

中山大学

计算机学院

《信号与系统》上机实验辅导 (MATLAB 版)

适用专业：

计算机科学与技术、信息与计算科学、软件工程、
网络空间安全、保密管理

《信号与系统》课程组编

2023 年 2 月

说明

本资料主要用于帮助学生熟悉基于 **MATLAB** 的《信号与系统》相关仿真实验中常用的函数与方法，辅导学生自主上机实验。可作为自学材料或基础实验的参考资料。

实验一 基本信号的产生

一、实验目的

- A. 学习使用MATLAB产生基本信号、绘制信号波形、实现信号的基本运算，为信号分析和系统设计奠定基础；
- B. 深刻理解卷积运算，掌握离散线性卷积、连续线性卷积的计算方法。

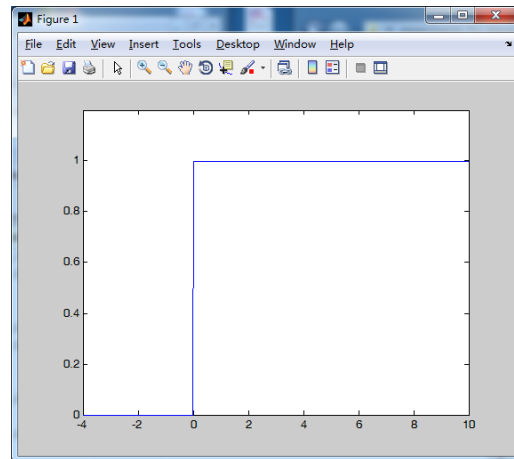
二、实验原理

MATLAB提供了许多函数用于产生常用的基本信号：如阶跃信号、脉冲信号、指数信号、正弦信号和周期矩形波信号等。这些基本信号是信号处理的基础。

（一）基本信号的产生

1、连续阶跃信号产生的 MATLAB 程序：

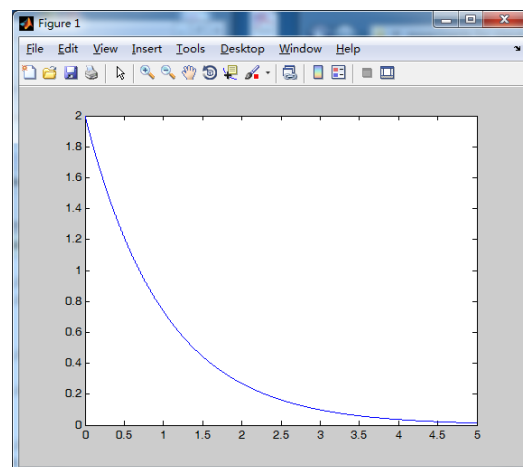
```
t = -4: 0.02: 10;  
x = (t >= 0);  
plot(t,x);  
axis([-4,10,0,1.2]);
```



2、连续指数信号的产生

产生随时间衰减的指数信号的 MATALB 程序：

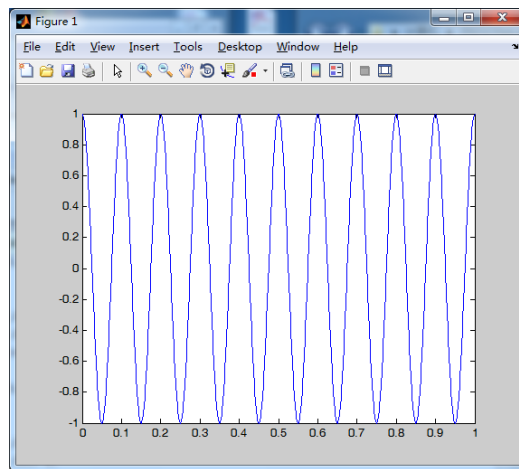
```
t = 0: 0.001: 5;  
x = 2*exp(-1*t);  
plot(t,x);
```



3、连续正弦信号的产生

利用MATLAB提供的函数cos和sin可产生正弦和余弦信号。产生一个幅度为1, 频率为10Hz, 初相位为($\pi/6$)的正弦信号的MATLAB程序如下:

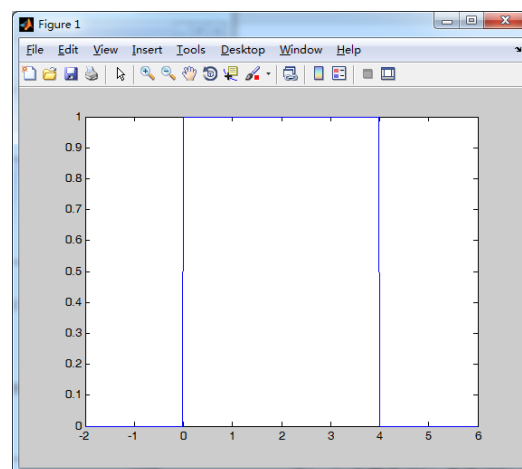
```
f0=10;  
w0=2.0*pi*f0;  
t = 0: 0.001: 1;  
x = sin(w0*t+ pi/2);  
plot(t,x);
```



4、连续矩形脉冲信号

函数rectpulse(t,w)可产生高度为1、宽度为w、关于t=0对称的矩形脉冲信号。产生高度为1、宽度为4、延时2秒的矩形脉冲信号的MATLAB程序如下:

```
t=-2: 0.01: 6;  
x=rectpuls(t-2,4);  
plot(t,x);
```



5、连续周期矩形波信号的产生

函数square(w0*t)产生基本频率为w0 (周期 $T=2\pi/w_0$)的周期矩形波信号。函数square(w0*t, DUTY)产生基本频率为w0 (周期 $T=2\pi/w_0$)、占空比 $DUTY=t/T*100$ 的周期矩形波。

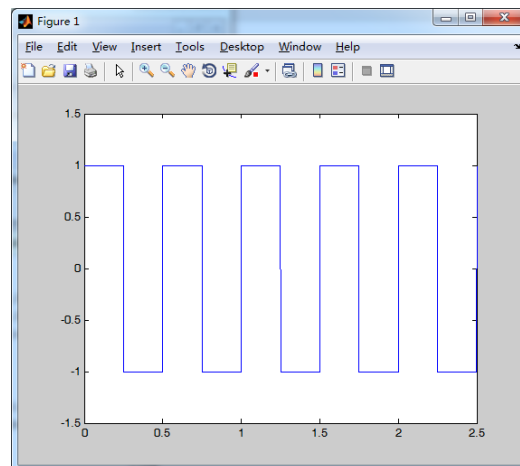
τ 为一个周期中信号为正的时间长度。 $\tau=T/2$, $DUTY=50$, square(w0*t, 50)等同于square(w0*t)。

产生一个幅度为1, 基频为2Hz, 占空比为50%的周期方波的MATLAB程序如下:

```

f0=2;
t = 0:.0001:2.5;
w0=2*pi*f0;
y = square(w0*t, 50);
%duty cycle=50%
plot(t,y);
axis([0,2.5,-1.5,1.5]);

```



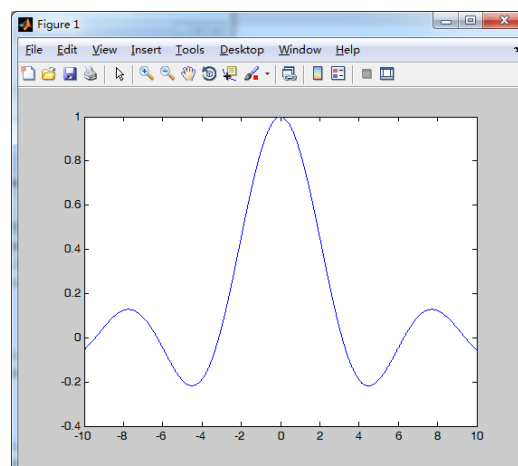
6、连续抽样信号的产生

可使用函数 $\text{sinc}(x)$ 计算抽样信号，函数 $\text{sinc}(x)$ 的定义为 $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ 。产生信号的 MATLAB 程序如下：

```

t= -10:1/500:10;
x=sinc(t/pi);
plot(t,x);

```



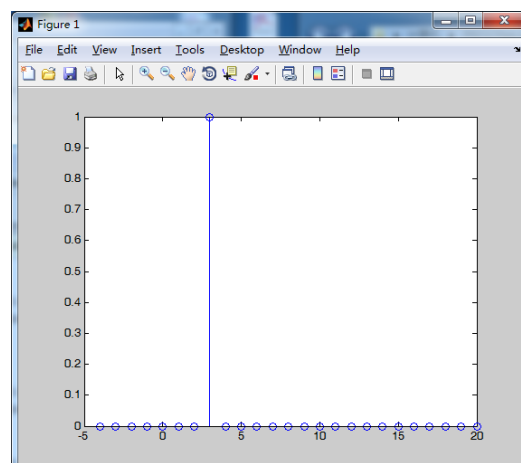
7、单位脉冲序列的产生

函数 $\text{zeros}(1,n)$ 可以生成单位脉冲序列。函数 $\text{zeros}(1,n)$ 产生 1 行 n 列的由 0 组成的矩阵。产生单位脉冲序列的 MATLAB 程序如下：

```

k= -4: 20;
x=[zeros(1,7),1,zeros(1,17)];
stem(k,x)

```

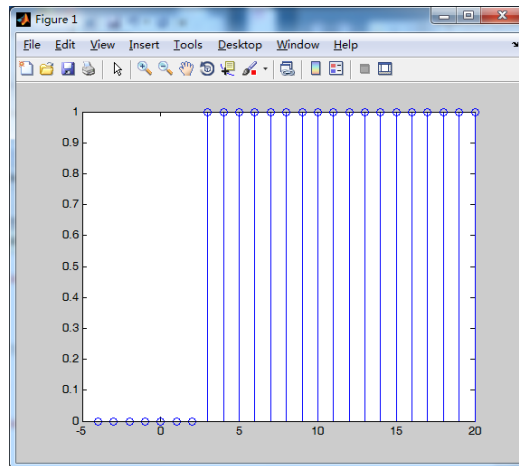


8、单位阶跃序列的产生

函数`ones(1,n)` 可以生成单位阶跃序列。 函数`ones(1,n)`产生1行n列的由1组成的矩阵。

产生单位阶跃序列的MATLAB程序如下：

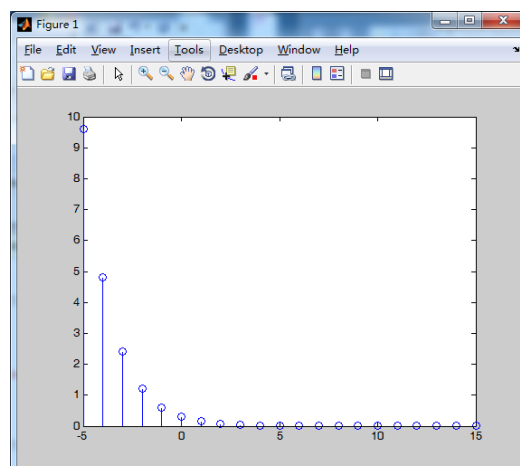
```
k = -4:20;  
x=[zeros(1,7),ones(1,18)];  
stem(k,x)
```



9、指数序列的产生

产生离散序列的 MATLAB 程序如下：

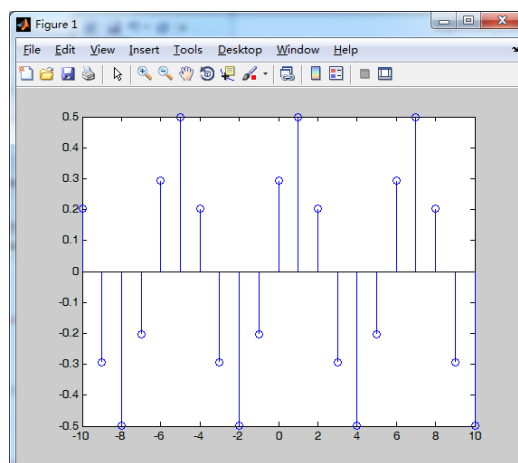
```
k = -5:15;  
x = 0.3*(1/2).^k;  
stem(k,x)
```



10、正弦序列的产生

产生正弦序列的 MATLAB 程序如下：

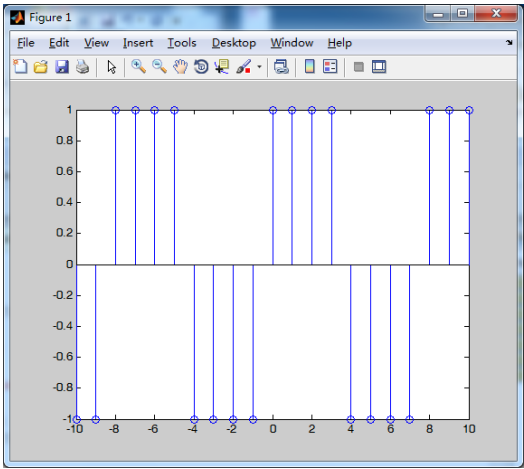
```
k=-10:10; omega=pi/3;  
x = 0.5*sin(omega*k+ pi/5);  
stem(k,x);
```



11、离散周期矩形波序列的产生

产生方波为 1、基频为 rad，占空比为 50%的舟曲方波的 MATLAB 程序为 i:

```
omega=pi/4;  
k=-10:10;  
x = square(omega*k,50);  
stem(k,x);
```



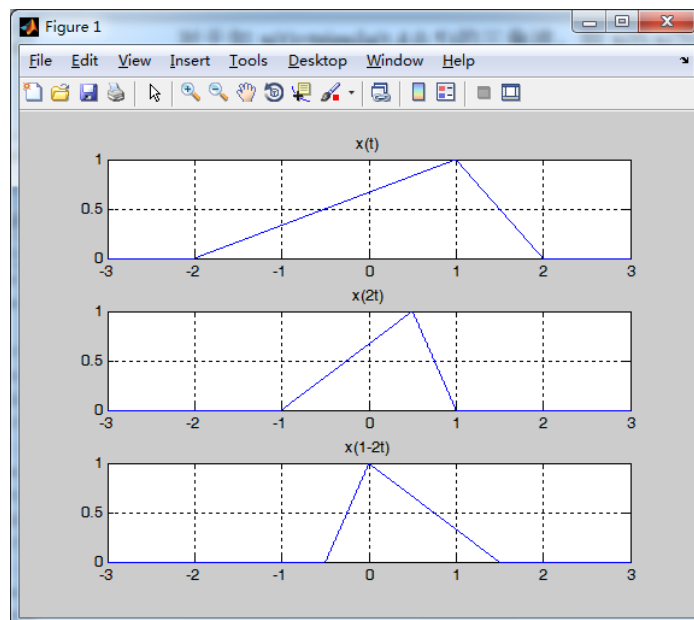
(二) 序列的基本运算

运算名称	数学表达式	MATLAB 实现
信号幅度变化	$y[k] = Ax[k]$	$Y=A*x$
信号时移	$y[k] = x[k - n]$	$Y=[zeros(1,k),x]$
信号翻转	$y[k] = x[-k]$	$Y=fliplr(x)$
信号累积	$y[k] = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} x[n]$	$Y=cumsum(x)$
信号差分（或者近似微分）	$y[k] = x[k + 1] - x[k]$	$Y=diff(x)$
信号求和	$y = \sum_{n_2}^{n_1} x[k]$	$Y=sum(x(n1,n2))$
信号能量	$E_x = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} x[k] ^2$	$E=sum(abs(x)^2)$
信号功率	$P_x = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x[k] ^2$	$E=sum(abs(x)^2)/N$
信号相加	$y[k] = x_1[k] + x_2[k]$	$Y=x1+x2$
信号相乘	$y[k] = x_1[k]x_2[k]$	$Y=x1.*x2$
信号卷积	$y[k] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]h[k - n] = x[k] * h[k]$	$Y=conv(x,h)$
信号相关	$R_{xy} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]y[k + n]$	$R=xcorr(x,y)$

