre contexte

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)
- redécouvert par Edward Moore en 1959

redécouvert par Moore en 59 dans autre contexte

# Algorithme de Bellman-Ford : Principe

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)
- redécouvert par Edward Moore en 1959

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)
- redécouvert par Edward Moore en 1959
- Le protocole RIP applique cet algorithme.

redécouvert par Moore en 59 dans autre contexte

# Algorithme de Bellman-Ford : Principe

- 1956 - 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)
- redécouvert par Edward Moore en 1959
- Le protocole RIP applique cet algorithme.

## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## └ Principe

## Remarque

L'algorithme de Bellman-Ford est normalement appliqué dans un graphe orienté. Cependant, si les pondérations sont toutes positives, il est possible d'utiliser un graphe non orienté.



FIGURE 4 – graphe orienté

## Remarque

L'algorithme de Bellman-Ford est normalement appliqué dans un graphe orienté. Cependant, si les pondérations sont toutes positives, il est possible d'utiliser un graphe non orienté.

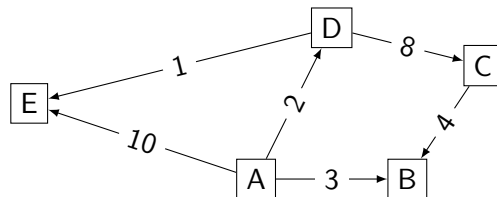


FIGURE 4 – graphe orienté

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

## Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

## Principe

Mise en application

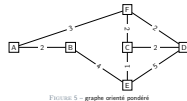
Complexité

**À retenir**

La distance pour atteindre chaque nœud correspond à la distance pour atteindre son prédécesseur à laquelle on ajoute le poids de l'arête les séparant.

**À retenir**

La distance pour atteindre chaque nœud correspond à la distance pour atteindre son prédécesseur à laquelle on ajoute le poids de l'arête les séparant.

**À retenir**

L'algorithme de Bellman-Ford applique une méthode récursive.

1. Bellman « père de l'approche dynamique »

**Remarque**

2. Dans le graphe figure 5 les pondérations représentent un nombre de routeurs traversés pour atteindre le nœud (routeur) suivant.

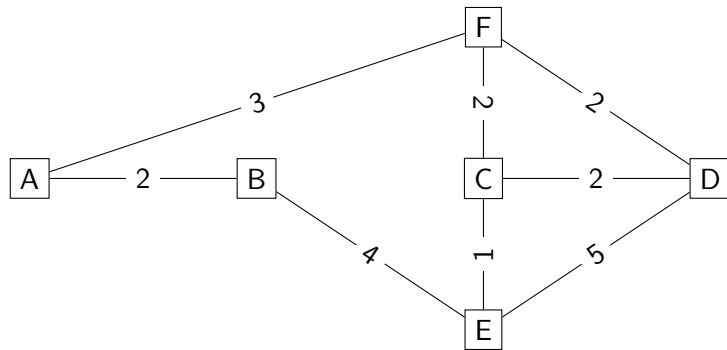


FIGURE 5 – graphe orienté pondéré

**À retenir**

L'algorithme de Bellman-Ford applique une méthode récursive.



Pour chaque routeur, on obtient un tableau contenant la distance minimale entre le routeur de départ et chaque autre routeur.

peut servir pour retrouver chemin, distance mini...

**Pour chaque routeur**, on obtient un tableau contenant la distance minimale entre le routeur de départ et chaque autre routeur.

- 1. Représentation des réseaux
- 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford
  - 2.1 Principe
  - 2.2 Mise en application
  - 2.3 Complexité
- 3. OSPF : algorithme de Dijkstra

# Sommaire

## 1. Représentation des réseaux

## 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

### 2.1 Principe

### 2.2 Mise en application

### 2.3 Complexité

## 3. OSPF : algorithme de Dijkstra

## Plus court chemin

### └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

#### └└ Mise en application

#### └└└ Mise en application

Mise en application

**Initialisation :**

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

## Mise en application

### Initialisation :

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

## Plus court chemin

### Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

### Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

### OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

1. ligne 2 de l'algo : en effet distance de A à A = 0
2. ligne 4 : on fait autant d'itérations qu'il y a de routeurs = pire des cas → on pourra améliorer

**Initialisation :**

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

**Déroulement :**

- Tant que (nombre d'itérations) < (nombre de routeurs)
  - Pour chaque arc du graphe
    - Si (distance du routeur) > (distance de son prédécesseur + poids de l'arc entre les deux routeurs)
      - ⇒ Mettre à jour distance du routeur

## Initialisation :

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

## Déroulement :

- Tant que (nombre d'itérations) < (nombre de routeurs)
  - Pour chaque arc du graphe
    - Si (distance du routeur) > (distance de son prédécesseur + poids de l'arc entre les deux routeurs)
      - ⇒ Mettre à jour distance du routeur

## Plus court chemin

### └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

#### └ Mise en application

#### Observations

- On effectue autant d'itérations qu'il y a de routeurs.
- On regarde chaque arc à chaque tour.

