## TRƯỜNG ĐHBK TP. HCM KHOA KH&KT MÁY TÍNH



## ĐỀ THI CUỐI KỲ Môn: **Mô hình hóa toán học** (CO2011)

Thời gian làm bài: 90 phút (SV được sử dung một tờ A4

chứa các ghi chú cần thiết)
Ngày thi: 30/05/2018

Họ & tên SV:	MSSV:
Điểm số:	GV chấm bài:
Điểm chữ:	Chữ ký:

(Kết quả thi sẽ được quy về thang điểm 10 dựa vào kết quả của sinh viên làm bài tốt nhất. Sinh viên không được viết nháp vào đề và hãy chọn đáp án chính xác nhất cho mỗi câu hỏi trắc nghiệm và trả lời vào trong phiếu.)

- Câu 1. Khi dùng phương pháp nhánh-cận (branch-and-bound method) để giải bài toán quy hoạch nguyên trong mô hình cực đại hóa, ta sẽ dừng việc phân nhánh khi
  - (A) cận dưới (lower bound) bằng 0.
  - $(\overline{\mathbf{B}})$  giá trị của hàm mục tiêu là 0.
  - C cận trên (upper bound) mới tìm được bé hơn hoặc bằng cận dưới (lower bound), hoặc tìm được nghiệm nguyên.
  - (D) cận trên (upper bound) mới tìm được lớn hơn cận dưới (lower bound).
- Câu 2. Liệu có thể sử dụng một automata hữu hạn đơn định và tối giản để mô tả hệ thống hiển thị thông tin (mức nhiên liệu, tốc độ di chuyển, vị trí GPS, ngày, giờ) trên mặt biển báo của một loại phương tiện cơ giới đặc thù chỉ với một nút nhấn không?
  - (A) Có thể sử dụng một DFA tối giản mà số lượng trạng thái vô hạn.
  - (B) Không thể.
  - C Có thể sử dụng một DFA tối giản gồm ba trạng thái.
  - D Có thể sử dụng một DFA tối giản có hơn ba trạng thái.
- Câu 3. Phát biểu nào sau đây thể hiện tính không giải được (undecidability) của hệ thống logic vị từ?
  - (A) Trong logic vị từ, không tồn tại thuật toán để quyết định xem liệu một mô hình nào đó có thỏa được một công thức cho trước hay không.
  - B Trong logic vị từ, không tồn tại thuật toán để quyết định xem liệu một công thức bất kì là đúng đắn hay không.
  - C Trong logic vị từ, tồn tại một công thức sao cho nó vừa là đúng đắn vừa là không đúng đắn.
  - (D) Trong logic vị từ, có một công thức đúng đắn nhưng không tồn tại thuật toán để kiểm tra tính đúng đắn của nó.
- **Câu 4.** Tiền điều kiện yếu nhất (weakest precondition)  $\phi$  của bộ ba Hoare

$$(\phi)$$
 if  $(x < y) x = x + 3$ ; else  $x = x + 1$ ;  $(x \le y)$ 

 $(A) \ y \ge x + 3.$ 

 $\bigcirc$   $y \ge x$ .

## Câu 5.

Một dạng bất biến (invariant form) của chương trình downfac

mà ta có thể dùng trong việc chúng minh tính đúng đắn của nó là

 $(\mathbf{A}) \ (y = \frac{x!}{a!}) \wedge (a \ge 0).$ 

**(B)**  $(y = (x - a)!) \land (a \ge 0)$ .

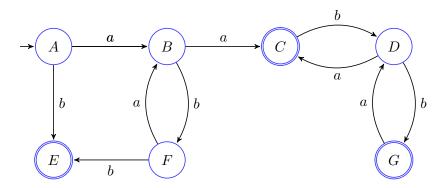
 $\bigcirc$   $(y = (x - a)!) \land (a \le x).$ 