(三) 相关测试

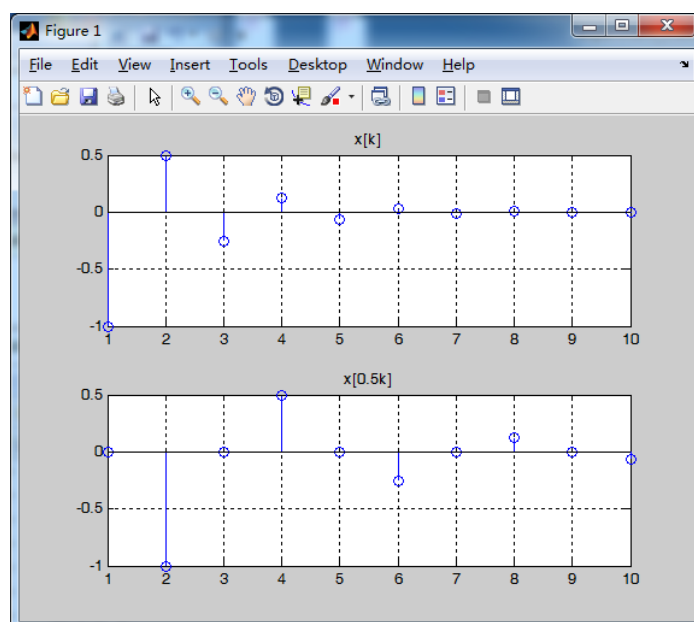
1、进行平移、翻转和尺度变换

- A. 对于如 $x(t)=\text{tripuls}(t,4,0.5)$ 的三角波，则 $x(t),x(2t),x(1-2t)$ 的 MATLAB 程序见 experiment_1_1.m。



图一、三角波的平移、翻转和尺度变换

- B. 对离散指数序列 $x[k]=Aa^k$ 以及 $x[0.5k]$ ，程序见 experiment_1_2.m。

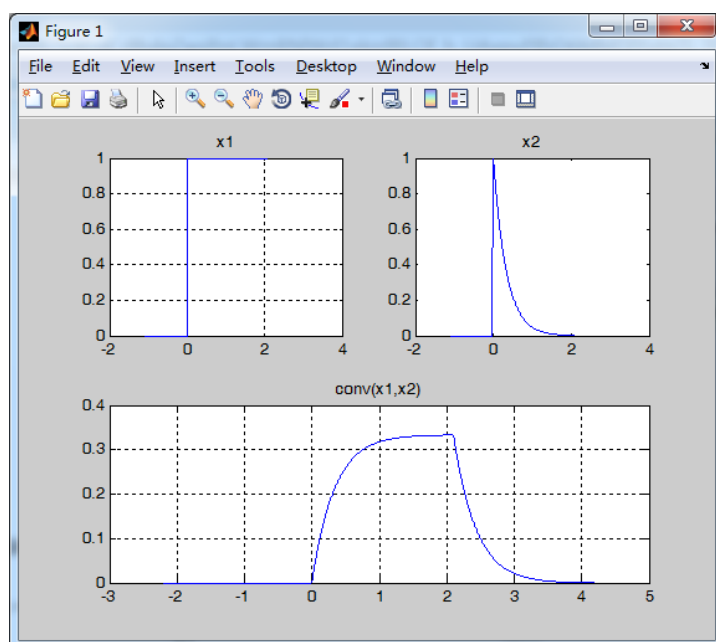


图二、离散指数序列及其尺度变换

2、求卷积

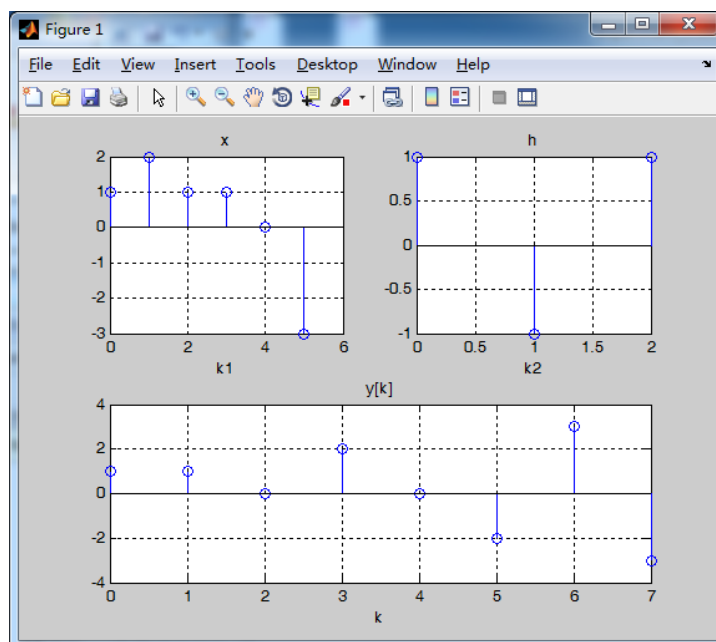
- A. 求信号 $x_1(t)=u(t), x_2(t)=e^{-3t}u(t)$ 之间的卷积。注意， $x_2(t)$ 是个持续时间无限长的信号，而计算机数值计算只能计算离散信号，因此需要对 $x_2(t)$

进行抽样离散化，并且要使得 $x_2(t)$ 衰减到无穷小即可。取 $t=2.1$ 。程序可见 experiment_1_3.m。



图三、连续时间信号卷积图形

- B. 离散序列: $x[k]=[1,2,1,1,0,-3;k=0,1,2,3,4,5]$; $h[k]=[1,-1,1;k=0,1,2]$ 。计算卷积 $y[k]=x[k]*h[k]$ 。程序见 experiment_1_4.m。

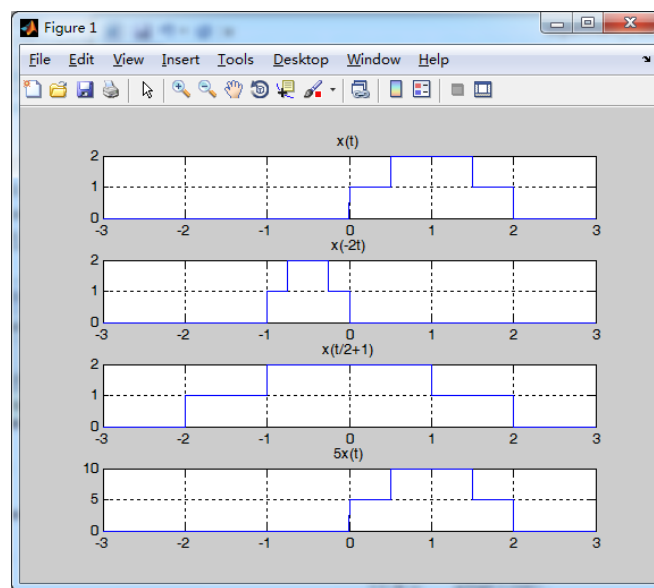


图四、离散序列卷积结果

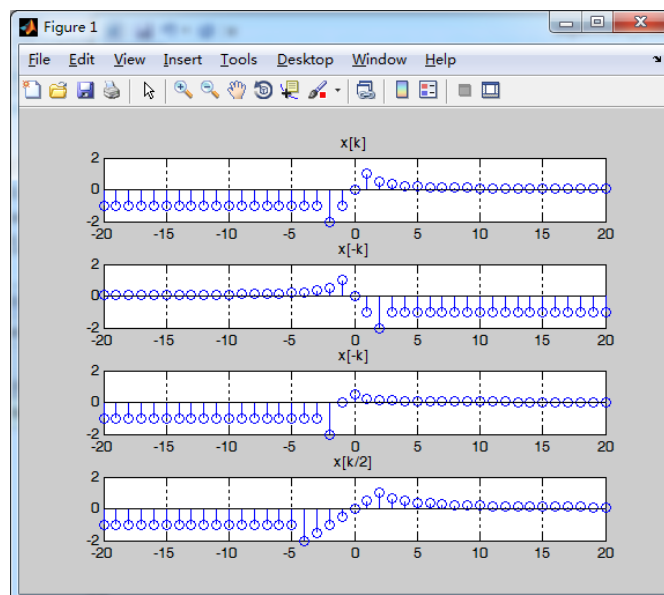
三、实验内容与步骤

- 1) 验证程序实例中的相关程序;

- 2) 利用 $x(t) = u(t) - u(t-2) + u(t-0.5) - u(t-1.5)$ ($-1 \leq t \leq 1$), 编写相关程序, 绘制出 $x(-2t)$, $x(t/2+1)$ 和 $5x(t)$ 的波形。(见 xt.m 和 experiment_1_5.m)

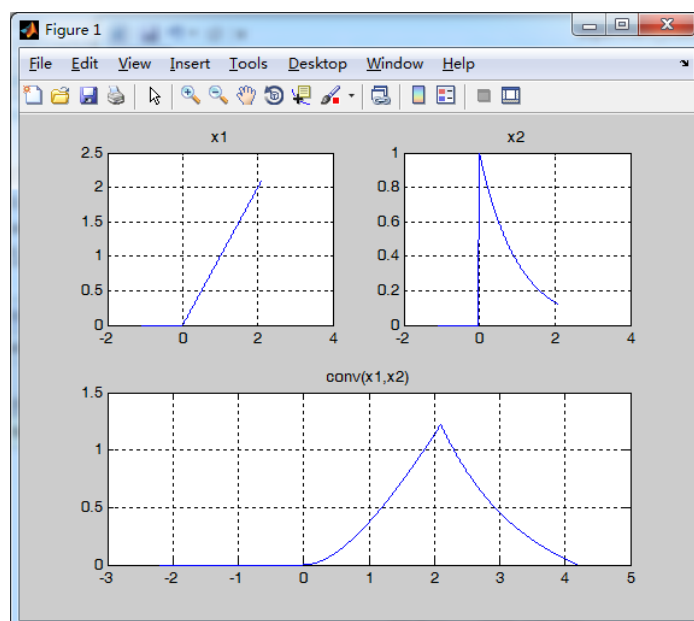


- 3) 设 $x[k] = \begin{cases} -1 & k < -2 \\ k & -2 \leq k \leq 1 \\ \frac{1}{k} & k > 1 \end{cases}$, 编写程序, 绘制表示 $x[-k]$, $x[2k+2]$, $x[k/2]$; ($-20 \leq k \leq 20$) (见 xk.m 和 experiment_1_6.m)

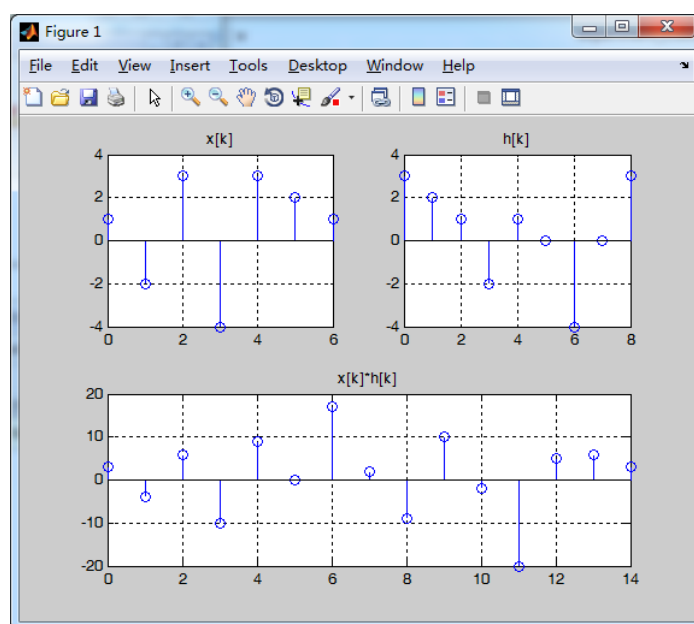


- 4) 编写相关程序, 绘制下列信号的卷积波形;

A. $x_1(t) = tu(t)$; $x_2(t) = e^{-t}u(t)$; (要求: 抽样频率 $f_s=1000$; 时间 $t = -1.1 \sim 2.1$; 求 $x_1(t)*x_2(t)$; (见 experiment_1_7.m)



- B. $x[k]=[3,2,1,-2,1,0,4,0,3;k=0:8];h[k]=[1,-2,3,-4,3,2,1;k=0:6]$; 求 $x[k]*h[k]$;
(见 experiment_1_8.m)



四、实验报告要求:

整理并给出实验内容与步骤中的程序代码与产生的波形

五、实验思考题

- 两个连续信号的卷积定义是什么？两个序列的卷积定义是什么？卷积的作用是什么？conv 函数只输出了卷积的结果，没有输出对于的时间向量，如何使得时间向量和卷积的结果对于起来？
- 两个序列进行卷积得到了新序列，说明新序列在时域的长度、时域区间上与原来两个序列的关系？

实验二 LTI 系统的时域分析和周期信号的傅里叶级数

一、实验目的

- A. 加深对 LTI 系统中零状态响应概念的理解，掌握其求解方法；
- B. 掌握连续时间系统与离散时间系统的冲激响应和阶跃响应的求解方法；
- C. 理解连续信号（或序列）的周期性；
- D. 理解周期信号的傅里叶分解，掌握傅里叶级数的计算方法。

二、实验原理

(一) LTI 系统的时域分析

A. 连续时间系统的零状态响应、冲激响应和阶跃响应

对于用常系数线性微分方程描述的连续时间系统，其零状态响应就是在系统初始状态为零的条件下微分方程的解；其微分方程为：

$$a_n y^{(n)}(t) + \cdots + a_0 y(t) = b_m x^{(m)}(t) + \cdots + b_0 x(t) \quad (1)$$

左边系数为 $a = [a_n, \cdots, a_0]$ ，右边系数 $b = [b_m, \cdots, b_0]$ ，系统模型可借助 MATLAB 中的 `tf()` 函数得到，零状态响应和零输入响应可由函数 `lsim()` 得到，冲激响应可由 `impz()` 得到，阶跃响应可由 `step()` 得到；具体如下：

$$\text{sys} = \text{tf}(b,a); y = \text{lsim}(\text{sys},x,t,x_0); h = \text{impz}(\text{sys},t); g = \text{step}(\text{sys},t)$$