## Observations

- On effectue autant d'itérations qu'il y a de routeurs.
- On regarde chaque arc à chaque tour.

## Plus court chemin

### Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

### Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

**Mise en application**

Complexité

### OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

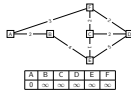
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

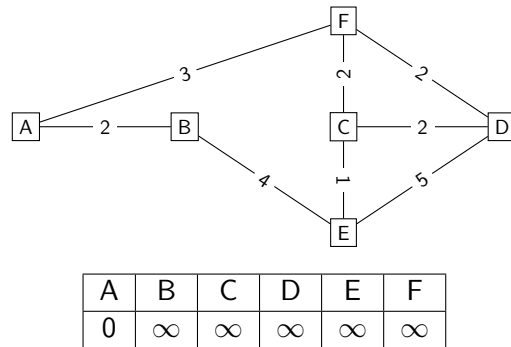
## └ Mise en application

## └ Initialisation

Initialisation



## Initialisation



## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

**Mise en application**

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

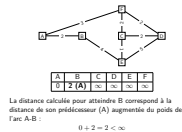
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

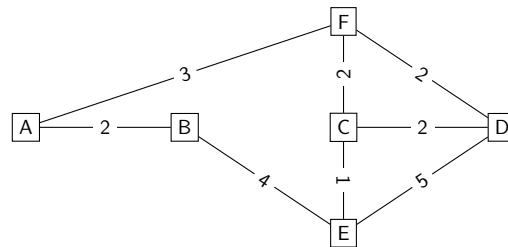
## └ Mise en application

## └ Première itération

Première itération



## Première itération



A	B	C	D	E	F
0	<b>2 (A)</b>	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

La distance calculée pour atteindre B correspond à la distance de son prédécesseur (A) augmentée du poids de l'arc A-B :

$$0 + 2 = 2 < \infty$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

**Mise en application**

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

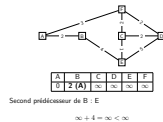
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

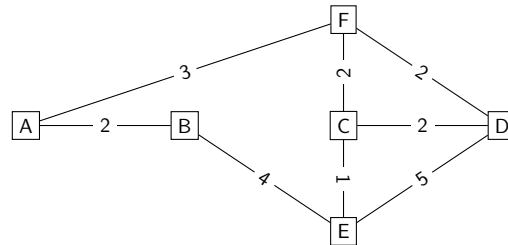
## └ Mise en application

## └ Première itération

Première itération



## Première itération



Second prédécesseur de B : E

$$\infty + 4 = \infty < \infty$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité



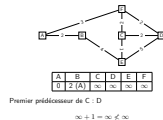
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## └ Mise en application

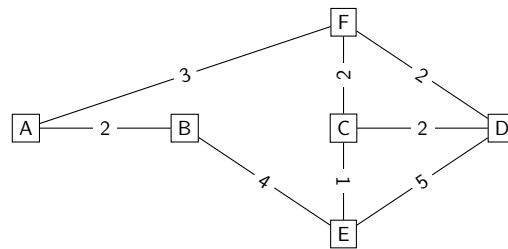
## └ Première itération

Première itération



On est toujours dans la première itération ; on vérifie chaque arc.

## Première itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

Premier prédécesseur de C : D

$$\infty + 1 = \infty \neq \infty$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

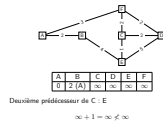
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

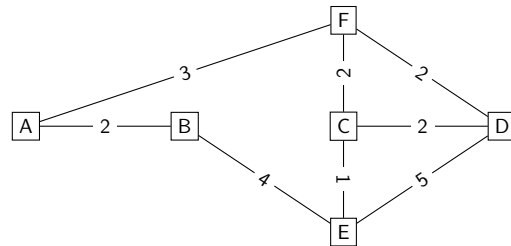
## └ Mise en application

## └ Première itération

Première itération



## Première itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

Deuxième prédécesseur de C : E

$$\infty + 1 = \infty \neq \infty$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

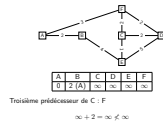
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

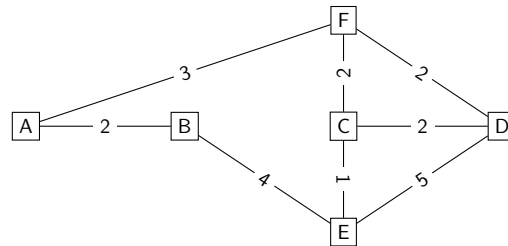
## └ Mise en application

## └ Première itération

Première itération



## Première itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

Troisième prédécesseur de C : F

$$\infty + 2 = \infty \neq \infty$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

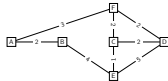
Complexité

## Plus court chemin

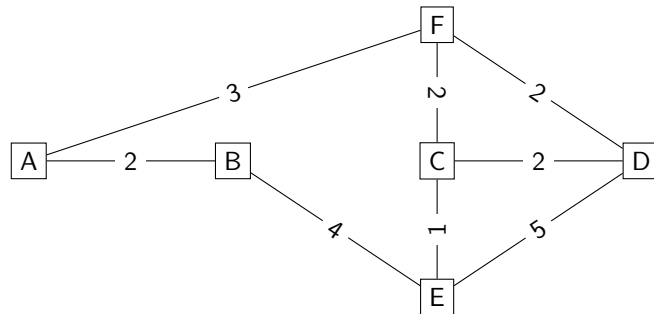
## └─ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## └─ Mise en application

Activité 1 : Continuer de dérouler la première itération de l'algorithme sur le graphe.



