Plus court chemin

Christophe Viroulaud

Terminale - NSI

Archi 15

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Pour calculer rapidement les distances dans le réseau, les routeurs appliquent des algorithmes conçus au début de l'ère de l'informatique.

Comment fonctionnent les algorithmes de plus court chemin?

Plus court chemin

Représentation des éseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

Principe

Vlise en application

DSPF: algorithme

rincipe

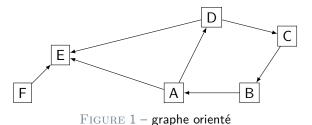
Sommaire

Plus court chemin

- 1. Représentation des réseaux

Représentation des réseaux

Représentation des réseaux - Graphe orienté



Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté

Granhe nondéré

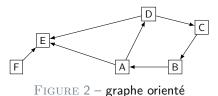
Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en applie

OSPF : algorithme

Datastas



À retenir

Pour chaque nœud on peut définir ses **prédécesseurs** et ses **successeurs**.

- Le nœud F ne possède pas de prédécesseur.
- Le nœud E ne possède pas de successeur.

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

rotocole RIP : Igorithme de Sellman-Ford

rincipe

iviise en applic

OSPE - algorithme

de Dijkstra

Sommaire

- 1. Représentation des réseaux
- 1.1 Graphe orienté
- 1.2 Graphe pondéré
- 2. Protocole RIP: algorithme de Bellman-Ford
- 3. OSPF: algorithme de Dijkstra

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

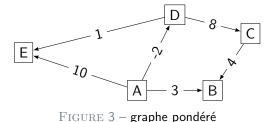
Principe

Mise en app

OSPF : algorithme

Principe

Graphe pondéré



À retenir

Selon le protocole mis en place la pondération pourra représenter :

- RIP : le nombre de réseaux traversés,
- ► OSPF : le coût d'un réseau.

Plus court chemin

Représentation des éseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

Principe

iviise en applica

OSPE : algorithme

de Dijkstra

Principe Mise en applicatio

Mise en application Complexité

Sommaire

Plus court chemin

1. Représentation des réseaux

- 2. Protocole RIP: algorithme de Bellman-Ford
- 2.1 Principe
- 2.2 Mise en application
- 2.3 Complexité
- 3. OSPF: algorithme de Dijkstra

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

OSPF: algorithme

Principe

1956 - 1958

Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté

Protocole RIP algorithme de

Principe

Mise en application

OSPF : algorithme de Diikstra

- **1956 1958**
- Richard Bellman (père programmation dynamique)

Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté

Protocole RIP algorithme de Rellman-Ford

Principe

Mise en application

OSPF: algorithme

- 1956 1958
- Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)

Plus court chemin

Principe

- **1956 1958**
- ► Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)
- redécouvert par Edward Moore en 1959

Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexite

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

- **1956 1958**
- ► Richard Bellman (père programmation dynamique)
- Lester Ford (problème de flot maximum)
- redécouvert par Edward Moore en 1959
- ► Le protocole RIP applique cet algorithme.

Plus court chemin

Représentation des Éseaux

Graphe orienté

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

omplexité

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

À retenir

La distance pour atteindre chaque nœud correspond à la distance pour atteindre son prédécesseur à laquelle on ajoute le poids de l'arête les séparant.

Plus court chemin

Représentation des

iraphe orienté

Graphe pondéré

lgorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

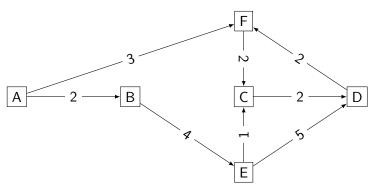


FIGURE 4 – graphe orienté pondéré

À retenir

L'algorithme de Bellman-Ford applique une méthode récursive.

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe oriente Graphe pondéré

Protocole RIP : algorithme de

Principe

Mise en appli

OSPF : algorithme

e Dijkstra

Principe

Mise en appl

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Pour chaque routeur, on obtient un tableau contenant la

routeur.

distance minimale entre le routeur de départ et chaque autre

Mise en application

OSPF : algorithme de Diikstra

Sommaire

- 1 Représentation des réseaux
- 2. Protocole RIP: algorithme de Bellman-Ford
- 2.1 Principe
- 2.2 Mise en application
- 2.3 Complexité
- 3. OSPF: algorithme de Dijkstra

Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté

Graphe pondéré

algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

OSPF : algorithme

Principe

Mise en application

Initialisation:

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- ► Modifier la distance vers A à 0.

Plus court chemin

Représentation des éseaux

Graphe orienté

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

Princine

Mise en application

OSPE : algorithms

Principe

- ► Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- ▶ Modifier la distance vers A à 0.