实际上，`lsim()` 函数可以求解完全响应， x_0 为默认值时为零状态响应， x_0 为零时为零输入响应。

B. 离散时间系统可用常系数线性差分方程描述：

$$\sum_{i=0}^N a_i y[k-i] = \sum_{j=0}^M b_j x[k-j] \quad (2)$$

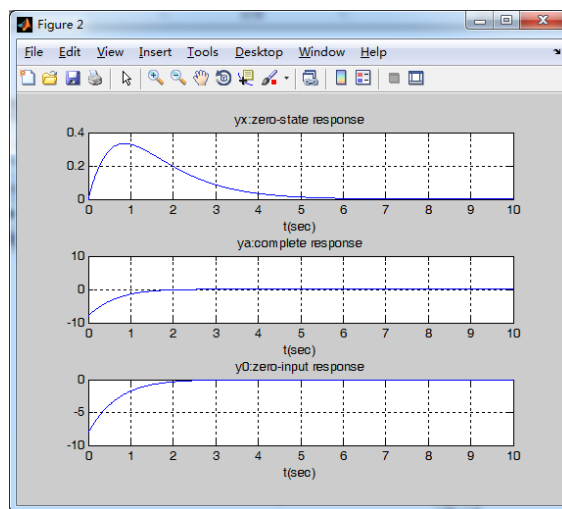
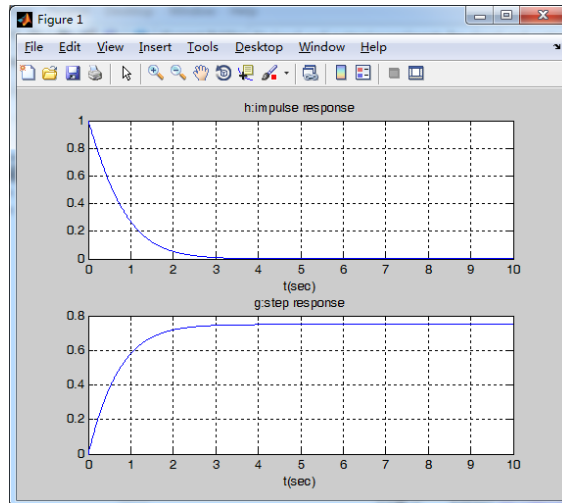
左边系数 $A = [a_0, \cdots, a_N]$ ，右边系数 $B = [b_0, \cdots, b_M]$ ，系统模型可借助 `filter()` 函数进行求解，冲激响应和阶跃响应可分别用 `impz()` 和 `stepz()` 进行求解。

实际上，`filter()` 也是可以求解零输入响应、零状态响应和完全响应。

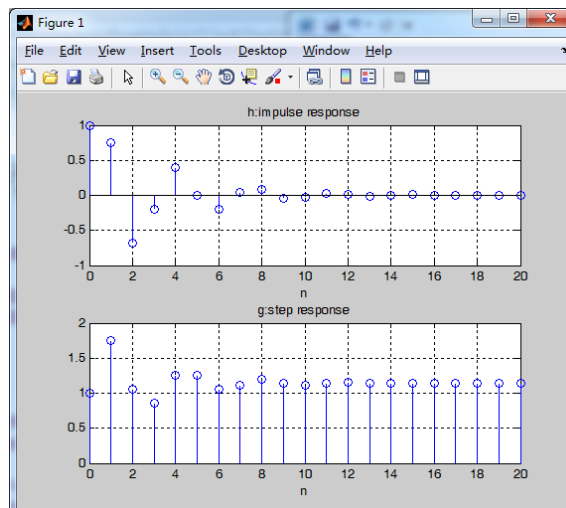
注意：零输入响应：没有外加激励信号的作用，只由起始状态(起始时刻系统储能)所产生的响应。**零状态响应：**不考虑起始时刻系统储能的作用(起始状态等于零)，由系统的外加激励信号所产生的响应。**完全响应 = 零输入响应 + 零状态响应。**

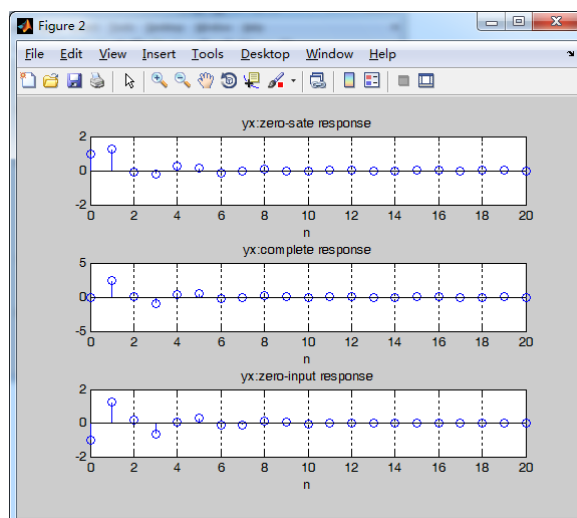
程序示例

已知系统的微分方程为： $y^{(2)}(t) + 4y^{(1)}(t) + 4y(t) = x^{(1)}(t) + 3x(t)$ ， $x(t) = e^{-t}u(t)$ ，其中， $y(0_-) = -3$ ， $y'(0_-) = 1$ 。求解其冲激响应、阶跃响应、零状态响应、零输入响应以及全响应。（见 `experiment_2_1.m`）



已知一个离散时间系统的差分方程为 $y[k] - 0.25y[k-1] + 0.5y[k-2] = x[k] + x[k-1]$ ，已知其输入序列是 $x[k] = \cos(\frac{\pi}{3}k)u(k)$ ， $y[-1] = 2$ ， $y[-2] = 3$ ，求解其冲激响应、阶跃响应、零状态响应、零输入响应以及全响应。（见 experiment_2_2.m）





(二)周期信号的傅里叶级数

设有连续时间周期信号 $x(t)$ ，其周期为 T ，角频率 $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ ，且满足 Dirichlet 条件（即 $x(t)$ 在一个周期时间内连续，若具有有限个第一类间断点，并且函数只有有限个极大值和极小值），则该周期函数可以展开成傅里叶级数，即可以表示为一系列不同频率的正弦或者是复指数信号之和。傅里叶级数有三角形和指数形式两种。

$$\text{三角形形式: } x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega t)$$

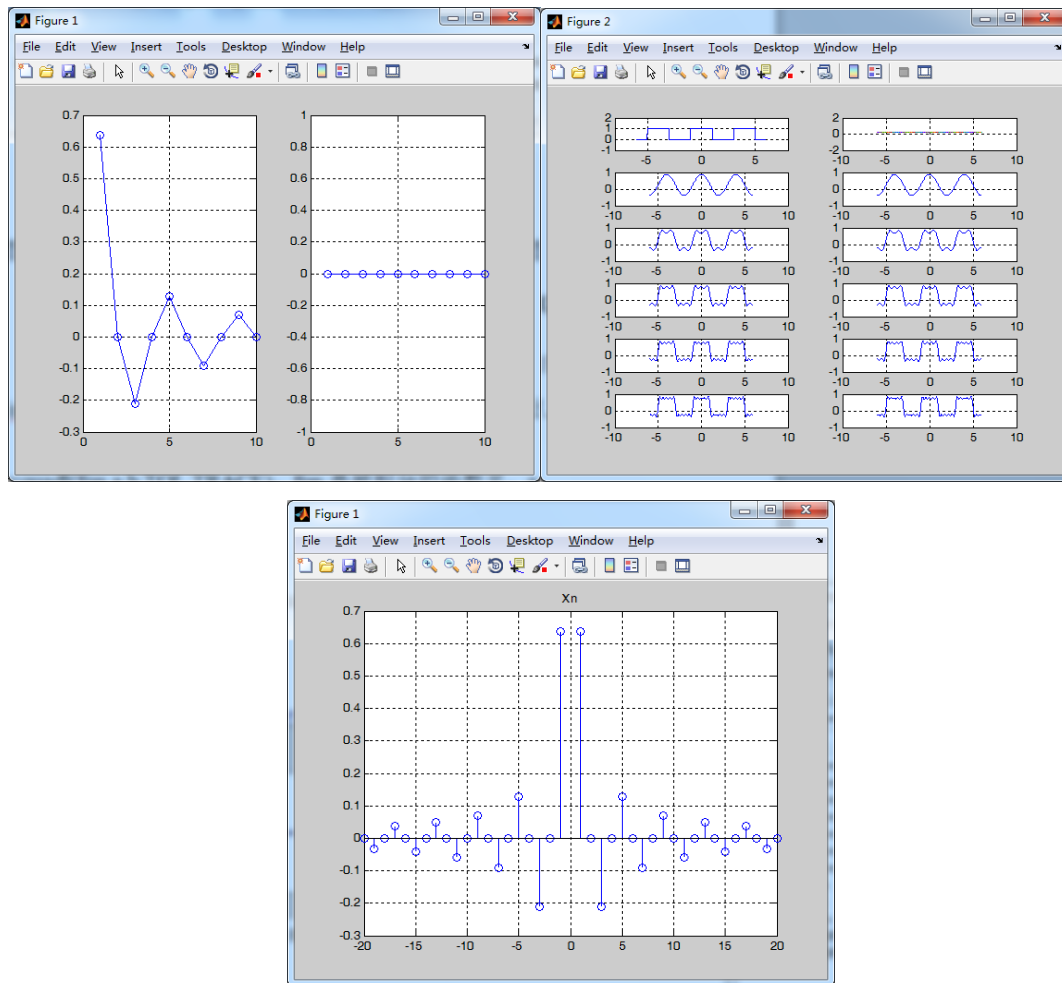
$$\text{指数形式: } \begin{cases} x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{jn\omega t} \\ X_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) e^{-jn\omega t} dt \end{cases}$$

周期信号经过傅里叶分解可表示为一系列正弦和复指数信号之和。在周期信号的傅里叶分解用 MATLAB 计算时，本质上是对信号进行积分运算，可采用以下两种方式进行计算：

- **符号积分：** `int(x,t,a,b)`， x 为符号表达式， t 为积分变量， a 为积分上限， b 为积分下限。
- **数值积分：** `y=quadl(fun,a,b,TOL,TRACE)`， fun 是被积分的函数名， a 和 b 是定积分的下限和上限， TOL 用了控制积分的精度， $TRACE$ 控制是否展现积分过程。

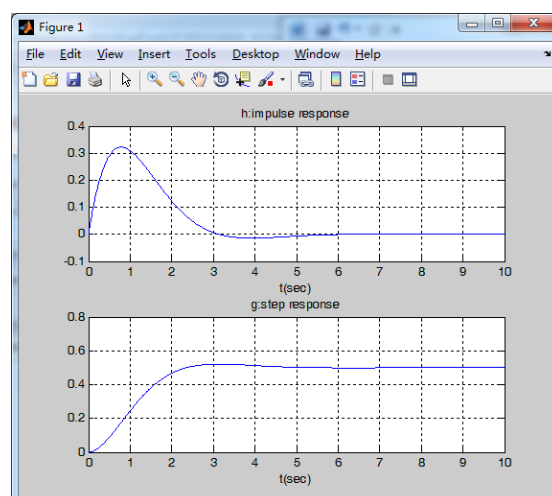
程序实例

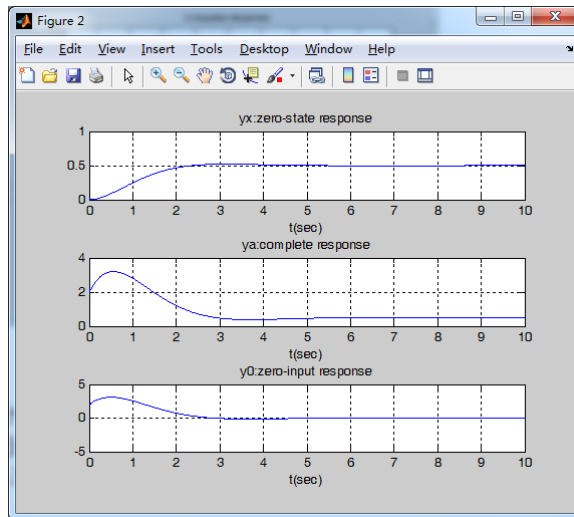
给定周期信号为 4，幅度为 1，脉冲带宽为 2 的矩形信号，用 MATLAB 计算其傅里叶级数、有限项系数（1 至 10）逼近图形（`experiment_2_3.m`），及其频谱（`experiment_2_4.m`）。



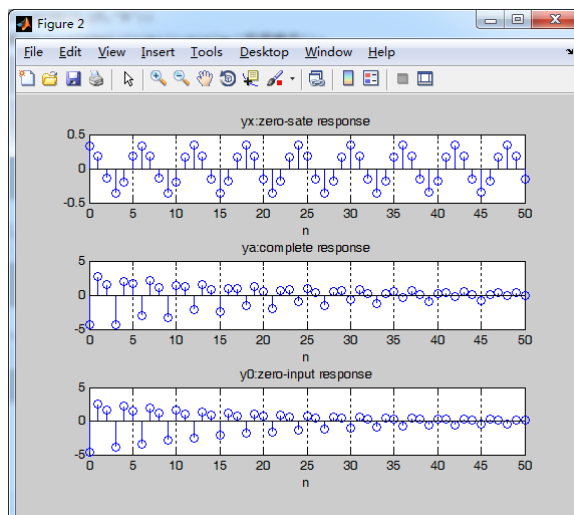
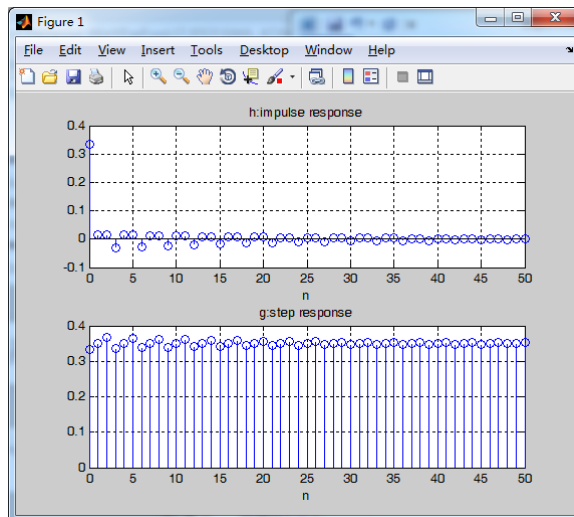
三、 实验内容

A. 已知系统的微分方程为 $y^{(2)}(t) + 2y^{(1)}(t) + 2y(t) = x^{(1)}(t)$ ，其中， $x(t) = e^{-t}u(t)$ ， $y(0_-) = -2$ ， $y'(0_-) = 5$ 。求解其冲激响应、阶跃响应、零状态响应、零输入响应以及全响应，并画出相应的图形。（见 experiment_2_5.m）

