

Radex

Christian Walther Andersen

12. oktober 2021

* * *

Radex detekterer tilstedeværelsen af isotopen ^{223}Ra i billeder gemt i dicom-format. Dicom-filerne læses og ud fra det spektrum, der er gemt i dicom-billedet, findes et estimat for den specifikke aktivitet af ^{223}Ra .

Setup

Kildekoden kan downloades fra GitHub: <https://github.com/cwand/radex>. *Radex* er skrevet i Python og kan bruges uden installation.

Installation

Hvis man ønsker at installere *Radex*, fx hvis programmet skal bruges på en arbejdsstation, der ikke har Python installeret, kan dette gøres ved brug af Python-modulet **pyinstaller**:

```
>>> pyinstaller radex.spec
```

Når installationen er fuldført findes en ny mappe med navnet **dist**, der indeholder alt, der er nødvendigt for at køre programmet. Denne mappe kan så kopieres over på den tiltænkte arbejdsstation, og programmet **radex.exe** kan køres derfra.

For at kunne kalibrere fra tællerate til aktivitet skal der gemmes en kalibrering. Dette program installeres på samme måde med kommandoen

```
>>> pyinstaller calibrate.spec
```

Kort beskrivelse af programmet

Når programmet starter op, vil det først lede efter dicom-filer i den sti der er angivet i **config.ini**. Undermapper medtages i søgningen. Hvis der ikke findes nogle filer med endelsen **.dcm**, vil programmet give en fejlmeddelelse til brugeren og afslutte.

Programmet samler automatisk billeder med samme dicom „Series description“. Dette gør det muligt at lave et samlet spektrum der er optaget på flere forskellige detektorer.

Når programmet har fundet alle tilgængelige dicom-serier, vil den spørge brugeren om en baggrundsmåling, der vil blive brugt på alle resterende analyser.

Når en baggrund er valgt laves en analyse af baggrunden med kalibrering fra de målte kilder som beskrevet ovenfor. Brugeren får vist følsomhed og estimat for MDA i enheder af Bq.

Derefter laves en analyse af hver serie. Efter analysen vises om der måles en aktivitet. Hvis en aktivitet er målt gives et estimat samt hvornår aktiviteten kan forventes at være faldet til 300Bq. Hvis ikke gives en øvre grænse for aktiviteten. For hver måling, hvor der findes en aktivitet giver programmet brugeren mulighed for at logge målingen i dokumentet **radium_log.xlsx**, der findes i samme mappe som **config.ini**.

Når alle serier er analyseret giver programmet mulighed for at arkivere målingerne. Vælges dette vil dicom-filerne blive flyttet til den arkivmappe der er angivet i **config.ini**. Hvis det vælges fra, vil programmet lukke uden at gøre yderligere.

Matematisk baggrund

Til beregning af den målte aktivitet er der to usikkerheder, som *Radex* holder styr på: usikkerheden på følsomheden samt usikkerheden forbundet med tællestatistikken.

Usikkerheden på følsomheden kommer fra, at vi har et antal målinger foretaget på kilder, der har en kendt aktivitet. Lad den baggrundskorrigerede tællerate på hver måling være R_i og aktiviteten på kilden være A_i (antaget uden usikkerhed), hvor $i = 1, \dots, N$. Vores estimer for følsomheden er så $\kappa_i = R_i/A_i$, og middelværdien er

$$\bar{\kappa} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \kappa_i. \quad (1)$$

Vi beregner standardfejlen på $\bar{\kappa}$ ud fra en antagelse om, at κ_i er normalfordelt. Hvis den antagelse holder fås usikkerheden på $\bar{\kappa}$ til

$$\sigma_{\bar{\kappa}} = \frac{s_{\kappa}}{\sqrt{N}}, \quad (2)$$

hvor s_{κ} er et estimat for standardafvigelsen

$$s_{\kappa} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\kappa_i - \bar{\kappa})^2}{N - 1}}. \quad (3)$$

Estimerne κ_i vil ikke være eksakt normalfordelte, og en direkte simulering viser, at standardfejlen typisk er undervurderet for små tælleletal og overvurderet for store tælleletal.

