



Họ & tên SV: \_\_\_\_\_

MSSV: \_\_\_\_\_

--	--	--	--	--	--	--	--

Điểm số: \_\_\_\_\_

GV chấm bài: \_\_\_\_\_

Điểm chữ: \_\_\_\_\_

Chữ ký: \_\_\_\_\_

Thang điểm cao nhất là 10. Không được viết nháp vào đề. Chọn đáp án chính xác nhất cho mỗi câu hỏi trắc nghiệm và trả lời vào trong phiếu.

Trong ba câu từ 1–3, ta sử dụng chung thông tin sau đây.

Một công ty chuyên phục hồi xe hơi và xe tải để bán lại. Mỗi xe phải được xử lý trong hai phân xưởng: phân xưởng tân trang/sơn và phân xưởng sửa chữa. Mỗi xe hơi khi bán được sẽ đóng góp \$3000 vào lợi nhuận công ty, và mỗi xe tải đóng góp \$2000 vào lợi nhuận công ty. Phân xưởng tân trang/sơn có 2400 giờ làm việc, và phân xưởng sửa chữa có 2500 giờ làm việc. Mỗi xe hơi cần 50 giờ sửa chữa và 40 giờ tân trang/sơn, trong khi mỗi xe tải cần 50 giờ sửa chữa và 60 giờ tân trang/sơn. Hãy xây dựng mô hình quy hoạch tuyến tính nguyên xác định số lượng xe hơi và xe tải phải phục hồi để cực đại hoá lợi nhuận.

**Câu 1. (L.O.2.1)**

Hãy cho biết đại lượng nào sau đây có thể là biến quyết định.

- (A) Số giờ làm việc thực tế tại từng phân xưởng  $R_1$  và  $R_2$ .
- (B) Loại xe phục hồi tại từng phân xưởng.
- (C) Số lượng xe hơi  $C$  và xe tải  $T$  phải phục hồi.
- (D) Tổng số giờ phục hồi của cả hai loại phương tiện  $H$ .

**Câu 2. (L.O.2.4)**

Ứng với việc chọn biến quyết định trong câu hỏi trên, ràng buộc nào bên dưới mô tả giới hạn thời gian làm việc tại từng phân xưởng.

- (A)  $H \leq 4900$ .
- (B)  $R_1 + R_2 = 4900$
- (C)  $40C + 60T \leq 2400$  và  $50C + 50T \leq 2500$ .
- (D)  $40C + 60T \leq 2400$  và  $50C + 50T$ .

**Câu 3. (L.O.2.4)**

Hãy cho biết đại lượng nào sau đây có thể là hàm mục tiêu của bài toán.

- (A) (Cực đại hoá) Tổng lợi nhuận thu được của cả hai phân xưởng.
- (B) (Cực đại hoá) Tổng số tiền thu được từ việc sửa chữa tất cả các loại phương tiện.
- (C) (Cực tiểu hoá) Tổng thời lượng làm việc trong các phân xưởng.
- (D) (Cực tiểu hoá) Số lượng phân xưởng phục vụ.

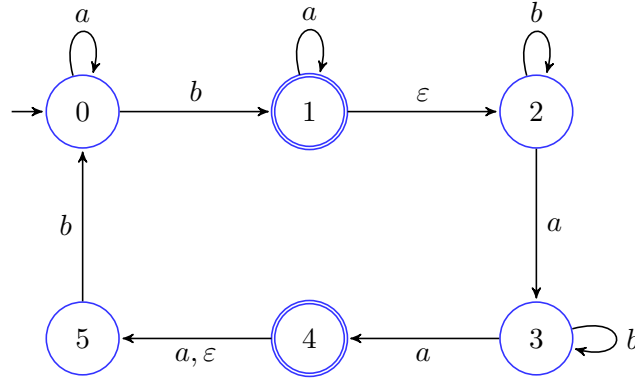
**Câu 4.** Xét  $\Sigma = \{a, b, c\}$  và  $L = \{ab, ca, a, bb, bc\}$ . Chuỗi nào dưới đây thuộc vào  $L^*$ .

- (A)  $abaacbb$
- (B)  $abcabbbba$
- (C)  $aabbbcabbbba$
- (D)  $bbabacabbbaaa$

**Câu 5.** Xét  $\Sigma = \{a, b, c\}$  và  $L = \{a, ab, bc, ba\}$ . Chuỗi nào dưới đây không thuộc vào  $L^5$ .

- (A)  $aabcabba$
- (B)  $aaaaa$
- (C)  $abaababca$
- (D)  $bcbaaaa$

Trong các câu 6–9, xét automata hữu hạn trên tập ký tự  $\{a, b\}$  bên dưới đây.



