华中科技大学研究生课程考试试卷

课程名称：应用高等工程数学　　课程类别 ☑公共课 □专业课　　考核形式 □开卷 ☑闭卷

学生类别________ 考试日期 2017-12-29 学生所在院系________

学号________ 姓名________ 任课教师________

一、填空（每小题3分）

1、若某近似值与π之间的相对误差小于0.01%，则此近似值至少有 5 位有效数字（$\pi=3.14159265\cdots$）。$\frac{1}{2\times1}\times10^{-n+1}=\frac{1}{6}\times10^{-n+1}<0.01\%$

2、设$A=\begin{pmatrix}4&10\\2&5\end{pmatrix}$，求$A^4-9A^3+A^2-8A-4I=$______。

先求 $f(\lambda)=|\lambda I-A|=$　　$g(\lambda)=\lambda^4-9\lambda^3+\lambda^2-8\lambda-4$　　$g(\lambda)=f(\lambda)(\quad)+$___　$g(A)=$___

3、已知方阵A的特征多项式为$f(\lambda)=(\lambda-1)(\lambda-2)^3$，最小多项式为 $m(\lambda)=(\lambda-1)(\lambda-2)^2$，则$A$的Jordan标准型为 $\begin{bmatrix}1&&&\\&2&1&\\&&2&\\&&&2\end{bmatrix}$ 或 $\begin{bmatrix}1&&&\\&2&&\\&&2&1\\&&&2\end{bmatrix}$。

1不动　一个1

4、设$A=\begin{pmatrix}1&\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{3}\end{pmatrix}$，$x=\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$，则$\|Ax\|_\infty=$ $\frac{1}{2}$，$cond(A)_1=$ 27。

$Ax=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}\\0\end{bmatrix}$　$\|A\|_1=\frac{3}{2}$　$\|A^{-1}\|_1=18$

5、多项式空间$P_2(t)$上的线性变换T定义为$Tp(t)=3p(t)-(t+1)\frac{d}{dt}p(t)$，则$T$在基$\{1,t,t^2\}$下的矩阵为$\begin{bmatrix}3&-1&0\\0&2&-2\\0&0&1\end{bmatrix}$。

$P_2(t)$下一个基

$Tp(t)=p(t)\cdot A$

$=[3,\ 2t-1,\ t^2-2t]=(1,t,t^2)\begin{bmatrix}3&-1&0\\0&2&-2\\0&0&1\end{bmatrix}$

6、用隐式Euler法求解初值问题

$$\begin{cases}y'(x)=-5y+x\\y(0)=1\end{cases}$$

取步长$h=0.2$，则$y(0.4)=$ 0.3。

$y_{n+1}=y_n+hf(x_{n+1},y_{n+1})\Rightarrow y_{n+1}=\frac{y_n+0.2x_{n+1}}{2}$　$y(0)=1$，$y(0.2)=0.52$，$y(0.4)=0.3$

7、若求解某线性方程组有迭代公式$X^{(n+1)}=BX^{(n)}+F$，

其中$B=\begin{pmatrix}a&-\sqrt{a}\\3\sqrt{a}&-3\end{pmatrix}$，则该迭代公式收敛的充要条件是 $2<a<4$。$\rho(B)<1$

$|B-\lambda I|=\lambda(\lambda+3-a)=0$　$\lambda_1=0$　$\lambda_2=a-3$　$|a-3|<1$ 且 $a>0$

8、若求解方程的简单迭代格式$x_{k+1}=ax_k+\frac{b}{x_k}$在根$x^*=\sqrt{3}$附近平方收敛，则$a=$ $\frac{1}{2}$，$b=$ $\frac{3}{2}$。

$\varphi'(x)=a-\frac{b}{x^2}=0$

$a=\frac{b}{3}$

$\sqrt{3}=a\sqrt{3}+\frac{b}{\sqrt{3}}$

二、（10分）设$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&2&-3\\1&1&-2\end{pmatrix}$，求可逆矩阵$P$和Jordan矩阵$J$，使$P^{-1}AP=J$。