**Activité 1** : Continuer de dérouler la première itération de l'algorithme sur le graphe.



## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

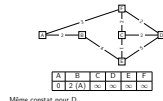
## Plus court chemin

## └─ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

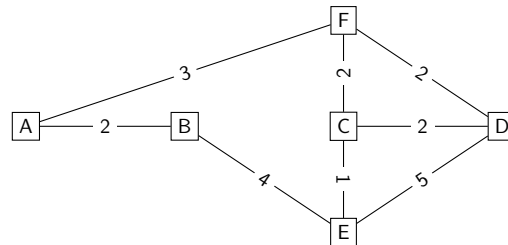
## └─ Mise en application

## └─ Première itération

Première itération



## Première itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

Même constat pour D

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

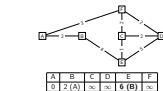
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## └ Mise en application

## └ Première itération

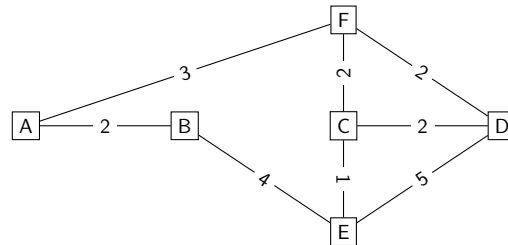
Première itération



Premier prédécesseur de E : B

$$2 + 4 = 6 < \infty$$

## Première itération



Premier prédécesseur de E : B

$$2 + 4 = 6 < \infty$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

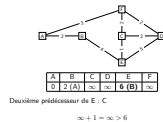
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

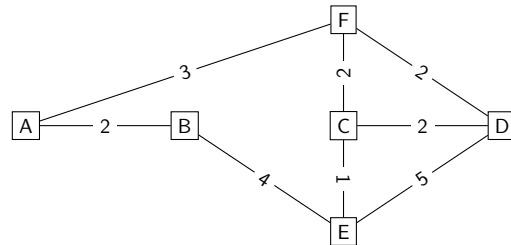
## └ Mise en application

## └ Première itération

Première itération



## Première itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	<b>6 (B)</b>	$\infty$

Deuxième prédécesseur de E : C

$$\infty + 1 = \infty > 6$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

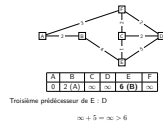
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

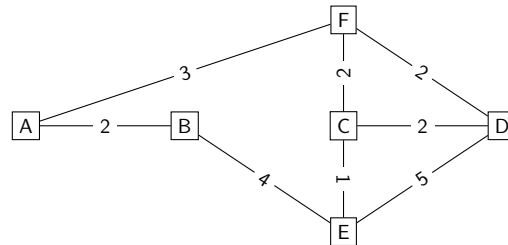
## └ Mise en application

## └ Première itération

Première itération



## Première itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	<b>6 (B)</b>	$\infty$

Troisième prédécesseur de E : D

$$\infty + 5 = \infty > 6$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

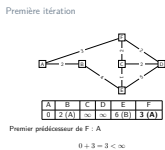


## Plus court chemin

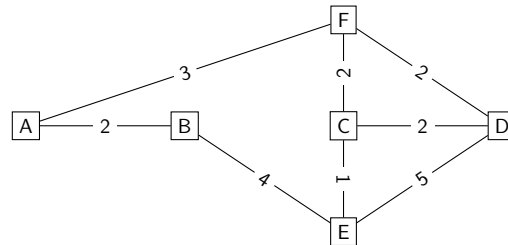
## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## └ Mise en application

## └ Première itération



## Première itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)

Premier prédécesseur de F : A

$$0 + 3 = 3 < \infty$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

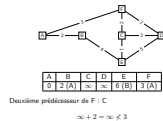
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

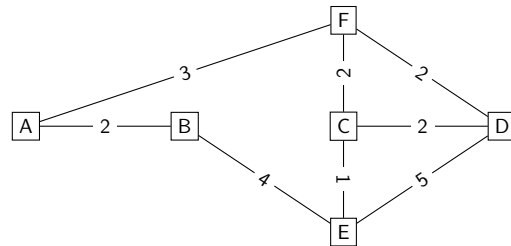
## └ Mise en application

## └ Première itération

Première itération



## Première itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)

Deuxième prédécesseur de F : C

$$\infty + 2 = \infty \not\leq 3$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

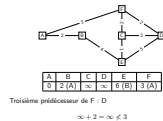
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