- Câu 6. Trong tiếp cận nhánh-cận (branch and bound) giải bài toán quy hoạch tuyến tính với biến nguyên, nếu một nghiệm tối ưu của bài toán quy hoạch tuyến tính, thu được từ việc làm nhẹ bài toán gốc, là nguyên thì nó là
  - (A) một nghiệm suy biến của bài toán gốc.
- (B) một nghiệm chấp nhận được của bài toán
- (C) nghiệm tối ưu của bài toán gốc.
- (D) một nghiệm không chấp nhận được của bài toán gốc.
- Câu 7. Luật đúng đắn toàn phần (total correctness) cho cấu trúc while được phát biểu như sau
  - $\textbf{ ($\psi \wedge B \wedge 0 \leq E = E_0$) $C$ ($\psi \wedge 0 \leq E < E_0$)} \\ \frac{(\psi \wedge 0 \leq E) \text{ while } B \text{ {$C$ }} (\psi \wedge \neg B)}{(\psi \wedge \neg B)}.$
- $\textcircled{B} \ \frac{ (\!(\phi \wedge B \wedge 0 \leq E = E_0)\!) \ C \ (\!(\psi \wedge 0 \leq E < E_0)\!) }{ (\!(\phi \wedge 0 \leq E)\!) \ \text{while} \ B \ \{\ C\ \} \ (\!(\psi \wedge \neg B)\!) }$
- $\bigcirc \frac{ (\!(\phi \wedge B \wedge 0 \leq E\!)\!) \ C \ (\!(\psi \wedge 0 \leq E\!)\!) }{ (\!(\phi \wedge 0 \leq E\!)\!) \ \text{while} \ B \ \{\ C\ \} \ (\!(\psi \wedge \neg B\!)\!) }.$
- $\bigcirc \hspace{0.5cm} \overbrace{ (\hspace{-0.04cm} (\hspace{-0.04cm} \psi \wedge B \wedge 0 \leq E)\hspace{-0.04cm} ) }^{\hspace{0.5cm} -\hspace{0.04cm} (\hspace{-0.04cm} \psi \wedge 0 \leq E)\hspace{-0.04cm} ) } \cdot \underbrace{ \hspace{0.5cm} (\hspace{-0.04cm} \psi \wedge 0 \leq E)\hspace{-0.04cm} ) \hspace{0.5cm} (\hspace{-0.04cm} \psi \wedge 0 \leq E)\hspace{-0.04cm} ) }_{\hspace{0.5cm} (\hspace{-0.04cm} \psi \wedge 0 \leq E)\hspace{-0.04cm} ) \hspace{0.5cm} \text{while } B \hspace{0.1cm} \{\hspace{0.1cm} C \hspace{0.1cm} \} \hspace{0.1cm} (\hspace{-0.04cm} \psi \wedge \neg B)\hspace{-0.04cm} ).$
- **Câu 8.** Giả sử  $X_i$  (i = 1, 2) là 1 nếu dự án i được triển khai, và là 0 nếu ngược lại. Để đảm bảo rằng Dự án 1 không thể được triển khai **trừ khi** Dự án 2 cũng phải được triển khai. Ràng buôc nào dưới đây thể hiện được yêu cầu này?

  - (A)  $X_1 + X_2 \le 1$ . (B)  $X_1 X_2 \le 0$ .
- (C)  $X_1 X_2 = 1$ . (D)  $X_1 + X_2 = 1$ .

- Câu 9. Phát biểu nào sau đây không đúng?
  - (A) Biểu thức (term) t là tự do đối với biến x trong một công thức logic vị từ  $\phi$  nếu x là biến duy nhất trong t.
  - (B) Biểu thức (term) t là tự do đối với biến x trong một công thức logic vị từ  $\phi$ , nếu không tồn tại các công thức con  $\forall x(\cdots)$  hoặc  $\exists x(\cdots)$  trong  $\phi$ .
  - (C) Biểu thức (term) t là tự do đối với biến x trong một công thức logic vị từ  $\phi$  nếu không tồn tại các công thức con  $\forall y(\cdots)$  hoặc  $\exists y(\cdots)$  trong  $\phi$  sao cho y xuất hiện (occur) trong t.
  - (D) Biểu thức (term) t là tự do đối với biến x trong một công thức logic vị từ  $\phi$ , if t không chứa biến nào.

**Câu 10.** Chuỗi nào dưới đây không thuộc vào ngôn ngữ  $L^*$  với L được biểu diễn bởi automata dưới đây.



- (A) bbaaaa
- (B) aababba
- $(\mathbf{C})$  aaaabb
- (D) abaababab

Câu 11. Phát biểu nào sau đây đúng cho tính đúng đắn (correctness) đối với các bộ ba Hoare, trong đó downfac là chương trình như trong Câu 5?

- $\textbf{(A)} \models_{\mathrm{tot}} (\!\!\mid \top \!\!\mid) \text{ if } (b>0) \ \{c=a+b\} \text{ else } c=a-b \ (\!\!\mid \psi \!\!\mid), \ \mathrm{v\grave{a}} \models_{\mathrm{par}} (\!\!\mid \top \!\!\mid) \ \mathtt{downfac} \ (\!\!\mid y=x!).$

**Câu 12.** Tiền điều kiện yếu nhất (weakest precondition)  $\phi$  của bộ ba Hoare

$$(\!(\phi)\!)$$
 x = 1; y = x + y  $(\!(x \le y)\!)$ 

Câu 13. Công thức nào sau đây diễn tả chính xác nhất phát biểu sau

"Khi một ngân hàng gặp khó khăn về tính thanh khoản (t) thì cả hệ thống tài chính sẽ bị ảnh hưởng (c) trừ khi Ngân hàng Nhà nước đứng ra mua lại nó với giá 0  $d\hat{\delta}nq$  (b) ."