三、（8分）设$\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$是$R^3$的一个基，$V_1=span\{2\alpha_1+3\alpha_2\}$，

$V_2=span\{\alpha_3-\alpha_2,\alpha_1+\alpha_3\}$，证明：$R^3=V_1\oplus V_2$。

四、（10分）已知函数$f(x)$满足$f(0)=1,f(2)=-3,f(3)=4,f'(3)=13$

试求$f(x)$的三次插值多项式$H_3(x)$并算出$f(1)$的近似值$H_3(1)$；循环[illegible]

若还已知$|f^{(4)}(x)|<1(0\le x\le3)$，证明此近似值的绝对误差小于0.2。

五、（10分）试求实数a,b使$\int_0^1(a+bx-x^2)^2dx$最小，并求出此最小值。

六、（10分）利用3次Chebyshev正交多项式$T_3(x)=4x^3-3x$构造三点Gauss-Chebyshev型求积公式：

$x=-\frac{\sqrt{3}}{2},\ 0,\ \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\int_0^2\frac{f(x)}{\sqrt{2x-x^2}}dx\approx A_0f(x_0)+A_1f(x_1)+A_2f(x_2)$$

并问：（1）所得求积公式的代数精度是多少？

（2）用所得求积公式计算$\int_0^2\frac{(3x^5+4x^4+2x^2-1)}{\sqrt{2x-x^2}}dx$时截断误差是多少？

七、（12分）给定线性方程组

$$\begin{cases}4x_1-x_2+2x_3=7\\4x_1-7x_2+x_3=18.5\\6x_2+10x_3=-7\end{cases}$$

(1) 试用LU分解法求解其方程组；$Ux=y$　$Ly=b$

(2) 分别写出求解方程组的Jacobi和Gauss-Seidel迭代矩阵，并说明这两种迭代格式的收敛性。

八、(8分)讨论求解初值问题$\begin{cases}y'(x)=\lambda y\ (\lambda<0)\\y(0)=a\end{cases}$的二阶中点公式

① $y_{n+1}=(1+\bar{h}+\frac{1}{2}\bar{h}^2)y_n$

② $y_{n+1}+\delta_{n+1}=(1+\bar{h}+\frac{1}{2}\bar{h}^2)(y_n+\delta_n)$

$$y_{n+1}=y_n+hf\left(x_n+\frac{h}{2},y_n+\frac{h}{2}f(x_n,y_n)\right)$$

的稳定性。第五章第6题

②−① $\delta_{n+1}=(1+\bar{h}+\frac{1}{2}\bar{h}^2)\delta_n$

九、(8分)试证用牛顿法求方程$f(x)=(x^2-a)^2=0\ (a>0)$的根$x^*=\sqrt{a}$是线性收敛的，并将Newton公式变形，使其在$x^*=\sqrt{a}$附近具有局部二阶收敛性。

华中科技大学研究生课程考试试卷

课程名称：应用高等工程数学 B（矩阵论、数理统计） 课程类别 √公共课 □专业课 考核形式 □开卷 √闭卷

学生类别 专硕 考试日期 2015.12.1 学生所在院系 软件

学号 [illegible] 姓名 任课教师

一、填空题(每题 3 分共 30 分)

1. $A=\begin{bmatrix}2 & 1\\ -1 & 4\end{bmatrix}$，则 $\|A\|_\infty=$ 5 $\rho(A)=$ 3。

2. 设方阵 A 满足 $A^2+aI=(a+1)A$，则当 a ≠1 时可以对角化。

3. 设 $A_1=\begin{bmatrix}3 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}$，$A_2=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 0 & 2\end{bmatrix}$，则方阵$\begin{bmatrix}A_1 & O\\ O & A_2\end{bmatrix}$的最小多项式为 $(\lambda-2)^2(\lambda-3)$