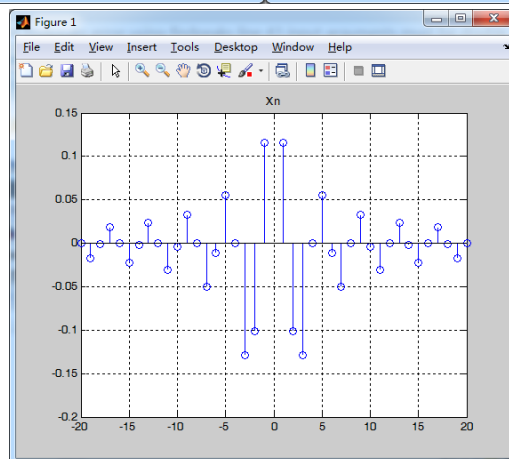
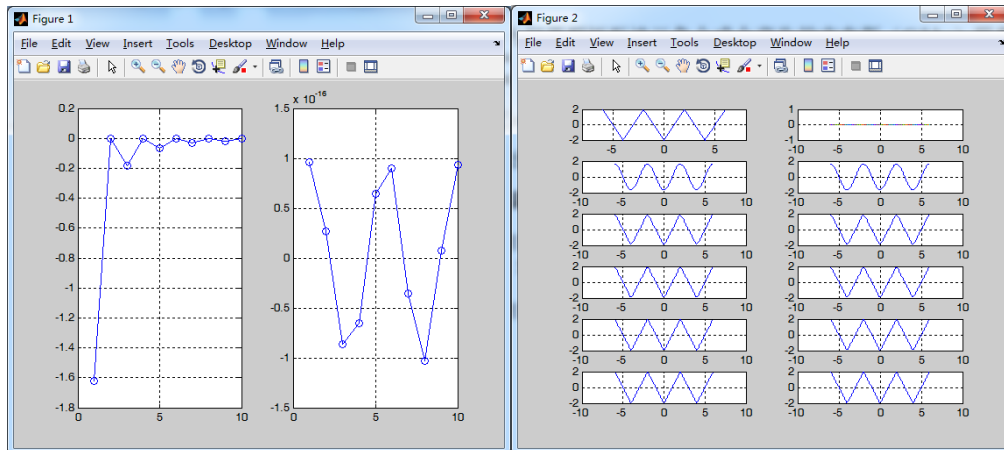
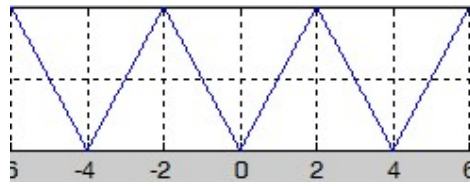




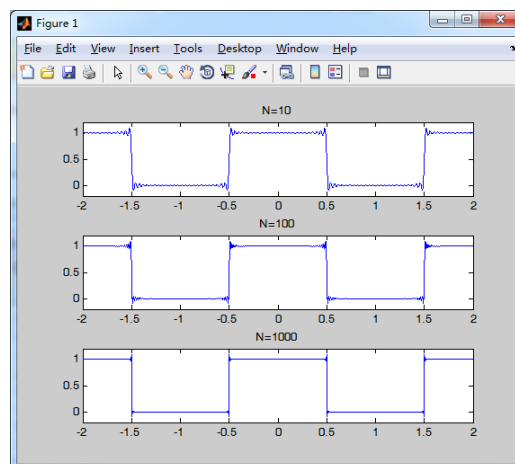
- B. 已知系统的差分方程 $y[k] + 3y[k-1] + 2y[k-2] = x[k]$ ，已知其输入序列是 $x[k] = (0.5)^k u(k)$ ， $y[-1] = 5$ ， $y[-2] = 6$ ，求解其冲激响应、阶跃响应、零状态响应、零输入响应以及全响应，并画出相应的图形。（见 experiment_2_6.m）



- C. 根据下图的周期三角信号，计算其傅里叶级数系数 (a_n 和 b_n)、频谱 (X_n) 以及演示其有限项级数逼近并绘图(见 experiment_2_7.m 和 experiment_2_8.m)。



- D. 以周期方波为例，解释为何连续周期波三角合成会产生吉布斯 (Gibbs) 现象? (experiment_2_9.m)



四、 实验要求：

整理并给出实验内容与步骤中程序的代码与产生的波形

五、 实验思考题

- A. 冲激响应、阶跃响应、零状态响应、零输入响应以及完全响应的定义分别是什么？零状态响应、零输入响应以及完全响应之间的关系是什么？
- B. 阶跃响应和零状态响应是否相同，为什么？

实验三 连续非周期信号的傅里叶变换

一、实验目的

- 1、深刻理解和掌握非周期信号的傅里叶变换及计算方法;
- 2、熟悉傅里叶变换的性质,并能应用其性质实现信号的幅度调制;
- 3、理解连续时间系统的频域分析原理和方法,掌握连续系统的频率响应求解方法,并画出相应的幅频、相频响应曲线;

二、实验原理

若 $x(t)$ 是非周期连续信号,则其傅里叶正变换为: $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$,

其傅里叶反变换为: $x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)e^{j\omega t} d\omega$ 。MATLAB 提供了 `fourier()`函数和 `ifourier()`函数进行傅里叶的变换/逆变换。当然,也可以根据定义,使用积分函数 `quad()`对信号进行处理。

1、连续时间傅里叶变换的性质

(1) 线性: 若 $x_1(t) \leftrightarrow X_1(j\omega)$, $x_2(t) \leftrightarrow X_2(j\omega)$, 则 $a_1x_1(t) + a_2x_2(t) \leftrightarrow a_1X_1(j\omega) + a_2X_2(j\omega)$;

(2) 尺度变换: 若 $x(t) \leftrightarrow X(j\omega)$, 那么 $x(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|}X(\frac{j\omega}{a})$;

(3) 时移: 若 $x(t) \leftrightarrow X(j\omega)$, 则 $x(t - t_0) \leftrightarrow X(j\omega)e^{-j\omega t_0}$, $x(t)e^{j\omega_0 t} \leftrightarrow X(j\omega - j\omega_0)$;

(4) 频移: 在各类电子系统中应用广泛, 比如信号 $x(t)$ 乘以所谓的载频信号, 实现信号的频谱搬移。

$$y(t) = x(t) \cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2}X[j(\omega + \omega_0)] + \frac{1}{2}X[j(\omega - \omega_0)]$$

$$y(t) = x(t) \sin(\omega_0 t) = \frac{1}{2}jX[j(\omega + \omega_0)] - \frac{1}{2}jX[j(\omega - \omega_0)]$$

2、连续系统的频域分析和频率响应

设线性时不变 (LTI) 系统的单位冲激响应为 $h(t)$, 激励 (输入) 信号为 $x(t)$, 零状态响应 (输出) 为 $y(t)$, 则 $y(t) = h(t) * x(t)$, 其对应的傅里叶变换表达为: $Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot H(j\omega)$ 。其中函数 $H(j\omega)$ 反映了系统的频域特性, 称之为系统的频率响应。

系统频率响应的复函数表示形式为: $H(j\omega) = |H(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)} = \left| \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} \right| e^{j\varphi(\omega)}$ 。

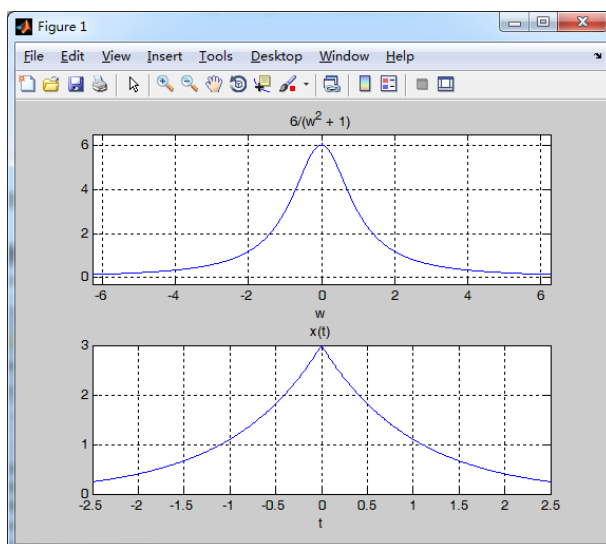
对于由线性常系数微分方程描述的 LTI 系统, 频率响应可以表示为:

$$H(j\omega) = \frac{B(\omega)}{A(\omega)} = \frac{b_M(j\omega)^M + \cdots + b_1(j\omega) + b_0}{a_N(j\omega)^N + \cdots + b_1(j\omega) + a_0}$$

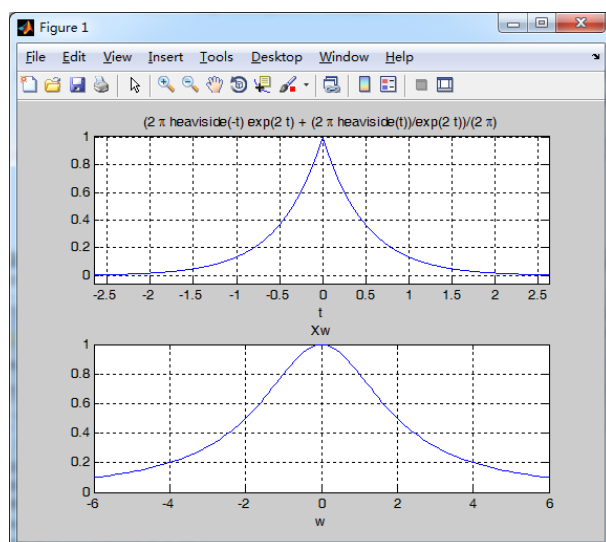
对于上述的频率响应, MATLAB 工具箱中提供的 `freqs()`可以直接计算, 其形式为: `[h,w]=freqs(b,a,n)`; b 为系统函数中分子多项式的系数向量, a 为分母多项式的系数向量, n 为返回的频率响应对应的频率点数, w 为角频率向量, 向量 h 则是返回在 w 所定义的频率点上频率响应值。

三、程序实例:

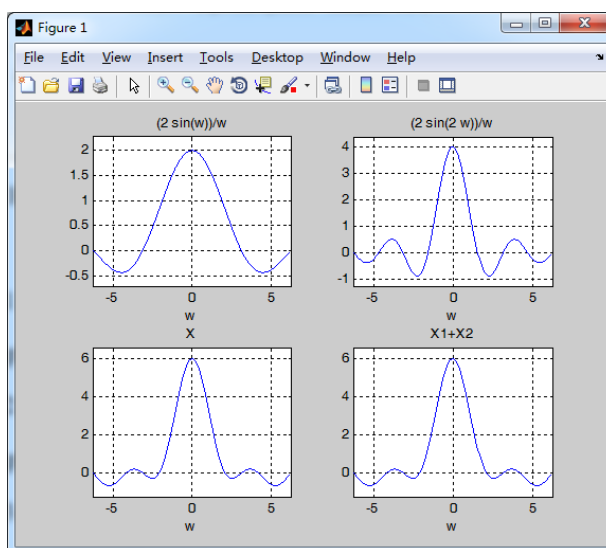
- 1、求 $x(t) = 3e^{-|t|}$ 的傅里叶变换; (采用 `fourier()`函数, 见 `example_3_1.m`)



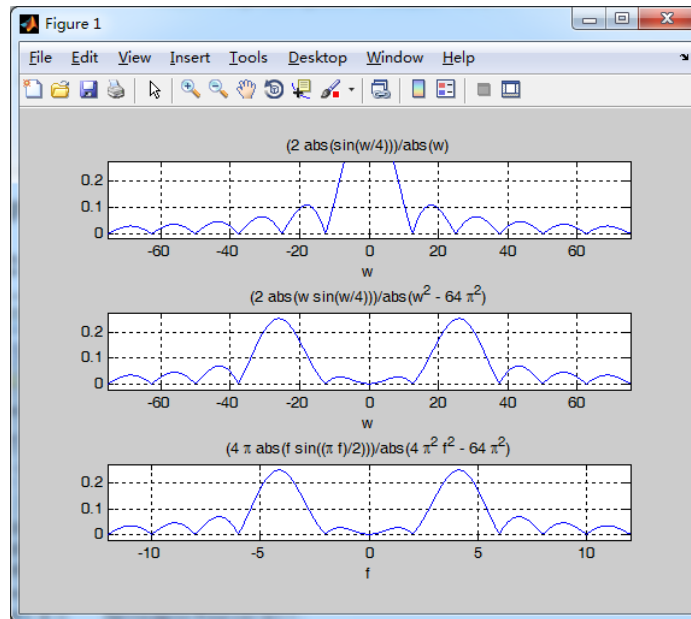
2、求 $X(jw) = \frac{4}{4+w^2}$ 的傅里叶逆变换; (采用 ifourier() 函数, 见 example_3_2.m)



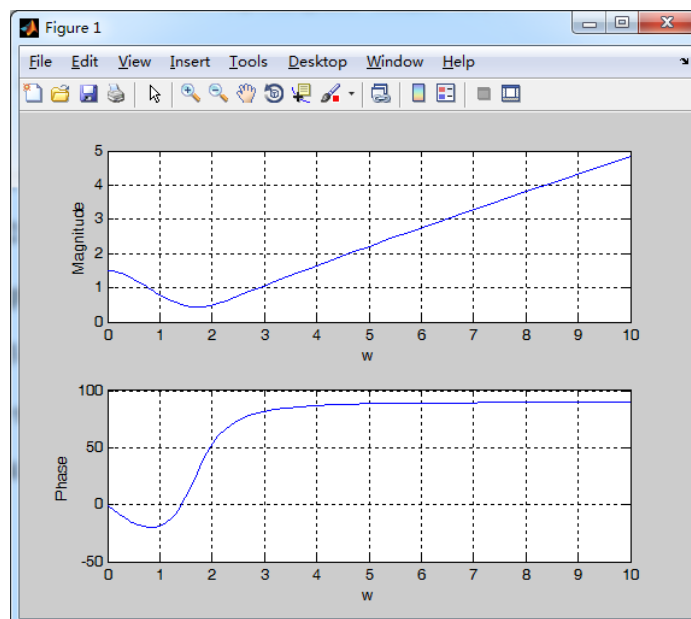
3、信号 $x_1(t) = u(t+1) - u(t-1)$, $x_2(t) = u(t+2) - u(t-2)$, $x = x_1 + x_2$ 。请验证傅里叶变换的线性特性。(见 example_3_3.m)



4、求频移信号 $x(t) = (u(t+1) - u(t-1))\cos(\omega_0 t)$ 的频谱，取 $\omega_0 = 2\pi \text{ rad/s}$ ，即频率 $f=1\text{Hz}$ ，请绘制此矩形脉冲信号的频谱及频移后信号的频谱。(见 example_3_4.m)

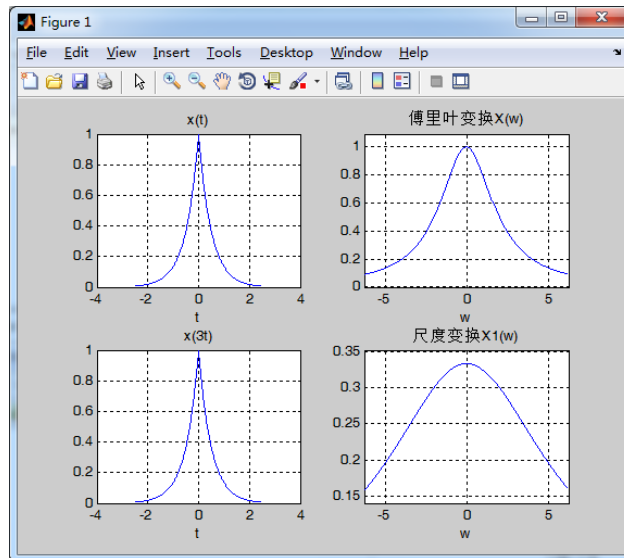


5、画出频率响应 $H(jw) = \frac{(jw)^2 + (jw) + 3}{2(jw) + 2}$ 的幅、相频曲线。(见 example_3_5.m)

