

### Mantissenlänge und relative Maschinengenauigkeit macheps

1. Gegeben seien  $z = \pm m \cdot 2^e$ ,  $e \in \{e_{\min}, \dots, e_{\max}\}$  mit  $m = (1. a_{-1} a_{-2} a_{-3} \dots)_2$ . Zudem sei  $\varepsilon > 0$  gegeben. Angenommen Sie wollen  $z$  als binäre Gleitkommazahl  $\bar{z} = fl(z)$  mit Mantissenlänge  $N$  darstellen, wobei  $fl$  gemäß *roundest-to-nearest* rundet. Wie groß müssen Sie  $N$  wählen, sodass für den relativen Fehler

$$\frac{|z - \bar{z}|}{|z|} < \varepsilon$$

gilt? Berechnen Sie  $N$  beispielhaft für  $10^{-7}$  und  $10^{-16}$ .

2. Schreiben Sie ein Python-Programm, dass die Maschinengenauigkeit ermittelt, indem es einen Wert  $\varepsilon$  so lange halbiert, bis  $1 + \varepsilon > \varepsilon$  als Falsch gewertet wird. Geben Sie diese Zahl an.

### Solution:

Vorlesung

$$\frac{|z - \bar{z}|}{|z|} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^N < \varepsilon$$
$$\Leftrightarrow N < \frac{\log(\varepsilon)}{\log(\frac{1}{2})}$$

```
>>> eps = 1
>>> while 1+eps > 1:
...     eps /= 2
>>> eps
1.1102230246251565e-16
```