4. 设方阵的一个特征值λ的代数重数为 6，几何重数为 3，则λ的指标可以为 2，3，4。

5. 对于 n 阶方阵 A 和 B，基于算子范数$\|\cdot\|$的条件数，其大小关系为 $\mathrm{Cond}(AB)$ ≤ $\mathrm{Cond}(A)\,\mathrm{Cond}(B)$。

6. 设$(X_1,X_2,\cdots,X_5)$是取自总体 $N(0,4)$的样本，已知 $a(X_1+X_2)^2+b(X_3+X_4+X_5)^2$ 服从 $\chi^2(n)$分布，则常数 a, b 和自由度 n 分别为 $\frac{1}{8}$，$\frac{1}{12}$，2。

7. 在总体期望μ 的估计类 $M=\{\hat{\mu}=\sum_{i=1}^{n}a_iX_i\}$中，最小方差无偏估计为 $\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\left[\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}{n}\right]$

8. 一般未知参数θ 的置信区间长度 L 会随着置信度$1-\alpha$ 的增大而 减小。

9. 在假设检验中，当显著水平α 较大时，原假设 H_0 更容易被 拒绝。

10. 对线性统计模型：$Y_i\sim N(\beta_0+\beta_1x_i,\sigma^2)$，$i=1,2,\cdots,n$，相互独立，回归系数$\beta_1$ 的最小二乘估计 $\hat{\beta}_1\sim$ ________。

二、(9 分) 求将向量 $x=[1,1,1,1]^T$ 变换为向量 $y=[-2,0,0,0]^T$ 的 Householder 矩阵 H，并证明对任何可逆方阵 A 有 $\mathrm{Cond}_2(H)\le\mathrm{Cond}(A)$。

三、(8 分) 已知 $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\\ -1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$，求 $g(A)=A^5-4A^4+4A^3+6A^2+I$。

四、(9 分) 求可逆矩阵 P，使 $P^{-1}AP$ 为 Jordan 矩阵，其中：$A=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 0\\ -4 & 3 & 0\\ 1 & 0 & 2\end{bmatrix}$。

五、(9 分) 求上题中矩阵 A 的 Doolittle 分解。

六、(8 分) 设总体 X 的期望 $EX=\mu$，方差 $DX=\sigma^2$，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$是取自该总体的样本。对样本作变换：$Y_i=aX_i+b$，$i=1,2,\ldots,n$，$\bar{Y}$ 和 S_Y^2 分别为变换后的样本均值和样本方差，试求 $E\bar{Y}$、$D\bar{Y}$ 和 ES_Y^2。

七、(10 分) 设$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$是取自总体 $N(0,\sigma^2)$的样本。(1) 求未知参数σ^2 的极大似然估计$\hat{\sigma}^2$；(2) 判断$\hat{\sigma}^2$ 是否为无偏估计，如果是无偏估计，其方差能否达到方差下界？

八、(8 分) 设某网店的日营业额服从正态分布，已知同类网店的日均营业额为 3180 元。由该网店随机抽取的 9 天营业额记录算得样本均值 $\bar{x}=3510$ 元，样本标准差 $s=150$ 元。问在显著水平α=0.05 下，能否认为该网店的日均营业额高于同类网店的平均水平？

九、(9 分) 下表列出的是武汉市今年 11 月份五个环境监测点测到的空气污染指数值

监测点	污染指数 x_{ij}			
青山钢花	76	123	124	138
沌口新区	78	95	90	103
汉口江滩	77	122	139	128
东湖高新	74	102	97	122
沉湖七壕	84	89	102	74

假定第 i 个观察点的空气污染指数服从正态分布 $N(\mu_i,\sigma^2)$，试检验各监测点的空气质量差异的显著性。

附：上侧分位点数值

$F_{0.01}(4,15)=4.893$，$F_{0.025}(4,15)=3.804$，$F_{0.05}(4,15)=3.056$，$F_{0.10}(5,15)=2.273$，$F_{0.05}(5,15)=2.901$，$t_{0.025}(8)=2.306$，$t_{0.025}(9)=2.262$，$t_{0.05}(8)=1.86$，$t_{0.05}(9)=1.833$，$t_{0.025}(14)=2.145$

