



Họ & tên SV: \_\_\_\_\_

MSSV: \_\_\_\_\_

--	--	--	--	--	--	--	--

Điểm số: \_\_\_\_\_

GV chấm bài: \_\_\_\_\_

Điểm chữ: \_\_\_\_\_

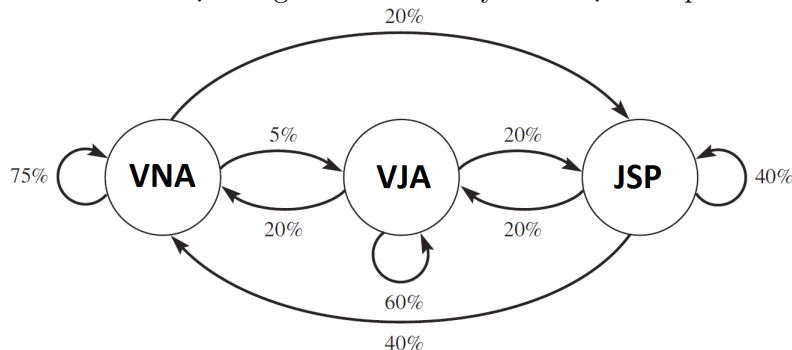
Chữ ký: \_\_\_\_\_

Thang điểm cao nhất là 10. Không được viết nháp vào đề. Chọn đáp án chính xác nhất cho mỗi câu hỏi trắc nghiệm và trả lời trong phiếu. Phần điền vào chỗ trống cần trả lời trực tiếp vào đề.

Các câu 1–2 dùng chung dữ kiện sau.

Người ta đang thực hiện một khảo sát đối với những hành khách là thương nhân đi máy bay hàng tuần sử dụng dịch vụ của 3 hãng nội địa: VietnamAirlines (VNA), VietJetAir (VJA), và Jetstar Pacific (JSP) thì thấy rằng trong số những hành khách sử dụng dịch vụ của VNA có 75% quay lại sử dụng dịch vụ của hãng này, 5% chuyển sang VJA và 20% chuyển sang JSP. Trong số những hành khách sử dụng dịch vụ của VJA có 60% quay lại sử dụng dịch vụ của hãng này, 20% chuyển sang VNA và 20% chuyển sang JSP. Còn trong số những hành khách sử dụng dịch vụ của JSP có 40% quay lại sử dụng dịch vụ của hãng này, 40% chuyển sang VNA và 20% chuyển sang VJA.

Giả sử xu hướng này sẽ còn tiếp diễn theo từng tuần tiếp theo và số lượng hành khách thương nhân này không thay đổi trên toàn hệ thống. Sơ đồ dưới đây tóm lược kết quả khảo sát này.



**Câu 1. (L.O.2.1)**

Gọi  $n$  là tuần thứ  $n$  trong việc di chuyển của các thương nhân này và đặt

- $X_n$  là số lượng hành khách thương nhân sử dụng dịch vụ của hãng VNA vào tuần thứ  $n$ ,
- $Y_n$  là số lượng hành khách thương nhân sử dụng dịch vụ của hãng VJA vào tuần thứ  $n$ ,
- $Z_n$  là số lượng hành khách thương nhân sử dụng dịch vụ của hãng JSP vào tuần thứ  $n$ .

Khi đó, hệ động lực rời rạc dưới dạng ma trận nào sau đây chính là mô hình cho hệ thống tuân theo kết quả khảo sát nói trên?

(A) 
$$\begin{pmatrix} X_{n+1} \\ Y_{n+1} \\ Z_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.400 & 0.20 \\ 0.05 & 0.20 & 0.60 \\ 0.20 & 0.40 & 0.20 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \\ Z_n \end{pmatrix}$$

(B) 
$$\begin{pmatrix} X_{n+1} \\ Y_{n+1} \\ Z_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.05 & 0.20 \\ 0.20 & 0.60 & 0.20 \\ 0.40 & 0.20 & 0.40 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \\ Z_n \end{pmatrix}$$

(C) 
$$\begin{pmatrix} X_{n+1} \\ Y_{n+1} \\ Z_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.20 & 0.40 \\ 0.05 & 0.60 & 0.20 \\ 0.20 & 0.20 & 0.40 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \\ Z_n \end{pmatrix}$$