Den tællestatistiske baggrund for programmet er taget fra ref. [1], og er kort summeret her.

Den primære data vi arbejder med er tælleletal (counts), som med kendt måletid og følsomhed nemt kan omsættes til en aktivitet. Vi ignorerer usikkerheden på begge disse to omsætningsparametre. Der er tre tælleletal, vi skal holde styr på: Baggrunden B , signalet S og det totale tælleletal $G = B + S$. Vi kan måle B og G , men $S = G - B$ kan ikke måles direkte.

Vi antager, at tælleallene er Poisson-fordelte, altså at B kan tænkes som et tilfældigt tal trukket fra en Poissonfordeling med middelværdi og varians μ_B , og ligeledes for G og S . Dermed vil den estimerede standardafvigelse på baggrunden være $\sigma_B = \sqrt{B}$, mens den estimerede standardafvigelse på signalet er $\sigma_S = \sqrt{B + G}$.

Spørgsmålet, som ref. [1] forsøger at besvare er, hvornår vi kan sige at et givet signal S er lig med en detektion og hvor stor usikkerhed vi skal give til målingen. I den forbindelse fastsætter vi to grænser: Den første er det kritiske niveau L_C . Hvis $S > L_C$ vil vi sige, at vi har observeret et signal, der ikke blot er et udsving i baggrunden. Den anden grænse er detektionsgrænsen L_D . Den angiver, hvor stort et tælleletal en kilde skal have, før vi *a priori* kan forvente at observere et signal, der er større end L_C .

Med til disse grænser hører et valg om, hvor stor tolerance vi vil tillade for at lave fejl af type I (α , falsk positiv) og type II (β , falsk negativ). *Radex* sætter $\alpha = \beta = 0.05$ som udgangspunkt. De to grænser kan så beregnes med formlerne

$$L_C = k_{\alpha} \sqrt{2B}, \quad (4)$$

$$L_D = L_C + \frac{k_{\beta}^2}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4L_C}{k_{\beta}^2} + \frac{4L_C^2}{k_{\alpha}^2 k_{\beta}^2}} \right), \quad (5)$$

hvor k_{α} og k_{β} er abscissen i en standard normalfordeling svarende til sandsynlighedsniveauet $1 - \alpha$ og $1 - \beta$ henholdsvis.

Når et resultat vises for brugeren rapporteres det målte signal i aktivitet, hvorfor både usikkerheden på følsomheden og usikkerheden fra tællestatistikken spiller ind. Aktiviteten er

$$A = \frac{S/t}{\kappa}, \quad (6)$$

hvor t er måletiden, som antages at være uden usikkerhed. Fra propagering af usikkerheder fås usikkerheden på aktiviteten til

$$\sigma_A = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{\sigma_S^2}{t^2} + A^2 \sigma_{\bar{\kappa}}^2} \quad (7)$$

Hvis $S > L_C$ angives et observeret signal af værdien $A \pm z_{1-\gamma/2}\sigma_A$, hvor $z_{1-\gamma/2}$ er den kritiske værdi på en standard normalfordeling svarende til et sandsynlighedsniveau på $1 - \gamma/2$.

Hvis i stedet $S \leq L_C$ angives intet signal, og der rapporteres en øvre grænse på den sande værdi af signalet på $A + z_{1-\gamma}\sigma_A$. Bemærk her det ensidede konfidensinterval ($1 - \gamma$ i stedet for $1 - \gamma/2$), da vi kun rapporterer en øvre grænse.

I *Radex* er γ sat til 0.05 som udgangspunkt.

Litteratur

- [1] L. A. Currie, *Limits for qualitative detection and quantitative determination. Application to radiochemistry*, *Analytical Chemistry* **40** (1968) 586
[<https://doi.org/10.1021/ac60259a007>].