

Morphologische Bildoperationen

Technische Universität München

Fakultät für Informatik

Forschungs- und Lehrereinheit Informatik IX

Gürcan Karakoc

Betreuer: Suat Gedikli
Abgabetermin: 10.04.2006

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	Morphologische Bildoperationen	3
2. Morphologische	Basisoperationen	3
2.a.	Dilatation	5
2.b.	Erosion	6
2.c.	Dilatation und Erosion bei Grauwertbildern	7
2.d.	Opening (Ouverture)	8
2.e.	Closing (Fermeture)	9
3. Operationen	zur Bestimmung von Formmerkmalen	10
3.a.	Berechnung des Randes	10
3.b.	Distanztransformation	11
3.c.	Hit-or-Miss-Operator	12
3.d.	Skelettierung / Medial axis.....	13
4. Zusammenfassung		16
Literaturverzeichnis		16

1. Einleitung - Morphologische Bildoperationen

Ein einfaches, aber mächtiges Werkzeug in der digitalen Bildverarbeitung sind morphologische Operatoren. Sie werden zur Beschreibung, zur Analyse und zur Veränderung der Form von Bildstrukturen eingesetzt. Die Bildstrukturen, auf die die morphologischen Bildoperationen verwendet werden können, sind die Binär- und Grauwertbilder. Angewendet werden sie beispielsweise in der medizinische Bildverarbeitung, in der Qualitätskontrolle und der Mustererkennung.

Wir werden uns im Folgenden kurz die notwendigen Grundlagen der morphologischen Basisoperationen anschauen. Und danach die komplexere Operatoren.

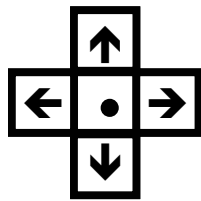
2. Morphologische Basisoperationen

Unter Morphologie (griech., „die Gestalt betreffend“) eines Segments werden Eigenschaften wie Ausgedehtheit, Konkavitäten oder Anzahl der Löcher zusammengefasst.

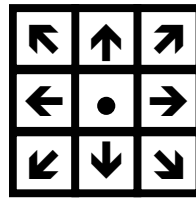
Die Operationen **Erosion** und **Dilatation** sind die Basisoperationen der binären morphologischen Bildverarbeitung. Morphologische Informationen lassen sich in ähnlicher Weise, wie die Methode der Nichtlinearen Relaxation (*Relaxation Labelling*), verwendet. Also sie arbeiten auf bereits segmentierten Bildern. Danach können die Segmente oft nach Vordergrund und Hintergrund unterschieden werden. Auf die Vordergrundsegmente sollen die morphologische Operationen angewendet werden. Man kann annehmen, dass alle Pixel von Vordergrundsegmenten durch eine „1“ und alle anderen Pixel durch eine „0“ gekennzeichnet sind. Im entstandenen Binärbild b ist die Menge aller Pixel von fs durch diejenigen Pixel von b gegeben, deren Wert 1 ist. Das Strukturelement s ist über die Menge von Orten (mk, nk) seiner K Pixel im Bildkoordinatensystem definiert.

Eine morphologische Operation lässt sich als $g = fs \diamond s$ zu formulieren. Der Operator „ \diamond “ kann eine der Mengenoperationen *Schnitt*, *Vereinigung* oder *Differenz* sein. fs ist die Menge der Segmentpixel (Eine Menge der strukturierenden Pixel heißt *Strukturelement*), auf der die Operation aus-

geführt und das Ergebnis in ***g*** berechnet wird. Als Strukturelement kann man in der Bildverarbeitung oft ein Quadrat in Vierer- oder Achternachbarschaft.

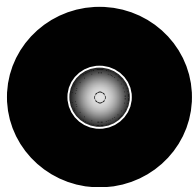


4-er Nachbarschaft



8-er Nachbarschaft

Für andere Anwendungen und Zwecke werden aber auch anders geformte Masken verwendet.



Scheibe



Liniensegment

Bei der Verwendung der morphologischen Operationen muss man darauf achten, dass die ursprüngliche Form des Bildes möglichst vollständig bleibt und die nicht gewünschten Objekte ganz aus dem Bild verschwinden. Alleine mit der Operationen *Dilatation* und *Erosion* kann man dies nicht erreichen. Dafür gibt es andere morphologische Operationen: *Opening* und *Closing*.