Déroulement :

- ► Tant que (nombre d'itérations) < (nombre de routeurs)
 - Pour chaque arc du graphe
 - Si (distance du routeur) > (distance de son prédécesseur + poids de l'arc entre les deux routeurs)
 ⇒ Mettre à jour distance du routeur

Représentation des éseaux

Graphe orienté

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

rincipe

Mise en application

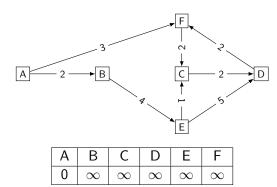
OSPF : algorith

Observations

- On effectue autant d'itérations qu'il y a de routeurs.
- On regarde chaque arc à chaque tour.

Plus court chemin

Initialisation



Plus court chemin

Représentation des

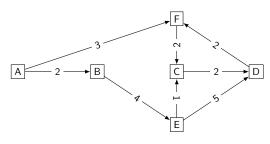
Graphe orienté

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

OSPF : algorithme de Diikstra



Α	В	С	D	Е	F
0	2 (A)	∞	∞	∞	∞

La distance calculée pour atteindre B correspond à la distance de son prédécesseur (A) augmentée du poids de l'arc A-B :

$$0+2=2<\infty$$

Représentation des éseaux

Graphe pondér

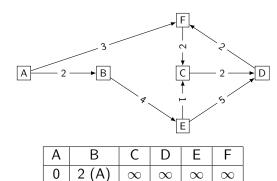
rotocole RIP : Igorithme de Jellman-Ford

rincipe

Mise en application

OSPF : algorithme

e DIJKSTra Principe



Premier prédécesseur de C : E

$$\infty + 1 = \infty \not< \infty$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

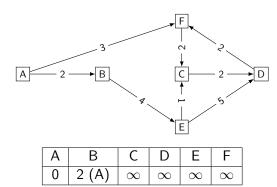
Protocole RIP Ilgorithme de Bellman-Ford

rincipe

Mise en application

OSPF : algorithme

Principe



Second prédécesseur de C : F

$$\infty + 2 = \infty \not< \infty$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

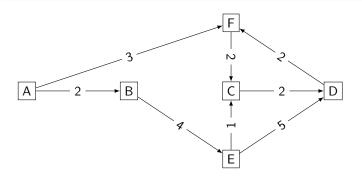
Principe

Mise en application

OSPF : algorithme

Principe

Activité 1 : Continuer de dérouler la première itération de l'algorithme sur le graphe.



Plus court chemin

Représentation des

iraphe orienté

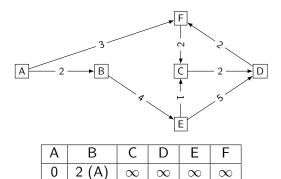
Protocole RIP : Igorithme de Bellman-Ford

rincine

Mise en application

OSPF : algorithme de Diikstra

Principe



 ∞

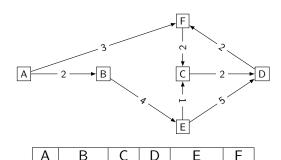
 ∞

 ∞

 ∞

Même constat pour D

Plus court chemin



Prédécesseur de E : B

2 (A)

$$2+4=6<\infty$$

 ∞

 ∞

6 (B)

 ∞

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

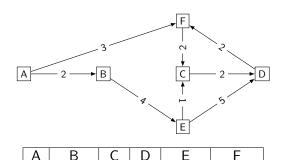
rotocole RIP : Igorithme de Sellman-Ford

Principe

Mise en application

OSPF: algorithme de Diikstra

Principe



Premier prédécesseur de F: A

2 (A)

$$0 + 3 = 3 < \infty$$

 ∞

 ∞

3 (A)

6 (B)

Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté

Protocole RIP Ilgorithme de Bellman-Ford

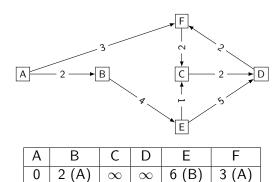
rincipe

Mise en application

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Mise en application Complexité



Second prédécesseur de F : D

$$\infty + 2 = \infty \nless 3$$

Plus court chemin

Représentation des éseaux

Graphe orienté

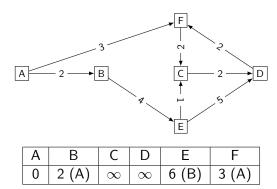
Protocole RIP Ilgorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

OSPF: algorithme

Principe



Fin de la première itération

Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté

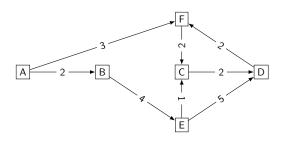
Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