**Câu 14.** Trong phương pháp đơn hình, số gia hàm mục tiêu  $r_N = c_N^T - c_B^T B^{-1} N$  dùng để

- $(\mathbf{A})$  tìm một cơ sở của bài toán.
- (B) kiểm tra tiêu chuẩn tối ưu của tại nghiệm cơ sở chấp nhận được.
- (C) kết luận miền phương án là rỗng hay không.
- (D) tính một điểm cực biên của miền phương án.

**Câu 15.** Cho F(x,y) là vị từ "x lừa  $d\hat{\delta}i$  y", với vũ trụ là tập tất cả mọi người trên trái đất. Công thức vị từ nào sau đây biểu thị cho phát biểu: "Nancy có thể lừa dối được đúng hai người."

- (A)  $\exists x \exists y, (y \neq x \land F(Nancy, x) \land F(Nancy, y) \land \forall z (z = x \lor z = y \lor \neg F(Nancy, z)))$ .
- (B)  $\forall x \forall y, (y \neq x \land F(Nancy, x) \land F(Nancy, y))$ .
- $(C) \exists x \exists y, (y \neq x \land F(Nancy, x) \land F(Nancy, y) \lor \exists z (z = x \lor z = y \lor F(Nancy, z))).$
- $(\widehat{\mathbf{D}}) \exists x \forall y, (y \neq x \land F(Nancy, x) \land F(Nancy, y) \land \forall z (z \neq x \lor z = y \lor \neg F(Nancy, z))).$

<b>Câu 17.</b> Dạng bất biến (invariant form) của chương việc chứng minh tính đúng đắn của nó là s	trình While như trong Câu 29 mà có thể dùng trong	
(A) $(r = n^i) \land (0 \le i \le m) \land (n > 0)$ .		
$\overline{\mathbf{C}}$ $(r=n^i) \wedge (0 \leq i \leq m) \wedge (n \geq 0).$		
<ul> <li>Câu 18. Một công ty đề nghị bạn góp vốn 3500 USD đầu tư một dự án vào đầu năm. Công ty này sẽ trả cho bạn 750 USD vào mỗi cuối năm, liên tục trong 7 năm. Hãy quy đổi số tiền lợi tức thu được sau 7 năm về thời điểm gốc (được gọi là NPV), qua đó trả lời xem chúng ta có nên đầu tư và dự án này không? Biết rằng lãi suất ngân hàng là 9% và sẽ được duy trì trong suốt 7 năm.</li> <li>(A) NPV ≈ 0, chúng ta không nên đầu tư dự án này.</li> <li>(B) NPV = 274.714 &gt; 0, chúng ta có thể đầu tư dự án này.</li> <li>(C) NPV = 112.32 &gt; 0, chúng ta có thể đầu tư dự án này.</li> <li>(D) NPV = -74.14 &lt; 0, chúng ta không nên đầu tư dự án này.</li> </ul>		
Câu 19. Trong phương pháp đơn hình, giá trị số gia	a hàm mục tiêu tương ứng các biến cơ sở	
(A) bé hơn không. (B) lớn hơn không.	C không âm. D bằng không.	
Câu 20. Luật đúng đắn bộ phận (partial correctness $ \frac{ (\psi \wedge B) \ C \ (\psi) }{ (\psi) \ \text{while} \ B \ \{ \ C \ \} \ (\psi \wedge \neg B) }. $ $ \frac{ (\phi \wedge B) \ C \ (\psi) }{ (\phi) \ \text{while} \ B \ \{ \ C \ \} \ (\psi) }. $	(a) cho cấu trúc while được phát biểu như sau	
	ợi điểm ban đầu người ta thả 100 con cá và nhận thấy ả sử sự gia tăng lượng cá thỏa mô hình tăng trưởng $\mathbb{C} \approx 755$ . $\mathbb{D} \approx 645$ .	
Câu 22. Cho hàm sản xuất $Q = A(t)K^{\alpha}L^{\beta}(0 < \alpha, 1 > \beta)$ với $K = K_0 + at(K_0, a > 0)$ là hàm vốn, $L = L_0 + bt(L_0, b > 0)$ là hàm lao động, $t$ - biến thời gian, $A(t)$ là hàm số dương và đồng biến theo $t$ . $\forall t \geq 0$ , hãy xác định tốc độ biến thiên của $Q$ theo $t$ ?  (A) $\frac{dQ}{dt} = \alpha A(t)K^{\alpha-1}L^{\beta}a + \beta A(t)K^{\alpha}L^{\beta-1}b + < 0$ .  (B) $\frac{dQ}{dt} = \alpha A(t)K^{\alpha-1}L^{\beta}a + \beta A(t)K^{\alpha}L^{\beta-1}b + K^{\alpha}L^{\beta}A'(t)$ .  (C) $\frac{dQ}{dt} = \alpha A(t)K^{\alpha-1}L^{\beta}a + \beta A(t)K^{\alpha}L^{\beta-1}b \geq 0$ .  (D) $\frac{dQ}{dt} = \alpha A(t)K^{\alpha-1}L^{\beta}a + \beta A(t)K^{\alpha}L^{\beta-1}b + K^{\alpha}L^{\beta}A'(t) > 0$ .		
Câu 23. Hãy biểu thị phát biểu "Hiệu của hai số nguyên âm không nhất thiết phải là số nguyên âm" bằng		
logic vị từ với vũ trụ là tập các số nguyên.	$ (B) \forall m \forall n (m < 0 \land n < 0 \land \neg (m - n < 0)). $	
(A) $\exists m \forall n (m \land n \land \neg (m - n < 0)).$ (C) $\exists m \forall n (m < 0 \land n < 0 \land \neg (m - n < 0)).$	(D) $\exists m \exists n (m < 0 \land n < 0 \land \neg (m - n < 0)).$	
<b>Câu 24.</b> Cho $P$ là chương trình $x = 2018$ . Khi đó th		
$\bigcirc$  =tot (2018 = 2018) $P$ ( $x = 2018$ ).		
$ \bigcirc $ $ \not\models_{\text{par}} (2018 = y) P (x = y). $	① $\not\models_{\text{par}} (2018 = 2018) P (x = 2018).$	
Chữ ký SV: Mã đề 17	Trang 4/6	