2.a Dilatation

Die Dilatation führt grundsätzlich zu einer Vergrößerung von Objekten. Löcher geschlossen und benachbarte Objekte können verschmolzen werden. Die Dilatation eines Bildes $f(m, n)$ mit einem Strukturelement s ist formuliert:

$$g(m, n) = \bigvee_{(m_k, n_k) \in s} b(m + m_k, n + n_k).$$

Man kann die Operation als $g = f \oplus s$ schreiben, weil die Dilatationsoperation durch das Zeichen „ \oplus “ abgekürzt wird.

$g(m, n)$: die Stelle im Ergebnisbild

m_k, n_k : die Koordinaten des Strukturelements

b : das Binärbild

Bei der Dilatation wird der aktuelle Pixel im Ergebnisbild gesetzt, wenn wenigstens ein Pixel in einem Bereich im Ursprungsbild vom Strukturelement überdeckt wird. Obwohl die Koordinaten des Strukturelements beliebig sein können, ist die Form des Strukturelements oft symmetrisch um den Ursprung angeordnet. Ein Strukturelement bei einer 3x3-Matrix

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

hätte also die Koordinaten

$$s = \{(-1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (0, -1), (0, 0), (0, 1), (1, -1), (1, 0), (1, 1)\}.$$

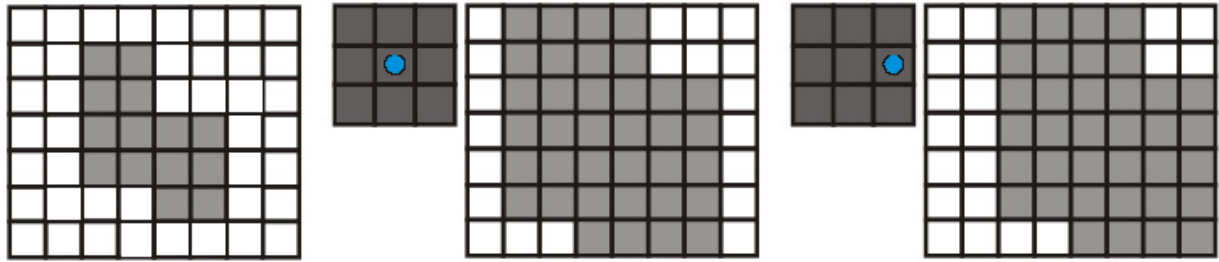


Abbildung 1. : *Dilatation mit quadratischem Strukturelement und der Ankerpunkt in Mitte bzw. rechts. Eine Änderung des Ankerpunkts führt zu einer Änderung des Binärbilds.*

Wenn man ein unregelmäßig geformtes Strukturelement um den Koordinatenursprung zentriert, ist das zu beachten, dass durch morphologische Operation zwar die Objektform, nicht aber die Lage von Segmenten verändert.

Die Koordinaten eines dreieckigen Strukturelements mit Ankerpunkt in Mitte könnten z.B.

$$s_d = \{(-1, -1), (0, -1), (0, 0), (1, -1), (1, 0), (1, 1)\}$$

Eine interessante Eigenschaft der Dilatation ist, dass die Dilatation kommutativ ist, d.h. die Operation (O dilatiert mit S) und (S dilatiert mit O) führen zum selben Resultat. B ist hier ein Objekt und S ist Strukturelement.

2.b Erosion

Durch die Erosion werden Objekte grundsätzlich verkleinert und Details entfernt; es kann aber auch geschehen, dass ein zusammenhängendes Objekt getrennt wird. Also bei der Erosion erreicht man das Gegenteil von Dilatation. Für ein Binärbild b und ein Strukturelement s ist Erosion definiert:

