

光伏电池工程用数学模型研究

傅望 周林 郭珂 刘强 代璐 黄勇

(重庆大学输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室 重庆 400030)

摘要 光伏电池输出特性曲线方程是光伏发电理论研究的基础，本文结合该曲线和质点平抛运动轨迹的相似性，在原有的光伏电池工程指数模型基础上，首次提出了另一种更便于计算的光伏电池工程用数学模型。该模型的特点是用在三个不同重力场 g_0 、 g_1 和 g_2 下的质点平抛的运动轨迹来代替光伏电池输出特性曲线。运用物理学中的平抛运动公式换算出电池输出特性曲线，通过调节 g_0 、 g_1 分界点的位置，使得本模型在不同的环境条件下最大功率点附近的误差尽可能小。实验表明该模型生成数据和实测数据的误差能满足工程精度要求，模型运算量和指数模型比较，减少了运算量。

关键词：光伏电池模型 平抛运动 重力加速度 最大功率点

中图分类号：TM914.4

Research on Engineering Analytical Model of Solar Cells

Fu Wang Zhou Lin Guo Ke Liu Qiang Dai Lu Huang Yong

(State key Laboratory of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology
Chongqing University Chongqing 400030 China)

Abstract As the output characteristic curve of photovoltaic (PV) cell is the theoretical basis of PV Power. This paper starts from studying the similarity between the output characteristic curve of PV cell and the trajectories of the horizontal projectile motion. Also based on the original project index model of PV cell, this paper first proposes a new engineering mathematical model which is easier to calculate in practice. The characteristic of the new model is that it attempt to indirectly analyze the trajectories of the horizontal projectile motion under three different gravity g_0 , g_1 and g_2 instead of directly analyzing the output characteristic curve of PV cell. Using the horizontal projectile motion formula to carry out the conversion formula of output characteristic curve of PV cell, then through adjusting the demarcation points of g_0 and g_1 , to make the error near the maximum power point(MPP), under varying environmental conditions, as small as possible. By comparing the measured data, it shows this model can meet the engineering requirement. What's more, this new model reduces the computational complexity and improves the operation speed comparing with the original project index model.

Keywords: Solar cell model, horizontal projectile motion, gravity acceleration, maximum power point

输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室自主研究项目
(2007DA10512709204) 和中央高校基本科研业务费 资助项目
(2007 DA10512709211)。

收稿日期 2010-05-14 改稿日期 2011-02-21

1 引言

光伏电池输出特性曲线方程是光伏发电理论研究的基础^[1-4]。国内外学者做了大量有关光伏电池输出特性曲线的研究，建立了基于等效电路的指数模

型^[3]，基于大量实验数据拟合的多项式模型^[5]和分段多项式拟合法^[6]，由于光伏电池单元内部含有 P-N 结，指数模型能较好地还原其内部电路结构，所以精度较高，但是指数模型中的参数确定困难，不便于工程应用。对于实验数据拟合的多项式模型，精度与拟合数据的多少有关^[5]，样本数据越多，拟合得出的模型精度越高，提前实测大量的数据实现过程相对麻烦。对于分段多项式拟合法^[6]，虽然拟合过程不需要大量实验数据，但是没有统一的拟合公式。它一次只能复现一条光伏特性曲线，当环境变化后，需要重新获得拟合点数据，重新分段拟合，不便于工程实现。

为此本文首先讨论了两种常用的光伏电池模型，总结了各自的特点，并在此理论基础上提出了一种基于运动学理论的工程用太阳电池数学模型。该模型在尽量提高准确度的前提下简化模型的运算量，对于光伏系统的研究和设计，具有一定的理论和现实意义。

2 光伏电池模型

根据电子学理论，光伏电池的等效电路^[3-4]如图 1 所示。

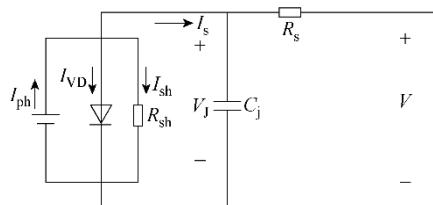


图 1 光伏电池等效电路

Fig.1 Equivalent circuit of the solar cell

根据图 1，忽略结电容 C_j ，可以得到光伏电池的 $I-V$ 特性曲线方程为

$$I = I_L - I_0 \left\{ \exp \left[\frac{q(V + IR_S)}{AKT} \right] - 1 \right\} - \frac{V + IR_S}{R_{sh}} \quad (1)$$

