

炮弹弹道轨迹误差正估计

摘要

炮弹弹道是属于远程间瞄武器,射击时是有误差的,而且误差随射击距离显著增加,为了提升其精确性,需要进行炮弹发射弹道命中目标误差校正估计,我们将已有的雷达监测数据进行分析,修正我方炮弹的发射参数以提高命中率。以炮弹弹道轨迹提出了三个问题,本文运用三维立体几模型,物理抛体运动等知识,得到了炮弹弹道运动轨迹方程,在给定的条件下给出最优的发射偏角设计加工参数,并针对炮弹发射过程中弹道的误差给出了我们的设计。

针对问题一,跟据炮弹进入雷达检测区域的已知数据,首先可以确定每 0.2s 炮弹都有一个确定的坐标点对应,然后建立三维坐标系,接着用 MATLAB 软件编程,绘制出炮弹轨迹的一些离散的点,然后对这些离散的点进行曲线拟合处理,拟合出雷达检测区域炮弹的运动轨迹,忽略风速及各种阻力对炮弹弹道的影响,建立理想化的模型,然后跟据炮弹发射轨迹的对称性,在图像中可推测炮弹的大概位置,又跟据抛体运动可知,速度在运动的水平方向,不考虑阻力时,是没有变化的,速度在竖直方向在重力的作用下,呈现先减小后增大的趋势;。

针对问题二,已知我方火炮与目标的位置,可根据弹道在 XOY 平面上的投影和方位角的数据,接着将投影所在直线的线性方程表示出来,然后忽略阻力的影响,运用物理模型斜抛运动,以时间 t 为中间量,求出 X, Y 的在导弹发射到落地时间段内的改变量,进而求得落地点,并判断炮弹弹道与目标是否存在偏差。然后逆向思维,跟据已知的发射点和落地点求出炮弹的水平位移,同时忽略阻力对炮弹弹道的影响,进而求得仰角和方位角。

针对问题三,综合考虑对弹道造成影响有空气阻力,准度,风速等至少三个因素,将 3 个炮弹的三维立体模型画出,然后跟据炮弹的部分飞行数据,判断炮弹在飞行过程的初始位置和落点,同样利用其对称性,画出其完整的函数图像。

最后对所建立的模型和求解方法的有缺点给出了客观的评价,并指出了改进的方法。

关键词: 曲线拟合、炮弹弹道、线性方程、斜抛运动、逆向思维

一. 问题重述

1.1 引言

根据雷达捕获的炮弹飞行数据，推测敌方炮弹的发射位置或修正我方炮弹的发射参数以提高命中率对于炮兵作战具有重要的指导作用。通常，雷达能够侦测到一定高度和范围内的炮弹的数据，主要分为三类，分别为目标距离（目标与雷达之间的距离）、目标仰角（目标与雷达之间的连线与 XOY 平面的夹角）以及目标方位角（目标在 XOY 平面上垂直投影点到原点的连线与 X 轴正向夹角）。

1.2 问题的提出

请你们团队根据附件 1-附件 3 提供的数据，通过建模分析解决以下问题：

问题 1：附件 1 给出了我方位于 $(0, 0, 0)$ 位置的雷达观测到地方、敌方炮弹的部分飞行数据，请分析推测该炮弹的发射位置和飞行速度的变化规律。

问题 2：我方火炮位于 $(-32500, 25550, 0)$ （单位：米，下同），向位于 $(-11300, 12300, 0)$ 位置的敌方目标发射炮弹。炮弹初速度为 500 米/秒，发射仰角为 $2\pi/9$ ，发射方位角为 $-\pi/6$ ，这里发射仰角指的是发射方向射与 XOY 平面的夹角，发射方位角指的是发射方向射线在 XOY 平面上的投影与 X 轴正方向的夹角。我方雷达在同样气象条件下观测到的炮弹飞行数据见附件 2。试分析炮弹的落点位置，若与目标点存在偏差，请给出发射仰角和方位角的调整方案。

问题 3：我方雷达观测到敌方 3 发来袭炮弹的部分飞行数据，是分析推算其发射和落点位置。

二. 模型假设

- (1) 忽略空气阻力对炮弹的弹道的影响
- (2) 假设炮弹的发射点与雷达在同一水平面上
- (3) 炮弹材质良好，不影响弹道运动轨迹
- (4) 忽略风速的影响

三. 符号说明

$V_{\text{水平}}$ ：炮弹沿水平方向上的分速度

$V_{\text{竖直}}$ ：炮弹沿竖直方向上的分速度

$V_{\text{水平}}'$ ：调整后炮弹沿水平方向上的分速度

$V_{\text{竖直}}'$ ：调整后炮弹沿竖直方向上的分速度

$T_{\text{总}}$ ：炮弹从发射到落回地面所需要的时间

$T_{\text{总}2}$ ：炮弹调整后的飞行时间

$t_{\text{竖直}}$ ：炮弹从发射到运动到最高点所需要的时间

k ：炮弹从发射点到目标点在 XOY 平面的连线所在直线方程的斜率

Δx ：炮弹在沿 x 轴方向坐标的变化量

Δy ：炮弹在沿 y 轴方向坐标的变化量

x_0 ：炮弹发射点 x 坐标

y_0 ：炮弹发射点 y 坐标

$V_{\text{初}}$ ：炮弹发射的初速度

θ_1 : 目标仰角
 θ_2 : 目标方位角
 θ_3 : 调整后的目标仰角
 θ_4 : 调整后的目标方位角
 S_1 : 在 XOY 平面上的水平位移
 S_2 : 炮弹调整后在 XOY 平面上的水平位移
 g : 重力加速度

四. 问题分析

4.1 问题一分析

题目要求跟据雷达检测到的炮弹的部分飞行数据, 推测出该炮弹的发射位置和飞行速度的变化规律, 给定已知数据炮弹每 0.2s 的仰角和方位角的变化, 我们将这些数据进行整合, 考虑用三维坐标系表示这些离散的点, 拟合出炮弹弹道的变化规律。首先我们根据三维的图像, 将图像进行三个平面上 (XOY, YOZ, XOZ) 的投影, 接着跟据运动轨迹, 可以近似的找到图像的曲线方程, 然后跟据炮弹运动轨迹的对称性推测出炮弹的发射点, 跟据类斜抛运动去判断炮弹的速度变化规律。