华中科技大学研究生课程考试试卷

课程名称：应用高等工程数学　　课程类别 ☑公共课 □专业课　　考核形式 □开卷 ☑闭卷

学生类别 研究生 考试日期 2014-12-16 学生所在院系________

学号______________姓名______________

任课教师______________

一、填空题（任选 10 小题，每小题 2 分，共计 20 分，多答不加分。）

1. 设 $A=\{A_{ij}\}_{3\times3}$ 的最小多项式为 $m_A(\lambda)=(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)$ 则与 A 相似的对角阵 $B=\begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$.

2. 设矩阵 $A\in C^{n\times n}$ 满足等式：$A^2+A=2I$，问 A 是否可对角化________.

3. 矩阵的谱半径是指____________________.

4. 矩阵特征值的根空间维数等于________________________.

5. 对任何非奇异矩阵 A，都有 $cond\ (A)_p$ ___1，当 A 为正交矩阵时 $cond\ (A)_2=$___.

6. 已知 $\sqrt{5}=2.236067977499\Lambda$，则其近似值 2.23607 有_______位有效数字，通过四舍五入得到其有四位有效数字的近似值为__________.

7. 已知 $f(x)=2x^3-4x^2+1$，则 $f[0,1,2,3]=$ __________，$f[0,1,2,3,4]=$__________.

8. 当 n 为奇数时，等距节点的插值型 $(N-C)$ 求积公式 $I_n=(b-a)\sum_{i=1}^{n}C_i f(x_i)$ 至少有____次代数精度.

9. $\varphi(x)=x+\lambda(x^2-3)$，要使迭代法 $x_{k+1}=\varphi(x_k)$ 局部收敛到 $x^*=\sqrt{3}$，则 λ 的取值范围是___________.

10. 试写出方程 $f(x)=x^3-a=0$ 的牛顿迭代格式______________.

11. 设 (X_1,Λ,X_n) 为 $X\sim N(0,1)$ 的样本，$X_{(1)}\le X_{(2)}\le\Lambda\le X_{(n)}$ 为次序统计量，则 ${X_{(1)}}^2+{X_{(2)}}^2+\Lambda+{X_{(n)}}^2\sim$__________.

12. 给出点估计评价的三个标准________.

13. 给出假设检验中显著性水平 α 与统计假设 H_0 的关系________.

14. 设 (X_1,Λ,X_n) 为 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，μ 未知，σ^2 已知，μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的双侧区间估计为__________.

15. 使用方差分析时对数据的要求是_______.

二、计算证明题（任选 4 题，每小题 10 分，满分 40 分，多答不加分。）

16. 已知 R^3 中的两个基底 $B_1=\left\{\begin{bmatrix}1\\-1\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\1\\-1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}\right\}$，$B_2=\left\{\begin{bmatrix}1\\-1\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}\right\}$，求从 B_1 到 B_2 的基变换矩阵。

17. 设 R^4 中的向量 $x_1=\begin{bmatrix}1\\2\\1\\0\end{bmatrix}$，$x_2=\begin{bmatrix}-1\\1\\1\\1\end{bmatrix}$，$x_3=\begin{bmatrix}2\\-1\\0\\1\end{bmatrix}$，$x_4=\begin{bmatrix}-1\\-1\\3\\7\end{bmatrix}$，分别张成 $w_1=span\{x_1,x_2\}$，$w_2=span\{x_3,x_4\}$，求 w_1+w_2 及 $w_1\ \mathrm{I}\ w_2$ 的基底及维数。