$$g(m, n) = \bigwedge_{(mk, nk) \in s} b(m+mk, n+nk).$$

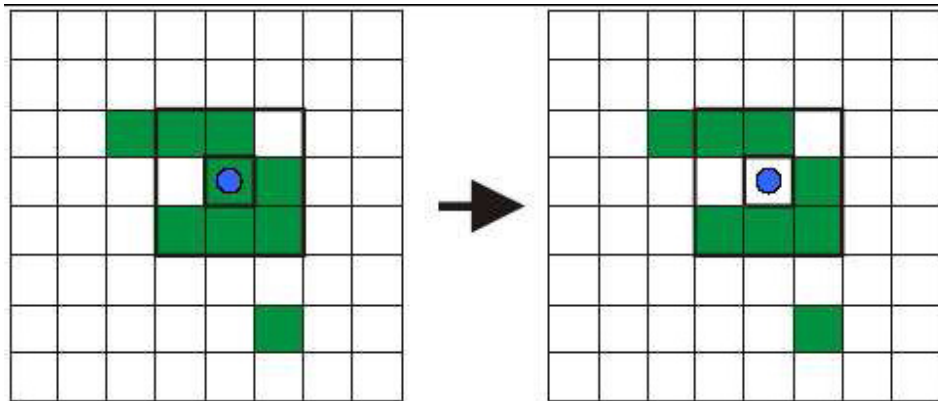


Abbildung 3.: Wenn das Strukturelement mindestens ein Pixel überdeckt, das den Wert „0“ hat, werden dann alle Pixel des neuen Binärbildes auf „0“ gesetzt.

Durch das Zeichen „ \ominus “ wird die Erosion abgekürzt. Bei der Erosion werden Löcher des Objekts größer und Vordergrundsegmente werden kleiner. Das liegt daran, dass bei Erosion im Gegenteil von Dilatation ein Boll'sches „und“ ausgeführt wird. D.h. als Ergebnis bekommt man sehr oft eine Null. Das Ergebnis ist nur dann „1“, wenn alle Pixel unter dem Strukturelement den Wert 1 haben. Die Segmente, die kleiner als das Strukturelement sind, werden kleiner, nach Wiederholung der Erosion werden sie sogar vollständig gelöscht.

2.c Dilatation und Erosion bei Grauwertbildern

Man kann die morphologische Operationen Erosion und Dilatation auf das Graubild erweitern, wenn man statt der logischen Operationen der Binärbildmorphologie, die geeignete Operationen \max für \vee (oder) und \min für \wedge (und) benutzt.

Die Definitionen der Operationen für die Graubilder werden wie folgt geändert:

Dilatation : $g(m, n) = \max_{(mk, nk) \in s} (b(m+mk, n+nk)).$

Erosion : $g(m, n) = \min_{(mk, nk) \in s} (f(m+mk, n+nk)).$

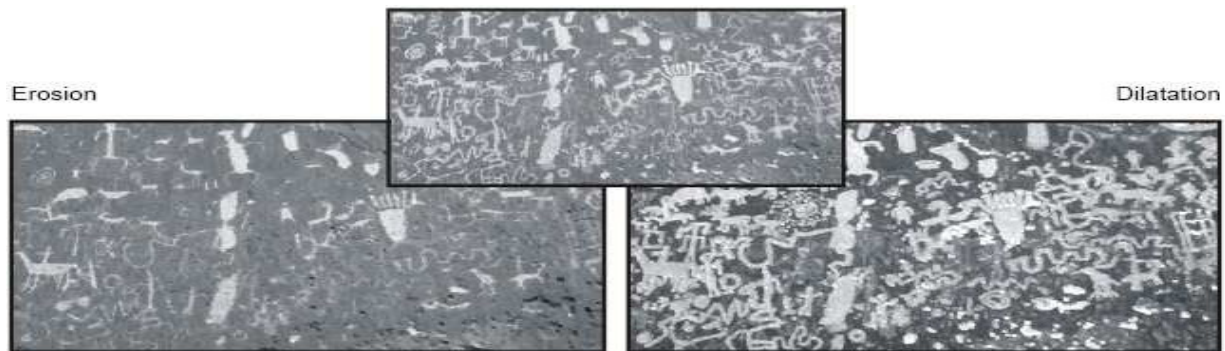
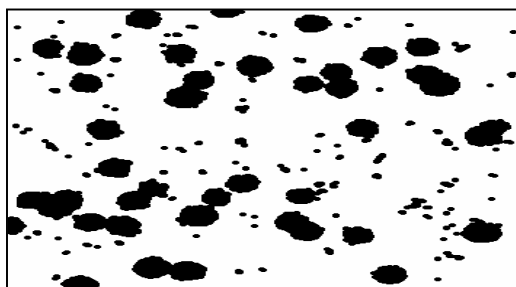


Abbildung 2.: *Bei den Grauwertbildern betrachtet man helle Strukturen als Vordergrund und dunkle Strukturen als Hintergrund.*

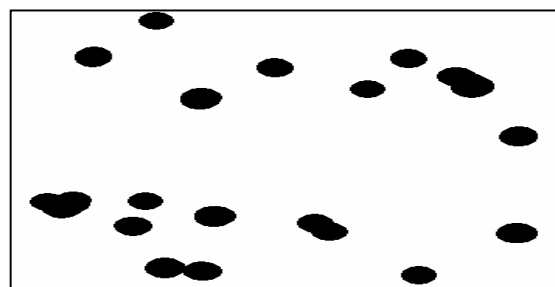
2.d Opening

Die zwei Grundoperationen führen dazu, dass sich die Form des Bildes verändert. Wie oben bereits erklärt, werden Löcher in den Segmenten durch die Dilatation geschlossen und Segmente, die kleiner als das Strukturelement sind, werden aufgefüllt. Bei Erosion werden Segmente, die sich berühren, voneinander getrennt sogar die kleinen werden gelöscht.