OSPF : algorithme de Diikstra

de Dijkstra Principe Mise en application



Pas de modification pour A et B

В

Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté Graphe pondéré

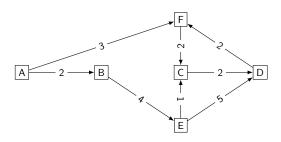
Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

OSPF : algorithme

de Dijkstra
Principe
Mice on application



Α	В	C	D	Е	F
0	2 (A)	∞	∞	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	7 (E)	∞	6 (B)	3 (A)

Premier prédécesseur de C : E

$$6+1=7<\infty$$

Plus court chemin

Représentation des éseaux

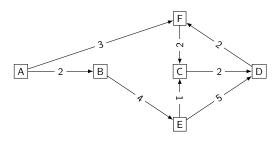
Graphe orienté Graphe pondéré

Protocole RIP Ilgorithme de Bellman-Ford

rincipe

Mise en application

OSPF : algorithme



Α	В	С	D	E	F
0	2 (A)	∞	∞	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	∞	6 (B)	3 (A)

Second prédécesseur de C : F

$$3+2=5<7$$

Plus court chemin

Représentation des éseaux

Graphe orienté

rotocole RIP : |gorithme de ellman-Ford

rincipe

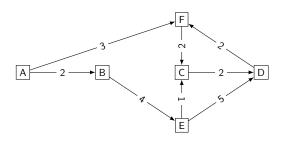
Mise en application

Complexite

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Mise en application Complexité



Α	В	С	D	Е	F
0	2 (A)	∞	∞	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	7 (C)	6 (B)	3 (A)

Premier prédécesseur de D : C

$$5+2=7<\infty$$

Plus court chemin

Représentation des éseaux

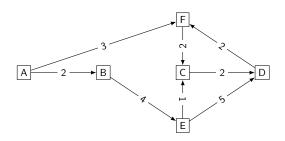
Graphe orienté

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

rincipe

Mise en application

OSPF: algorithme



Α	В	C	D	E	F
0	2 (A)	∞	∞	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	7 (C)	6 (B)	3 (A)

Second prédécesseur de D : E

$$6 + 5 = 11 \nless 7$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

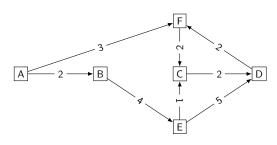
Graphe orienté

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

rincipe

Mise en application

OSPF : algorithme



Α	В	С	D	E	F
0	2 (A)	∞	∞	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	7 (C)	6 (B)	3 (A)

Pas de changement pour E et F

Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté

Protocole RIP Ilgorithme de Bellman-Ford

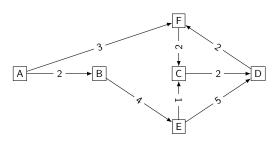
rincipe

Mise en application

OSPE · algorithme

Dijkstra

Deuxième itération



Α	В	С	D	E	F
0	2 (A)	∞	∞	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	7 (C)	6 (B)	3 (A)

Fin de la deuxième itération

Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté Graphe pondéré

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

rincipe

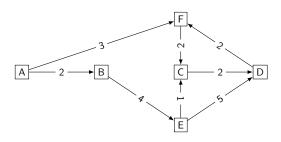
Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme de Dijkstra

rincipe Aise en application

Troisième itération



Α	В	C	D	E	F
0	2 (A)	∞	∞	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	7 (C)	6 (B)	3 (A)
0	2 (A)	5 (F)	7 (C)	6 (B)	3 (A)

Pas de changement lors de la troisième itération

Plus court chemin

Représentation des éseaux

Graphe orienté Graphe pondéré

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

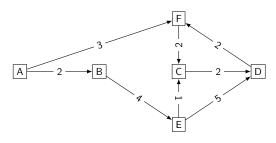
rincine

Mise en application

Complexite

OSPF : algorithme de Dijkstra

rincipe



Α	В	C	D	E	F
0	2 (A)	5 (F)	7 (C)	6 (B)	3 (A)

On remonte dans le tableau pour trouver le chemin vers une destination.

$$D \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow A$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

raphe orienté

Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

rincipe

Mise en application

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe Mise en applicatio

35 / 59

Sommaire

- 1. Représentation des réseaux
- 2. Protocole RIP: algorithme de Bellman-Ford
- 2.1 Principe
- 2.2 Mise en application
- 2.3 Complexité
- 3. OSPF: algorithme de Dijkstra

Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole KIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application Complexité