18. 设 T 是线性空间 V^3 的线性变换，已知 T 在基 $B=\{\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3\}$ 下的矩阵 A 为

$$A=\begin{bmatrix}2&2&-1\\-1&-1&1\\-1&2&2\end{bmatrix},$$

求 T 的特征值和对应的特征向量。

19. 设 $A=\begin{pmatrix}2&1&1\\0&3&0\\1&1&2\end{pmatrix}$，求可逆矩阵 P 和 Jordan 矩阵 J，使 $AP=PJ$。

20. 设$A=\begin{bmatrix}0.2 & 0.1 & 0.2\\ 0.5 & 0.5 & 0.4\\ 0.1 & 0.3 & 0.2\end{bmatrix}$，问$\lim_{k\to\infty}A^K=0$成立吗？若成立证明之。

21. $A=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1 & 2\\ 1 & 2 & -1 & 1\\ 2 & 2 & -2 & -1\\ -2 & -4 & 2 & -2\end{bmatrix}$，求$A$的满秩分解。

22. 设有微分方程组$\begin{cases}\dfrac{dx_1(t)}{dt}=2x_1(t)+e^{2t}\\ \dfrac{dx_2(t)}{dt}=x_1(t)+x_2(t)+x_3(t)+e^{2t}\\ \dfrac{dx_3(t)}{dt}=x_1(t)-x_2(t)+3x_3(t)\end{cases}$

$x(0)=[-1,1,0]^T$，求满足初始条件的特解。

23. 设$A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$，求$A$的奇异值分解。

三、计算证明题（任选 4 题，每小题 10 分，满分 40 份，多答不加分。）

24. 对函数$f(0)=-1$，$f'(0)=-2$，$f(1)=0$，$f'(1)=10$，试求过这 2 点的三次 Hermite 插值多项式$H_3(x)$，并写出插值余项的表达式。

25. 试构造两点 Gauss-Chebyshev 求积公式

$$\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}f(x)dx\approx A_0f(x_0)+A_1f(x_1)$$

并由此计算积分$\int_{-1}^{1}\sqrt{\dfrac{3+2x^2}{1-x^2}}dx$。

26. 设有常微分方程初值问题$\begin{cases}y'(x)=f(x,y)\\ y(0)=a\end{cases}$的隐式中点公式

$$y_{n+1}=y_n+hf\left(x_{n+\frac{h}{2}},\frac{y_n+y_{n+1}}{2}\right)$$，证明该方法是无条件稳定的。

27. 方程$Ax=b$的系数矩阵为$A=\begin{bmatrix}a & 5 & 0\\ 1 & a & 2\\ 0 & 2 & a\end{bmatrix}$，问$a$取何值时，Jacobi 迭代收敛？

28. 设(X_1,Λ,X_n)为总体X的一个样本，$EX=\mu$，μ未知。

（1）$\overline{X}$是否为μ的无偏估计？

（2）由(X_1,Λ,X_n)构造μ的n个无偏估计.

（3）设$\sum_{i=1}^{n}a_i=1,a_i>0,i=1,\Lambda,n$.

问$\hat{\mu}=\sum_{i=1}^{n}a_iX_i$是否为$\mu$的无偏估计，若是$\mu$的无偏估计，确定$a_i$，$i=1,\Lambda,n$，使$\hat{\mu}$的方差最小。

29. 某纺织厂生产的某种产品的纤度，设服从正态分布，标准差$\sigma=0.048$，现抽取 5 根测得纤度为 1.32,1.55,1.36,1.40,1.44，问在显著性水平$\alpha=0.10$下，能否认为σ^2无显著变化。（$\chi^2_{0.05}(4)=0.711$，$\chi^2_{0.95}(4)=9.488$）

30. 设有三个工厂生产同一种机械锻件，为比较这三个厂生产的锻件强度无显著差异，分别从每个厂随机抽 4 件，测得强度数据如下：

工厂	强度数据			
A_1	103	101	98	110
A_2	113	107	108	116
A_3	82	92	84	86

设第 i 个厂的强度服从 $N(\mu_i,\sigma^2)$，$i=1,2,3$。检验三个厂的平均强度有无显著差异？ $\alpha=0.05$（$F_{0.95}(2,9)=4.26, F_{0.95}(3,12)=3.49$）