4.2 问题二分析

题目要求分析炮弹的落点位置, 给定炮弹发射位置, 目标位置, 发射仰角, 及发射方位角, 首先将炮弹运动轨迹在 XOY 平面上的投影所在的直线方程求出, 可知炮弹的落点在直线上, 然后将速度正交分解, 跟据斜抛运动知识, 先将炮弹的飞行时间求出, 接着判断炮弹的在 XOY 平面上的位移, 可根据方位角求出炮弹在 X, Y 方向上的变化, 进而求出落点位置。并可知落点位置存在偏差, 然后逆向思维, 跟据发射点与目标点的坐标得知炮弹在 XOY 平面上的位移和方位角, 进而求得炮弹的竖直速度和水平速度, 即求得仰角。

4.3 问题三分析

题目要求给定雷达每 0.2s 监测 3 枚炮弹的的部分飞行数据, 推算其发射点和落点位置, 首先将附件 3 中给定的三组数据将无顺序的数据进行处理, 排完数据后, 将三组数据的散点图象同第一问进行拟合处理, 跟据所示数据, 炮弹轨迹的对称性, 画出完整的函数拟合图像, 可跟据此图像大概找出炮弹的发射位置和落点。

五. 模型建立和解决

5.1 问题一的模型建立和解决

5.1.1 模型的准备

(1) 符号说明

为求出炮弹每 0.2s 的三维坐标位置, 现引入下列符号:

S : 目标与雷达之间的距离

θ_1 : 目标仰角

θ_2 : 目标方位角

(x, y, z) : 炮弹坐标

(2) 炮弹坐标的确定

跟据附件 1 中所给雷达监测出的炮弹每 0.2s 时的数据（目标仰角，目标方位角，以及目标与雷达之间的距离），计算炮弹每 0.2s 的 x ， y ， z 的一段实时坐标为：