B Công thức I.

(D) Công thức III.

Câu 16. Công thức logic vị từ nào sau đây không là hằng đúng?

I.  $\forall x (P(x) \land Q(x)) \longrightarrow \forall x P(x) \land \forall x Q(x)$ .

II.  $\exists x (P(x) \land Q(x)) \longrightarrow \exists x P(x) \land \exists x Q(x)$ .

III.  $(\forall x P(x) \to \forall x Q(x)) \longrightarrow \forall x (P(x) \to Q(x)).$ 

IV.  $(\exists x P(x) \to \exists x Q(x)) \longrightarrow \exists x (P(x) \to Q(x)).$ 

A Công thức IV.

Công thức II.

Câu 25. Công thức vị từ nào sau đây là phủ định của công thức sau?

$$\exists C > 0, \exists d \in \mathbb{N}, \exists m \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N} (n \ge m \implies |T(n)| < C \times n^d)$$
?.

- $(\mathbf{A}) \ \forall C > 0, \forall d \in \mathbb{N}, \forall m \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} (n < m \land |T(n)| \ge C \times n^d).$
- $(\overline{\mathbf{B}}) \ \forall C > 0, \exists d \in \mathbb{N}, \forall m \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} (n \ge m \land |T(n)| > C \times n^d).$
- $C \forall C > 0, \forall d \in \mathbb{N}, \forall m \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} (n \ge m \implies |T(n)| > C \times n^d).$
- $(\overline{\mathbf{D}}) \ \forall C > 0, \forall d \in \mathbb{N}, \forall m \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N} (n \ge m \land |T(n)| \ge C \times n^d).$

**Câu 26.** Cho C(x) là vị từ "x đang ở đúng vị trí', E(x) là vị từ "x vẫn còn tốt'. Với vũ trụ là tập tất cả các vật dụng, phát biểu nào sau đây biểu thị cho công thức vị từ sau?

$$(\exists x (\neg C(x) \land E(x))) \land \forall y ((\neg C(y) \land E(y)) \implies (x = y)).$$

- (A) Chỉ có một trong số các đồ vật đang ở đúng vị trí nhưng nó không còn tốt.
- C Chỉ có một đồ vật không phải đang ở đúng vị trí nhưng vẫn còn tốt.
- (B) Một trong số các đồ vật đang ở đúng vị trí và vẫn còn tốt.
- (D) Có một trong số các đồ vật không phải đang ở đúng vị trí nhưng vẫn còn tốt.