式中， I_L 为光电流（A）； I_0 为反向饱和电流（A）； q 为电子电荷 (1.6×10^{-19} C)； K 为玻耳兹曼常数 (1.38×10^{-23} J/K)； T 为绝对温度 (K)； A 为二极管因子； R_S 为串联电阻 (Ω)； R_{sh} 为并联电阻 (Ω)。

式 (1) 由于能较大程度还原光伏电池单元的基本原理，已被广泛应用于太阳电池的理论分析中，

但由于表达式中的 5 个参数，包括式中 I_L 、 I_0 、 R_{sh} 、 R_S 和 A ，它们不仅与电池温度和日射强度有关，而且确定十分困难，因此不便于工程应用，也不是太阳电池供应商向用户提供的技术参数。

在式 (1) 的基础上，文献 [7] 对电路模型简化处理，推导出一个比较实用的工程用数学模型，即

$$\begin{cases} I = I_{sc} \left\{ 1 - C_1 \left[\exp \left(\frac{V}{C_2 V_{oc}} \right) - 1 \right] \right\} \\ C_1 = \left(1 - \frac{I_m}{I_{sc}} \right) \exp \left(- \frac{V_m}{C_2 V_{oc}} \right) \\ C_2 = \left(\frac{V_m}{V_{oc}} - 1 \right) \left[\ln \left(1 - \frac{I_m}{I_{sc}} \right) \right]^{-1} \end{cases} \quad (2)$$

该模型仅需要太阳能电池供应商提供的四个重要技术参数 I_{sc} 、 V_{oc} 、 I_m 和 V_m 就能在一定的精度下复现太阳能电池的特性。

在任意环境条件下， I_{sc} 、 V_{oc} 、 I_m 和 V_m 会按一定规律发生变化；通过引入相应的补偿系数，近似推算出任意光照 S 和电池温度 T 下四个技术参数^[8]

$$\begin{cases} I_{sc} = I_{scref} \frac{S}{S_{ref}} (1 + a\Delta T) \\ V_{oc} = V_{ocref} \ln(e + b\Delta S) (1 - c\Delta T) \\ I_m = I_{mref} \frac{S}{S_{ref}} (1 + a\Delta T) \\ V_m = V_{mref} \ln(e + b\Delta S) (1 - c\Delta T) \end{cases} \quad (3)$$

式中， $S_{ref} = 1000 \text{ W/m}^2$ 为参考太阳辐射强度； $T_{ref} = 25^\circ\text{C}$ 为参考电池温度； $\Delta S = S - S_{ref}$ 为实际光强与参考光强的差值； $\Delta T = T - T_{ref}$ 为实际电池温度与参考电池温度的差值； e 为自然对数的底数，其值约为 2.718 28；补偿系数 a 、 b 、 c 为常数。根据大量实验数据拟合，其典型值推荐为

$$a = 0.002 \quad 5^\circ\text{C}, \quad b = 0.0005 / (\text{W/m}^2), \quad c = 0.00288 / ^\circ\text{C}.$$

当太阳光照和电池温度发生变化时，根据式 (3)，可以得出任意光照 S 和电池温度 T 下的四个技术近似值，然后再根据式 (2) 即可以计算任意光照 S 和电池温度 T 条件下硅太阳能电池输出特性。

文献 [7] 的光伏电池数学模型相对于式 (1) 更简单、实用，但是模型中参数和方程的计算涉及多

次对数和指数运算，对于 DSP 等控制器来说完成对数和指数运算并非易事，所以本文考虑在上述理论基础上对光伏电池输出特性方程进行进一步简化，找出一种更便于计算的模型。

3 平抛运动学模型

由光伏电池输出特性原理可知：光伏电池可描述为一种非线性的直流源^[3-4]，在最大功率点以前近似为恒流源，在最大功率点之后近似为恒压源。光伏电池 $I-V$ 特性曲线和质点平抛运动轨迹在一定程度上有极大的相似性，基于此本文提出一种运动学模型。如图 2 所示，把 $I-V$ 特性曲线和质点平抛运动轨迹建立在同一坐标系中，并通过横坐标将其分为三段，每段各处于不同的重力场下，将质点从短路电流点 $(0, I_{sc})$ 平抛出去，可以推导出和实际 $I-V$ 特性非常相近的曲线。