(D) 
$$\begin{pmatrix} X_{n+1} \\ Y_{n+1} \\ Z_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.20 & 0.40 \\ 0.20 & 0.20 & 0.40 \\ 0.05 & 0.60 & 0.20 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \\ Z_n \end{pmatrix}$$

**Câu 2. (L.O.2.1)**

Trạng thái cân bằng của hệ thống trên xảy ra khi số lượng hành khách sử dụng dịch vụ của mỗi hãng không thay đổi theo tuần, tức là khi  $X_{n+1} = X_n = X$ ,  $Y_{n+1} = Y_n = Y$ , và  $Z_{n+1} = Z_n = Z$ ,  $\forall n$ . Nếu trạng thái cân bằng xảy ra thì  $X$ ,  $Y$ , và  $Z$  sẽ thỏa mãn hệ phương trình tuyến tính thuần nhất nào sau đây?

- (A)  $\begin{pmatrix} -0.25 & 0.40 & 0.20 \\ 0.05 & -0.40 & 0.20 \\ 0.20 & 0.20 & -0.60 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  (B)  $\begin{pmatrix} -0.25 & 0.20 & 0.05 \\ 0.20 & -0.40 & 0.20 \\ 0.40 & 0.20 & -0.60 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -0.25 & 0.05 & 0.20 \\ 0.20 & -0.40 & 0.20 \\ 0.40 & 0.20 & -0.60 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  (D)  $\begin{pmatrix} -0.25 & 0.20 & 0.40 \\ 0.05 & -0.40 & 0.20 \\ 0.20 & 0.20 & -0.60 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

**Câu 3. (L.O.3.1)**

Giả sử tại thời điểm  $t = 0$ , một nửa trong số 100 nghìn cư dân của một cộng đồng nghe thấy một tin đồn nào đó, và số người nghe thấy tin đồn này tăng lên 1000 người mỗi ngày (tức là  $P'(0) = 1000$ ) theo mô hình tăng trưởng logistic. Khi đó hệ số  $k$  trong mô hình  $P' = kP(M - P)$  và nghiệm của mô hình này sẽ là

- (A)  $k = 10^{-2}$  và  $P(t) = \frac{5 \times 10^5}{1 + e^{-\frac{t}{25}}}$  (B)  $k = 4 \times 10^{-7}$  và  $P(t) = \frac{5 \times 10^5}{1 + e^{-10^{-2} \times t}}$
- (C)  $k = 4 \times 10^{-7}$  và  $P(t) = \frac{5 \times 10^5}{1 + e^{-\frac{t}{25}}}$  (D)  $k = 10^{-2}$  và  $P(t) = \frac{5 \times 10^5}{1 - e^{-\frac{t}{25}}}$

Các câu từ 4–8 sử dụng chung thông tin mô tả bên dưới.

Một trường tiểu học đang tiến hành sắp xếp số lượng học sinh cho bốn lớp 1 có tên lần lượt là  $A, B, C, D$  để bắt đầu năm học mới. Số lượng hồ sơ nhập học mà trường nhận được bao gồm  $S^{DT}$  hồ sơ học sinh đúng tuyến, và  $S^{TT}$  hồ sơ học sinh trái tuyến. Để đảm bảo tỷ lệ giữa hồ sơ đúng tuyến (thường là của học sinh địa phương) và hồ sơ trái tuyến (thường là của học sinh không địa phương), trường đưa ra quy định là số hồ sơ trái tuyến trong 1 lớp không được vượt quá  $L_{TT/DT}\%$  số hồ sơ đúng tuyến.

Một vấn đề khác khi sắp xếp số lượng học sinh cho từng lớp là khả năng của các phòng học. Phòng học dành cho lớp  $A$  chỉ chứa tối đa  $C_A$  học sinh, phòng cho lớp  $B$  chỉ chứa tối đa  $C_B$  học sinh, phòng cho lớp  $C$  chỉ chứa tối đa  $C_C$  học sinh, phòng cho lớp  $D$  chỉ chứa tối đa  $C_D$  học sinh.

Mục tiêu sắp xếp của trường là phải tối đa hoá tổng hệ số sử dụng của tất cả các phòng. Chú ý: Hệ số sử dụng phòng = (số học sinh trong lớp)/(khả năng của phòng học).