Die Opening-Operation (morphologisches Öffnen) bezweckt, dass die Fläche der Segmente sich nicht sonderlich verändert. Dies erreicht man durch die Kombination von Erosion und Dilatation mit demselben Strukturelement. Bei dieser Kombination wird eine Erosion von einer Dilatation mit einem am Ankerpunkt punktgespiegelten Strukturelement gefolgt. Das Zeichnen für die Opening-Operation ist: „ \circ “. Die Formel ist dann: $g = b \circ s$.



Originalbild



nach der Opening-Operation

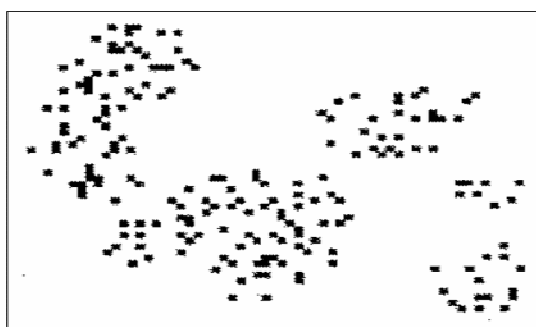
Abbildung 3. *morphologisches Öffnen*

Bei der Operation passiert folgendes. Durch die Erosion werden Segmente entfernt, die kleiner als das Strukturelement sind. Bei der Anwendung der Dilatation werden Segmente vergrößert und Löcher werden verkleinert. Aber die Segmente, die vollständig gelöscht wurden, kann man nicht wiederherstellen.

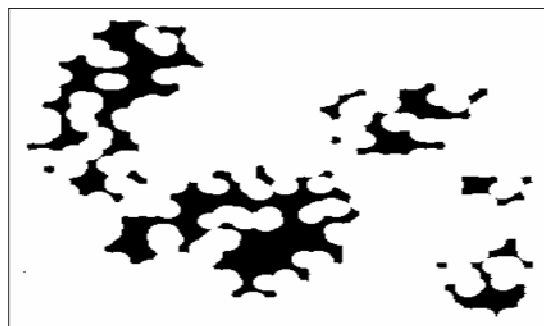
Als Ergebnis kommt man dazu, dass die Opening-Operation sich zur Entfernung der kleinen und störenden Segmente eignet.

2.e Closing

Die Closing-Operation (morphologisches Schließen) funktioniert umgekehrt: eine Dilatation gefolgt von einer Erosion, dabei mit einem am Ankerpunkt gespiegelten Strukturelement. Die Closing-Operation kann man durch Zeichnen „•“ abgekürzt und die Formel ist dafür: $g = b \bullet s$.



Originalbild



nach der Closing-Operation

Abbildung 4. *morphologisches Schließen*

Während der zuerst ausgeführten Dilatation werden Segmente vergrößert und Löcher in den Segmenten geschlossen. Danach folgt die Erosion, bei der die Segmente wieder verkleinert, kleine Distanzen überbrückt und kleine Lücken ausgefüllt werden.

3. Operationen zur Bestimmung von Formmerkmalen

Mit morphologischen Operationen, die wir bisher kennen gelernt haben, haben wir durch Veränderung von Segmenten, die Störungen in Bildern entfernt. Mit den neuen Operationen können wir die charakteristischen Merkmale eines Segments bestimmen, wie z. B. den Rand eines Objektes oder die Distanztransformation.

3.a Berechnung des Randes

Der Rand eines Segments stellt eine wichtige Information. Diese Information erhält man durch die Form des Randes. Die Pixel des Objekts (des Bildes) kann man als Randbereich definieren, die Teil des Segments sind und in deren Nachbarschaft sich mindestens ein Pixel des Hintergrunds befindet.

Durch die Nachbarschaften, die man als 4 oder 8-Nachbarschaft definieren kann, erzielt man unterschiedliche Ergebnisse.