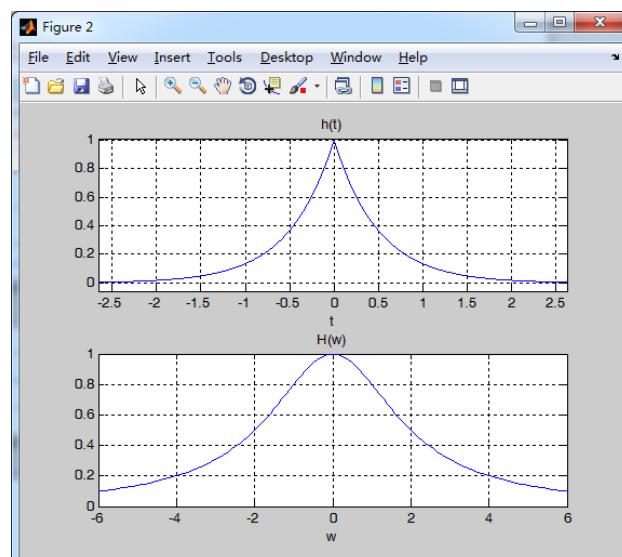
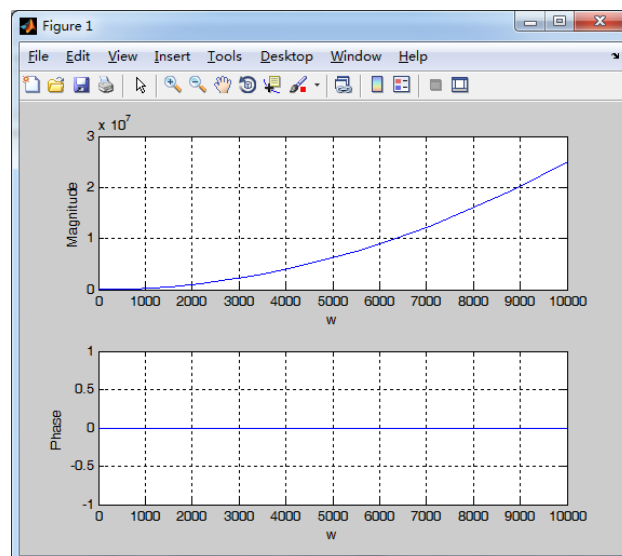


四、 实验内容和步骤

1、计算信号 $x(t) = e^{-2|t|}$ 的傅里叶变换，并验证其尺度变换（即 $x(at)$ 的傅里叶变换， a 在此设为 3）。(见 experiment_3_1.m)

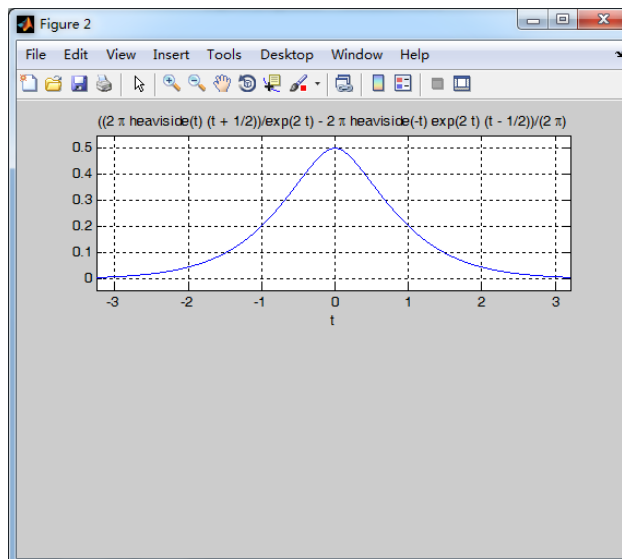
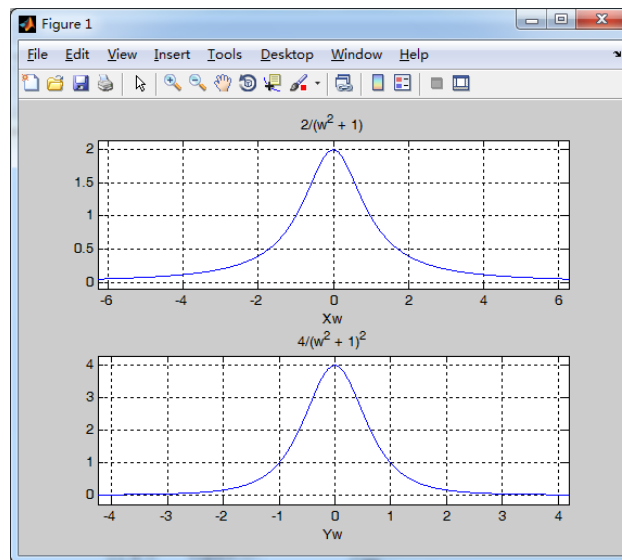


2、求解微分方程 $-y''(t) + 4y(t) = 4x(t)$ 所描述系统的频率响应，（1）并画出系统的幅频和相频响应曲线；（2）求解系统的单位冲激响应并绘制出图形.(见 experiment_3_2.m)

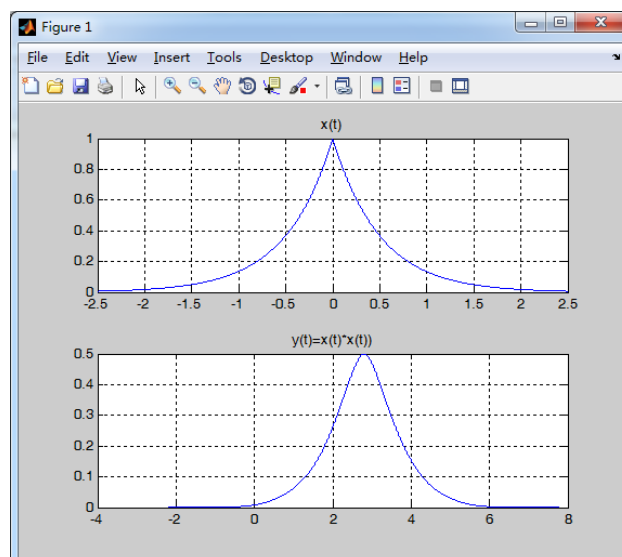


3、设 $x(t) = e^{-2|t|}$, $y(t)=x(t)*x(t)$, 请用

(1) 傅里叶变换及逆变换求解 $y(t)$; (见 experiment_3_3.m)



(2) 时域卷积求解 $y(t)$, 验证与 (1) 求解的结果; (见 experiment_3_4.m)



五、 实验预习

非周期连续信号的傅里叶变换有哪些性质？

六、 实验报告要求

- 1、整理实验内容并绘制实验图形；
- 2、结合实验，分析时移和频移对信号产生的影响；

实验四 基于 MATLAB 的音乐合成的基本原理

采用 MATLAB 软件仿真来实现。首先，通过编程对一段真实的音乐进行分析、处理，求得这段音乐的基频、谐波分量、频带宽度等数据；然后，通过对乐理的研究，根据分析中求得的数据编写程序，进行基于傅里叶分析的音乐合成设计。

一、实验目的

- 1、初步了解乐音的基本概念，利用 MATLAB 编程实现音乐的合成；
- 2、熟练运用 MATLAB 的基本概念，并加强对傅里叶级数、变换的概念；

二、实验原理

傅里叶变换建立了信号频谱的概念。所谓傅里叶分析即分析信号的频谱(频率构成)、频带宽度等。要想合成出一段音乐，就要了解该段音乐的基波频率、谐波构成等。因此，必须采用傅里叶变换这一工具。对于连续时间信号 $f(t)$ ，其傅里叶变换为 $F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$ 。由于其变换两边的函数 $f(t)$ 和 $F(j\omega)$ 都是连续函数，不适合于计算机处理。MATLAB 语言提供了符号函数 `fourier` 来实现傅里叶变换，但该函数需要信号的解析表达式。而工程应用中经常需要对抽样数据进行傅里叶分析，这种情况下往往无法得到信号的解析表达式，必须采用傅里叶变换的数值计算方法。

如果 $f(t)$ 的主要取值区间为 $[t_1, t_2]$ ，定义 $T = t_2 - t_1$ 为区间长度。在该区间内抽样 N 个点，抽样间隔为 $\Delta t = T/N$ ，则有 $\sum_{n=0}^{N-1} f(t_1 + n\Delta t) e^{-j\omega(t_1 + n\Delta t)} \Delta t = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} f(t_1 + n\Delta t) e^{-j\omega(t_1 + n\Delta t)}$ ，可以计算出任意频点的傅里叶变换值。假设 $F(j\omega)$ 的主要取值区间位于 $[\omega_1, \omega_2]$ ，要计算其间均匀抽样的 k 个值，则有 $f(\omega_1 + k\Delta\omega) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} f(t_1 + n\Delta t) e^{-j(\omega_1 + k\Delta\omega)(t_1 + n\Delta t)}$ ，式中 $\Delta\omega = \frac{\omega_2 - \omega_1}{k}$ 为频域抽样间隔。

三、音乐分析与合成的 MATLAB 实现

1、相关的 MATLAB 函数及其功能

相关的几个声音信号分析与处理的 MATLAB 函数及其功能，见表 1

函数	功能
<code>wavread</code>	读.wav 文件
<code>sound</code>	将向量转换成声音
<code>kron</code>	矩阵的张量积(叉乘)
<code>resample</code>	改变信号的采样率
<code>interp</code>	上采样(提高采样率)
<code>decimate</code>	下采样(降低采样率)

表 1 相关的 MATLAB 函数及其功能

2、实现过程中的难点处理

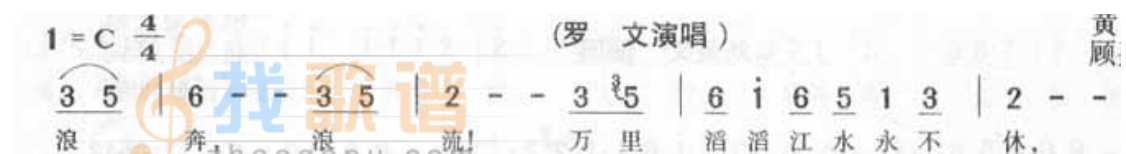
音乐的时间分割。在对音乐信号进行分析时，要充分考虑采样数据点数是否为 MATLAB 软件所能承受。如对音乐信号以 8000Hz 进行采样，那么在 1s 的时间范围内，采样的数据点数就有 8000 个，再对这些数据进行一系列的数学运算，其运行时间很长，出现类似死机的现象。因此，如果音乐文件时间达数秒钟，则应将该文件进行时间分割，分成几个小段进行分析，每小段的时间越少，分析速度越快。建议每小段的时间尽量不超过 0.5s。在对每小段音乐进行分析时，只需分析每段音乐的最高幅度处，其他处可看成是其幅度的衰减，频率成分不变，这样可以减少对音乐的分析时间，避免做无谓的分析。为防止漏掉基波频率，最好参考该音乐的时域波形，捕捉到每个音的起始时间和持续时间。

音乐的节拍。每个音的起始时间和持续时间在合成音乐的时候是到至关重要的。因为每个音调都有持续时间，该持续时间就是通常意义上的“拍子”，一拍大约是 0.5s。只有了解了每个音的起始时间和持续时间，在音乐合成时才能正确地掌握各基波频率出现的前后顺序及其节拍，以减少失真。

音乐的波形包络。乐音波形包络是描述乐音特性的一个重要因素。通过音乐的时域波形可以判断该乐音是否在下一个乐音开始时衰减为零，以减小音乐合成的误差。包络既可用折线形也可采用指数衰减的方法，关键的问题是如何选择衰减系数。采用折线方法麻烦一些，但折线的斜率可以根据时域波形来判断；若采用指数衰减方法，如能确定衰减系数，就非常简单。本设计采用指数衰减方法，衰减系数可根据电容充放电理论，即工程上认为，当 t 大于等于 $3S$ 以后，可认为电路已趋稳定，其中， S 为 RC 电路的时间常数， $S=RC$ 。设某段音乐的持续时间为 T ，且幅度在 T 时间内衰减为零，当包络采用指数 e^{at} 时，则衰减因子 $a=3/T$ 。

参与音乐合成的频率分量。考虑到计算容量和计算速度，并不使用所有的频率分量进行音乐的合成，而只是选用那些真实音乐频谱中超过 0.35 倍最大幅度的频率分量，否则数据量太大，会超出计算机所能承受的范围，从而导致程序运行错误。

四、程序实例



可确定 C 调中央频率是 262.63Hz，在 MATLAB 中生成幅度为 1，采样频率为 8kHz 的正弦信号表示音乐。

可得到上面乐谱每个符号的频率及持续时间为：

329.63 (0.5) 392 (0.5) | 440 (3) 329.63 (0.5) 392 (0.5) | 293.66 (3) 329.63 (0.5)
369.99 (0.5) | 440 (0.5) 523.25 (1) 440 (0.5) 392 (0.5) 261.63 (1) 329.63 (0.5)
| 293.66 (3)

程序见 ShangHaiTan.m 和 ShangHaiTan_1.m

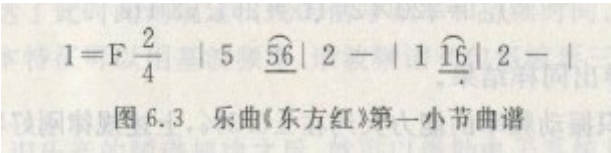
由于 ShangHaiTan.m 和 ShangHaiTan_1.m 的乐音之间有‘咻’的杂声，这是因为相位不连续产生了高频分量，这种杂声严重影响了合成音乐的真实感觉，为了消除这种噪声，我们可以用包络来修正。主要方法是，保证每个语音的第一个采样点值大小不变，最后一个采样点的值衰减到原来的 $1/e$ 。处理后可以使噪声

大大减小。程序见 ShangHaiTan_2.m。

试着在 ShangHaiTan_1.m 中增加一些谐波分量，听一听音乐是否厚重了。方法：选择基波的幅度为 1，二次谐波为 0.2，三次谐波为 0.3。程序见 ShangHaiTan_3.m。注意谐波的能量要足够小，否则会掩盖基波能量，反而听不清音调了。

五、 实验内容与步骤

根据《东方红》第一小节的简谱和十二平均律计算出该小节每个乐音的频率，在 MATLAB 中生成幅度为 1，抽样频率为 8kHz 的正弦信号表示这些乐音，用 sound 播放合成的音乐



由图可知《东方红》的曲调定为 F，即 1=F，对应的频率为 349.23Hz，据此可以计算出其他乐音的频率，例如 5 对应的频率为

$f_5 = 349.23 \times 2^{7/12} = 523.25$ ，依次类推计算出第一小节各乐音对应的频率为：

乐音	5	5	6	2	1	1	6	2
频率	523.25	523.25	587.33	392	349.23	349.23	293.66	392

在确定了各乐音的频率之后需要确定每个乐音的持续时间。每小节有两拍，一拍的时间是 0.5s，因此各乐音的持续时间为：

乐音	5	5	6	2	1	1	6	2
时间	0.5	0.25	0.25	1	0.5	0.25	0.25	1

而在MATLAB中表示乐音所用的抽样频率为fs=8000Hz，也就是所1s钟内有8000个点，抽样点数的多少就可表示出每个乐音的持续时间的长短。用一个行向量来存储这段音乐对应的抽样点，在用sound函数播放即可。