**Câu 27.** Xết một hệ thống logic vị từ gồm  $(\mathcal{F}, \mathcal{P})$ , với  $\mathcal{F} = \emptyset$  và  $\mathcal{P} = \{P\}$ , trong đó P là một vị từ ba biến. Hơn nữa, xét công thức  $\phi$ :

$$\forall x \forall y \exists z \ P(x, y, z)$$

và một mô hình  $\mathcal{M}$  sao cho  $A^{\mathcal{M}} = \{a, b\}$  và  $P^{\mathcal{M}} = \{(a, a, b), (a, b, a), (a, b, b), (b, b, a), (b, b, b)\}$ . Phát biểu nào sau dây đúng?

- $(\mathbf{A})$   $\mathcal{M}$  là một mô hình cho  $(\mathcal{F},\mathcal{P})$  và  $\phi$  là một công thức trên  $(\mathcal{F},\mathcal{P})$ , và  $\mathcal{M}$  thỏa được  $\phi$ .
- (B)  $\mathcal{M}$  là một mô hình cho  $(\mathcal{F}, \mathcal{P})$  và  $\phi$  là một công thức trên  $(\mathcal{F}, \mathcal{P})$ , nhưng  $\mathcal{M}$  không thỏa được  $\phi$ .
- $\bigcirc$   $\phi$  không phải là một công thức trên hệ thống  $(\mathcal{F}, \mathcal{P})$ .
- $\overline{(\mathbf{D})} \mathcal{M}$  không phải là một mô hình cho  $(\mathcal{F}, \mathcal{P})$ .

Câu 28. Nhắc lại rằng một công logic thức mệnh đề D được gọi là có dạng chuẩn tuyển (disjunctive normal form - DNF) nếu như nó là tuyển của các mệnh đề con dạng hội (conjunctive clauses), trong đó mỗi mệnh đề con dạng hội C là hội của các "literals" (các biến mệnh đề hoặc phủ định của nó). Chính xác hơn, ta định nghĩa một DNF dưới dạng sau BNF như sau:

$$\begin{array}{lll} L & ::= & p \mid \neg p \\ C & ::= & L \mid L \land C \\ D & ::= & C \mid C \lor D. \end{array}$$

Khẳng định nào dưới đây về các mệnh đề con dạng hội  $L_1 \wedge L_2 \wedge \cdots \wedge L_m$  là đúng?

- (A) Một mệnh đề con dạng hội  $L_1 \wedge L_2 \wedge \cdots \wedge L_m$  là không thỏa được khi và chỉ khi với mọi i với  $1 \leq i \leq m$  sao  $L_i$  là một biến mệnh đề, tồn tại j với  $1 \leq j \leq m$  sao cho  $L_j$  is  $\neg L_i$ .
- (B) Một mệnh đề con dạng hội  $L_1 \wedge L_2 \wedge \cdots \wedge L_m$  là không thỏa được khi và chỉ khi tồn tại i, j với  $1 \leq i, j \leq m$  sao cho  $L_i$  is  $\neg L_j$ .
- $\bigcirc$  Một mệnh đề con dạng hội  $L_1 \wedge L_2 \wedge \cdots \wedge L_m$  là đúng đắn khi và chỉ khi tồn tại i, j với  $1 \leq i, j \leq m$  sao cho  $L_i$  is  $\neg L_j$ .
- $\bigcirc$  Một mệnh đề con dạng hội  $L_1 \wedge L_2 \wedge \cdots \wedge L_m$  là thỏa được khi và chỉ khi tồn tại i, j với  $1 \leq i, j \leq m$  sao cho  $L_i$  is  $\neg L_j$ .

Câu 29.

Precondition của While

$$\begin{split} r &:= 1;\\ i &:= 0;\\ \text{while } i < m \text{ do}\\ r &:= r * n;\\ i &:= i + 1 \end{split}$$

- $\mathbf{C\hat{a}u}$  30. Một bể nước hình trụ, bán kính 5m, chiều cao 20m đang được tháo nước ở dưới đáy bể. Lượng nước thoát ra với vận tốc trung bình  $0.5\sqrt{h}~m^3/min~(h$  là chiều cao bể nước). Hỏi sau bao lâu thì bể nước sẽ cạn?
  - $(\mathbf{A}) \approx 20 \text{ già.}$
- $\bigcirc$  B)  $\approx 620$  phút.
- $\bigcirc$   $\approx 400.862$  phút.  $\bigcirc$   $\bigcirc$   $\approx 1404.962$  phút.