Mit Hilfe eines Strukturelements kann man den Rand eines Segments unter 4- oder 8-Nachbarschaft produzieren.

Das Strukturelement s_4 für den Rand unter 4-Nachbarschaft ist:

$$s_4 = \begin{pmatrix} & 1 & \\ 1 & 1 & 1 \\ & 1 & \end{pmatrix}$$

Man erodiert das Bild mit diesem Strukturelement. Durch diese Operation werden die Pixel entfernt, in deren 4-Nachbarschaft sich mindestens ein Hintergrundpixel befindet. Wenn man das erodierte Bild vom Originalbild subtrahiert berechnet man Randpixel.

Und das Strukturelement für den Rand unter 8-Nachbarschaft ist:

$$s_4 = \begin{pmatrix} & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \\ & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

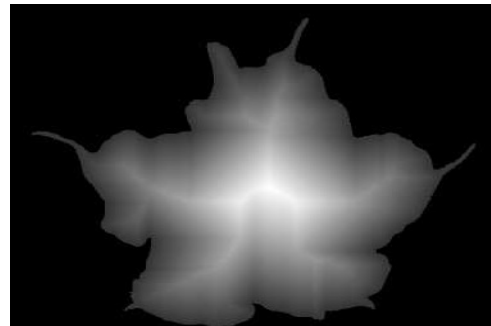
3.b Distanztransformation

Bei der Distanztransformation berechnet man für jedes Pixel des Segments der kürzeste Abstand zum Rand. Der kürzeste Abstand zwischen zwei Pixeln P_a, P_b ist mit der Anzahl von Pixel $k+1:P_a, P_1, P_2, \dots, P_k, P_b$. Das Ergebnis der Abstandstransformation hängt von verschiedenen Nachbarschaftsdefinitionen ab.

Man berechnet die Distanztransformation dadurch, dass man der Rand wiederholend auf einer Folge von erodierten Bildern bestimmt. Das Verfahren beginnt mit der Initialisierung $b_0 = b$. Jedes neu erodierte Bild b_k mit der Iterationsstufe k ist $b_k = b_{k-1} \ominus S_N$. Wenn man das neue Bild vom vorherigen Bild subtrahiert bekommt man den Rand R_k also $R_k = b_{k-1} - b_k$. S_N ist hier das Strukturelement mit der Nachbarschaftsdefinition.



originales Binärbild



positive Distanztransformation

Abbildung 5. *aus einem Binärbild erhält man durch wiederholte Anwendung des Randoperators ein Distanzbild.*

Das Verfahren terminiert, wenn bei der letzten Erosion (k_{\max} = der größte Abstand) das Ergebnisbild keine von Null verschiedenen Pixel mehr enthält. Jetzt kann man am Distanzbild die Abstände der Segmentpixel zum Rand ablesen: je heller das Bild, desto größer ist der Abstand.

Um die Distanztransformation für z.B. ein Morphing zwischen zwei Segmenten verwenden zu können, muss die Operation zu einer vorzeichenbehafteten Distanztransformation erweitert werden. Wenn das Pixel innerhalb des Segments liegt ist dessen Abstand zum Rand dieses Segments positiv, andernfalls negativ. Wenn man das Eingangsbild b negiert, berechnet man den Abstand: $b_{\neg} = 1 - b$

3.c Der Hit-or-Miss-Operator

Der Hit-or-Miss-Operator bildet die Grundlage einiger komplexerer Bildtransformationen. Durch diesen Operator kann man eine Form als Strukturelement definieren und an diejenigen Orte in einem Bild danach suchen, wo dieser Form vorkommt. Weil uns diese Form bekannt ist, können wir mit Eigenschaften der Erosion nach Mustern suchen. Der wichtige Unterschied zwischen den Basisoperatoren und dem Hit-or-Miss Operator ist, dass ein zusammengesetztes Strukturelement aus Hintergrund- und Vordergrundpixeln verwendet wird.

Dieser Operation führt man in zwei Schritten aus. Bei erstem Schritt erodieren wir das Bild mit einem Strukturelement, das unsere gesuchte Form sehr ähnlich ist. Das Ziel ist, dass diejenigen Orte finden, wo das Muster sich befinden kann. Dieser Schritt nennt man auch Hit-Schritt. Im zweiten Schritt, den man auch Miss-Schritt nennt, werden Orte detektiert, wohin das Muster nicht anpassen kann. Durch die Zusammenführung beider Ergebnisse ergibt Orte im Bild, an denen die gesuchte Form (das Muster) liegt..