OSPF: algorithme

Principe

La complexité dépend de :

du nombre de sommets (notée S) : on visite chaque sommet

Tant que (le nombre d'itérations) < (nombre de routeurs)

Représentation des réseaux

Graphe orienté Graphe pondéré

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

Principe Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe Mise en application

- du nombre de sommets (notée S) : on visite chaque sommet
- Tant que (le nombre d'itérations) < (nombre de routeurs)
- du nombre d'arcs (notée A) : pour chaque sommet on regarde tous les arcs du graphe
- 1 Pour chaque arc du graphe

Représentation des

Graphe orienté

Protocole RI

ellman-Ford Principe

Complexité

mpiexite

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe Mise en application

Complexité de l'algorithme de Bellman Ford

O(S.A)

Plus court chemin

eprésentation des

Graphe orienté

rotocole RIP Igorithme de Jellman-Ford

Principe Mise en application

Complexité

OSPF : algorithme

Principe
Mise en application

Sommaire

- 1. Représentation des réseaux
- 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford
- 3. OSPF: algorithme de Dijkstra
- 3.1 Principe
- 3.2 Mise en application
- 3.3 Complexité

Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté

Graphe pon

algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

OSPF: algorithme de Dijkstra - principe

- Edsger Dijkstra : mathématicien néerlandais
- ► Algorithme utilisé dans GPS

Plus court chemin

Représentation des éseaux

Graphe orienté

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en appl

OSPF : algorithme

Principe

À retenir

<u>principe</u>: construire un sous-graphe en ajoutant à chaque itération un sommet de distance minimale.

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en application

OSPF : algorithme de Diikstra

Principe

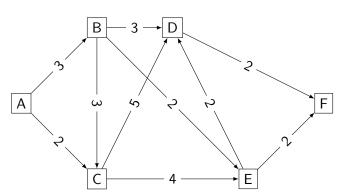


FIGURE 5 – graphe orienté et pondéré

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en applio

OSPF : algorithme

Principe

Sommaire

- 3. OSPF: algorithme de Dijkstra
- 3.2 Mise en application

Plus court chemin

Mise en application

Initialisation:

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs. initialisées à l'infini.
- Modifier la distance vers A à 0.

Plus court chemin

Initialisation:

- Créer un tableau des distances entre A et les routeurs, initialisées à l'infini.
- ▶ Modifier la distance vers A à 0.

Déroulement :

- ► Tant qu'il reste des routeurs non sélectionnés
 - Parmi les routeurs non-sélectionnés, choisir le routeur (noté S) ayant la plus petite distance.
 - Pour chaque routeur adjacent à S (noté V) et non déjà sélectionné :
 - Si (la distance de V) > (la distance de S + poids S-V) ⇒ Mettre à jour la distance de V.

Représentation des éseaux

raphe orienté

rotocole RIP gorithme de

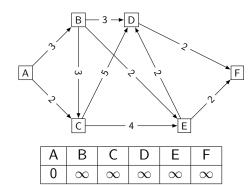
Principe Mise en application

OSPF : algorithme

Principe Mise en application

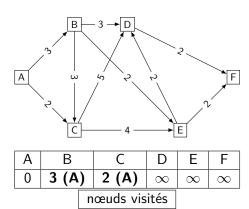
Mise en application Complexité

Initialisation



Plus court chemin

Sélection de A



Α

Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté Graphe pondéré

Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

rincipe

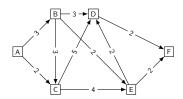
Mise en app

OCDE . alaaaikhaa

de Dijkstra

Principe

Mise en application



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : C.

Α	В	С	D	Е	F
0	3 (A)	2 (A)	∞	∞	∞
	3 (A)	2 (A)	7 (C)	6 (C)	∞

nœuds visités A - C

Plus court chemin

Représentation des éseaux

Graphe orienté

Protocole RIP :

rincine

Mise en applicat

OSPF : algorithme

rincipe

Mise en application

Observation

La route la plus courte a déjà été déterminée pour les nœuds déjà visités. Ils ne seront plus modifiés (cellule grise).

Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté

Graphe pondéré

algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en applicat

Complexité

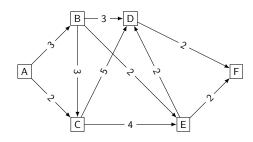
OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Mise en application

mplexité

Activité 2 : Continuer de dérouler l'algorithme sur le graphe.