31. 已知 y 与三个自变量的观察值如下表：

x_1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1
x_2	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1
x_3	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
y	7.6	10.3	9.2	10.2	8.4	11.1	9.8	12.6

求 y 对 x_1,x_2,x_3 的回归方程。

32. 有经过 xmin 反应之后的数据如下：

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	28.5	16.9	17.5	14.0	9.8	8.9

设 $y=\beta_0\beta_1^x\varepsilon$（$\varepsilon$ 满足回归分析条件），求 β_0,β_1 的点估计，并求 $\hat{y}=\hat{\beta}_0\hat{\beta}_1^x$.

华中科技大学研究生课程考试试卷

课程名称：应用高等工程数学　课程类别 □公共课 □专业课　考核形式 □开卷 □闭卷

学生类别＿＿＿＿考试日期 2013.12.17　学生所在院系＿＿＿＿

学号＿＿＿＿姓名＿＿＿＿任课教师＿＿＿＿

一、填空题：（1×10=10 分）

1. 给出三个线性变换的例子＿＿＿＿.

2. 矩阵的特征值的几何重数与代数重数的关系是＿＿＿＿.

3. 对 $A=[a_{ij}]_{m\times n}$ 给出 A 的某一范数＿＿＿＿.

4. 矩阵对角化可认为是矩阵 Jordan 标准型的＿＿＿＿.

5. 三个节点的 Newton-Cotes 求积公式的代数精度为＿＿＿＿.

6. Newton-Cotes 求积公式的精确程度能否一定随着代数精度的提高而提高？＿＿＿＿

7. 用非线性方程求根的 Newton 迭代法，写出求 $\sqrt{3}$ 的近似值的一种计算格式＿＿＿＿.

8. 若 $f(x)=2x^7+x^5+1$，则 $f[0,1,\cdots,7]=$＿＿＿＿，＿＿＿＿

9. 设 $(X_1,\cdots X_n)$ 为 $X\sim N(0,1)$ 的样本，$X_{(1)}\le\cdots\le X_{(n)}$，则 $X_{(1)}{}^2+\cdots+X_{(n)}{}^2\sim$＿＿＿＿.

10. 设 $(X_1,\cdots X_n)$ 为 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，μ,σ^2 均未知，μ 的置信概率为 $1-\alpha$ 的双侧区间估计为＿＿＿＿.

二、计算证明题（9×10=90 分）

11. 设 V_1,V_2 分别为齐次方程组 $x_1+\cdots+x_n=0$ 和 $x_1=\cdots=x_n$ 的解空间，问：$R^n=V_1\oplus V_2$ 是否成立？若成立给出证明，若不成立给出反例。

12. 设 $[\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3]$ 为线性空间 V 的一个基底，T 为 V 上的一个线性变换，设 T 在 $[\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3]$ 下的矩阵 $A=\begin{bmatrix}2&2&-1\\-1&-1&1\\-1&-2&2\end{bmatrix}$，求 T 的特征值与特征向量。

13. 设 $A=\begin{bmatrix}3&1&-1\\2&2&-1\\2&2&0\end{bmatrix}$，求 A 的 Jordan 标准型.

14. 用 Gauss 列主元解法求下列方程组的解

$$\begin{bmatrix}1&2&3\\0&1&2\\2&4&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}14\\8\\13\end{bmatrix}$$

15. 给出方程组 $\begin{bmatrix}1&a&0\\a&2&0\\1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$，确定 a 的范围，使方程组对应的 Jacobi 迭代收敛.

16. 求一个次数不超过 4 的多项式 $P(x)$，使它满足 $P(0)=P'(1)=1$，$P(1)=P'(0)=0$，$P(2)=1$，并写出其余项表达式.