**Câu 4.** Đại lượng nào sau đây là đầu vào không điều khiển được (uncontrollable input)?

- (A) Số lượng hồ sơ đúng tuyến, trái tuyến. (B) Tỷ lệ hồ sơ trái tuyến trên hồ sơ đúng tuyến.
- (C) Khả năng chứa của các phòng học. (D) Các câu khác đều đúng.

**Câu 5.** Các đại lượng nào sau đây có thể là biến quyết định cho bài toán của công ty?

- (A) Tỷ lệ học sinh đúng tuyến và trái tuyến trong từng lớp.
- (B) Số hồ sơ đúng tuyến và trái tuyến trong từng lớp.
- (C) Hệ số sử dụng của từng phòng.
- (D) Phương án gán lớp cụ thể cho từng hồ sơ học sinh.

**Câu 6. (L.O.2.1)**

Đặt  $S_A^{DT}, S_B^{DT}, S_C^{DT}, S_D^{DT}$  là số lượng hồ sơ đúng tuyến của các lớp  $A, B, C, D$  tương ứng. Tương tự,  $S_A^{TT}, S_B^{TT}, S_C^{TT}, S_D^{TT}$  là ký hiệu cho số hồ sơ trái tuyến của các lớp. Đẳng thức/bất đẳng thức nào sau đây mô tả khả năng chứa tối đa của phòng học dành cho lớp  $A$ ?

- (A)  $S_A^{DT} \leq \frac{L_{TT/DT}}{100} \times S_A^{TT}$  (B)  $S_A^{TT} \leq \frac{L_{TT/DT}}{100} \times S_A^{DT}$
- (C)  $S_A^{DT} + S_B^{DT} + S_C^{DT} + S_D^{DT} = S^{DT}$  (D) Các câu khác đều sai.

**Câu 7.** Biểu thức nào sau đây mô tả tổng hệ số sử dụng của tất cả các phòng?

- (A)  $\sum_{i \in \{A,B,C,D\}} \left( \frac{\sum_{j \in \{DT, TT\}} S_i^j}{C_i} \right)$  (B)  $\sum_{i \in \{A,B,C,D\}} \sum_{j \in \{DT, TT\}} S_i^j$   
 (C)  $\frac{\sum_{i \in \{A,B,C,D\}} S_i^{DT}}{\sum_{i \in \{A,B,C,D\}} S_i^{TT}}$  (D) Các câu khác đều sai.

**Câu 8.** Câu trả lời nào sau đây có thể gọi là vỏ mô hình (model shell) của bài toán nêu trên.

- (A) max Tổng hệ số sử dụng của tất cả các phòng  
 s.t. Ràng buộc về tỷ lệ trái tuyến với đúng tuyến  
 Ràng buộc số lượng học sinh tối đa của từng lớp  
 (B) max Tổng hệ số sử dụng của tất cả các phòng  
 s.t. Ràng buộc về tổng số lượng học sinh đúng tuyến, trái tuyến  
 Ràng buộc số lượng học sinh tối đa của từng lớp  
 (C) min Tổng số học sinh đúng tuyến và trái tuyến được sắp xếp  
 s.t. Ràng buộc về tỷ lệ trái tuyến với đúng tuyến  
 Ràng buộc số lượng học sinh tối đa của từng lớp  
 Ràng buộc về hệ số sử dụng phòng  
 (D) Các câu khác đều sai.

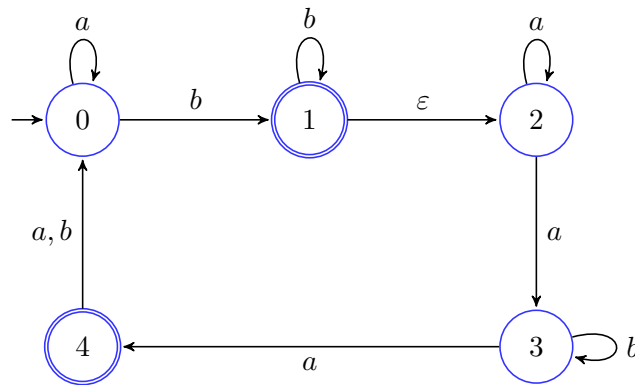
**Câu 9.** Xét  $\Sigma = \{a, b, c\}$  và  $L = \{a, ca, bb, ba\}$ . Chuỗi nào dưới đây không thuộc vào  $L^*$ .