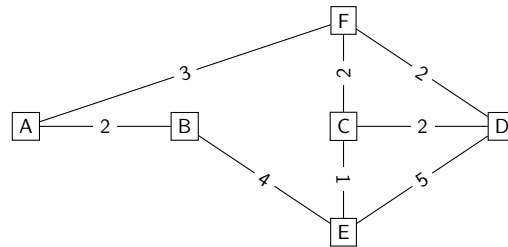
## └ Mise en application

## └ Première itération

Première itération



## Première itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)

Troisième prédécesseur de F : D

$$\infty + 2 = \infty \not< 3$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## └ Mise en application

## └ Première itération

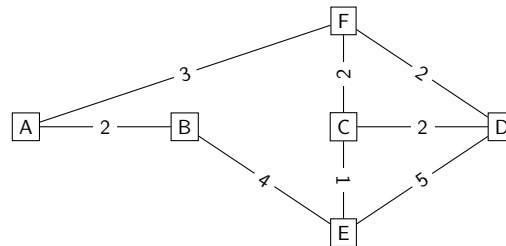
Première itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)

Fin de la première itération

## Première itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)

Fin de la première itération

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

## Plus court chemin

## └─ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## └─ Mise en application

## └─ Deuxième itération

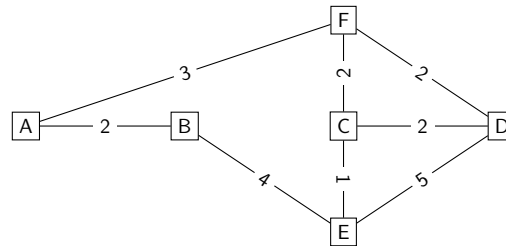
Deuxième itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)

Pas de modification pour A et B

## Deuxième itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)

Pas de modification pour A et B

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

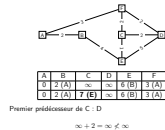
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

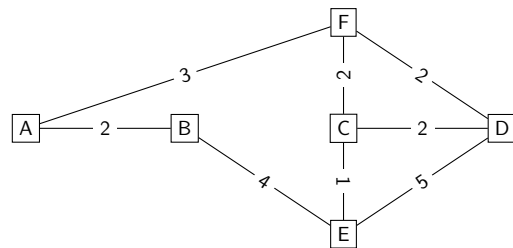
## └ Mise en application

## └ Deuxième itération

Deuxième itération



## Deuxième itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	<b>7 (E)</b>	$\infty$	6 (B)	3 (A)

Premier prédécesseur de C : D

$$\infty + 2 = \infty \not< \infty$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

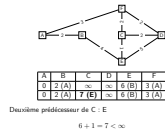
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

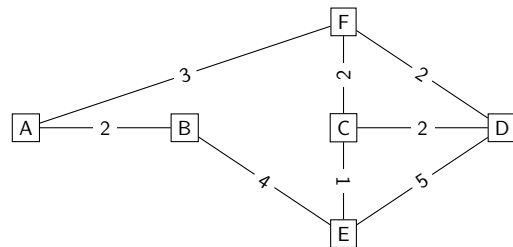
## └ Mise en application

## └ Deuxième itération

Deuxième itération



## Deuxième itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	<b>7 (E)</b>	$\infty$	6 (B)	3 (A)

Deuxième prédécesseur de C : E

$$6 + 1 = 7 < \infty$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

**Mise en application**

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

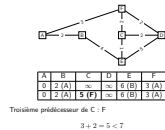
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

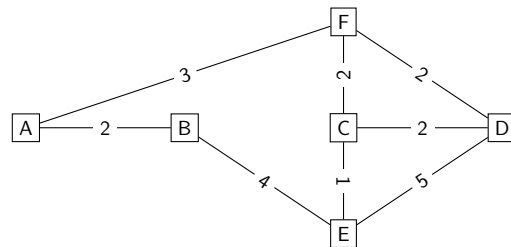
## └ Mise en application

## └ Deuxième itération

Deuxième itération



## Deuxième itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	<b>5 (F)</b>	$\infty$	6 (B)	3 (A)

Troisième prédécesseur de C : F

$$3 + 2 = 5 < 7$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

**Mise en application**

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité



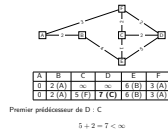
## Plus court chemin

- Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

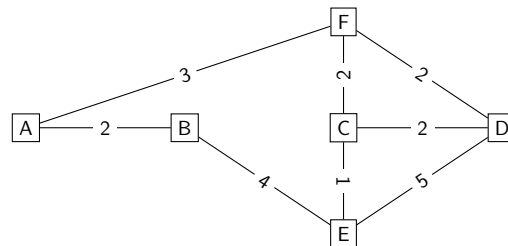
- Mise en application

- Deuxième itération

Deuxième itération



## Deuxième itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	<b>7 (C)</b>	6 (B)	3 (A)

Premier prédécesseur de D : C

$$5 + 2 = 7 < \infty$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

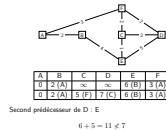
## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