Die Hit-or-Miss-Operation wird durch Zeichen „ \otimes “ abgekürzt und definiert wie folgt:

$$b \otimes (s_M, s_{\neg M}) = (b \ominus s_M) \cap (b \neg \ominus s_{\neg M})$$

s_M ist hier das Strukturelement. Wenn wir z.B. Muster aus zwei hintereinander liegenden Pixeln suchen würden, wäre $s_M = \{(0,0), (0,1)\}$.

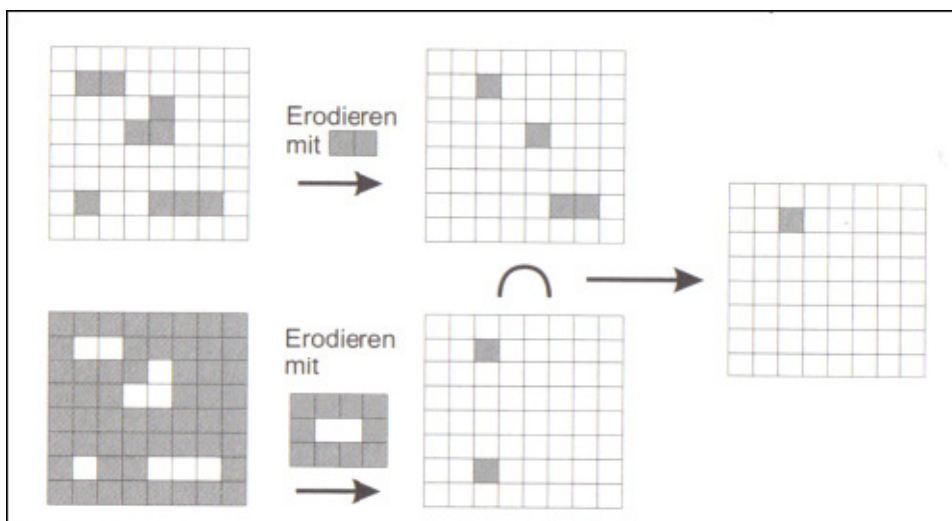


Abbildung 6. Der Hit-or-Miss-Operator besteht aus zwei Komponenten.

Die Segmente, die klein als das Muster sind, werden nach der Operation gelöscht, übrig bleiben dann die gesuchten Muster und die Strukturen, die größer als das Muster sind. Man führt als Letztes ein Miss-Operator, der aus einem Strukturelement $s \rightarrow M$ besteht.

Die beiden Strukturelemente (der Hit-Operator und der Miss-Operator) werden oft zusammengefasst. Bei dem Hit-Operator werden die Elemente durch 1 und bei dem Miss-Operator durch 0 bezeichnet.

Es kann aber sein, dass einige Elemente des Strukturelements undefiniert sind.

```

      0  0  0  0  0  0  0
s = 0  x  1  1  1  x  0
      0  0  0  0  0  0  0

```

„1“ : Pixel sind gesetzt bei Hit-Operator

„0“ : Pixel sind gesetzt bei Miss-Operator

„x“ : Pixel sind weder bei Hit- noch bei Miss-Operator gesetzt.

Wenn man einzelne Komponenten eines Segments sucht, kann man den Hit-or-Miss-Operator benutzen. So würde der Operator

```

      0  0  0
s = 1  1  0
      x  1  0

```

alle oberen rechten Ecken eines Segments finden.

3.d Skelettierung / Medial axis

Das Skelett eines Segments ist die Menge aller Mittelpunkte von Kreisen mit maximalem Radius, die vollständig innerhalb des Segments liegen. Skelettierung benutzt man z.B. in der Kartografie, wo Straßen, Flussläufe aus Satellitenbildern extrahiert werden. Ebenso erkennt man Buchstaben und Ziffern ebenfalls in der Regel aus ihrem Skelett (Optical Character Recognition – OCR). Ziel der Skelettierung ist die Verdünnung der Objekte bis lediglich ein Pixel breite dünne Linien erhalten bleiben. Die dünnen Linien des Skeletts beschreiben die Form des Objektes

eindeutig, dies bedeutet, dass man aus dem Skelett das Objekt selbst rekonstruieren kann.