- (A) *abaaacbb* (B) *aacabbbba* (C) *aabacabba* (D) *babacbbbaaa*

**Câu 10.** Xét  $\Sigma = \{a, b\}$  và  $L = \{a, aa, bb, ba\}$ . Chuỗi nào dưới đây không thuộc vào  $L^4$ .

- (A) *aababb* (B) *aaaaa* (C) *abaabba* (D) *bbbbaaa*

Trong các câu 11–14, xét automata hữu hạn trên tập ký tự  $\{a, b\}$  bên dưới đây.



**Câu 11.** (L.O.2.3)

Hãy cho biết đâu không phải là từ hợp lệ trong automata trên.

- (A) *ababa* (B) *aabbaabbab* (C) *aabbbbbaa* (D) *bbbbbaaa*

**Câu 12.** (L.O.1.2)

Xác định biểu thức chính qui cho automata bên trên.

- (A)  $X = a^*b$ ;  $Y = a^*ab^*a$ ;  $Z = X(Y(a+b)X)^* + XY((a+b)XY)^*$   
 (B)  $X = a^*b$ ;  $Y = b^*a^*ab^*a$ ;  $Z = X(Y(a+b)X)^* + XY((a+b)XY)^*$   
 (C)  $X = a^*bb^*$ ;  $Y = a^*ab^*a$ ;  $Z = X(Y(a+b)X)^* + XY((a+b)XY)^*$   
 (D)  $X = (a+b)^*b$ ;  $Y = a^*ab^*a$ ;  $Z = X(Y(a+b)X)^* + XY((a+b)XY)^*$

**Câu 13.** Nếu sử dụng giải thuật đơn định hóa để chuyển NFA trên thành DFA thì DFA mới có bao nhiêu trạng thái.

- (A) 12 (B) 10 (C) 13  
 (D) Các chọn lựa khác đều sai.

**Câu 14.** (L.O.3.2)

Số trạng thái có trong DFA tối giản (tương đương với NFA trên) là bao nhiêu?

- (A) 13                      (B) 10                      (C) 12  
(D) Các chọn lựa khác đều sai.

**Câu 15.** (L.O.2.2)

Chọn phát biểu đúng.

- (A) Số trạng thái của NFA ít hơn và đơn giản hơn so với một DFA tương đương.  
(B) NFA thì số trạng thái không xác định còn DFA thì xác định được số trạng thái.  
(C) NFA không xác định được chắc chắn trạng thái kế tiếp để đơn giản hóa hình vẽ.  
(D) Một automata hữu hạn là một NFA.

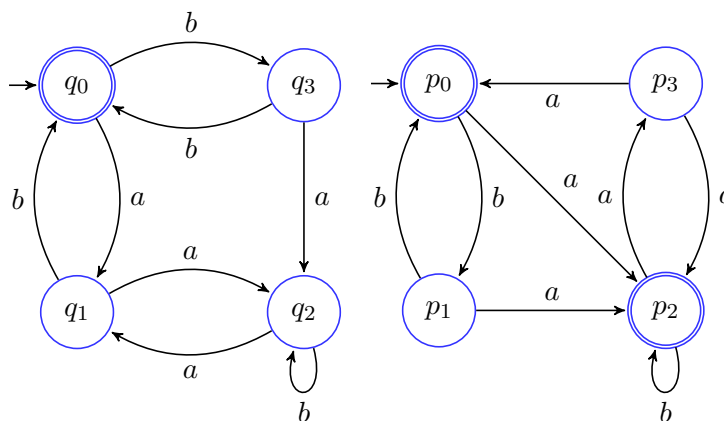
**Câu 16.** (L.O.2.2)

Chọn phát biểu đúng.

- (A) Số trạng thái của mạng Petri không được xác định.  
(B) Mạng Petri cũng là một hình thức của automata mà sự chuyển trạng thái cần sự kích hoạt có điều kiện.  
(C) Một mạng Petri tương đương với một NFA.  
(D) Trong quá trình chuyển từ một NFA sang DFA, tổng số trạng thái không được rút giảm.