$$x = S \cos \theta_1 \cos \theta_2$$

$$y = S \cos \theta_1 \sin \theta_2$$

$$z = S \sin \theta_1$$

5.1.2 模型的建立

为了使炮弹的运动轨迹更加直观化，我们用 MATLAB 软件编程生成三维立体图像，如图 1.1 所示：

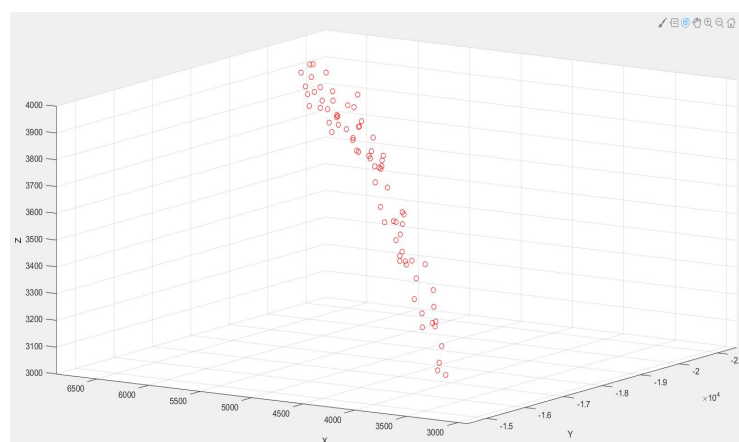


图 1.1 炮弹发射轨迹的散点图

我们不难看出一个类似于抛物线的炮弹运行轨迹，因此我们对得到三维的散点图数据进行二次拟合，拟合成一个类似于抛物线的炮弹轨迹，如图 1.2 所示：

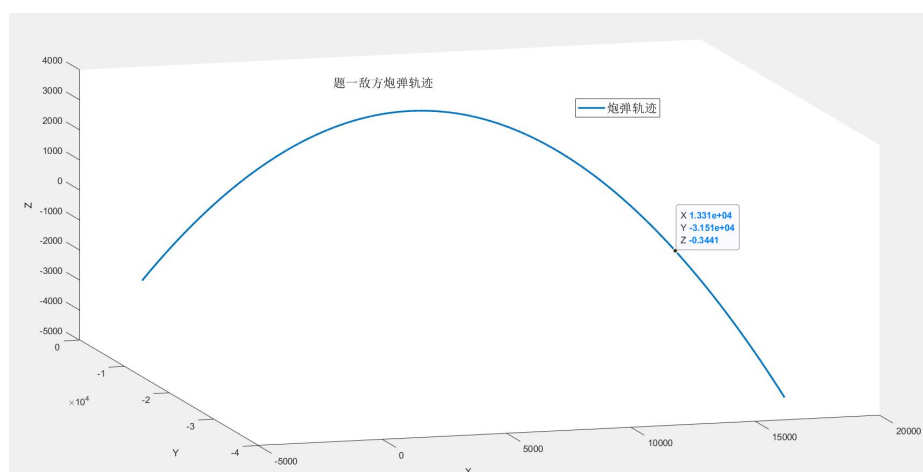


图 1.2 二次拟合立体图像

5.1.3 模型的解决

(1) 数据分解过程

为了使数据分析更加方便，我们将立体图形，分别在 XOY 平面，YOZ 平面，XOZ 平面，做一个投影。如图 1.3，图 1.4，图 1.5 所示：

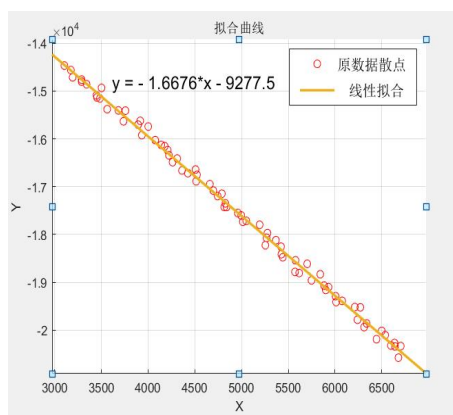


图 1.3：立体图像在 XOY 平面投影

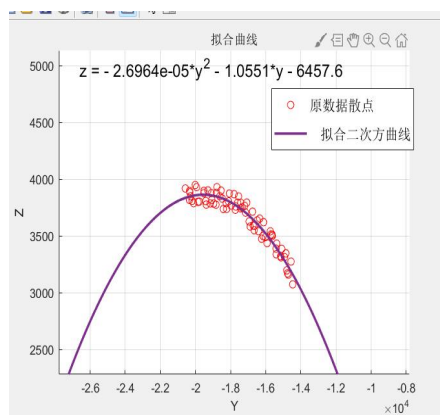


图 1.4：立体图像在 YOZ 平面投影

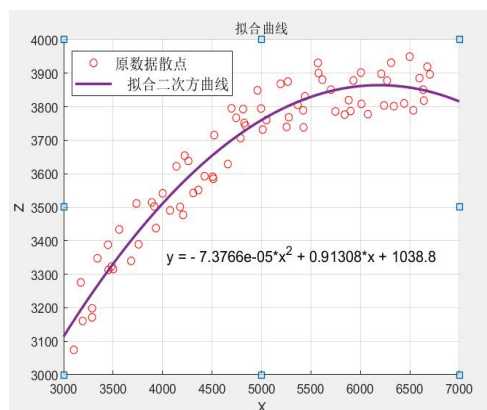


图 1.5 立体图像在 XOZ 平面投影

(2) 对称性的描述

由上图已知数据，我们可根据炮弹抛体运动轨迹的对称性将完整的二次函数图像画出，如图 1.6、1.7 所示

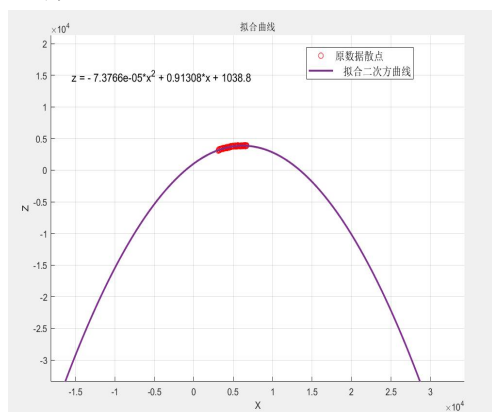


图 1.6 对称后的 XOZ 平面投影

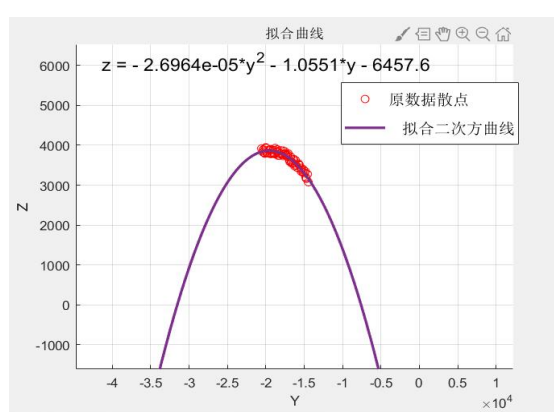


图 1.7 对称后的 YOZ 平面投影

跟据图像中所给数据，我们在 $z=0$ 处找出 x ， y 所对应的坐标，即求出两个点（一个发射点和一个落点），排除(落点位置)，所得数据为：

$$x=-13426.87951844015$$

$$y=31535.71389845240$$

$$z=0$$

(3) 速度变化的分析

跟据抛体运动速度的变化：我们将速度进行理想化处理可以认为水平速度，

即 x , y 不发生变化, z 在竖直方向上收重力作用先减小后增大, 如图 1.8 所示

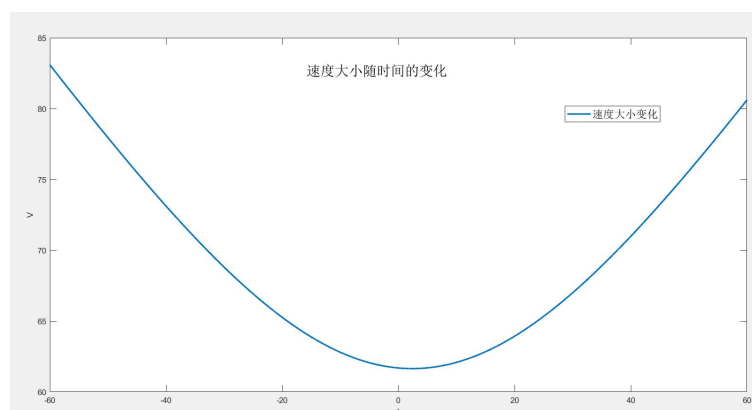


图 1.8: 速度随时间变化曲线

(4) 误差分析:

跟据拟合图像所给取得数据, 我们知道雷达监测的物体具有一定体积的物体, 并不是一个点, 所以我们所求出的只是炮弹发射的大概位置, 只能圈定在此数据的 $(-1m, +1m)$ 左右, 然后给定一个数据范围。

5.2 问题二的模型建立和解决

5.2.1 模型准备

以 XOY 平面作为基准面, 即地面

(1) 符号说明

$V_{\text{水平}}$: 炮弹沿水平方向上的分速度

$V_{\text{竖直}}$: 炮弹沿竖直方向上的分速度

$V'_{\text{水平}}$: 调整后炮弹沿水平方向上的分速度

$V'_{\text{竖直}}$: 调整后炮弹沿竖直方向上的分速度

$T_{\text{总}}$: 炮弹从发射到落回地面所需要的时间

$T_{\text{总}2}$: 炮弹调整后的飞行时间

$t_{\text{竖直}}$: 炮弹从发射到运动到最高点所需要的时间

k : 炮弹从发射点到目标点在 XOY 平面的连线所在直线方程的斜率

Δx : 炮弹在沿 x 轴方向坐标的变化量

Δy : 炮弹在沿 y 轴方向坐标的变化量

x_0 : 炮弹发射点 x 坐标

y_0 : 炮弹发射点 y 坐标

$V_{\text{初}}$: 炮弹发射的初速度

θ_1 : 目标仰角

θ_2 : 目标方位角

θ_3 : 调整后的目标仰角

θ_4 : 调整后的目标方位角

S_1 : 在 XOY 平面上的水平位移

S_2 : 炮弹调整后在 XOY 平面上的水平位移

g : 重力加速度

(2) 参数的确定

炮弹发射的水平分速度 $V_{\text{水平}}$, $V'_{\text{水平}}$:

