Fastest Gaussian Blur

Вычисление «в лоб»

Зададим некоторое значение σ. Тогда

$$g(i,j) = \sum_{x=-r}^{r} \sum_{y=-r}^{r} w(x,y) f(i-x, j-y)\,,$$

где

$$w(x,y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-x^2-y^2}{2\sigma^2}\right) / \sum_{x=-r}^{r} \sum_{y=-r}^{r} w(x,y)\,,$$

$$r = [2.57\sigma + 0.5].$$

Вычисление «в лоб»

Пусть $\sigma = 3$, тогда $r = 8$.

 

$n \cdot m \cdot (2r+1)^2$	18939904	$O(n \cdot m \cdot r^2)$

Аппроксимация с помощью box-фильтров

Пусть N – количество box-фильтров. Тогда из дисперсии равномерного распределения можно найти «идеальную усредненную ширину фильтра»:

$$W_I = \sqrt{12\sigma^2/N + 1}$$

$$W_L = \begin{cases} [W_I], & [W_I] \neq 0 \ (mod\ 2) \\ [W_I] - 1, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$W_U = W_L + 2$$

Аппроксимация с помощью box-фильтров

$$m_I = \frac{12\sigma^2 - nW_L^2 - 4nW_L - 3n}{-4W_L - 4}$$

$$m = [m_I + 0.5]$$

$$W(i) = 2r_b(i) + 1 = \begin{cases} W_L, & i < m \\ W_U, & \text{иначе} \end{cases}, \qquad i = 1, \dots, N$$

Для $\sigma = 3$ и $N = 3$ получаем $r_b = (2, 3, 3)$.

Аппроксимация с помощью box-фильтров

$$g_b(i,j) = \sum_{x=-r_b}^{r_b} \sum_{y=-r_b}^{r_b} f(i-x, j-y)/(2r_b)^2$$



Средняя разность: 0.7928

Аппроксимация с помощью box-фильтров

Число операций:

$$n \cdot m \cdot \left\{(2r_{b1}+1)^2 + (2r_{b2}+1)^2 + (2r_{b3}+1)^2\right\} =$$
$$= 8060928$$

Асимптотическая сложность:

$$O(n \cdot m \cdot r_b^2)$$

Разделяемые фильтры

$$g_h(i,j) = \sum_{y=-r_b}^{r_b} f(i, j-y)/(2r_b)$$

$$g_b(i,j) = \sum_{x=-r_b}^{r_b} g_h(i-x, j)/(2r_b)$$

Число операций:

$$2 \cdot (n \cdot m) \cdot \{(2r_{b1} + 1) + (2r_{b2} + 1) + (2r_{b3} + 1)\} =$$

$$= 2490368$$

Асимптотическая сложность:

$$O(n \cdot m \cdot r_b)$$

Использование накопленного значения

$$b_h(i, j+1) = b_h(i, j) + f(i, j+r+1) - f(i, j-r)$$

Число операций:

$$6 \cdot (n \cdot m) + (n+m) \cdot (r_{b1} + r_{b2} + r_{b3}) =$$
$$= 397312$$

Асимптотическая сложность:

$$O(n \cdot m)$$

Сравнение

«В лоб»	$O(n \cdot m \cdot r^2)$	18939904
box-фильтры	$O(n \cdot m \cdot r_b^2)$	8060928
box-фильтры и разделение	$O(n \cdot m \cdot r_b)$	2490368
box-фильтры, разделение и накопление	$O(n \cdot m)$	397312

Выигрыш более чем в 47 раз!