程序见（music.m 和 music1_1.m）

六、 实验报告要求

- 1、整理实验内容与步骤中的程序代码，给出实验结果。

实验五 时域采样定理的验证

一、实验目的

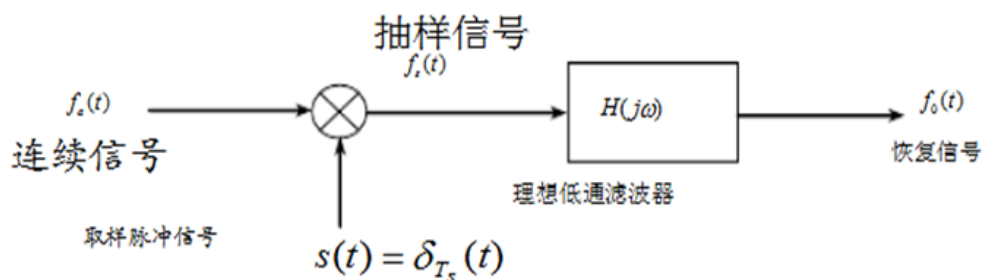
- A. 熟练掌握对信号采样的步骤
- B. 深入理解奈奎斯特采样定理
- C. 理解频率混叠出现的原因，并验证
- D. 本实验较为综合，考查了傅里叶变换、信号时域采样、采样定理、频率混叠、低通滤波器的设计。

二、实验原理

对连续信号进行等间隔采样形成采样信号，采样信号的频谱是原连续信号频谱以采样频率 f_s 为周期进行周期性的延拓；

假设连续信号的最高频率为 f_M ，如果采样频率为 $f_s > 2f_M$ ，那么采样信号可以唯一恢复原连续信号，否则 $f_s \leq 2f_M$ 会造成采样信号的频谱混叠现象，不可能无失真的恢复原连续信号。

设计原理图：



对一个理想带限信号 $f_a(t)$ 进行采样和恢复可表示为： $\hat{f}_a(t) = f_a(t)S(t)$ ； $S(t)$

是周期脉冲信号， $S(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$ 。那么 $\hat{f}_a(t)$ 的傅里叶变换为 $\hat{F}_a(j\omega)$ 。

$$\hat{F}_a(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_a(j(\omega - m\omega_s))$$

可见 $\hat{F}_a(j\omega)$ 是 $F_a(j\omega)$ 的周期延拓，其采样频率为 $\omega_s = 2\pi/T$ ，只有满足采样定理时候，在能有效地恢复原连续信号。

$$\hat{F}_a(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[f_a(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \right] e^{-j\omega t} dt$$
$$\hat{F}_a(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_a(t) \delta(t - nT) e^{-j\omega t} dt$$

$$\hat{F}_a(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_a(nT) e^{-j\omega nT}$$

显然 $f_a(nT)$ 就是采样后的序列 $f_a(n)$ ， $f_a(n)$ 的傅里叶变换可以表示为 $F(e^{j\Omega})$ ：

$$\hat{F}_a(j\omega) = F(e^{j\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_a(n) e^{-j\Omega n} \quad (\omega = \Omega T)$$

两者在频率上只相差一个因子 T 。

采样信号的恢复（内插函数法）——设计低通滤波器

设信号 $f(t)$ 被采样以后形成的采样信号为 $f_s(t)$ ，信号的重构是指由 $f_s(t)$ 经过内插处理以后，恢复 $f(t)$ 的过程。可知信号恢复的时域表达式为：

$$\begin{aligned} f(t) &= h(t) * f_s(t) \\ f_s(t) &= f(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sigma(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_s) \sigma(t - nT_s) \\ h(t) &= F^{-1}[H(j\omega)] = T_s \frac{\omega_c}{\pi} \text{sa}(\omega_c t) \\ f(t) &= T_s \frac{\omega_c}{\pi} \text{sa}(\omega_c t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_s) \sigma(t - nT_s) \\ &= T_s \frac{\omega_c}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_s) \text{sa}(\omega_c(t - nT_s)) \end{aligned}$$

$\text{Sa}(\omega_c t)$ 在此作内插函数的作用。上述的内插公式表明 $f(t)$ 等于各采样点函数 $f(nT_s)$ 的总和。即只要采样信号高于原信号最高频率的两倍，原信号就可以用它的采样信号表示，而不丢失任何信息，这种理想低通滤波器的模拟信号完全等于模拟信号 $f(t)$ 。

程序实例

已知一个升余弦信号 $x(t) = (1 + \cos(2\pi f_s t))$ ，其中 $f_s = 20\text{Hz}$ 。（1）对信号进行采样，画出采样频率分别为30Hz，40Hz（Nyquist Frequency）以及100Hz时的采样序列；（2）以及对不同采样频率下的采样频率下的序列进行频谱分析，绘制其幅频曲线，并对比各频率下采样序列和幅频曲线有误差差别；（3）由采样信号恢复出的连续信号，画出其时域波形，并与原连续信号进行对比。

（experiment_5_1.m）

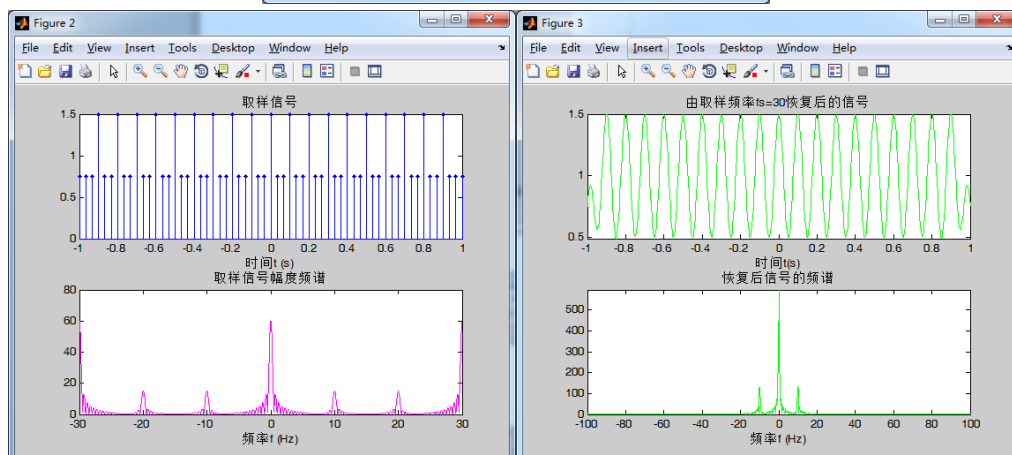
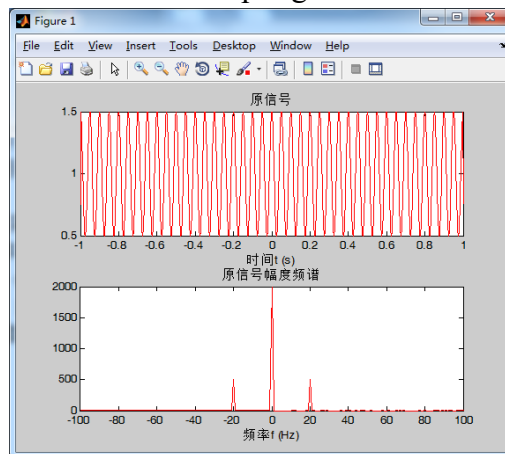
设计思路：实际上，信号不可能从 $(-\infty, +\infty)$ 进行采样，假定采样区间为 $[-1, 1]$ 以及采样频率 $f(T = 1/f)$ ，那么实际上被采样的信号是 $x_1(t) = x(t) \times (u(t+1) - u(t-1))$ ，其信号的频谱实为 $X_1(j\omega) = X(j\omega) * \text{Sa}(j\omega)$ 。再者，由于采样后 $x_1(t)$ 变成函数变成 $x_1(nT)$ ，所以要采用离散时间傅里叶变换（DTFT）对 $x_1(nT)$ 进行频谱的分析。

1、关于实验部分的理论推导可见本实验的（实验原理）部分，特别是关于如何从一个连续时间信号 $f_a(t)$ 到一个离散时间信号 $f_a(nT)$ （即： $f_a(n)$ ）的推导。

2、关于DTFT变换可以参考课本，以及公式： $Y(e^{j\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n) e^{-j\Omega n}$ ，其中

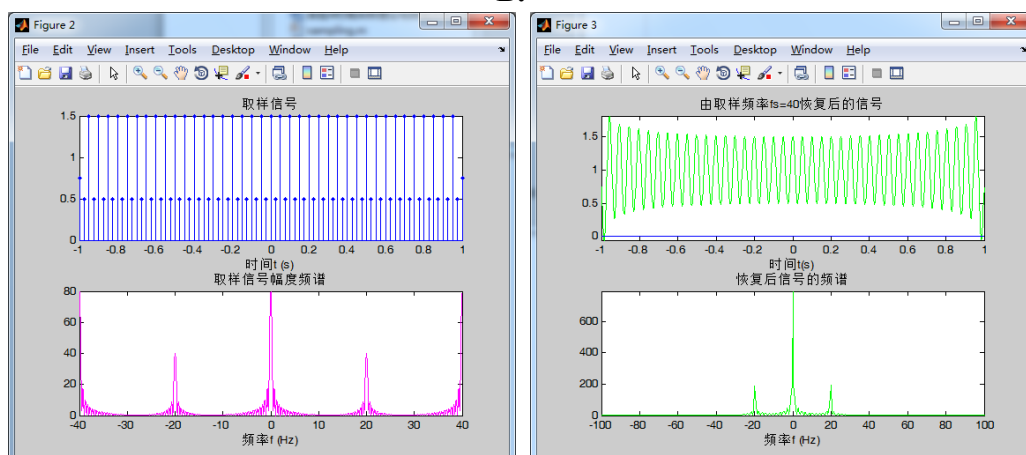
$y(n)$ 表示离散时域信号， $Y(e^{j\Omega})$ 为对应的频谱。

3、本实验中DTFT的实现的思路是：1、求解n值对应的角频率 Ωn 和 $y(n)$ ，2、利用DTFT公式进行频谱求解！（如：sampling.m中的10~12行）。

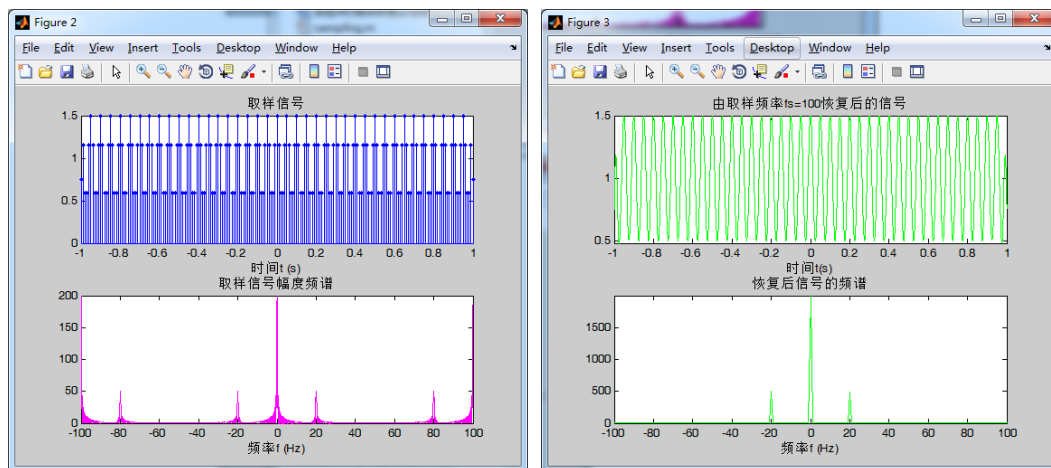


A. 采样频率 30Hz

B.



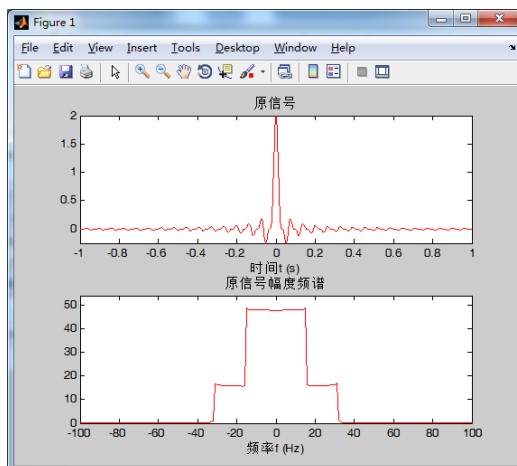
C. 采样频率 40Hz

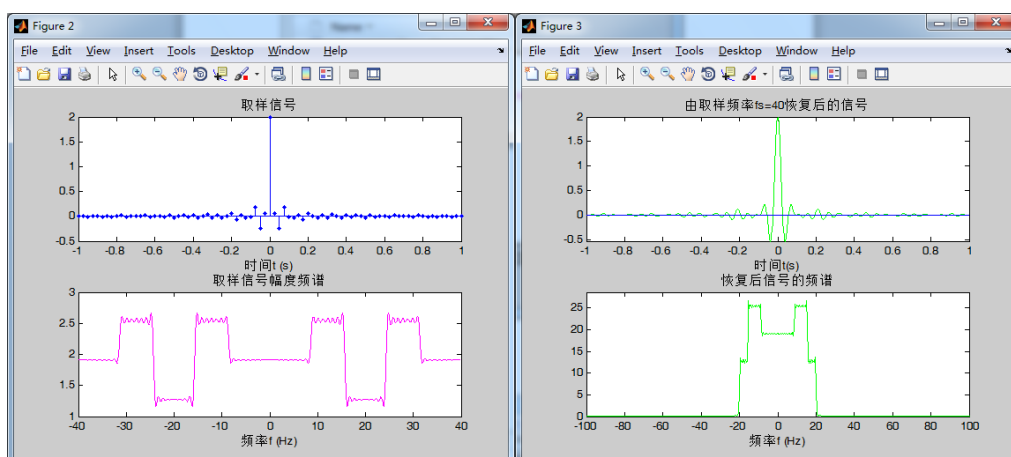


D. 采样频率 100Hz

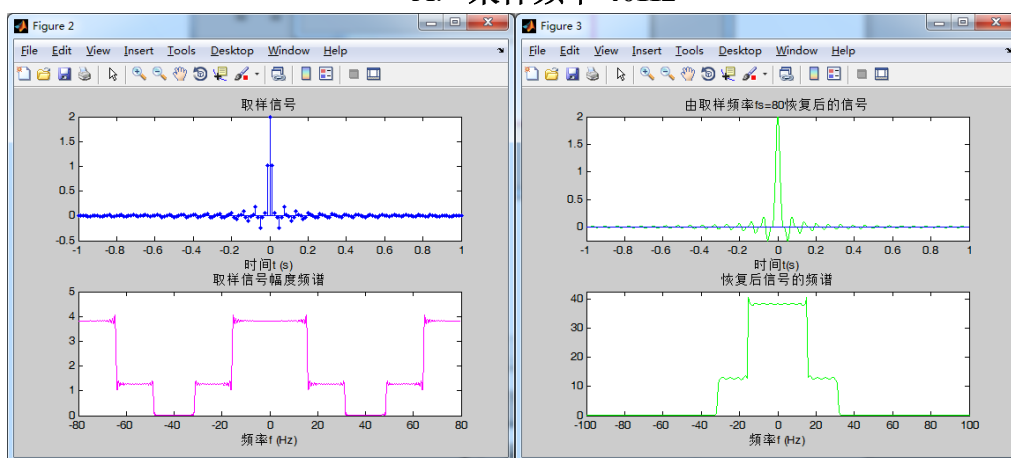
实验内容与步骤

- 给定一个频带有限的连续时间信号 $x(t) = \text{sinc}(\pi f_1 t) + \text{sinc}(\pi f_2 t)$, $f_1 = 20\text{Hz}$, $f_2 = 10\text{Hz}$, 判断其最高频率 $f_s = ?$, 画出其波形和频谱;
- 令采样频率大于该信号奈奎斯特频率 $2f_s$, 对此信号采样, 求出采样信号的波形和频谱;
- 令采样频率等于该信号奈奎斯特频率, 对此信号采样, 求出采样信号的波形和频谱;
- 令采样频率小于该信号奈奎斯特频率, 对此信号采样, 求出采样信号的波形和频谱;
- 利用得到的三个采样信号, 设计合适的低通滤波器, 分别恢复原始信号。(见 (experiment_5_2.m))