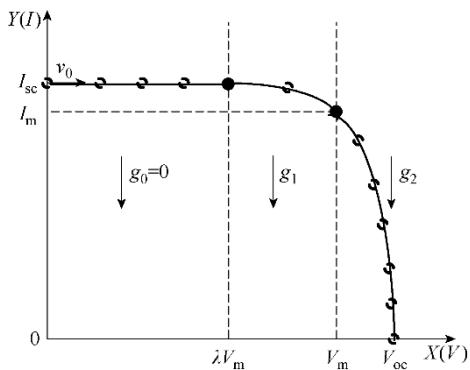


图 2 光伏电池运动学模型

Fig.2 The kinematic model of solar cells

3.1 模型初值修定

太阳能电池生产厂家会提供标准测试条件 S_{ref} 和 T_{ref} 下的 I_{sref} 、 V_{ocref} 、 I_{mref} 和 V_{mref} 参数。在任意条件下，通过引入相应的补偿系数，根据式(3)近似推算出任意光照强度 S 和电池温度 T 下四个技术参数： I_{sc} 、 V_{oc} 、 I_m 和 V_m 。

3.2 标准测试条件下模型的建立

如图 2 所示，假设质点以初速度 v_0 从坐标点 $(0, I_{sc})$ 平抛出去，在 $(0, \lambda V_m)$ 区间 (λ 为待定系数，理论取值为 $0 \leq \lambda < 1$)，小球处在无重力加速度的环境下 ($g_0=0$) 做匀速直线运动，在 $(\lambda V_m, V_m)$ 区间有重立场 g_1 ，在 (V_m, V_{oc}) 区间有重力场 g_2 ，为了使运动轨迹与太阳电池 $I-V$ 曲线最大程度的重合。假设运动轨迹必须经过短路电流点

$(0, I_{sc})$ ，最大功率点 (V_m, I_m) ，开路电压点 $(V_{oc}, 0)$ 这三个关键点。在 g_1 下质点下降速度很慢，在 g_2 下质点下降速度很快，既 $g_1 = g_2$ 。

质点从点 $(0, I_{sc})$ 以初速度 v_0 平抛出去，由于重力场 $g_0=0$ 。所以质点做匀速直线运动至坐标点 $(\lambda V_m, I_{sc})$ 。

质点在点 $(\lambda V_m, I_{sc})$ 处以速度 v_0 在重力场 g_1 作用下经过 t_1 时间运动到最大功率点 (V_m, I_m) 处，由运动学公式， X 轴方向做匀速直线运动，有

$$t_1 = \frac{V_m - \lambda V_m}{v_0} \quad (4)$$

Y 轴方向做重力加速度为 g_1 的自由落体运动

$$I_{sc} - I_m = \frac{1}{2} g_1 t_1^2 \quad (5)$$

把式(4)中 t_1 代入式(5)中，解得

$$g_1 = \frac{2(I_{sc} - I_m)v_0^2}{(V_m - \lambda V_m)^2} \quad (6)$$

在最大功率点 (V_m, I_m) 处，小球竖直方向的速度为

$$v_{t1} = g_1 t_1 = g_1 \frac{V_m - \lambda V_m}{v_0} \quad (7)$$

质点到达点 (V_m, I_m) 后，又在 g_2 下作用 t_2 时间到达 $(V_{oc}, 0)$ 。 X 轴方向做匀速直线运动，有

$$t_2 = \frac{V_{oc} - V_m}{v_0} \quad (8)$$

Y 轴方向做初速度为 v_{t1} ，重力加速度为 g_2 的匀加速直线运动

$$I_m = v_{t1} t_2 + \frac{1}{2} g_2 t_2^2 \quad (9)$$

把式(7)中 v_{t1} ，式(6)中的 g_1 ，式(8)中 t_2 代入式(9)中，解出 g_2 有

$$g_2 = \frac{2v_0^2[I_m(V_m - \lambda V_m) - 2(I_{sc} - I_m)(V_{oc} - V_m)]}{(V_{oc} - V_m)^2(V_m - \lambda V_m)} \quad (10)$$