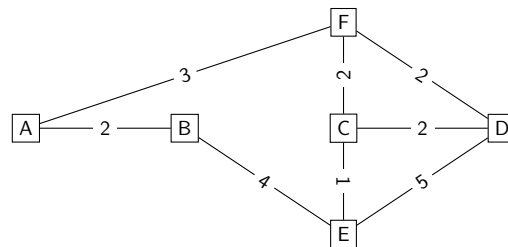
## └ Mise en application

## └ Deuxième itération

Deuxième itération



## Deuxième itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	7 (C)	6 (B)	3 (A)

Second prédécesseur de D : E

$$6 + 5 = 11 \not< 7$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

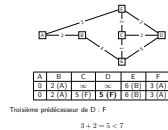
## Plus court chemin

- Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

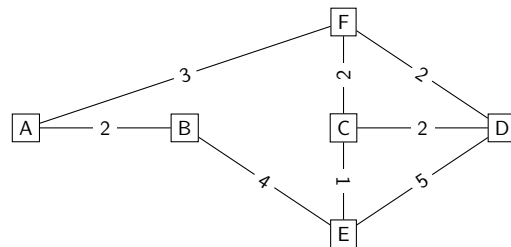
- Mise en application

- Deuxième itération

Deuxième itération



## Deuxième itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	<b>5 (F)</b>	6 (B)	3 (A)

Troisième prédécesseur de D : F

$$3 + 2 = 5 < 7$$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## └ Mise en application

## └ Deuxième itération

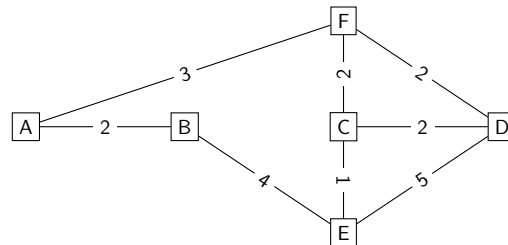
Deuxième itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	5 (F)	6 (B)	3 (A)

Pas de changement pour E et F

## Deuxième itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	5 (F)	6 (B)	3 (A)

Pas de changement pour E et F

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## └ Mise en application

## └ Deuxième itération

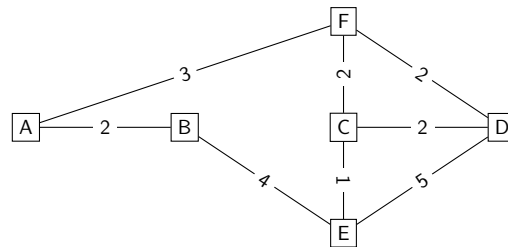
Deuxième itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	5 (F)	6 (B)	3 (A)

Fin de la deuxième itération

## Deuxième itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	5 (F)	6 (B)	3 (A)

Fin de la deuxième itération

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## └ Mise en application

## └ Troisième itération

Troisième itération

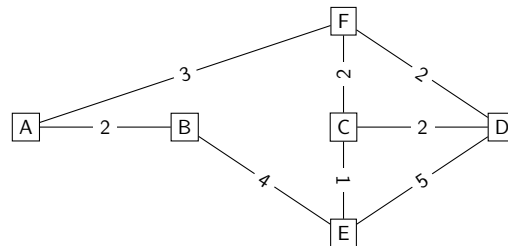


A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	5 (F)	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	5 (F)	6 (B)	3 (A)

Pas de changement lors de la troisième itération

1. amélioration de l'algorithme : on peut s'arrêter là
2. On peut retracer le chemin en partant de la fin :  
D  $\rightarrow$  C  $\rightarrow$  F  $\rightarrow$  A

## Troisième itération



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	$\infty$	$\infty$	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	5 (F)	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	5 (F)	6 (B)	3 (A)

Pas de changement lors de la troisième itération

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

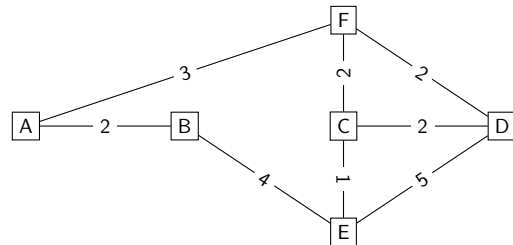
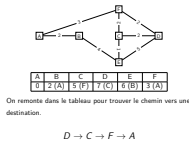
Mise en application

Complexité

## Plus court chemin

## └ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## └ Mise en application



A	B	C	D	E	F
0	2 (A)	5 (F)	7 (C)	6 (B)	3 (A)

On remonte dans le tableau pour trouver le chemin vers une destination.