$$V_{\text{水平}} = V_{\text{初}} \cdot \cos\theta_1$$

$$V_{\text{水平}}' = V_{\text{初}} \cdot \cos\theta_3$$

炮弹发射的竖直速度 $V_{\text{竖直}}$, $V_{\text{竖直}}'$:

$$V_{\text{竖直}} = V_{\text{初}} \cdot \sin\theta_1$$

$$V_{\text{竖直}}' = V_{\text{初}} \cdot \sin\theta_3$$

无空气阻力状态下发射炮弹 $T_{\text{总}}$:

$$T_{\text{总}} = 2 t_{\text{竖直}}$$

在 XOY 平面上的水平位移 S :

$$S = V_{\text{水平}} T_{\text{总}}$$

炮弹从发射到落地的坐标变化 Δx , Δy :

$$\Delta x = S \cdot \cos\theta_1$$

$$\Delta y = -S \cdot \sin\theta_2$$

可根据所给坐标得出 k :

$$k = \frac{25550 - 12300}{-32500 - (-11300)}$$

调整后的发射方位角:

$$\theta_3 = -\arctan k$$

调整后的在 XOY 平面上的水平位移

$$S_2 = \sqrt{(25550 - 12300)^2 + (-32500 + 11300)^2}$$

调整后的飞行时间 $T_{\text{总}2}$:

$$T_{\text{总}2} = S_2 / V_{\text{水平}}'$$

根据竖直方向上的斜抛运动:

$$V_{\text{竖直}}' = g T_{\text{总}2} / 2$$

$$T_{\text{总}2} = 2 V_{\text{竖直}}' / g$$

根据速度分解可知:

$$V_{\text{初}} = \sqrt{V_{\text{水平}}'^2 + V_{\text{竖直}}'^2}$$

偏转仰角 θ_2 的关系:

$$\tan\theta_2 = \frac{V_{\text{竖直}}}{V_{\text{水平}}}$$

5.2.2 模型的建立

(1) 类似模型

①火炮控制区域问题分析

假设空气阻力为零，火炮发射的炮弹质心在空中运动的轨迹称为真空弹道。此时炮弹只受重力作用，在空中的运动是一种抛体运动，炮弹质心的运动轨迹取决于初速度 v_0 与发射角 α 。真空弹道虽不存在，但火炮在空气较为稀薄的高原地带射击，或者在空气稠密的地面附近以较小弹速射击时，可以忽略空气阻力的影响，应用真空弹道模型进行分析，本次模型主要基本真空弹道进行分析。

真空弹道中，由于火炮射击时初速度和发射角的不同，在竖直平面上，炮弹质心的运动轨迹是形状各异的抛物线。对于一门火炮，炮弹的初速度 v_0 为定值的情况下，发射角 α 变化时所有可能的弹道曲线组成了一个曲线簇。图 2 为初速度 $v_0=1000\text{m/s}$ 的火炮以不同发射角发射炮弹时，弹道曲线在二维平面内形成的曲线簇。在曲线簇的边界，平面内存在一条每一点都与其中抛物线上的点相切的曲线，称为该曲线簇的包络线。火炮射击时的控制区域就是该包络线旋转曲面的覆盖区域。

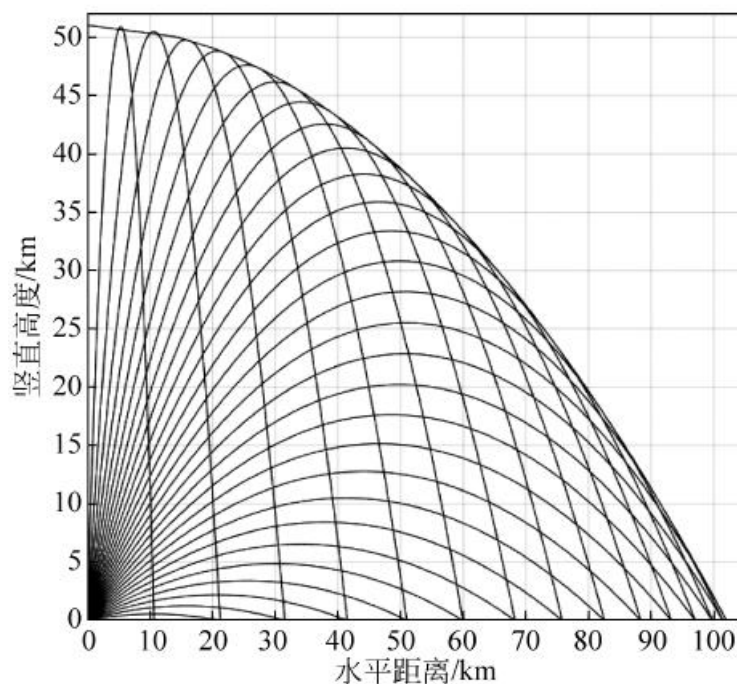


图 2 曲线簇的包络线

②炮弹弹道轨迹方程模拟

火炮射击时，初速度为 v_0 ，发射角为 α 的炮弹质心运动的轨迹方程为

$$Y = \tan\alpha \cdot X - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} X^2 \quad (1)$$

在火炮结构与炮弹类型不变的情况下，火炮发射炮弹的初速度 v_0 为固定值。

为便于分析炮弹质心的运动轨迹与发射角 α 之间的关系，根据量纲分析方法，可以将式 (1) 写为无量纲形式取长度 L 和时间 T 为基本量，轨迹方程中各参量的

量纲分别为

$$\begin{aligned}\dim X &= L, \quad \dim Y = L \\ \dim v_0 &= LT^{-1}, \quad \dim g = LT^{-2}\end{aligned}\quad (2)$$