由运动学理论，化简整理后得到质点运动轨迹为

$$\begin{cases} g_1 = \frac{2(I_{sc} - I_m)}{(V_m - \lambda V_m)^2} \\ g_2 = \frac{2[I_m(V_m - \lambda V_m) - 2(I_{sc} - I_m)(V_{oc} - V_m)]}{(V_{oc} - V_m)^2(V_m - \lambda V_m)} \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} I_0 = I_{sc} \\ I_1 = I_{sc} - \frac{1}{2}g_1(V - \lambda V_m)^2 \\ I_2 = I_m - \frac{1}{2}g_2(V - V_m)^2 - g_1(V - V_m)(V_m - \lambda V_m) \end{cases} \quad (12)$$

式中, V 为光伏电池的输出电压; I_0 为 $0 < V \leq \lambda V_m$ 时的光伏电池的输出电流; I_1 为 $\lambda V_m < V \leq V_m$ 时的光伏电池的输出电流; I_2 为 $V_m < V \leq V_{oc}$ 时光伏电池的输出电流。

3.3 参数 λ 最优值的确定

λ 的取值的物理意义在于重力场 g_1 和 g_2 的分界点位置, 其结果会在一定程度上决定模型曲线的形状。光照 S 和温度 T 的改变也会改变理论曲线的形状。为了保证在任意 S 和 T 条件下, 模型曲线与理论曲线在最大功率点附近最大程度的重合, 需要确定合适的 λ 取值来满足上述要求。本文以模型曲线在最大功率点附近与理论曲线误差最小为目标, 来确定 λ 的最佳取值。因为最大功率点附近是光伏电池常用工作区间, 最大程度复现该区间的输出特性具有一定理论和现实意义。

为此需保证在最大功率点处拟合曲线斜率与理论曲线的斜率相等, 拟合曲线在最大功率点处一定满足^[9-10]

$$\left. \frac{dP}{dV} \right|_{V=V_m} = 0 \quad (13)$$

由式 (13) 得

$$\begin{aligned} \left. \frac{dP}{dV} \right|_{V=V_m} &= \left. \frac{d(VI)}{d(V)} \right|_{V=V_m} \\ &= \left. \frac{d[I_{sc}V - 0.5g_1V(V - xV_m)]}{dV} \right|_{V=V_m} \end{aligned}$$

$$= I_m - \frac{2(I_{sc} - I_m)}{(1-x)^2 V_m} = 0 \quad (14)$$

解出

$$\lambda = 1 \pm \sqrt{\frac{2(I_{sc} - I_m)}{V_m I_m}} \quad (15)$$

由定义的 λ 的物理意义取值范围 [0, 1] 可知

$$\lambda = 1 - \sqrt{\frac{2(I_{sc} - I_m)}{V_m I_m}} \quad (16)$$

由于上式三个参数都直接受到实时光照 S 和温度 T 的影响^[8], 所以参数 λ 也会随光照温度的改变自动调整到最优值, 保证了模型在最大功率点附近区域的准确度。

选取两种不同类别型号的电池, 在 Matlab 中建立光伏电池运动学模型^[11], 把不同温度光照条件下的 I_{sc} 、 V_{oc} 、 I_m 和 V_m 数据代入运动学模型并计算出 $I-V$ 数据和无锡尚德提供的光伏电池在不同温度光照下的实测 $I-V$ 数据进行比较。图 3 给出了三组数据的比较图, 从图中实测曲线和模型曲线的重合程度可知, 本模型只需厂家参数就能较好地复现实测数据。

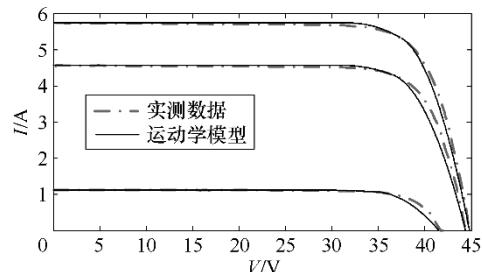


图 3 运动型模型数据与实测数据对比

Fig.3 The kinematic model data and the measured data comparison chart

4 实验及分析

本文以安捷伦公司生产 E4360 光伏阵列模拟电源作为实验平台, 进行对比实验, 分别用指数模型和运动学模型与实测数据作误差分析, 并与常用的工程指数模型比较了运算量。本文的 1# 单晶硅电池和 2# 多晶硅电池的测试数据由无锡尚德提供, 在此表示感谢。