Plus court chemin

Représentation des

raphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford

Principe

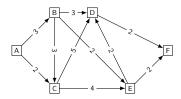
Mise en appl

Complexité

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Mise en application



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : $B. \ \ \,$

Α	В	С	D	E	F
0	3 (A)	2 (A)	∞	∞	∞
	3 (A)	2 (A)	7 (C)	6 (C)	∞
	3 (A)		6 (B)	5 (B)	∞

nœuds visités A - C - B Représentation des réseaux

Graphe orienté Graphe pondéré

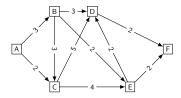
rotocole RIP : Igorithme de

Principe Aise en annlic

Complexité

DSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

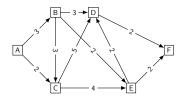


On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : E.

Α	В	С	D	E	F
0	3 (A)	2 (A)	∞	∞	∞
	3 (A)	2 (A)	7 (C)	6 (C)	∞
	3 (A)		6 (B)	5 (B)	∞
			6 (B)	5 (B)	7 (E)

nœuds visités A - C - B - E

Plus court chemin



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : $\mathsf{D}.$

Α	В	С	D	Е	F
0	3 (A)	2 (A)	∞	∞	∞
	3 (A)	2 (A)	7 (C)	6 (C)	∞
	3 (A)		6 (B)	5 (B)	∞
			6 (B)	5 (B)	7 (E)
			6 (B)		7 (E)

nœuds visités A - C - B - E - D Représentation des réseaux

Graphe orienté Graphe pondén

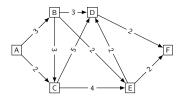
rotocole RIP : gorithme de ellman-Ford

rincipe

Complexité

OSPF: algorithme

incipe



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : F.

Α	В	С	D	Е	F
0	3 (A)	2 (A)	∞	∞	∞
	3 (A)	2 (A)	7 (C)	6 (C)	∞
	3 (A)		6 (B)	5 (B)	∞
			6 (B)	5 (B)	7 (E)
			6 (B)		7 (E)
					7 (E)

nœuds visités A - C - B - E - D - F

Plus court chemin

leprésentation des Éseaux

Graphe orienté Graphe pondéré

rotocole RIP : gorithme de ellman-Ford

rincipe

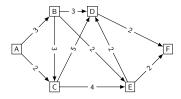
Mise en applica

SPF : algorithme e Diikstra

rincipe

Mise en application

mplexité



On sélectionne le nœud non encore visité et avec la plus petite distance : F.

Α	В	С	D	Е	F
0	3 (A)	2 (A)	∞	∞	∞
	3 (A)	2 (A)	7 (C)	6 (C)	∞
	3 (A)		6 (B)	5 (B)	∞
			6 (B)	5 (B)	7 (E)
			6 (B)		7 (E)
					7 (E)

nœuds visités A - C - B - E - D - F Plus court chemin

Représentation des réseaux

Graphe orienté Graphe pondén

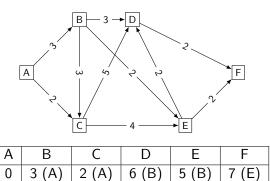
rotocole RIP : Igorithme de Jellman-Ford

rincipe

Mise en applicatio

SPF: algorithme

rincipe



On remonte dans le tableau pour trouver le chemin vers une destination.

$$F \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$$

Plus court chemin

Représentation des réseaux

raphe orienté

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

rincipe

Complexité

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe

Sommaire

- 1. Représentation des réseaux
- 2. Protocole RIP : algorithme de Bellman-Ford
- 3. OSPF: algorithme de Dijkstra
- 3.1 Principe
- 3.2 Mise en application
- 3.3 Complexité

Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté

Graphe pondéré

algorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en applio

OSPF: algorithme de Diikstra

Principe

Mise en application

Complexité

La complexité dépend du nombre de sommets S et du nombre d'arcs A.

Plus court chemin

Représentation des

Graphe orienté

Graphe pondéré

Protocole RIP Ilgorithme de Bellman-Ford

Principe

Mise en applic

OSPF : algorithme de Dijkstra

Principe
Mise en application
Complexité

- La complexité dépend du nombre de sommets S et du nombre d'arcs A.
- Le point clé de l'algorithme tient dans la recherche de la distance minimale.
 - Parmi les routeurs non—sélectionnés, choisir le routeur (noté S) ayant la plus petite distance.

Représentation des éseaux

Graphe orienté

Protocole RIP algorithme de

Principe

Mise en application

OSPF : algorithme

Principe

Complexité de l'algorithme de Dijkstra

$$O((A + S) \times \log S)$$

Plus court chemin

Représentation des éseaux

Graphe orienté

Protocole RIP algorithme de Bellman-Ford

Principe Mise en application

OSPF : algorithme

Principe Mise en application