以 $v_0^2 g^{-1}$ 为坐标单位, 引入无量纲参数:

$$x = \frac{X \cdot g}{v_0^2}, \quad y = \frac{Y \cdot g}{v_0^2} \quad (3)$$

将上式代入炮弹质心的轨迹方程 (1), 可得方程的无量纲形式

$$y = \tan \alpha \cdot x - \frac{x^2}{2 \cos^2 \alpha} \quad (4)$$

真空弹道中以不同发射角发射的炮弹质心轨迹形成了一簇曲线。包络线中的每一点都在其中一条曲线上, 因此包络线方程满足式 (4)。并且对于控制区域内水平方向上的某一固定位置 x , 以不同发射角 α 发射的炮弹质心轨迹经过竖直方向的不同高度 y , 包络线上的点对应炮弹质心轨迹的最大高度。根据极值定理:

$$\frac{dy}{d\alpha} = x \sec^2 \alpha - x^2 \sec^2 \alpha \tan \alpha = 0 \quad (5)$$

由上式可得最大高度对应的发射角 α :

$$\tan \alpha = \frac{1}{x} \quad (6)$$

将上式代入式 (4), 消去参数 α , 得到方程:

$$y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2 \quad (7)$$

式 (7) 表示一条开口向下的抛物线。曲线簇中, 火炮以任意发射角 α 发射的炮弹质心运动轨迹与该抛物线的交点可由以下方程组求得:

$$\begin{cases} y = \tan \alpha \cdot x - \frac{x^2}{2 \cos^2 \alpha} \\ y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2 \end{cases} \quad (8)$$

联立以上方程, 得到抛物线与炮弹质心运动轨迹唯一交点为

$$(x, y) = \left(\cot \alpha, \frac{1}{2}(1 - \cot^2 \alpha) \right) \quad (9)$$

炮弹质心运动轨迹方程 (4) 中该点处的斜率为

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=\cot \alpha} = \tan \alpha - \frac{x}{\cos^2 \alpha} = -\cot \alpha \quad (10)$$

抛物线式（7）中该点处的斜率为

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=\cot\alpha} = -x = -\cot\alpha \quad (11)$$

因此该抛物线与任意发射角 α 发射的炮弹质心运动轨迹相切。抛物线方程（7）为曲线簇的包络线方程。

以火炮位置为坐标原点，弹道曲线所在的平面为 xoy 面，炮弹飞行过程中的水平位置和竖直位置分别为 x 轴和 y 轴。根据方程(13)，二维平面内火炮的控制区域是一个开口向下的抛物线，如图 3（a）所示。三维空间中的火炮控制区域为该包络线的旋转曲面，其方程的无量纲形式为

$$z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \quad (12)$$

在三维空间中的图形如图 3（b）所示。

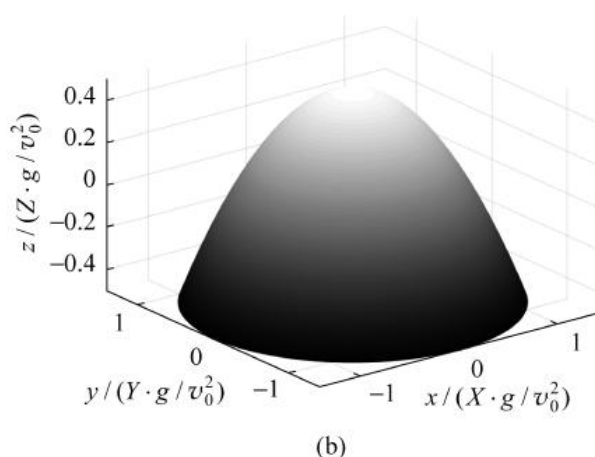
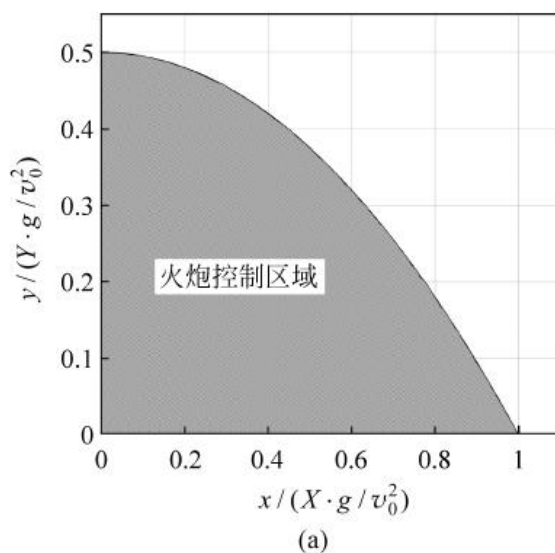