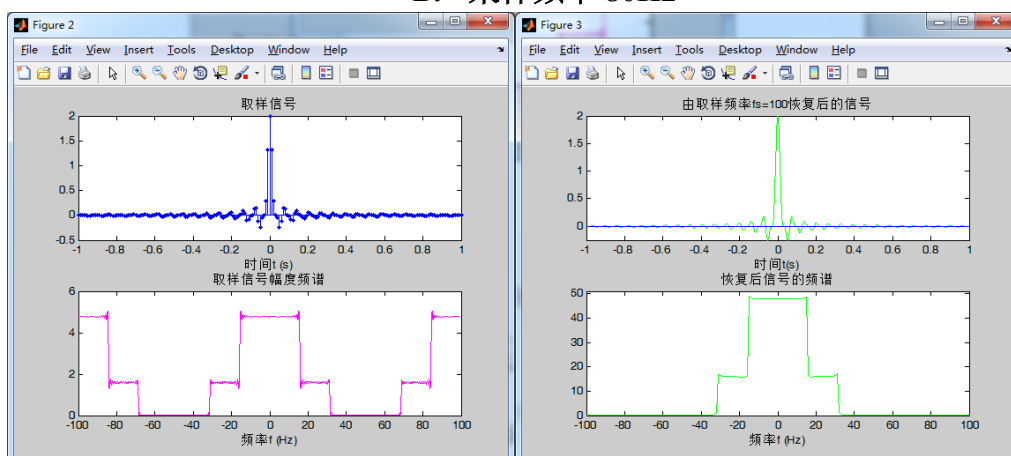




A. 采样频率 40Hz



B. 采样频率 80Hz



C. 采样频率 100Hz

实验思考

- 采样定理的定义是什么？信号须满足什么条件才能使得采样（采样频率 $\geq f_s$ ）后能有效回复？
- 分析采样信号何时会出现频率混叠，如何避免？
- 如何设计理想的低通滤波器 $H(j\omega)$ ？

实验六 连续时间系统的 LAPLACE 变换与性能分析

一、 实验目的

- A. 深刻理解和掌握 laplace 变换的运算方法及其性质
- B. 熟练掌握利用部分分式的方法求解 laplace 逆变换，并利用 MATLAB 实现
- C. 理解复频域系统函数 $H(s)$ 的意义，并熟练画出其频谱
- D. 利用复频域系统函数 $H(s)$ 的零、极点分布对连续时间系统进行复频域分析

二、 实验原理

Laplace 变换

laplace 变换是分析连续时间信号的有效手段， $x(t)$ 是连续时间信号， $X(s)$ 为其 laplace 变换，对于因果信号可以定义其 laplace 变换为：

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt$$

Laplace 逆变换为：

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\delta-j\omega}^{\delta+j\omega} X(s) e^{-st} dt$$

其中 $s = \delta + j\omega$ ，若 δ 为横坐标（实轴）， $j\omega$ 为纵坐标（虚轴），复变量变成了一个平面，称之为 s 平面。 $x(t)$ 与 $X(s)$ 构成了一对 laplace 变换。在 MATLAB 中可以表示为：

$$xs = \text{laplace}(xt, t, s);$$

而 laplace 逆变换用 MATLAB 表示为：

$$xt = \text{ilaplace}(xs, s, t);$$

MATLAB 中连续系统的描述方法

A. 状态空间描述方法

线性时不变系统的特性可以用一组一阶微分方程来描述，其矩阵形式就是状态方程空间表示

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}$$

其中 A 、 B 、 C 和 D 是系统矩阵， x 和 y 分别是 n_x 维数的状态向量和 n_y 维系统输出向量， u 是 n_u 维系统控制向量。

B. 传递函数描述方法

线性时不变系统的另一种等价的表示形式为：

$$Y(s) = H(s) \cdot U(s)$$

传递函数 $H(s)$ 与状态方程的关系为：

$$H(s) = Cf(sI - A)^{-1}B + D$$

对于单输入单输出系统，其传递函数可以表示为：

$$H(s) = \frac{num(s)}{den(s)} = \frac{num(1)s^{nn-1} + \dots + num(nn-1)s + num(nn)}{den(1)s^{nd-1} + \dots + den(nd-1)s + den(nd)}$$

C. 零、极点描述方法

将传递函数 $H(s)$ 中关于 s 的分子和分母进行多项式进行因式分解，得到零极点形式，如：

$$H(s) = \frac{num(s)}{den(s)} = k \frac{[s - z(1)][s - z(2)] \dots [s - z(n)]}{[s - p(1)][s - p(2)] \dots [s - p(n)]}$$

D. 部分分式描述方法

传递函数也可以用部分分式进行展开：

$$H(s) = \frac{num(s)}{den(s)} = \frac{r(1)}{s - p(1)} + \frac{r(2)}{s - p(2)} + \dots + \frac{r(n)}{s - p(n)} + k(s)$$

在 MATLAB 控制系统的工具箱中，有一些函数可以对各种模型进行转换，可见下表所示：

函数	功能
<code>[num,den]=ss2tf(a,b,c,d,iu)</code>	空间状态转换成传递函数
<code>[z,p,k]=ss2zp(a,b,c,d,iu)</code>	状态空间转换成零极点增益
<code>[a,b,c,d]=tf2ss(num,den)</code>	传递函数转换成状态空间
<code>[z,p,k]=tf2zp(num,den)</code>	传递函数转换成零极点增益
<code>[r,p,k]=residue(num,den)</code>	传递函数转换成部分分式
<code>[num,den]=zp2tf(z,p,k)</code>	零极点增益转换成传递函数
<code>[a,b,c,d]=zp2ss(z,p,k)</code>	零极点增益转换成状态空间
<code>[num,den]=residue(r,p,k)</code>	部分分式转换成传递函数

参数的说明：`num`、`den`——表示的是传递函数的分子、分母多项式；`a,b,c,d`——状态空间矩阵；`iu`——第 i 个输入；`z,p,k`——零点、极点、增益；`r,p,k`——传递函数的零点、极点以及原传递函数常数剩余部分。

部分分式展开法求 laplace 逆变换

利用 `residue()` 函数可以对复杂的 s 域表示式子 $X(s)$ 进行进行部分分式展开：
`[r,p,k]=residue(B,A)`，其中 B 和 A 分别是 $X(s)$ 分子多项式和分母多项式的系数， r 为所得到部分分式展开系数向量， p 为极点， k 为直流分量。然后调用 `ilaplace` 函数进行 $X(s)$ 的逆变换。

系统函数的零极点与系统的稳定性

传递函数 $H(s)$ 通常是个有理式子，其分子和分母均为多项式。若连续系统的零极点确定了下来，系统函数就可以确定下来。即系统的函数的零极点分布完全确定了系统的分布。

假设传递函数的中 a 为分母系数向量， b 为分子系数向量， z 为零点， p 为极点， k 为增益，则求解系统中系统函数的零极点以及稳定性的判定，可根据 `roots()` 或者 `tf2zp()` 来求解，其调用格式为：

$$p = \text{roots}(a); z = \text{roots}(b); [z,p,k] = \text{tf2zp}(b,a);$$

根据系统模型 `sys` 求零极点的指令可以是：

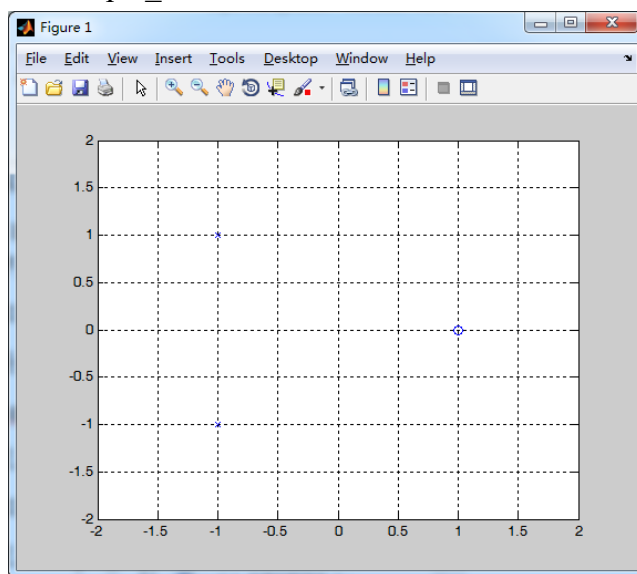
$$p = \text{pole}(\text{sys}); z = \text{zero}(\text{sys});$$

若找出零极点可以直接用 `plot` 画零极点图，也可以直接用 `pzmap()` 函数来进行画图。如：

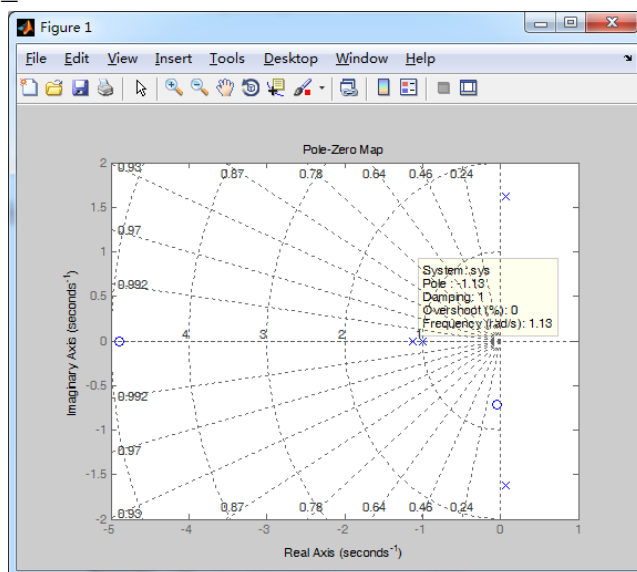
$$\text{pzmap}(\text{sys}); [p,z] = \text{pzmap}(\text{sys}).$$

程序示例

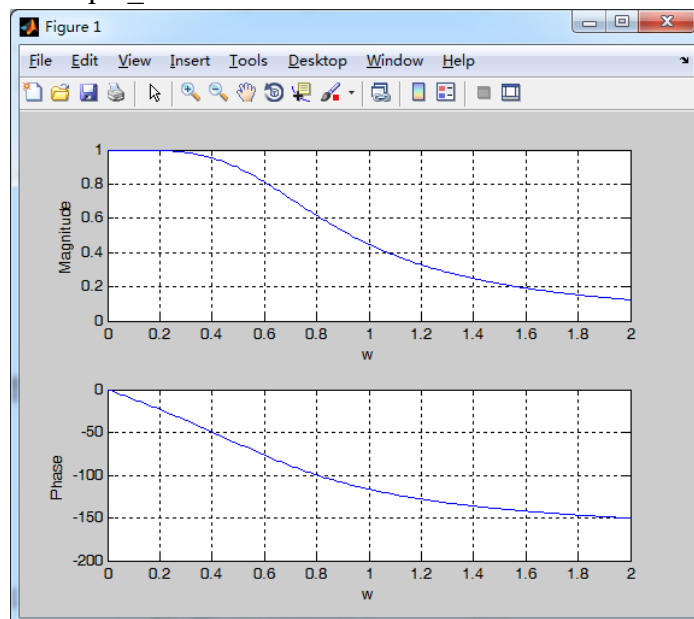
- (1) 求阶跃函数 $x(t)=u(t-2)$ 的 laplace 变换, example_1.m
- (2) 求函数 $X(s) = \frac{4s}{s^2+5s+6}$ 的 laplace 逆变换, (ilplace(), example_2_2.m),
(residue(), example_2_1.m)
- (3) 求解 $X(s) = \frac{(s+2)(s-2)}{s(s+3)(s+1)}$ 的 laplace 变换 (提示: 当分子和分母都不是多项式时, 可以利用 conv() 函数将现有的因子相乘, 使得转化成多项式子的形式), 程序见 example_3.m
- (4) 已知系统函数 $H(s) = \frac{s-1}{s^2+2s+2}$, 画出该系统的零极点分布图, 并判断该系统是否稳定。(见 example_4.m)



- (5) 用 pzmap() 函数绘制系统 $H(s) = \frac{2s^3+10s^2+2s+5}{2s^4+4s^3+7s^2+11s+6}$, 所表示系统的零极点图。
(见 example_5.m)

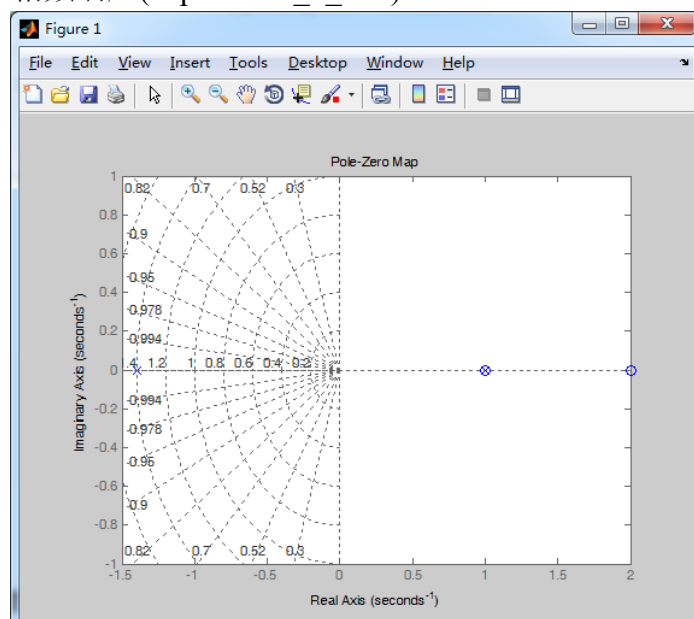


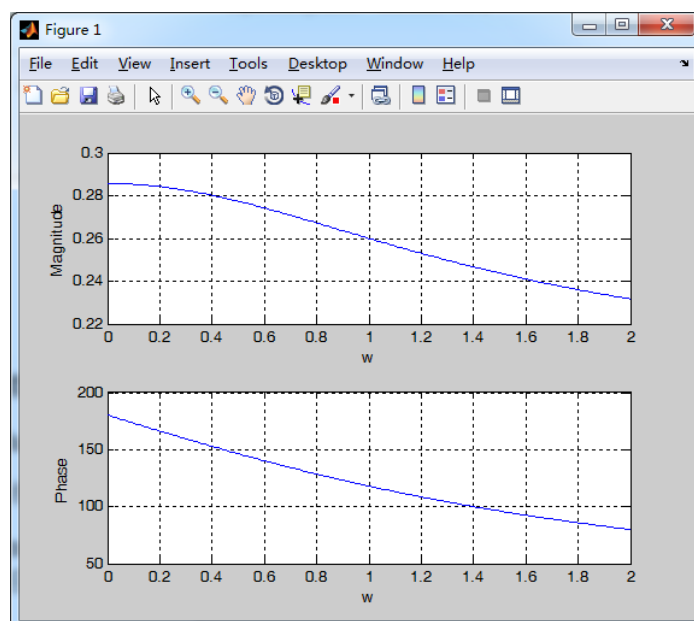
- (6) 已知系统函数为 $H(s) = \frac{1}{2s^2+2s+1}$ 并求出该系统的单位冲击响应和频率响应。(见 example_6.m)