**Câu 6.** (L.O.2.3)

Hãy cho biết đâu không phải là từ hợp lệ trong automata trên.

- (A) *abababa*      (B) *aabbaabbababa*      (C) *aabbbbbaa*      (D) *bbbbbabaa*

**Câu 7.** (L.O.1.2)

Hãy viết biểu thức chính qui cho automata bên trên.

- (A)  $X = a^*ba^*b^*a$ ;  $Y = b^*a$ ;  $Z = X(Y(ab + b)X)^* + XY((ab + b)XY)^*$   
 (B)  $X = ba^*$ ;  $Y = b^*ab^*a$ ;  $Z = X(Y(ab + b)a^*X)^* + XY((ab + b)a^*XY)^*$   
 (C)  $X = a^*ba^*$ ;  $Y = b^*ab^*a$ ;  $Z = X(Y(a + b)X)^* + XY((a + b)XY)^*$   
 (D)  $X = a^*b$ ;  $Y = a^*b^*ab^*a$ ;  $Z = X(Y(ab + b)X)^* + XY((ab + b)XY)^*$   
 (E)  $X = a^*b$ ;  $Y = a^* + a^*b^*ab^*a$ ;  $Z = X(Y(ab + b)X)^* + XY((ab + b)XY)^*$

**Câu 8.** (L.O.3.2)

Nếu sử dụng giải thuật đơn định hóa để chuyển NFA trên thành DFA thì DFA mới có bao nhiêu trạng thái.

- (A) 18      (B) 20      (C) 15      (D) 13  
 (E) 16

**Câu 9.** (L.O.3.2)

Số trạng thái có trong DFA tối giản (tương đương với NFA trên) là bao nhiêu?

- (A) 20      (B) 3      (C) 10      (D) 16  
 (E) 18

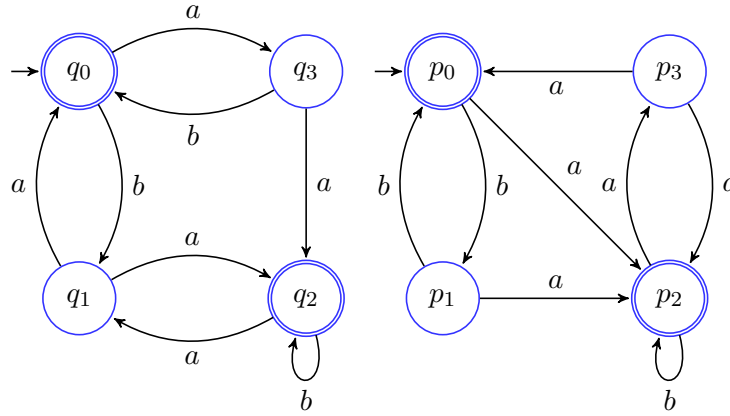
**Câu 10.** (L.O.2.2)

Chọn phát biểu đúng.

- (A) Khi đọc một sự kiện từ một trạng thái, NFA không xác định được chắc chắn trạng thái kế tiếp.  
 (B) NFA thì số trạng thái không xác định còn DFA thì xác định được số trạng thái.  
 (C) Tổng số trạng thái luôn rút giảm trong quá trình đơn định hóa từ một NFA sang DFA.  
 (D) NFA không xác định được chắc chắn trạng thái kế tiếp để đơn giản hóa hình vẽ.

**Câu 11. (L.O.2.3)**

Đáp án nào là phản ví dụ cho thấy hai automata bên dưới không tương đương?



- (A) *abaab*
- (B) *babb*
- (C) *abbaa*
- (D) *baab*

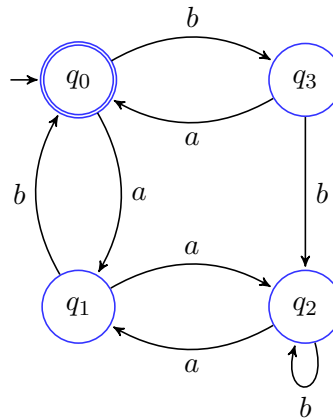
**Câu 12. (L.O.2.1)**

Hai biểu thức chính quy:  $E_1 = ((c + b)^*(a + c))^*$  và  $E_2 = (ba + bc + ca + c)^*$  có biểu diễn cùng một ngôn ngữ không?