图 3 火炮控制区域

(a) 二维平面火炮控制区域；(b) 三维空间火炮控制区域

（2）拟合处理

运用 matlab 软件，编写程序，我们可以得到附件 2 数据整合后的散点图，

并对数据进行拟合后，得到的图像如图 2.1 所示：

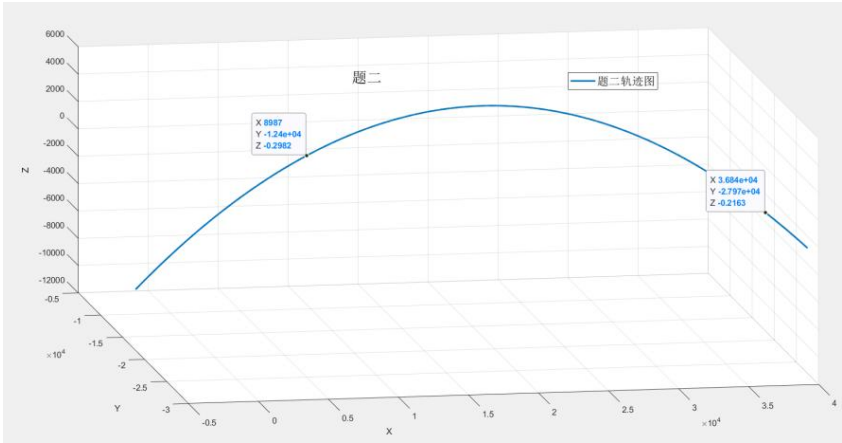


图 2.1 附件 2 拟合后函数图像

5.2.3 模型的解决

首先为了方便分析，我们利用 matlab 软件，将所得的三维散点图在 YOZ 平面，XOZ 平面分别进行投影如图 2.2，图 2.3 所示，

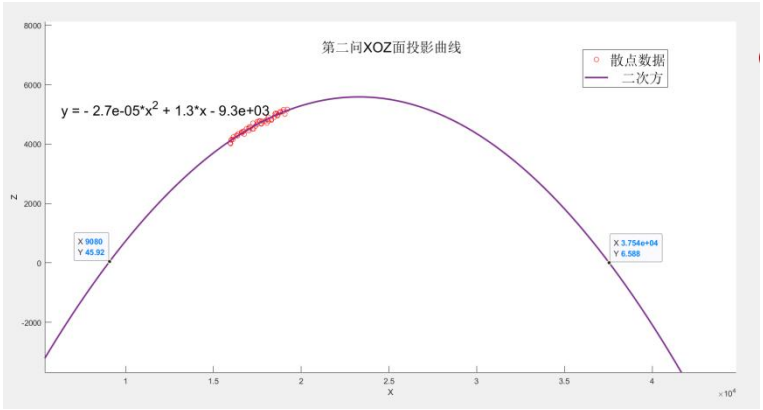


图 2.2 XOZ 平面投影图像

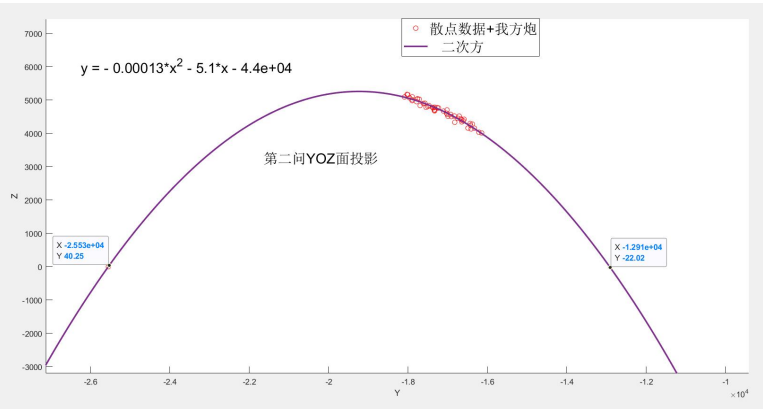


图 2.3 YOZ 平面投影图像

(1) 跟据上述数据我们可以知道炮弹的落点位置为：

$$(x_0 + \Delta x, y_0 - \Delta y, 0)$$

因此得出落点位置为 $(-32494.319372, 24928.4045414, 0)$

(2) 跟据在 XOY 平面上的投影所在直线方程斜率 k ,

求得调整后目标方位角 θ_3 ：

$$\theta_3 = -\arctan k$$

得出调整后的目标方位角：

$$\theta_3 = -32.005383208^\circ$$

调整后的目标仰角 θ_2 为：

$$\theta_2 = \arctan \frac{V_{\text{竖直}}}{V_{\text{水平}}}$$

得出调整后的目标仰角：

$$\theta_2 = 83.1572265873^\circ$$

5.3 问题三的模型建立和解决

5.3.1 模型的建立

从附件 3 中所给的三组数据，首先我们将数据进行可视化的处理，因为所给的每三组数据是无序的我们将这些乱序的散点进行一个排序，然后将一些偏差较大的点进行删除，最后得到了三条有序的散点图，如图 3.1 所示：