$D \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow A$

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

# Sommaire

## 1. Représentation des réseaux

## 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

### 2.1 Principe

### 2.2 Mise en application

### 2.3 Complexité

## 3. OSPF : algorithme de Dijkstra



## Plus court chemin

## └─ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## └─ Complexité

## └─ Complexité

ligne 4 = on peut faire une amélioration : si pas de modification pendant l'itération, on peut s'arrêter

## Complexité

La complexité dépend de :

► du nombre de sommets (notée  $S$ ) : on visite chaque sommet1 Tant que (le nombre d'itérations)  $<$  (nombre de routeurs)

## Complexité

La complexité dépend de :

- du nombre de sommets (notée  $S$ ) : on visite chaque sommet

1 Tant que (le nombre d'itérations)  $<$  (nombre de routeurs)

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

## Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

## OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

## Plus court chemin

## └─ Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## └─ Complexité

## └─ Complexité

ligne 4 = on peut faire une amélioration : si pas de modification pendant l'itération, on peut s'arrêter

## Complexité

La complexité dépend de :

- du nombre de sommets (notée  $S$ ) : on visite chaque sommet
- 1 Tant que (le nombre d'itérations)  $<$  (nombre de routeurs)
- du nombre d'arcs (notée  $A$ ) : pour chaque sommet on regarde tous les arcs du graphe
- 1 Pour chaque arc du graphe

## Complexité

La complexité dépend de :

- du nombre de sommets (notée  $S$ ) : on visite chaque sommet

1 Tant que (le nombre d'itérations)  $<$  (nombre de routeurs)

- du nombre d'arcs (notée  $A$ ) : pour chaque sommet on regarde tous les arcs du graphe

1 Pour chaque arc du graphe

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

## Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

## OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

$$O(S.A)$$

# Complexité de l'algorithme de Bellman Ford

précisément chaque arc est parcouru deux fois car on est dans un graphe non orienté

$$O(S.A)$$

# Sommaire

## 1. Représentation des réseaux

## 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## 3. OSPF : algorithme de Dijkstra

### 3.1 Principe

### 3.2 Mise en application

### 3.3 Complexité

## Plus court chemin

## └ OSPF : algorithme de Dijkstra

## └ Principe

## └ OSPF : algorithme de Dijkstra - principe

OSPF : algorithme de Dijkstra - principe

- » Edsger Dijkstra : mathématicien néerlandais
- » Algorithme utilisé dans GPS

1. peut se contenter de renvoyer la distance départ/arrivée (et le chemin)
2. graphe non orienté possible
3. parfois appelé Moore-Dijkstra

## OSPF : algorithme de Dijkstra - principe

- Edsger Dijkstra : mathématicien néerlandais
- Algorithme utilisé dans GPS

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

**À retenir**

principe : construire un sous-graphe en ajoutant à chaque itération un sommet de distance minimale.

**À retenir**

principe : construire un sous-graphe en ajoutant à chaque itération un sommet de distance minimale.

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

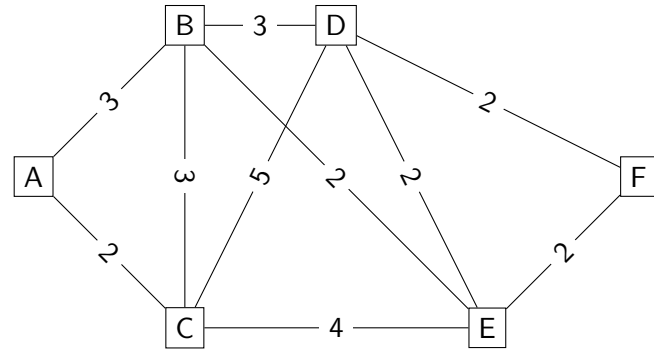
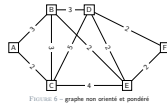


FIGURE 6 – graphe non orienté et pondéré

## Remarque

Les poids de chaque arc représentent le coût de chaque connexion.

coût 5  $\rightarrow$  20Mbit/s

coût 2  $\rightarrow$  50Mbit/s

# Sommaire

1. Représentation des réseaux
2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford
3. OSPF : algorithme de Dijkstra
  - 3.1 Principe
  - 3.2 Mise en application
  - 3.3 Complexité



## Plus court chemin

└ OSPF : algorithme de Dijkstra

└ Mise en application

└ Mise en application

1.  $S = \text{suivant}$  ;  $V = \text{voisin}$
2. ligne 7 : on compare encore la distance déjà enregistrée à distance du voisin + arc

Mise en application

Initialisation :

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

## Mise en application

## Initialisation :

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

1.  $S$  = suivant ;  $V$  = voisin
2. ligne 7 : on compare encore la distance déjà enregistrée à distance du voisin + arc

**Initialisation :**

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

**Déroulement :**

- Tant qu'il reste des routeurs non sélectionnés
  - Parmi les routeurs non-sélectionnés, choisir celui (noté  $S$ ) ayant la plus petite distance.
  - Pour chaque routeur adjacent à  $S$  (noté  $V$ ) et non déjà sélectionné :
    - Si (la distance de  $V$ ) > (la distance de  $S$  + poids  $S$ - $V$ )
    - ⇒ Mettre à jour la distance de  $V$ .

## Initialisation :

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

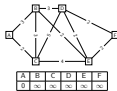
## Déroulement :

- Tant qu'il reste des routeurs non sélectionnés
  - Parmi les routeurs non-sélectionnés, choisir celui (noté  $S$ ) ayant la plus petite distance.
  - Pour chaque routeur adjacent à  $S$  (noté  $V$ ) et non déjà sélectionné :
    - Si (la distance de  $V$ ) > (la distance de  $S$  + poids  $S$ - $V$ )
    - ⇒ Mettre à jour la distance de  $V$ .