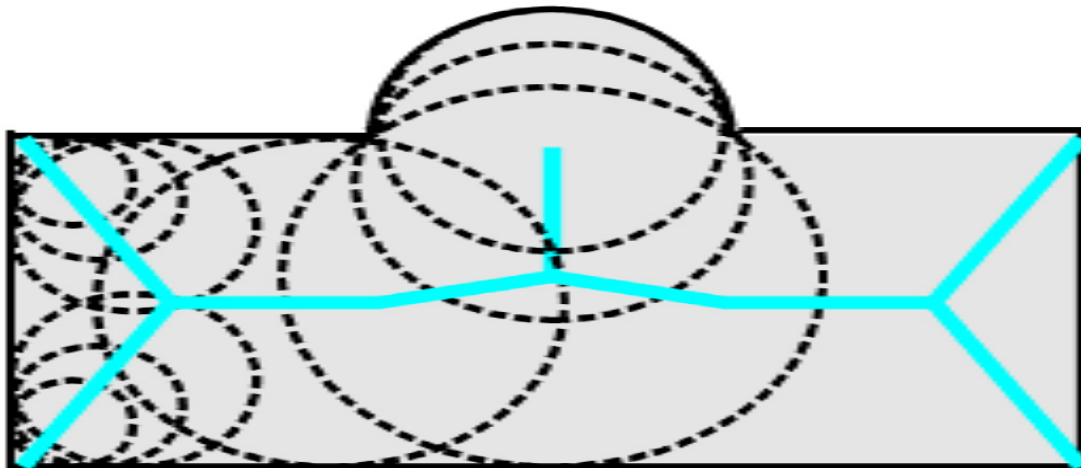


Abbildung 7. *Prinzip der Skelettierung.*

Für die Skellierung der diskreten Segmente brauchen wir digitale Entsprechungen für die Begriffe Kreis, Skelettpunkt, Radius und Rand. Der Radius wird durch Distanztransformation gemessen und durch die korrespondierende Randdefinition ergänzt. Ein Skelettpunkt ist danach der Ort eines Pixels. Ein digitaler Kreis besteht aus den Pixel, die zu einem gegebenen Punkt denselben Abstand haben. Nur danach und mit zwei Bedingungen kann man morphologische Operationen ausführen:

1. Der Kreis um das Skelettpixel muss vollständig im Segment liegen.
2. Wenn ein Kreis das Randpixel des Segments berührt, dann darf es keinen anderen Kreis mit größerem Radius geben, der die erste Bedingung erfüllt, damit der Mittelpunkt der Skelettpunkt ist.

Eine andere für einen reellen Definitionsbereich automatisch gegebene Bedingung ist es, dass das Skelett zusammenhängend ist.

Die Distanztransformation können wir für die erste Bedingung sehr gut anwenden. Wenn wir das für das Segment ausführen, so definieren wir um jedes Pixel einen Kreis, das heißt, dass für jedes Pixel dessen Abstand zum nächstgelegenen Konturpunkt bestimmt wird. Dieser Kreis wird immer innerhalb des Segments liegen und gleichzeitig mindestens einmal den Segmentrand

berühren. Es gibt möglicherweise Kreise mit größerem Radius, die den Rand an derselben Stelle berühren. Die Distanztransformation ergibt für die Pixel lokales Maximum, die maximale Kreise haben.

Bei der Berechnung der Distanztransformation muss berücksichtigt werden, dass es eine Reihe von Skelettpixeln gibt, die keine lokalen Maxima sind. Wenn die Distanz einer Richtung ein lokales Maximum ist, dann ist der Kreis auch maximal. Die gesuchten Kreismittelpunkte liegen also auf den Linien. Die Kombination einer Distanzfunktion mit Hit-or-Miss-Operator sorgt dafür, dass nacheinander Pixel entfernt werden müssen, die Teil dieser Linien sind. Da die Linien digital sind, müssen da diejenigen Pixel sein, die man nicht entfernen kann, ohne eine Linie zu unterbrechen.

Deswegen benutzt man Hit-or-Miss-Operator mit speziellen Strukturelementen, die alle Pixel finden, die man löschen muss, ohne dass dabei eine Linie nicht unterbrochen wird. Es gibt dafür 8 Strukturelemente. Vier davon sind für die vier Richtungen links (l), rechts (r), oben (o), unten (u):

$$\begin{array}{cc}
 \begin{array}{ccc} 0 & x & 1 \\ s_l = 0 & 1 & 1 \\ 0 & x & 1 \end{array} &
 \begin{array}{ccc} 1 & x & 0 \\ s_r = 1 & 1 & 0 \\ 1 & x & 0 \end{array} &
 \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ s_o = x & 1 & x \\ 1 & 1 & 1 \end{array} &
 \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ s_u = x & 1 & x \\ 0 & 0 & 0 \end{array}
 \end{array}$$