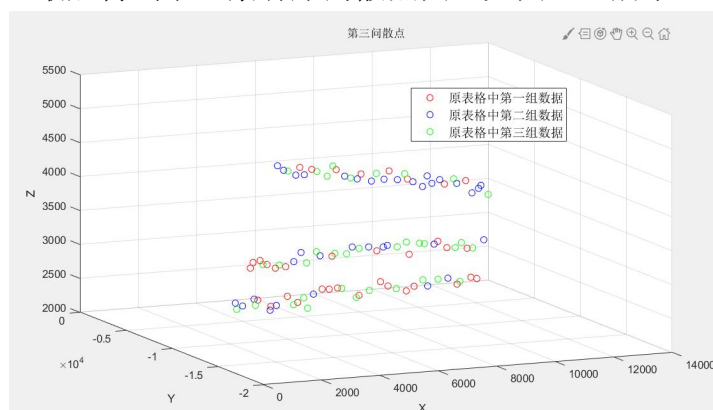


图 3.1 处理数据后的散点图

得到散点图后，为使数据更加可视化，我们分别将数据进行拟合处理，如图 3.2 所示：

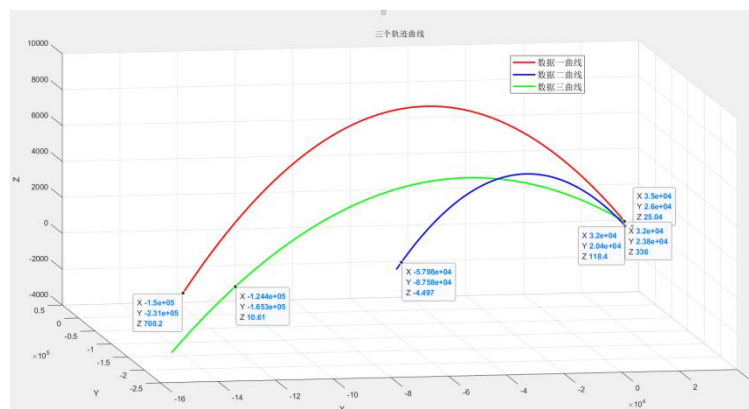


图 3.2 三组数据拟合化处理

得到了三个拟合图像，同样我们可以根据抛体运动的对称性将函数图像的完

整图像画出，可以找到三组炮弹的落点和发射点的大概位置，如图 3.3，图 3.4，图 3.5 所示

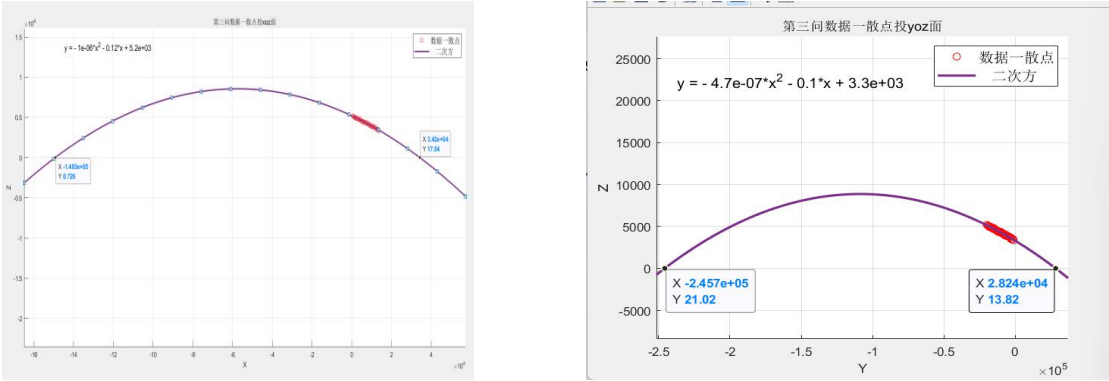


图 3.3 数据一处理后在 XOY 平面和 YOZ 平面上的投影

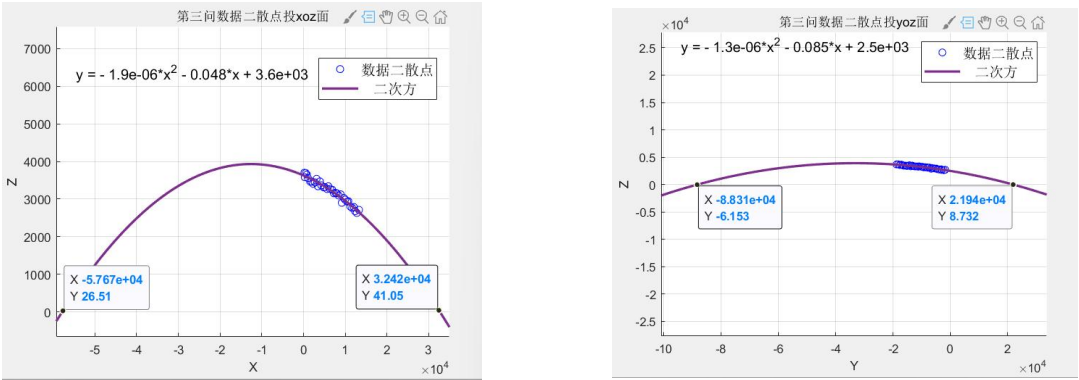
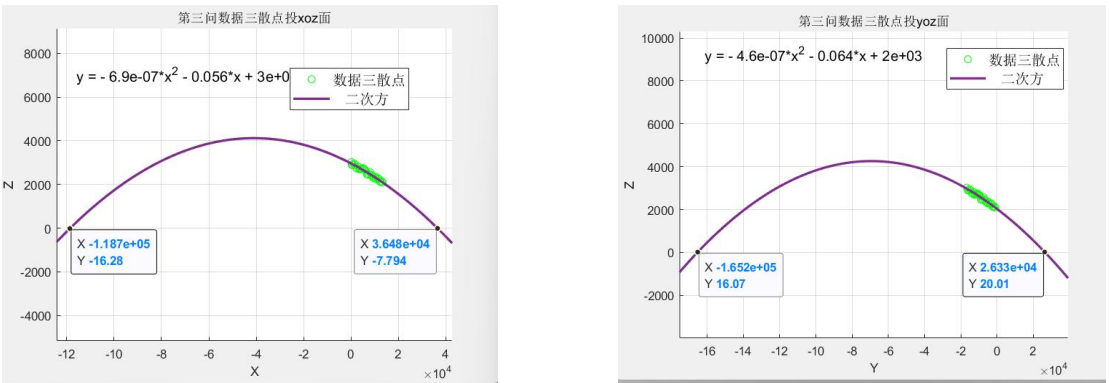


图 3.4: 数据二处理后在 XOY 平面和 YOZ 平面上的投影



3.5: 数据三处理后在 XOY 平面和 YOZ 平面上的投影

5.3.2 模型的解决

跟据图中所给数据，我们可以炮弹发射点与落点的大概位置

数据一：

发射点（35000，26000，25.04），落点（-149300，-245700，0）

数据二：

发射点（32420，23800，336），落点（-57670，-88310，0）

数据三：

发射点（32000，20400，118.4），落点（-118700，-165200，0）

跟据三组数据我们可以知道发射点的位置相近，几乎在一个位置，即炮弹是

有同一个发射器发射出的，三组数据拟合出的图像具有一个交点，这个交点就是所求的发射点，落点即为三组数据所求。

六. 模型的评价和改进

6.1 模型评价

6.1.1 问题一模型评价

问题一建立的是三位立体模拟的抛物线模型，运用抛体运动的对称性，将抽象的部分运动进行模拟化的处理，使抽象化的三维模型更加直观化。本模型主要解决了生活中所遇到常见的抽象化的数据处理，可将问题模拟，更加贴合实际问题。该模型理论严谨，假设大胆合理。

6.1.2 问题二模型评价

问题二模型是基于问题一的基础上，使问题更加实际化，给定具体参数，从理论出发，将理论与实际相结合，巧妙运用速度分解，将数学问题与物理知识相结合，并结合逆向思维巧妙求解。该模型基于严密的数学推论，求解过程严谨，结果可信度高，说服力强。

6.1.3 问题三模型评价

问题三模型综合了问题一的三维立体模型和问题二所给的数据化处理，巧妙使用 MATLAB 软件编写程序，根据题目所给的部分飞行数据信息，拟化完整的图像，创出理想化的模型图像，呈现可视化的数据，巧妙求得题目所需数据

6.2 模型改进

由于题目所给数据的信息量不足，只能根据部分数据去判断整体炮弹运动轨迹的变化，去推测炮弹的大概位置。如果在实际生活中炮弹在雷达监测到落下的过程中的数据是完整的，则可以根据完整的数据，在没有外部因素影响的情况下，我们可以精准计算出炮弹的落点和发射点

参考文献:

- [1] 卢卡奇,雅各布森,弹道学:枪炮弹药的理论与设计[M] 2版.韩珺礼,译.北京:国防工业出版社.2014:123-130.
- [2] 赵凯华,定性与半定量物理学 [M] . 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2015:70-73.
- [3] 同济大学数学系, 高等数学 [M] .7 版. 北京: 高等教育出版社, 2016:152-154.
- [4] 吴王杰, 大学物理学(上册) [M] . 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2014:11-14.
- [8] 火炮控制区域问题的运动学分析与应用 韩佳佳 陶宗明 张 辉 史 博 陈 骁,2020.

