

# 题目描述

给出一个数组  $a_1, a_2, \dots, a_n$  , 现在你可以进行下列操作：

- 选择两个相邻的数字（或者  $a_1$  和  $a_n$ ）, 将这两个数字各减去1

你可以进行任意次这样的操作，问数组  $a$  是否可能变成全 0 数组.

# 题解

首先考虑简化版问题：

- 每次选择两个相邻的数字（但是不能选择  $a_1$  和  $a_n$ ）, 将这两个数字各减去1, 问数组  $a$  是否可能变成全 0 数组.

这个问题是容易的，从前往后遍历，对每个  $i$  ( $1 \leq i < n$ )，将  $a_i$  和  $a_{i+1}$  都减去  $a_i$  , 若途中出现负数或者最后  $a_n$  不是 0 , 那么就不行。

那我们回看本题，我们同样进行上述这样的操作，那很明显这样做有个问题，就是  $a_1$  的数值不一定全都是和  $a_2$  匹配的，也可能是和  $a_n$ 。而且这样操作过程中有可能出现负数（但此时答案不一定是 no）。

例如：

a = [4 3 1]

此时应该将选  $(a_1, a_2)$ 三次， $(a_n, a_1)$ 一次。

先考虑消除负数的影响，我们暂时增加选择相邻数字都 +1 的操作（接下来我们将其看作负数次 -1）, 保证 $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ 都是0。

例如：

[4 3 1] -> [0 -1 1] -> [0 0 2]

现在有一个至多一个非 0 的数组，注意到一个事实：当我们再次在某两个相邻位置进行 -1 操作时，想要维护前  $n - 1$  个数字还是0的话，其他所有位置的操作都唯一确定。

例如：

[0 0 2] 若 (2,3) 位置+1  
[0 1 3] , 则 (1,2) 就要 -1  
[-1 0 3] , 则 (n,1) 就要+1  
[0 0 4]

现在我们的目标就是通过这样的调整，把 $a_n$ 调整为0.

观察发现，上面经过一步调整之后， $a_n$ 加了2，那显然加减交换一下的话  $a_n$  就会减2.

# 奇数

- 结论1：奇数情况下，可以使得某个位置 +2 或 -2

那么在奇数情况下，如果  $a_n$  是奇数，肯定变不成全0（原数组加起来肯定也全是奇数）。如果 $a_n$ 是偶数，我们通过上述的调整，可以把 $a_n$ 全部变成 0 。

此时我们可以得到调整之后，每个位置进行了多少次 -1 操作，如果有某处次数为负，则答案为 no , 否则为 yes 。

- 注意，奇数时，我们没有办法对全 0 数列再进行任何调整。

# 偶数

那么在偶数情况下，简单推导一下就会发现：偶数次经过一次调整之后，数列的值不会产生任何变化。

但是在奇数位置  $(a_1, a_3 \dots)$  减1的操作次数少了 1 次，而偶数位置  $(a_2, a_4 \dots)$  减1的操作次数多了 1 次（也有可能反过来）。

那首先如果  $a_n$  不是0，显然答案是 no 。否则，我们看经过上述调整之后，能否把每个位置的 -1 操作次数都变成正数，如果可以，则答案为 yes , 否则为 no 。