- (A) Biểu diễn cùng ngôn ngữ
- (B)  $E_2 \supseteq E_1$
- (C)  $E_1 \subseteq E_2$
- (D) Không tương đương

**Câu 13. (L.O.2.3)**

Để xem xét automata bên dưới và biểu thức chính quy  $E = [(ab)^*(ba)^*(bbb^*a(aa)^*b(ab)^*)^*]^*$  có biểu diễn cùng một ngôn ngữ hay không, hãy chọn phát biểu đúng dưới đây.



- (A) Biểu diễn cùng một ngôn ngữ.
- (B) Không tương đương, phản ví dụ là *aa*.
- (C) Không tương đương, phản ví dụ là *abbaaabab*.
- (D) Không tương đương, tuy nhiên không thể xác định được phản ví dụ.

**Câu 14.** Cách nào dưới đây có thể xác định hai automata hữu hạn (FA) là tương đương?

- (A) So sánh số trạng thái của hai FA.  
(B) Chuyển về so sánh bảng chuyển trạng thái của hai automata tối ưu tương ứng.  
(C) Áp dụng vét cạn các trường hợp dựa trên bảng chuyển trạng thái.  
(D) Chuyển về các biểu thức chính quy tương đương để chứng minh bằng toán học.

Các câu hỏi 15–16 dùng chung giả thiết sau.

Các niên khoản (annuities) thường được sử dụng cho các khoản hưu trí. Một niên khoản (annuity) là một tài khoản tiết kiệm được trả lãi suất theo số tiền thực trong có tài khoản ở thời điểm đang xét và cho phép người gửi rút ra một khoản cố định hàng tháng cho đến khi số tiền trong đó được rút hết. Giả sử lãi suất hàng tháng là 2% và số tiền rút ra hàng tháng là \$500.

**Câu 15.** Giả sử rằng thời gian  $n$  tính theo tháng, và số tiền còn trong tài khoản là  $a_n$  tính theo USD (\$), khi đó số tiền còn lại trong tài khoản là một hệ động lực được mô hình bởi

- (A)  $a_{n+1} = 1.02 a_n + 500$ . (B)  $a_{n+1} = 1.2 a_n - 500$ .  
(C)  $a_{n+1} = 1.02 a_n - 500$ . (D)  $a_{n+1} = 1.24 a_n - 500$ .

**Câu 16.** Khoản tiền ban đầu trong niên khoản  $a_0$  là bao nhiêu để người gửi có thể tiêu hết đúng trong 5 năm?

- (A)  $a_0 = \$18380.44$  (B)  $a_0 = \$17380.44$  (C)  $a_0 = \$90819.42$  (D)  $a_0 = \$30000$

**Câu 17.** Một loại hóa chất điều trị bệnh có tác dụng tốt khi nồng độ là trên 100 mg/L. Giả sử nồng độ ban đầu là 600 mg/L. Thực nghiệm cho thấy rằng tốc độ pha loãng (phân rã) của thuốc này theo thời gian là 18% theo khối lượng mỗi giờ. Gọi  $a_n$  là nồng độ của thuốc sau  $n$  giờ. Khi đó thuốc sẽ trở nên không còn hiệu quả điều trị sau số giờ là

- (A)  $n = 8$  (B)  $n = 9$  (C)  $n = 10$  (D)  $n = 11$

Các câu hỏi 18–19 được dùng chung dữ kiện sau.

Giả sử trên một hòn đảo với dân số  $M$  có một dịch bệnh đang lây lan do một phần của dân số của đảo đi du lịch bên ngoài mang mầm bệnh về đảo. Gọi  $N = N(t)$  là số bệnh nhân nhiễm bệnh vào ngày thứ  $t$ .

**Câu 18.** Gọi  $k$  là một hằng số thích hợp. Mô hình nào sau đây phù hợp để mô tả  $N(t)$ ?

- (A)  $\frac{dN}{dt} = k N (N - M)$  (B)  $\frac{dN}{dt} = k N$   
(C)  $\frac{dN}{dt} = k N (M - N)$  (D)  $\frac{dN}{dt} = k N (N + M)$

**Câu 19.** Giả sử thêm rằng ban đầu dân số trên đảo là  $M = 5000$ ; và vào ngày thứ hai, thứ sáu, thứ mười ( $t = 2, t = 6, t = 10$ ) sau khi dịch bệnh bắt đầu lây lan thì có tương ứng 1887, 4087, 4853 người dân bị nhiễm bệnh. Nếu biết thêm giá trị của  $\ln\left(\frac{N}{M - N}\right)$  tại ba ngày đó lần lượt là 0.5, 1.5, 3.5 thì vào ngày thứ 12 ( $t = 12$ ) số người bị nhiễm bệnh là bao nhiêu?