附录

图 1.1 所用程序如下:

```
a=xlsread('C:\Users\赵鸿运\Desktop\2022 新疆赛区九校联合选拔 (5)\2022 新疆赛区九校联合选拔\2022 年 A 题\A 题 附件 1.xls');
x=a(:,5);
y=a(:,6);
z=a(:,7);
figure
scatter3(x,y,z,'r')
grid on
```

图 1.2

由来是用时间 t 与 x 与 y 与 z 的函数关系表达式画出来的如下为关系式

$$x=-337.32 \cdot t+19208$$

$$y=192.8 \cdot t-18125$$

$$z=-74.33 \cdot t-3.303 \cdot t^2+5131$$

程序语句如下:

```
figure
t=-60:0.2:60;
x=-337.32.*t+19208;
y=192.8.*t-18125;
z=-74.33.*t-3.303.*t.^2+5131;
plot3(x,y,z)
```

图 1.3, 1.4, 1.5

是将炮弹的三维运动投影到三个面的散点并通过拟合工具箱进行拟合得到的曲线

程序如下:

```
a=xlsread('C:\Users\赵鸿运\Desktop\2022 新疆赛区九校联合选拔 (5)\2022 新疆赛区九校联合选拔\2022 年 A 题\A 题 附件 1.xls');
x=a(:,5);
y=a(:,6);
z=a(:,7);
figure (1)
scatter(x,y,'r')          %xoy 面
grid on
figure (2)
scatter(x,z,'r')          %xoz 面
figure (3)
scatter(y,z,'r')          %yoz 面
grid on
```

图 1.6, 1.7 为将图像缩小后轨迹更加明显的图像

图 1.8 根据上面关系式时间 t 与 x 与 y 与 z 的函数关系进行求一阶导数绘制速度变化规律

程序如下

```
t=-60:0.2:60;
y=192.8;
x=-337.32;
z=-74.33-6.606.*t;
V=(y.^2+x.^2+z.^2).^(1/3);
Plot(V, t)
```

图 2.1 是根据第二问的数据拟合建立时间 t 与 x 与 y 与 z 的函数关系如下

```
x=-3.4e+02.*t+1.9e+04;
y=1.9e+02.*t-1.8e+04;
z=-3.3.*t.^2-76.*t+5.1e+03;
三维运动轨迹
```

程序如下:

```
t=-60:0.01:60;
x=-3.4e+02.*t+1.9e+04;
y=1.9e+02.*t-1.8e+04;
z=-3.3.*t.^2-76.*t+5.1e+03;
figure
plot3(x, y, z)
grid on
```

图 2.2, 2.3 是将三维进行的投影在三个平面中散点并通过拟合工具箱进行拟合得到的曲线
程序如下:

```
a=xlsread('C:\Users\赵鸿运\Desktop\2022 新疆赛区九校联合选拔 (5)\2022 新疆赛区九校联合选拔\2022 年 A 题\A 题 附件 2. xls');
x=a(:,5);
y=a(:,6);
z=a(:,7);
figure (1)
scatter(x, y, 'r')          %xoy 面
grid on
figure (2)
scatter(x, z, 'r')          %xoz 面
figure (3)
scatter(y, z, 'r')          %yoz 面
grid on
```

图 3.1 是将所给数据全部化为散点在三维坐标下的图像程序如下:

```
format long
syms x y z
a=xlsread('C:\Users\赵鸿运\Desktop\题 3 数据. xls');
x1=a(:,1);
y1=a(:,2);
```

```

z1=a(:,3);
figure
scatter3(x1,y1,z1,'r')
grid on;
title('第三问散点');
hold on
x2=a(:,4);
y2=a(:,5);
z2=a(:,6);
scatter3(x2,y2,z2,'b')
grid on;
hold on
x3=a(:,7);
y3=a(:,8);
z3=a(:,9);
scatter3(x3,y3,z3,'g')
grid on;

```

第三问图 3.2 是三发炮弹的轨迹模拟程序如下：从图像中可以看出明显有三条曲线故需对数据进行预处理，得到输入见“整理题三数据.xlsx”

```

figure
x1=-150000:1:32000;
z1=-4.7206e-7.*y1.^2-0.10269.*y1+3290;
z1=-1e-6.*x1.^2-0.12.*x1+5.2e+3;
y1=1.4.*x1-2.1e+4;
plot3(x1,y1,z1,'r')
grid on;
title('三个轨迹曲线')
hold on
x2=-60000:1:32000;
z2=-4.7e-7.*y2.^2-0.1.*y2+3.3e+3
z2=-1.9e-6.*x2.^2-0.048.*x2+3.6e+3
y2=1.2.*x2-1.8e+04
plot3(x2,y2,z2,'b')
grid on;
hold on
x3=-150000:1:35000;
y3=1.2.*x3-1.6e+04
z3=-6.9e-7.*x3.^2-0.056.*x3+3e+3
z3=-4.6e-07.*y3.^2-0.064.*y3+2e+03
plot3(x3,y3,z3,'g')
grid on;

```

图 3.3, 3.4, 3.5 为投影到三个平面的曲线方便找到发射点和落点的坐标

程序如下：

```
format long
syms x y z
a=xlsread('C:\Users\赵鸿运\Desktop\整理题三数据.xlsx');
x1=a(:,1);
y1=a(:,2);
z1=a(:,3);
x2=a(:,4);
y2=a(:,5);
z2=a(:,6);
    x3=a(:,7);
y3=a(:,8);
z3=a(:,9);
figure(1)
scatter(x1,z1,'r')
figure(2)
scatter(y1,z1,'r')
figure(3)
    scatter(x2,z2,'b')
figure(4)
    scatter(y2,z2,'b')
figure(5)
scatter(x3,z3,'g')
figure(6)
scatter(y3,z3,'g')
```