	0	1	2
P(x)	1	0	1
P'(x)	0	1	

17. 设 $(X_1,\cdots,X_m)$，$(Y_1,\cdots,Y_n)$ 为分别来自 $X\sim N(\mu_1,\sigma^2)$，$Y\sim N(\mu_2,\sigma^2)$ 的两个独立样本，X 与 Y 独立，求 μ_1,μ_2,σ^2 的极大似然估计.

18. （1）叙述某一非参数假设检验方法.

（2）设有甲、乙两赌徒，他们将一正四面体的四面分别涂为红、黄、蓝、白四种不同颜色，作抛掷试验，任意抛掷四面体，直到白色一面与地面接触为止。记录下抛掷次数，作如此试验 200 次，结果如下：

抛掷次数	1	2	3	4	≥5
频数	56	48	32	28	56

甲赌此四面体均匀，乙赌不均匀，找到一位统计学家，（统计学家取 $\alpha=0.05$）判决，问统计学家判断谁输？（$\chi^2_{0.95}(4)=9.488$）

19. （1）叙述方差分析的条件.

16. 利用重节点差商公式可以做出差商表

（2）五种粮食贮藏法，以含水量为标准，设测试贮藏前含水量几乎无差别，贮藏后含水量如下。

贮藏法 \ 含水量% \ 试验号	1	2	3	4	5
A_1	7.3	8.3	7.6	8.4	8.3
A_2	5.4	7.4	7.1		
A_3	8.1	6.4	7.0		
A_4	7.9	9.5	9.2	8.6	
A_5	7.1	7.5	7.3		

设粮食含水量都服从正态分布，方差相同，在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，问贮藏方法对粮食含水量的影响是否有显著性差异？（$F_{0.95}(4,13)=3.18$，$t_{0.975}(12)=2.1788$）

20. 叙述高斯—马尔可夫条件，给出一元线性回归模型中，模型参数最小二乘估计的算法。

2014 年华科高等工程数学（回忆版）

形式：填空题；大题

填空 27 分（九小题）

1：Jordan 块的计算，给出的是一个标准的 Jordan 块，计算其 10 次方。

2：幂等矩阵，写出其特征多项式，以及最小多项式

3：线性空间方面，直和，空间维数，线性变换知识

4：拉格朗日多项式

5：（BT 题）题目任意给出三点，写出其平行 X 轴的直线方程

6：正态分布中样本均值与样本方差的相关系数

7：无偏估计中，均方误差。

8：

9：单因子的线性回归知识

二：线性变换，已知 T(a1,a2,a3)=(b1,b2,b3),a1,a2,a3; b1,b2,b3 分别为两基，写出 T 在 b1,b2,b3 的矩阵。

三：两点 GUASS 型求积，给定了区间和权函数。需求解除节点和求积系数（计算量比较大）。判断求积截断误差

本帖隐藏的内容

四：求解一个矩阵的广义逆，（啃爹的是四阶矩阵啊）

五：方程求根，普通迭代法。根据要求，求出未知参数的范围

六：连续变量的距估计和极大似然估计

七：假设检验显著性，两个正态总体期望差异性问题（未给出方差未知且未知两者关系，同时样本容量一个为 5，一个为 8）

八：知识点：单因子的方差分析。没有数据，给定一定要求，要求设计一种统计方法来对所提出问题进行检验。

九：证明谱半径小于 1 的矩阵的任意范数的无穷次幂为零

华中科技大学研究生课程考试试卷

课程名称：应用高等工程数学（矩阵论、数理统计） 课程类别 √公共课 □专业课 考核形式 □开卷 √闭卷

学生类别______ 考试日期 2009.12.26 学生 所在院系______

学号______ 姓名______ 任课教师______

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

1、设 A 是正规矩阵，证明 $\rho(A)=\|A\|_2$。 请幸经 §3.3

P_{143}. 例1. $A^HA=AA^H$ $\rho(A)=\lambda$ = $\|A\|_2=\sqrt{\rho(A^HA)}$ 特征值的模的最大值.