- (A)  $N(12) \approx 5000$ . (B)  $N(12) \approx 4087$ .  
(C)  $N(12) \approx 4945$ . (D)  $N(12) \approx 4853$ .

**Câu 20.** Một công ty cho thuê xe du lịch tự lái có hai cơ sở ở Cần Thơ và Tp.HCM. Khách hàng thuê xe tại nơi nào cũng có thể trả xe tại một trong hai nơi tùy ý vào cuối ngày. Số liệu cho thấy rằng 60% số xe được thuê ở Cần Thơ sẽ được trả ở đó, số còn lại sẽ được trả ở Tp.HCM. Còn trong số xe được thuê ở Tp.HCM có 55% được trả lại ở đó, và phần còn lại thì được trả ở Cần Thơ. Kí hiệu

$$H_n = \text{số lượng xe có ở Cần Thơ vào cuối ngày thứ } n, \\ S_n = \text{số lượng xe có ở Tp.HCM vào cuối ngày thứ } n.$$

Cặp giá trị  $(H, S)$  được gọi là các **giá trị cân bằng** của  $H_n$  và  $T_n$  nếu  $H_n = H_{n+1} = H$  và  $T_n = T_{n+1} = T$  kể từ ngày thứ  $n$  nào đó trở đi. Nếu ban đầu công ty có tổng cộng 850 xe thì sau nhiều ngày số xe ở Cần Thơ và Tp.HCM tương ứng sẽ là

- (A)  $(H, S) = (400, 450)$  (B)  $(H, S) = (450, 400)$   
(C)  $(H, S) = (500, 350)$  (D)  $(H, S) = (470, 380)$

Các câu hỏi 21–22 dùng chung giả thiết sau.

Hai hệ thống kinh doanh có cạnh tranh  $C$  và  $M$  có lượng hàng bán ra vào ngày thứ  $t$  lần lượt là  $x(t)$  và  $y(t)$ . Giả sử mô hình này được mô tả bằng hệ động lực sau đây

$$\frac{dx}{dt} = 2x + 1 \quad \text{and} \quad \frac{dy}{dt} = 3x - 2y.$$

**Câu 21.** Điểm cân bằng của hệ động lực trên là

- (A)  $x = 2, y = 3$  (B)  $x = -1/2, y = 3/4$   
(C)  $x = -1/2, y = 3/2$  (D) Các kết quả còn lại đều sai.

**Câu 22.** Một nghiệm riêng của hệ trên là

- (A)  $x = \frac{-1 + e^{2t}}{2}, y = \frac{-3}{4} + \frac{3e^{2t} + 3e^{-2t}}{8}$  (B)  $x = \frac{1 - e^{2t}}{2}, y = \frac{-3}{4} + \frac{3e^{2t} + 3e^{-2t}}{8}$   
(C)  $x = \frac{-1 + e^{2t}}{2}, y = \frac{3}{4} + \frac{3e^{2t} + 3e^{-2t}}{8}$  (D)  $x = \frac{-1 + e^{2t}}{2}, y = \frac{-3}{4} - \frac{3e^{2t} + 3e^{-2t}}{8}$

Các câu 23–24 dùng chung giả thiết sau đây.

Giả sử có một dịch cúm đang lây lan ở Tp.HCM và người dân được chia làm 3 nhóm sau: có nguy cơ bị nhiễm bệnh ( $S$ ), đã bị nhiễm bệnh ( $I$ ), và an toàn ( $R$ ). Gọi

$S(n)$  = số người dân có nguy cơ bị nhiễm bệnh sau khoảng thời gian  $n$ ,

$I(n)$  = số người dân bị nhiễm bệnh sau khoảng thời gian  $n$ ,

$R(n)$  = số người dân an toàn (kể cả qua đời) sau khoảng thời gian  $n$ .