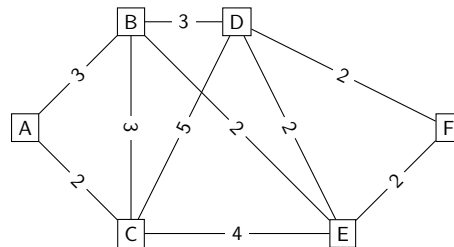
## Plus court chemin

- OSPF : algorithme de Dijkstra
- Mise en application
- Initialisation

Initialisation



## Initialisation



A	B	C	D	E	F
0	∞	∞	∞	∞	∞

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

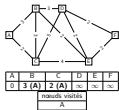
## Plus court chemin

└ OSPF : algorithme de Dijkstra

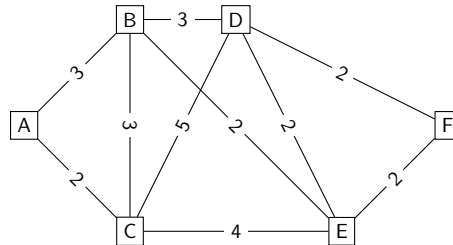
└ Mise en application

└ Sélection de A

Sélection de A



## Sélection de A



A	B	C	D	E	F
0	3 (A)	2 (A)	∞	∞	∞

nœuds visités
A

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

## Plus court chemin

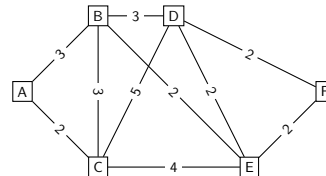
└ OSPF : algorithme de Dijkstra

└ Mise en application



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : C.

A	B	C	D	E	F
0	3 (A)	2 (A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3 (A)	2 (A)	<b>7 (C)</b>	<b>6 (C)</b>	$\infty$	$\infty$
nœuds visités					
A - C					



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : C.

A	B	C	D	E	F
0	3 (A)	2 (A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
	3 (A)	2 (A)	<b>7 (C)</b>	<b>6 (C)</b>	$\infty$
nœuds visités					
A - C					

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

## Plus court chemin

- └ OSPF : algorithme de Dijkstra

- └ Mise en application

### Observation

La route la plus courte a déjà été déterminée pour les nœuds déjà visités. Ils ne seront plus modifiés (cellule grise).

## Observation

La route la plus courte a déjà été déterminée pour les nœuds déjà visités. Ils ne seront plus modifiés (cellule grise).

## Plus court chemin

### Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

### Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

### OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

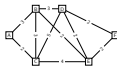
Mise en application

Complexité

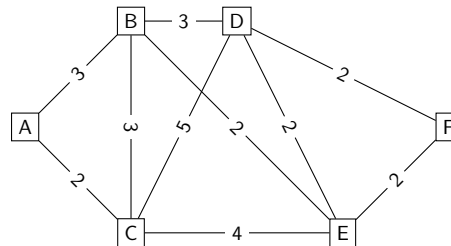
## Plus court chemin

- └ OSPF : algorithme de Dijkstra
- └ Mise en application

Activité 2 : Continuer de dérouler l'algorithme sur le graphe.



**Activité 2 :** Continuer de dérouler l'algorithme sur le graphe.



## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

## Plus court chemin

- OSPF : algorithme de Dijkstra

- Mise en application

- Correction

C n'est pas regardé : on a déjà trouvé la + petite distance pour lui = il a déjà été visité

Correction

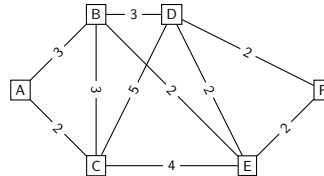


On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : B.

A	B	C	D	E	F
0	3 (A)	2 (A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3 (A)	2 (A)	7 (C)	6 (C)	$\infty$	$\infty$
3 (A)		<b>6 (B)</b>	<b>5 (B)</b>	$\infty$	$\infty$

nœuds visités  
A - C - B

## Correction



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : B.

A	B	C	D	E	F
0	3 (A)	2 (A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
	3 (A)	2 (A)	7 (C)	6 (C)	$\infty$
	3 (A)		<b>6 (B)</b>	<b>5 (B)</b>	$\infty$

nœuds visités

A - C - B

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité



## Plus court chemin

- OSPF : algorithme de Dijkstra

- Mise en application

- Correction

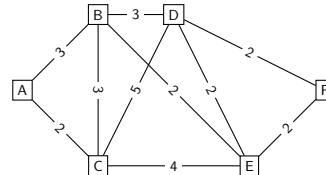
Correction



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : E.

A	B	C	D	E	F
0	3 (A)	2 (A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
	3 (A)	2 (A)	7 (C)	6 (C)	$\infty$
	3 (A)		6 (B)	5 (B)	$\infty$
			6 (B)	5 (B)	<b>7 (E)</b>
nœuds visités A - C - B - E					

## Correction



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : E.