实验平台的配置及参数为: E4360A 主机一台, E4362A 输出模块两块, 每块最大输出电压为 130V, 最大输出电流为 5A, 最大输出功率为

600W, 本文实验采用两块输出模块并联工作模式。

4.1 实验对比

图 4 为 1# 电池在光强 800W/m², 电池温度 25℃ 环境条件下的电池参数输入 E4360A 主机中并采用 SAS 模式 (用指数模型^[12]计算出离散数据点生成 DAC 表) 生成的 I-V 测试曲线。图 5 为相同实验条件下, 用运动学模型计算数据输入 E4360A 主机中并工作在 TABLE 模式 (输入运动学模型计算的离散数据点, 生成 DAC 表) 后生成的 I-V 测试曲线。

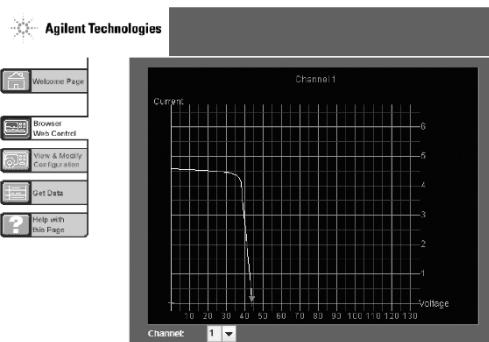


图 4 指数模型的 I-V 实验曲线

Fig.4 I-V experimental curves of the exponential model

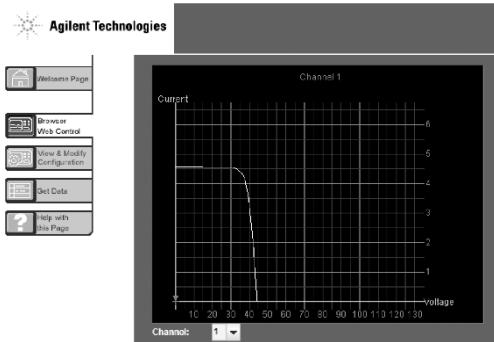


图 5 运动学模型的 I-V 实验曲线

Fig.5 I-V experimental curves of the kinematic model

导出图 4、图 5 中两组数据, 再与实测数据一起绘制在图 6 中。从图 6 可以看出, 运动学模型输出数据能较好地与实测数据重合。

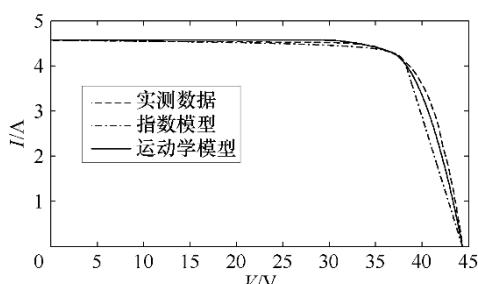


图 6 两种模型计算数据与实测数据对比图

Fig.6 Two kinds of model data and measured data comparison chart

4.2 误差分析

改变电池参数或环境参数, 重复上面步骤, 统计单晶硅电池和多晶硅电池在不同环境条件下 (共 12 组数据), E4360A 电源中指数模型与本模型输出的实验数据与电池厂家实测数据的相对误差。统计在最大功率点左侧相同电压下, 电流相对误差的最大值; 统计最大功率点右侧, 相同电流下, 电压相对误差的最大值, 其相对误差定义为^[12]

$$E_i = \left| \frac{I_e - I_s}{I_e} \times 100\% \right| \quad (17)$$

$$E_v = \left| \frac{V_e - V_s}{V_e} \times 100\% \right| \quad (18)$$

式中, 下标 e 表示实测数据, s 表示模型输出数据, 统计结果见表 1。

表 1 两种模型数据与实测数据相对误差统计表

Tab.1 Two kinds of model data with the measured data relative error tables

电池号	光强/ (W/m ²)	温度/ °C	运动学模型		指数模型	
			E_{max} (%)	E_{vmax} (%)	E_{imax} (%)	E_{vmax} (%)
1#	800	25	1.3	2.6	2.4	1.9
1#	1000	25	1.7	1.5	2.9	1.6
1#	1000	60	2.9	2.4	4.5	1.9
2#	800	25	2.1	2.4	1.9	1.8
2#	1000	25	2.5	1.5	2.1	1.4
2#	1000	60	3.2	2.1	2.5	1.7