Ban đầu mỗi người dân là  $S$  hoặc  $I$ , và khi đã bị cúm năm nay thì năm sau không bị lại. Ngoài ra giả sử rằng thời gian bị cúm trung bình của một người là khoảng  $5/4$  tuần và trong thời gian nhiễm cúm người này có thể lây cho người khác

**Câu 23.** Mô hình nào sau đây thích hợp cho việc mô tả cho  $R(n)$

- (A)  $R(n+1) = R(n) + 0.6 I(n)$ . (B)  $R(n+1) = R(n) + 0.8 I(n)$ .  
(C)  $R(n+1) = R(n) + 0.9 I(n)$ . (D) other answer

**Câu 24.** Gọi  $r$  là tỉ lệ khỏi bệnh theo tuần, và  $a$  là tốc độ lây lan của dịch cúm, tức là **hệ số lây nhiễm**. Một mô hình phù hợp cho  $I(n)$  là

$$I(n+1) = I(n) - r * I(n) + a S(n) I(n).$$

Giả sử trong một ngàn người dân được chọn ngẫu nhiên tại tuần đầu tiên thì có  $I(0) = 10$ ,  $S(0) = 990$ , và sau tuần thứ nhất ta có  $I(1) = 32$ . Khi đó giá trị  $a$  được tính từ mô hình trên là

- (A)  $a = 0.00308$  (B)  $a = 0.00303$  (C)  $a = 0.00803$  (D)  $a = 0.00181$

**Câu 25.** Một loại hóa chất điều trị bệnh có tác dụng tốt khi nồng độ là trên 100 mg/L. Giả sử nồng độ ban đầu là 600 mg/L. Thực nghiệm cho thấy rằng tốc độ pha loãng (phân rã) của thuốc này theo thời gian là 18% theo khối lượng mỗi giờ. Gọi  $a_n$  là nồng độ của thuốc sau  $n$  giờ. Khi đó thuốc sẽ trở nên không còn hiệu quả điều trị sau số giờ là

- (A)  $n = 8$ . (B)  $n = 9$ . (C)  $n = 10$ . (D)  $n = 11$ .

Các câu hỏi dưới đây dành cho lớp tài năng.

Các câu hỏi 26–27 được dùng chung dữ kiện sau.

Giả sử trên một hòn đảo với dân số  $M$  có một dịch bệnh đang lây lan do một phần của dân số của đảo đi du lịch bên ngoài mang mầm bệnh về đảo. Gọi  $N = N(t)$  là số bệnh nhân nhiễm bệnh vào ngày thứ  $t$ .

**Câu 26.** Gọi  $k$  là một hằng số thích hợp. Mô hình nào sau đây phù hợp để mô tả  $N(t)$ ?

(A)  $\frac{dN}{dt} = k N (N - M)$

(B)  $\frac{dN}{dt} = kN$

(C)  $\frac{dN}{dt} = k N(M - N)$

(D)  $\frac{dN}{dt} = k N(N + M)$

**Câu 27.** Giả sử thêm rằng ban đầu dân số trên đảo là  $M = 5000$ ; và vào ngày thứ hai, thứ sáu, thứ mười ( $t = 2, t = 6, t = 10$ ) sau khi dịch bệnh bắt đầu lây lan thì có tương ứng 1887, 4087, 4853 người dân bị nhiễm bệnh. Nếu biết thêm giá trị của  $\ln\left(\frac{N}{M - N}\right)$  tại ba ngày đó lần lượt là 0.5, 1.5, 3.5 thì vào ngày thứ 12 ( $t = 12$ ) số người bị nhiễm bệnh là bao nhiêu?

(A)  $N(12) \approx 5000$ .

(B)  $N(12) \approx 4087$ .

(C)  $N(12) \approx 4945$ .

(D)  $N(12) \approx 4853$ .

**Câu 28.** Một nghiệm riêng của hệ động lực

$$\frac{dx}{dt} = 2x + 1 \quad \text{and} \quad \frac{dy}{dt} = 3x - 2y$$

là

(A)  $x = \frac{-1 + e^{2t}}{2}, y = \frac{-3}{4} + \frac{3e^{2t} + 3e^{-2t}}{8}$

(B)  $x = \frac{1 - e^{2t}}{2}, y = \frac{-3}{4} + \frac{3e^{2t} + 3e^{-2t}}{8}$

(C)  $x = \frac{-1 + e^{2t}}{2}, y = \frac{3}{4} + \frac{3e^{2t} + 3e^{-2t}}{8}$

(D)  $x = \frac{-1 + e^{2t}}{2}, y = \frac{-3}{4} - \frac{3e^{2t} + 3e^{-2t}}{8}$