

A 因数分解

题意

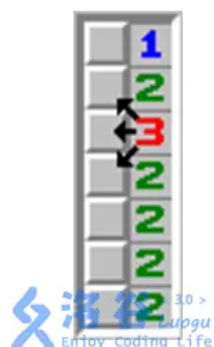
已知正整数 n 的因子只有 $1, n$ 和另外两个质数 p, q ，求 p, q 中较大的数。

题解

显然 $p * q = n$ ，不妨设 $p < q$ ，那么显然 $p \leq \sqrt{n} \leq q$ ，想要找到 q ，只需要找到 p 。枚举 $[2, \sqrt{n}]$ 找到一个 n 的因数即可。

- $O(\sqrt{n})$ 的分解因数算法

B 扫雷



题意

给出一列数字，问另一列雷型有几种可能。

题解

如果给定第一个位置是不是雷，那么剩下的位置都可以顺推出来，唯一确定。

因此我们只需要枚举第一个位置是不是雷，然后判断这种情况是否合法，如果合法，答案+1。

最终答案只能是0，1，2。

C 排列

题意

定义排列的摆动值 $A = \text{上升值 } U + \text{下降值 } D$ 。

上升值 $U = \text{所有上升子段长度之和}$

下降值 $D = \text{所有下降子段长度之和} \times 2$

请你求出长度为 n 的排列 $a_1, a_2 \dots a_n$ 的最小和最大摆动值。

题解

对于最小值，显然 $1, 2, \dots, n$ 即可，答案为 n

对于最大值：

我们可以这样考虑这个问题，每个数字最多出现在一个上升段和一个下降段（除了两头的数字）

也就是说，除了两边的数字，每个数字贡献值最大是3。

然后考虑两头的数字

- 如果n是偶数，那么两端的可以同时存在于下降段，贡献为2，总答案是3n-2
- 如果n是奇数，两端的只能同时有一个在下降段之间，贡献为1和2，答案是3n-3
- 如果中间的数字贡献不全是3，由于两头的贡献最大是2+2，此时总答案最大时3n-3，肯定不如中间全是3的情况优秀

D 字符串

题意

小 A 和小 B 抄写了同一串字符串，这一字符串全由小写字母组成，但两人不约而同地都漏掉了一个字母（两人漏掉的字母不一定是同一个）。现在只有两人抄写后的字符串，请你算出原先的字符串有几种可能情况。

题解

考虑两个字母分别加在两个串的 l 和 r 位置。那么两个串在 $[1, l - 1]$ 和 $[r + 1, n]$ 位置的字符相对位置不变，只有 $[l, r]$ 的相对位置改变。

分类讨论。

- 若AB串相同，则答案为 $26(n+1)-n$ （容斥）
- 若两串只有一个不同，答案为 2
- 若有多个不同，找出第一个和最后一个不同的位置st和ed，然后检验A的 st+1 到 ed 和B的 st 到 ed-1 是否相同，检验A的 st 到 ed-1 和B的 st+1 是否相同，每个相同都使答案+1
 - 此时答案为0或1或2.

E 八皇后

P1219 [USACO1.5] 八皇后 Checker Challenge

0	1	2	3	4	5	6
1			o			
2				o		
3						o
4		o				
5				o		
6					o	

F 神刀手

贪心。首先每次切蚯蚓两段比例固定，长的蚯蚓切了之后，每段长度肯定比短的蚯蚓切了之后的长度要长。

因此定三个数组a,b,c，分别记录没切过的、切过的第一段和切过的第二段。

初始a记录所有原始蚯蚓并排序。然后每次从三个数组第一位找出最大的蚯蚓切，把两段分别放入b,c数组。

可以证明：这样操作后，每个数组是有序的（从大到小）。

复杂度 $O(n + m)$

事实上，“合并果子”也可以这么做，该题题解中也有人提出了同样的线性解法。

- P1090 [NOIP2004 提高组] 合并果子 / [USACO06NOV] Fence Repair G

G 汽车拉力比赛

题意

给出矩阵，相邻两数在差值不超过k的情况下互相联通。问k最小是多少，使得所有数字都互相联通

题解

显然答案具有单调性

- 想要全部联通，k越大越好
- 我们想找最小值

二分

- 二分k的值
- 每次判断是否互相联通
- 单调性：如果互相联通，那么答案小于等于k，否则大于k

判断方法

- bfs，每次取一个数字入队。然后每次将队头数字取出，判断其周围四个数字与其是否联通（差值小于k），若联通则入队。每个数字不重复入队。
- 每个数字入队出队一次
- 复杂度 $O(nm)$

总复杂度 $O(nm\log A)$

H 竹子

[洛谷链接](#)

CF505E （洛谷上也有）

" m 天后最高的竹子的最小高度是多少。"

- 最大值的最小值
- 二分

check函数

- 可能某次砍竹子的收益不是p
- 原问题：高 h_i 的竹子 m 天之后高度 $\leq H$
- 转化问题：高 H 的竹子反向生长 m 天之后高度 $\geq h_i$
 - 我们的砍竹子变为拔高 p
- 过程中保证竹子高度不变成负数
 - 使用堆维护（优先队列）
 - 每次取出最早会变成负数的竹子，拔高 p
 - 若不能保证，则直接返回false（当前的 H 太小了）
- 最终使得每个竹子高度 $\geq h_i$