从表 1 可以看出, 在不同环境条件下, 无论是单晶硅还是多晶硅太阳能电池, 运动学模型与实测数据误差都小于 4%, 能满足工程需求。

4.3 计算量分析

表 2 统计了常用指数模型^[7]以及运动学模型的运算量。并假设计算公式中指数和对数函数运算为三阶泰勒展开^[14], 统计每计算一次电流值所需要的折合乘法运算量。从表 2 可知: 由于本文提出的运动学模型计算公式中由于不含指数和对数运算, 比常用的工程用指数模型减少了一半左右的运算量。

表 2 两种模型函数运算量统计

Tab. 2 Computation of two models

模型	运算量
指数模型	29 次乘法
运动学模型	11~19 次乘法

5 结论

本文建立的运动学光伏电池工程用数学模型其准确度能满足工程要求, 本文的主要贡献在于:

(1) 与多项式拟合模型相比, 运动学模型只需要电池厂家给出的电池型号参考数据即可建模, 并给出了统一的公式, 能更方便复现不同环境条件下的输出特性曲线。

(2) 和指数模型比较, 运动学模型减少了一半左右的运算量, 有利于控制器解算时提高实时响应速度。

(3) 在环境条件的变化时, 通过 g_0 与 g_1 分段点位置自动调整, 仍能保证运动学模型曲线在最大功率点附近与理论模型曲线重合。

参考文献

- [1] Azzopardi B, Mutale J, Kirschen D, et al. Cost boundaries for future PV solar cell modules sustainable energy technologies[C]. Proceedings of the IEEE International Conference on Sustainable Energy Technologies, 2008, 24(3): 589-594.
- [2] Yazdani A, Dash P P. A control methodology and characterization of dynamics for a photovoltaic system interfaced with a distribution network[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2009, 24(3): 1538-1551.
- [3] Rauschenbach H S. Solar cell array design handbook[M]. Litton Educational Publishing Inc, USA, 1980.
- [4] 赵福鑫, 魏彦章. 太阳电池及其应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1985.
- [5] 江小涛, 吴麟章, 王元, 等. 硅太阳电池数学模型 [J]. 武汉科技大学学报, 2005, 18(8): 5-8.
- [6] Jiang Xiaotao, Wu Linzhang, Wang Yuan, et al. Mathematical model of silicon solar cells[J]. Journal of Wuhan University of Science and Engineering, 2005, 18(8): 5-8.
- [7] 徐鹏微, 杜珂, 刘飞, 等. 光伏电池阵列模拟器研究 [J]. 通讯电源技术, 2006, 23(5): 5-8.
- [8] Xu Pengwei, Du Ke, Liu Fei, et al. Research on PV array simulator[J]. Telecom Power Technologies, 2006, 23(5): 5-8.
- [9] 苏建徽, 余世杰, 赵为, 等, 硅太阳能电池工程用数学模型[J]. 太阳能学报, 2001(22): 409-412.
- [10] Su Jianhui, Yu Shijie, Zhao Wei, et al. Silicon solar cell engineering model[J]. Acta Energiae Solaris Sinica, 2001(22): 409-412.
- [11] Singer S, Bozenshtein B, Surazi S. Characterization of PV array output using a small number of measured parameters[J]. Solar Energy, 1984, 32(5): 603-607.
- [12] Femia N, Petrone G, Spagnuolo G, et al. Optimization of perturb and observe maximum power point tracking method[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2005, 20(4): 963-973.
- [13] Shmilovitz D. On the control of photovoltaic maximum power point tracker via output parameters[J]. IEE Proceedings of Electric Power Applications, 2005, 152(2): 239-248.
- [14] 黄道平. MATLAB 与控制系统的数字仿真及 CAD[M]. 北京: 化学工业出版社, 2004.
- [15] Britton, Lunscher, Tanju. A 9 kW high-peformance solar array simulator[C]. Proceedings of the European Space Power Conference, 1993: 409-412.
- [16] 李云雁, 胡传荣. 试验设计与数据处理 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2004.
- [17] 李庆杨, 王能超, 等, 数值分析 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.

作者简介:傅望 男, 1983 年生, 硕士研究生, 主要从事太阳能发电和微网研究。周林 男, 1961 年生, 教授, 博士, 博士生导师, 主要从事太阳能利用和电能质量研究。