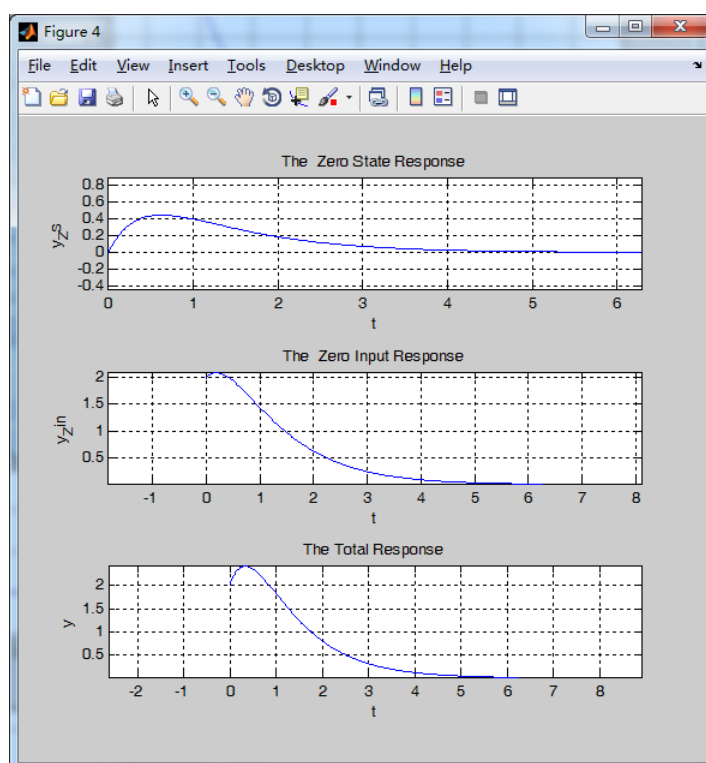
三、 实验内容与步骤

- 1、求解函数 $X(s) = \frac{s}{2s^2+3s+1}$ 的 laplace 逆变换(分别用 `ilaplace()`:experiment_6_1.m 和 `residue()`:experiment_6_2.m) ;
- 2、已知系统函数 $H(s) = \frac{(s-2)(s-1)}{5s^2+2s-7}$, (1) 绘制系统的零极图, 并判断其稳定性 (experiment_6_3.m), (2) 单位冲击响应(experiment_6_4.m), (3) 绘制系统的幅频响应和相频响应(experiment_6_5.m)。





- 3、已知连续时间的线性时不变系统： $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = 2x'(t) + 5x(t)$ ，其中输入信号为： $x(t) = e^{-3t}u(t)$ ，系统初始状态为 $y(0_-) = 2$ ， $y'(0_-) = 1$ 。
- (1) 应用拉普拉斯变换方法，求解系统的零状态响应、零输入响应以及全响应；(见 experiment_6_6.m)



- (2) 与时域求解方法比较 (参考 experiment_2_1.m)，分析拉普拉斯变换方法的优势。(见 experiment_6_7.m).

四、 实验报告要求

- (1) 整理实验内容并绘制相应的图形;
- (2) 如何利用 s 域进行系统的稳定性判定;
- (3) 比较连续系统在频域与复频域 (s 域) 下进行分析的不同方法和效果;

实验 七 离散时间系统的 Z 域分析

一、 实验目的

1. 加深理解和掌握求序列信号 z 变换和 z 逆变换的方法;
2. 加深理解和掌握离散系统的系统函数零点、极点分布与系统时域特性、系统稳定性的关系。

二、 实验原理

1、 z 变换

如有序列 $x[n]$, 其单边 z 变换定义为: $X[z] = \sum_{n=0}^{\infty} x[n]z^{-n}$, 其在 MATLAB 中的调用格式可以表示为: "Xz=ztrans(xn,n,z);", 其中 xn 为 $x[n]$ 的符号表达式, n 为序号, z 为复频域, Xz 为 $x[n]$ 的 z 变换 $X(z)$ 。对于 z 逆变换, 在 MATALB 中可以表示为: "xn=iztrans(Xz,z,n);", 其中 $x[n]$ 只适用于但 $n \geq 0$ 的情况。

2、 z 域的部分分式展开形式

线性时不变离散系统可以用其 z 域的系统函数 $H(z)$ 表示, 其通常具有以下的有理分式:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} = \frac{B(z)}{A(z)}$$

但 $H(z)$ 是有理分式时, 其逆变换通常用部分分式法进行展开, 如

$$\frac{B(z)}{A(z)} = \frac{r(1)}{1 - p(1)z^{-1}} + \dots + \frac{r(n)}{1 - p(n)z^{-n}} + k(1) + k(2)z^{-1} + \dots + k(m-n)z^{-(m-n)}$$

MATLAB 的提供对 $H(z)$ 进行部分分式展开的函数 `residuez()`。其具体表示为: `[B,A]=residuez(r,p,k);`。其中, B、A 分别是 $H(z)$ 的分子多项式和分母多项式的系数向量, r 为部分分式的系数向量, p 为极点向量, k 为多项式的系数向量。同样, `residuez()` 也可以将部分分式转化为两个多项式之比的形式, 其格式为: `[B,A]=residuez(r,p,k);`

3、 零极点以及系统的稳定性

系统函数 $H(z)$ 的表达式, 表达成分子与分母均为多项式的有理分式, 根据该表达式可以方便的求解出系统函数的零点和极点。系统函数的零点和极点的位置对于系统的时域特性和频域特性有着重要的影响。位于 z 平面的单位圆上和单位圆外的极点将使得系统不稳定。系统函数的零点将使得系统的幅频响应在该频率点附近出现极小值, 而其对应的极点将使得系统的幅频响应在该频率点附近出现极大值。除了 `roots()` 和 `tf2zp()` 函数来直接得到系统函数的零点和极点值之外, MATLAB 也提供了 `zplane()` 函数来显示系统的零极点分布, 其调用形式为: `zplane(B,A)`。

4、 频率响应

频率响应在 MATLAB 中可以用 `freqz()` 函数求解, 调用形式为: `[H,w]=freqz(B,A)`, 式子中的 B 和 A 分别表示 $H(z)$ 中的分子多项式和分母多项式的系数向量, H 表示频率响应矢量, w 为频率矢量。

三、 实验例程

- 1、求序列 $x[n]=n\sin(\omega n)$, $n > 0$ 的 z 变换 (采用 `ztrans()`)。(example_7_1.m)

2、序列 $x[n]$ 的 z 域变换为 $X(z)=z/(z-1)^3$ ，求 $X(z)$ 的逆变换。（采用 `iztrans()`）（example_7_2.m）

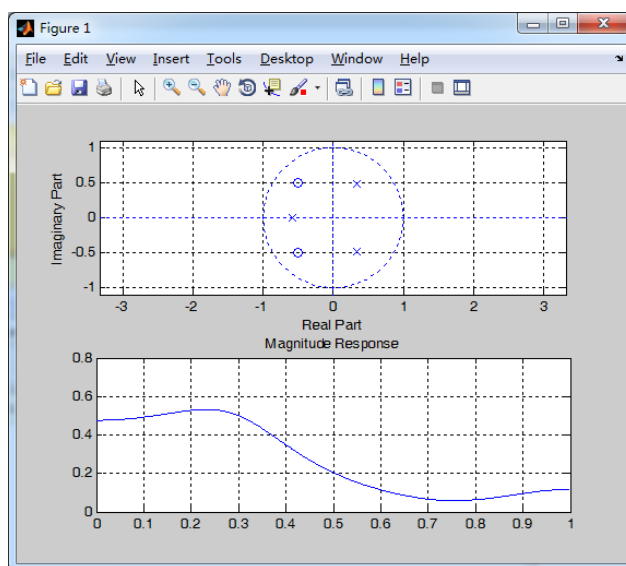
3、用部分分式展开法求 $X(z) = \frac{1+16z^{-1}-11z^{-2}}{1-3z^{-1}+2z^{-2}}$ 的逆变换。（采用 `residuez()`）（example_7_3.m）

4、已知一个因果系统的系统函数为 $H(z) = \frac{2z^2+2z+1}{10z^3-z^2-0.5z+2}$

（1）求系统函数的零点和极点，并在 z 平面显示它们的分布；

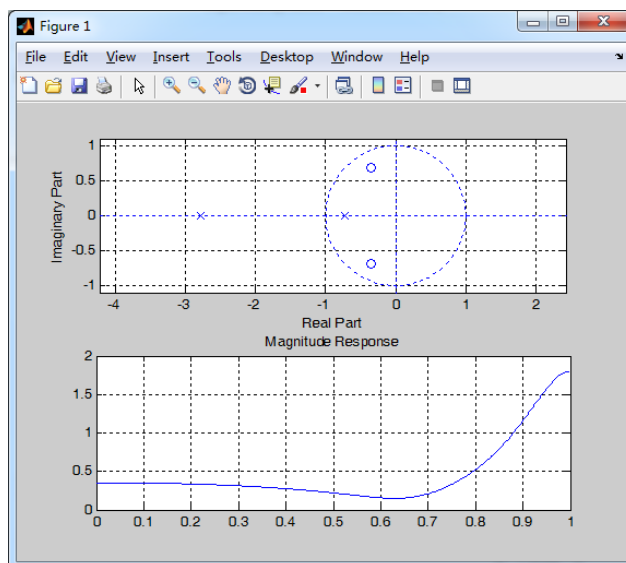
（2）求系统的频率响应，并画出幅频响应和相频响应特性曲线。

（提示：利用函数 `zplane()` 编程，需要把 $H(z)$ 转化成下面这种形式： $H(z) = \frac{2z^{-1}+2z^{-2}+z^{-3}}{10-z^{-1}-0.5z^{-2}+2z^{-3}}$ ）。（example_7_4.m）



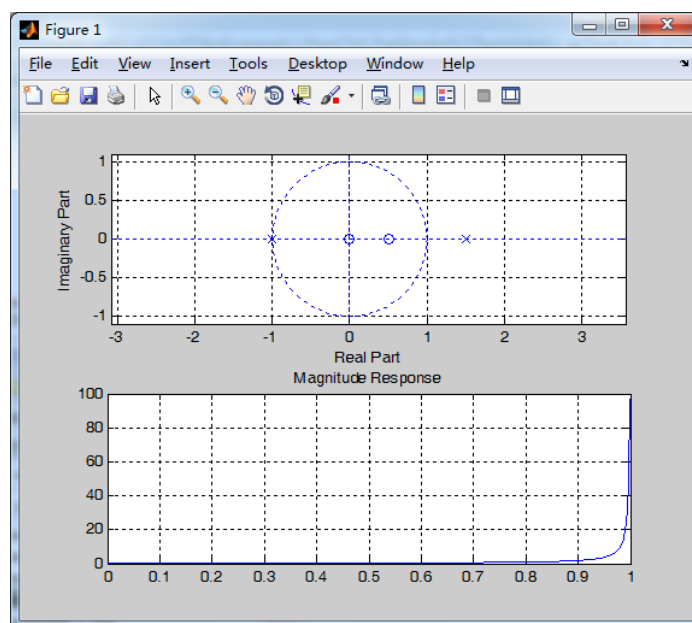
四、 实验内容与步骤

1、 已知应该离散系统的系统函数 $H(z) = \frac{z^2+0.7z+0.6}{z^2+3.5z-2}$ ，利用 MATLAB 计算系统函数的零点、极点，以及其在 z 平面的分布；并分析此系统的稳定性；求出系统的频率响应，并画出其频率特性曲线。（experiment_7_1.m）



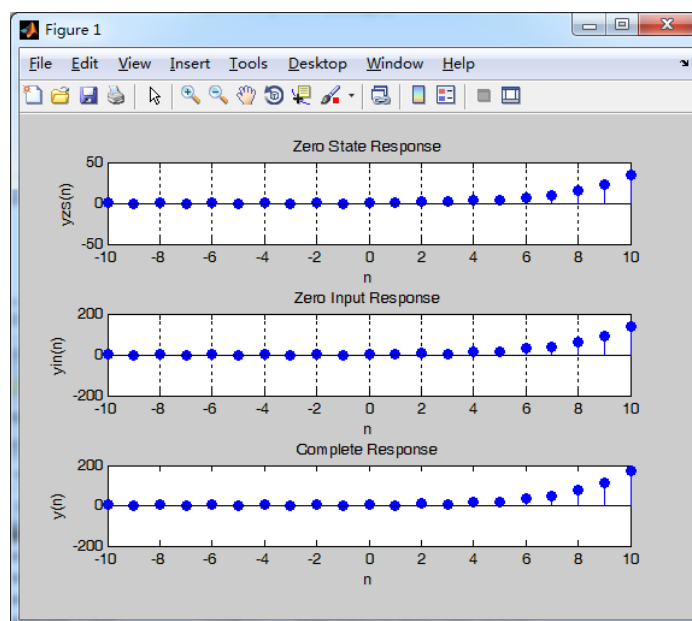
- 2、 已知离散时间系统的差分方程为： $2y(n) - y(n-1) - 3y(n-2) = 2x(n) - x(n-1)$ ， $x(n) = 0.5^n u(n)$ ， $y(-1) = 1, y(-2) = 3$ 。
- (1) 在 z 平面绘制系统的零极点，并判断系统的稳定性，并绘制幅频响应！ (experiment_7_2.m)

$$H(z) = \frac{2 - z^{-1}}{2 - z^{-1} - 3z^{-2}} = \frac{2z^2 - z}{2z^2 - z - 3}$$



- (2) 试用 z 变换/ z 逆变换求解系统的零状态响应、零输入响应以及全响应。试着与时域求解进行比对 (可以参考时域程序 experiment_2_2.m)。(见 experiment_7_3.m)

$$(2 - z^{-1} - 3z^{-2})Y(z) - [y(-1) + 3z^{-1}y(-1) + 3y(-2)] = (2 - z^{-1})X(z)$$



五、 预习内容

- 1、 什么是 z 变换？
- 2、 z 变换与离散时间傅里叶变换有什么区别和联系？

六、 实验报告要求

- 1、 整理实验内容，写出相应的程序代码与绘制相应的图形
- 2、 由系统的零极点是否可以判断系统的稳定性？为什么？系统的单位序列相应具有什么样的特征，可否判断系统的稳定性？根据系统的幅频特性可否判断系统是什么系统？