**Câu 17.** (L.O.2.3)

Hai automata bên dưới có tương đương không? Nếu không hãy đưa phản ví dụ.



- (A) Tương đương.  
(B) Chỉ tương đương một chiều.  
(C) Không tương đương, phản ví dụ là  $ba$  .

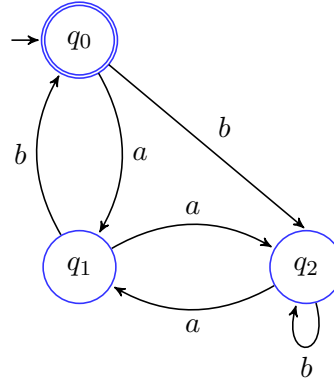
**Câu 18.** ((L.O.2.3)

Hai biểu thức chính qui:  $E_1 = ((a + b)^*(a + c))^*$  và  $E_2 = (a + aa + bc + c)^*$  có biểu diễn cùng một ngôn ngữ không? Nếu không hãy đưa phản ví dụ hoặc giải thích.

- (A) Biểu diễn cùng ngôn ngữ  
(B)  $E_1 \subseteq E_2$   
(C) Không tương đương, phản ví dụ là  $ba$  hay  $bbc$  .

**Câu 19.** (L.O.2.3)

Automata bên dưới và biểu thức chính quy  $E = (ab)^* + bb^*a(aa)^*b(ab)^*$  có biểu diễn cùng một ngôn ngữ không? Nếu không hãy đưa phản ví dụ hoặc giải thích.



- (A) Biểu diễn cùng một ngôn ngữ.
- (B) Không tương đương, phản ví dụ là  $aaab$  hay  $baaabaab$ .

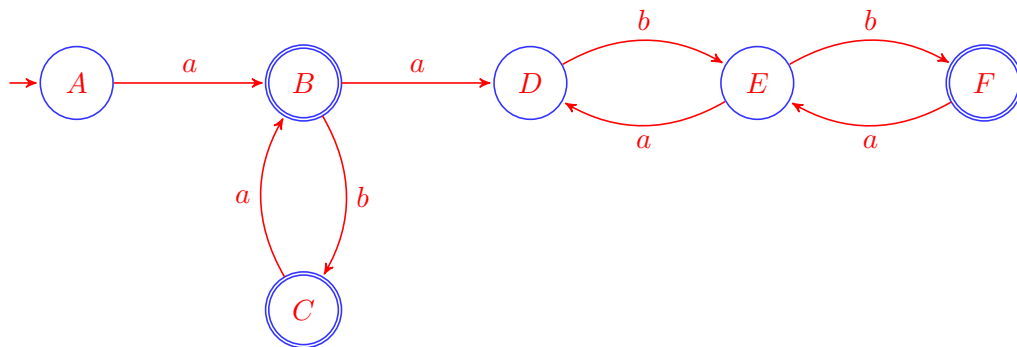
**Câu 20.** Cách nào dưới đây có thể xác định hai automata hữu hạn (FA) là tương đương?

- (A) So sánh số trạng thái của hai FA.
- (B) Chuyển về so sánh bảng chuyển trạng thái của hai automata tối ưu tương ứng.
- (C) Áp dụng vét cạn các trường hợp dựa trên bảng chuyển trạng thái.
- (D) Chuyển về các biểu thức chính quy tương đương để chứng minh bằng toán học.

**Câu 21.** (L.O.2.4)

Hãy vẽ DFA cho ngôn ngữ được biểu diễn bằng biểu thức chính quy  $a(ab + ba)^*b + (ab)^*a$ .

Chuyển về biểu thức tương đương:  $a(ab + ba)^*b + a(ba)^*$ , sau đó dễ dàng xác định DFA như sau:



**Câu 22.** (Câu hỏi dành cho lớp tài năng) Cho hai ngôn ngữ  $L_1$  và  $L_2$  lần lượt được biểu diễn bởi hai biểu thức chính quy:  $E_1 = ((a + b)(a + c))^*$  và  $E_2 = (aa + b + c)^*$ . Hãy xác định một automata hữu hạn cho ngôn ngữ  $L = L_1 \setminus L_2$ .  $(ba + ac)^*$