A	B	C	D	E	F
0	3 (A)	2 (A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
	3 (A)	2 (A)	7 (C)	6 (C)	$\infty$
	3 (A)		6 (B)	5 (B)	$\infty$
			6 (B)	5 (B)	<b>7 (E)</b>

nœuds visités

A - C - B - E

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

## Plus court chemin

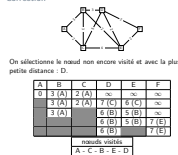
- OSPF : algorithme de Dijkstra

- Mise en application

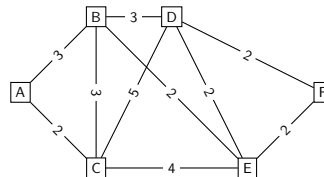
- Correction

pas de modification

Correction



## Correction



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : D.

A	B	C	D	E	F
0	3 (A)	2 (A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
	3 (A)	2 (A)	7 (C)	6 (C)	$\infty$
	3 (A)		6 (B)	5 (B)	$\infty$
			6 (B)	5 (B)	7 (E)
			6 (B)		7 (E)
nœuds visités					
A - C - B - E - D					

## Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

## Plus court chemin

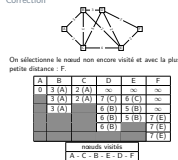
- OSPF : algorithme de Dijkstra

- Mise en application

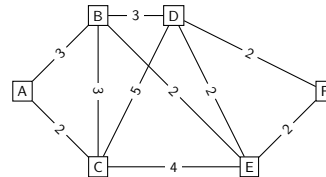
- Correction

pas de modification

Correction



## Correction



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : F.

A	B	C	D	E	F
0	3 (A)	2 (A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
	3 (A)	2 (A)	7 (C)	6 (C)	$\infty$
	3 (A)		6 (B)	5 (B)	$\infty$
			6 (B)	5 (B)	7 (E)
			6 (B)		7 (E)
					7 (E)

nœuds visités

A - C - B - E - D - F

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

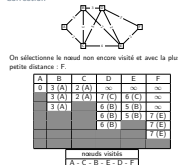
## Plus court chemin

- OSPF : algorithme de Dijkstra

- Mise en application

- Correction

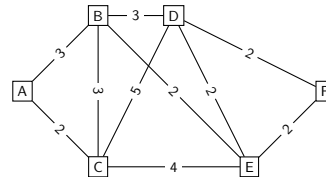
Correction



tous les nœuds ont été visités = fin de l'algorithme. On peut reconstruire le chemin.

pour F :  $F \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$

## Correction



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : F.

A	B	C	D	E	F
0	3 (A)	2 (A)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
	3 (A)	2 (A)	7 (C)	6 (C)	$\infty$
	3 (A)		6 (B)	5 (B)	$\infty$
			6 (B)	5 (B)	7 (E)
			6 (B)		7 (E)
					7 (E)

nœuds visités

A - C - B - E - D - F

## Plus court chemin

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

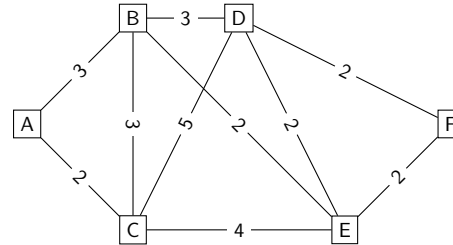
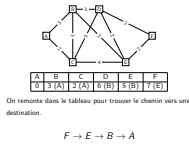
Mise en application

Complexité

## Plus court chemin

└ OSPF : algorithme de Dijkstra

└ Mise en application



A	B	C	D	E	F
0	3 (A)	2 (A)	6 (B)	5 (B)	7 (E)

On remonte dans le tableau pour trouver le chemin vers une destination.

$F \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$

## Représentation des réseaux

Graphe non orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP :  
algorithme de  
Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme  
de Dijkstra

Principe

Mise en application

Complexité

# Sommaire

## 1. Représentation des réseaux

## 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

## 3. OSPF : algorithme de Dijkstra

### 3.1 Principe

### 3.2 Mise en application

### 3.3 Complexité

1. hors programme
2. utilisation de tas par exemple

► La complexité dépend du nombre de sommets  $S$  et du nombre d'arcs  $A$ .

## Complexité

- La complexité dépend du nombre de sommets  $S$  et du nombre d'arcs  $A$ .

1. hors programme
2. utilisation de tas par exemple

- La complexité dépend du nombre de sommets  $S$  et du nombre d'arcs  $A$ .
- Le point clé de l'algorithme tient dans la recherche de la distance minimale.

1 Parmi les routeurs non-sélectionnés, choisir le routeur (noté  $S$ ) ayant la plus petite distance.

## Complexité

- La complexité dépend du nombre de sommets  $S$  et du nombre d'arcs  $A$ .
- Le point clé de l'algorithme tient dans la recherche de la distance minimale.

- 1 Parmi les routeurs non-sélectionnés, choisir le routeur (noté  $S$ ) ayant la plus petite distance.



$$O((A + S) \times \log S)$$

# Complexité de l'algorithme de Dijkstra

$$O((A + S) \times \log S)$$