Für die diagonalen Richtungen sorgen andere vier:

$$\begin{array}{cc}
 \begin{array}{ccc} 0 & 0 & x \\ s_{l,u} = 0 & 1 & 1 \\ x & 1 & 1 \end{array} &
 \begin{array}{ccc} x & 1 & 1 \\ s_{l,o} = 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & x \end{array} &
 \begin{array}{ccc} x & 0 & 0 \\ s_{r,u} = 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & x \end{array} &
 \begin{array}{ccc} 1 & 1 & x \\ s_{r,o} = 1 & 1 & 0 \\ x & 0 & 0 \end{array}
 \end{array}$$

Jetzt kann das Skelett iterativ berechnet, indem man für das Segment eine Distanztransformation ausführt und das Ergebnis speichert. Danach werden bei jedem Iterationsschritt nacheinander alle acht Operatoren angewendet und Pixel gelöscht, die nicht zum Skelett gehören. Das Verfahren endet dann, wenn es nach einer Iteration keine Pixel mehr zu löschen gibt. Die verbleibenden Pixel sind das gesuchte Skelett.

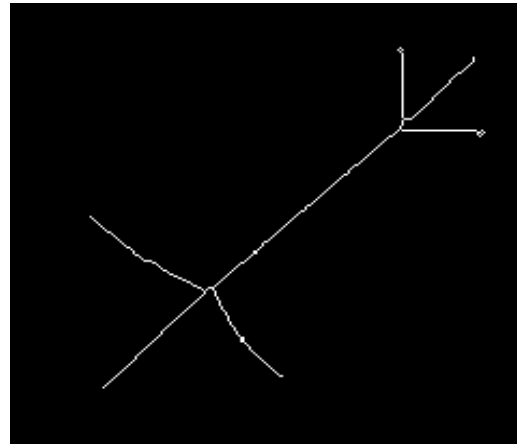


Abbildung 8. *Ergebnis der Skelettierung.*

Leider lassen sich die grundlegenden Skelettierungsmethoden nicht problemlos auf diskrete Bilder übertragen. Weil die Werte für Distanz und Nachbarschaft diskret sind, entstehen kleine Schwierigkeiten. Das führt dazu, dass es unterschiedliche Skelettierungsmethoden gibt. Diese verschiedenen Methoden können dann mit gleichen Eingabewerten zu unterschiedlichen Ergebnissen führen.

Ein größerer Nachteil der Skelettierung ist die Empfindlichkeit gegenüber kleinen Artefakten. Es ist störend, dass zwei so ähnliche Strukturen so unterschiedliche Repräsentationen haben.

4. Zusammenfassung

Morphologische Bildtransformationen werden auch weiterhin in vielen Abwendungs-Bereichen der Wirtschaft zur Lösung von Bildanalyseproblemen beitragen.

Zusammenfassend ist zu erwähnen, dass Morphologische Operatoren zur Klasse der Nachbarschaftsoperatoren zählen. Modifizierungen des Bildobjekts werden durch Operator und Strukturelement bestimmt. Das Wissen über die bestmögliche Wahl des Operators und Form des Strukturelements sind vom großen Nutzen bei Bildmanipulationen. Durch die Verwendung der

Transformationen Opening und Closing werden die Nachteile einer Erosion oder Dilatation großteils vermieden.

Zu den komplexeren und wichtigsten morphologischen Operationen zählen Distanztransformation und Hit-or-Miss-Operator. Die Distanztransformation erzeugt für jedes Pixel sein Abstand zum nächstgelegenen Segmentrand. Skelettierung basiert auf den Hit-or-Miss Operator, mit dem die Extraktion von Bildpunkten mit spezieller Nachbarschafts-Konfiguration möglich ist. Zusammen mit der Distanztransformation kann mit dem Hit-or-Miss-Operator ein Skelettierungsoperator konstruiert werden.

Literatur

- 1.Klaus D. Tönnies: *Grundlagen der Bildverarbeitung*, Pearson Studium, 2005
- 2.Hartmut Ernst: *Einführung in die digitale Bildverarbeitung*. Grundlagen und industrieller Einsatz mit zahlreichen Beispielen, Franzis: München, 1991
- 3.Wolfgang Abmayr: *Einführung in die digitale Bildverarbeitung*, Teubner, 1994