~~逆阵A~~,

2、设 $A_1=\begin{pmatrix}3 & 1\\ -4 & -1\end{pmatrix}$，$A_2=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$，$A=\mathrm{diag}(A_1,A_2)$。

(1)试求 A 的最小多项式，并由此判断 A 是否能对角化；

(2)确定 a 的取值范围，使方阵幂级数 $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k^2}{a^k}A^k$ 收敛。

解(1) ~~由于A_1的最小多项式为~~ A_1的特征多项式为 $|A_1-\lambda I|=\begin{vmatrix}3-\lambda & 1\\ -4 & -1-\lambda\end{vmatrix}=(\lambda-1)^2$

$(A-I)=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & -2\end{pmatrix}\neq 0$ 故A_1的最小多项式为 $(\lambda-1)^2$

A_2的特征多项式为 $|A_2-\lambda I|=|$

3、求将向量 $x=[1,\ 1,\ 1,\ 1]^T$ 变换为向量 $y=[-2,\ 0,\ 0,\ 0]^T$ 的 Householder 矩阵 H，并求 $\|H\|_1$ 和 $\mathrm{cond}_1(H)$。

4、$A=\begin{pmatrix} 6 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，求 A 的 Jordan 标准形，并由此求 $\ln A$。

5、用 schmidt 正交化方法求 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 的 QR 分解。

6、设 $\|x\|_a$ 和 $\|x\|_b$ 是 C^n 上的两种向量范数，记

$$\|x\|_c=\max\{\|x\|_a,\ \|x\|_b\},\quad \|x\|_d=\min\{\|x\|_a,\ \|x\|_b\},$$

证明 $\|x\|_c+\|x\|_d$ 也是 C^n 上的向量范数。

7、设 $(X_1, X_2, \cdots, X_5)$ 是取自总体 $N(0, 4)$ 的样本。

(1)求常数 c_1，d_1，使 $c_1(X_1+X_2)^2+d_1(X_3+X_4+X_5)^2$ 服从 χ^2 分布，并指出其自由度。

(2)求常数 c_2，d_2，使 $\dfrac{c_2(X_1+X_2)}{\sqrt{d_2(X_3^2+X_4^2+X_5^2)}}$ 服从 t 分布，并指出其自由度。

8、设总体 X 为区间 $[0, \theta]$ 上的均匀分布，试求未知参数 θ 的矩估计 $\hat{\theta}_M$ 和极大似然估计 $\hat{\theta}_L$，并比较两者的优劣。

9、设一种元件的寿命服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，若寿命的期望值不低于 1000 小时则为是合格品。现从这批元件中抽取了 25 件，测得其平均寿命为 950 小时，如果 $\sigma=100$ 小时，问在显著水平 $\alpha=0.05$ 下，能否认为这批元件是合格的？如果 σ 未知，而 25 件的样本标准差 $s=100$ 小时，结论又是什么？

10、假设某种建筑材料的强度 y 与温度 x 有相关关系：$y=N(\beta_0+\beta_1 x, \sigma^2)$，现做了 7 次试验，得数据如下：

x_i	−10	−5	0	5	10	20	30
y_i	10	20	25	30	35	50	52

(1)求经验回归函数；
(2)在显著水平 $\alpha=0.05$ 下检验 $H_0: \beta_1=0$；
(3)求 $x=28$ 时 y 的双侧 95%预测区间。

附：部分分位点数值

$u_{0.95}=1.645$，$u_{0.975}=1.960$，$u_{0.99}=1.325$，
$t(24)_{0.95}=1.7109$，$t(25)_{0.95}=1.7081$，$t(24)_{0.975}=2.0639$.
$t(5)_{0.95}=2.0150$，$t(6)_{0.95}=1.9432$，$t(7)_{0.95}=1.8946$，
$t(5)_{0.975}=2.5703$，$t(6)_{0.975}=2.4459$，$t(7)_{0.975}=2.8646$