片区________ 选课号 51 姓名 张志豪

习题二 质点运动的描述（二）

1．对于沿曲线运动的物体，以下几种说法中哪一种是正确的： B

（A）切向加速度必不为零.

（B）法向加速度必不为零（拐点处除外）.

（C）由于速度沿切线方向，法向分速度必为零，因此法向加速度必为零.

（D）若物体作匀速率运动，其总加速度必为零.

（E）若物体的加速度 $\vec{a}$ 为恒矢量，它一定作匀变速率运动.

[ ]

2．一质点在平面上作一般曲线运动，其瞬时速度为 $\vec{v}$，瞬时速率为 v，其一时间内的平均速度为 $\bar{\vec{v}}$，平均速率为 $\bar{v}$，它们之间的关系必定有： D

（A）$|\vec{v}|=v, |\bar{\vec{v}}|=\bar{v}$.　　（B）$|\vec{v}|\neq v, |\bar{\vec{v}}|=\bar{v}$.

（C）$|\vec{v}|\neq v, |\bar{\vec{v}}|\neq \bar{v}$.　　（D）$|\vec{v}|=v, |\bar{\vec{v}}|\neq \bar{v}$.

3．一质点沿半径为 R 的圆周运动，其路程 S 随时间 t 变化的规律为

$$S = bt - \frac{1}{2}ct^2 \quad \text{(SI)}$$

其中 b、c 为大于零的常数，且 $b^2 > Rc$.

（1）质点运动的切向加速度 $a_t =$ $-c\,(\mathrm{m/s^2})$，法向加速度 $a_n =$ $\frac{(b-ct)^2}{R}$.

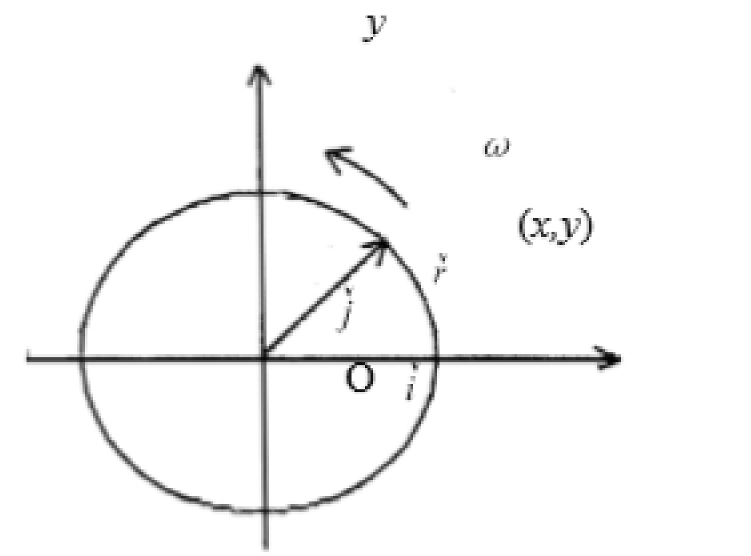
（2）质点运动经过 $t =$ $\frac{b \pm (cR)^{\frac{1}{2}}}{c}$ 时，$|a_t| = a_n$.

4．以一定初速度斜向上抛出一个物体，若忽略空气阻力，当该物体的速度 $\vec{v}$ 与水平的夹角为 θ 时，它的切向加速度 a_t 的大小为 $g\sin\theta\ (\mathrm{m/s^2})$，法向加速度 a_n 的大小为 $g\cos\theta\ (\mathrm{m/s^2})$

5．（1）对于在 xy 平面内，以原点 O 为圆心作匀速圆周运动的质点，试用半径 r、角速度 ω 和单位矢量 $\vec{i}$、$\vec{j}$ 表示其 t 时刻的位置矢量.已知在 $t=0$ 时，$y=0, x=r$，角速度 ω 如图所示；

（2）由（1）导出速度 $\vec{v}$ 与加速度 $\vec{a}$ 的矢量表达式；

（3）试证加速度指向圆心.



(1) $\vec{x} = r\cos\omega t\,\vec{i} + r\sin\omega t\,\vec{j}$

(2) $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} = \omega r\cos\omega t\,\vec{j} - \omega r\sin\omega t\,\vec{i}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\omega^2 r\cos\omega t\,\vec{i} - \omega^2 r\sin\omega t\,\vec{j}$

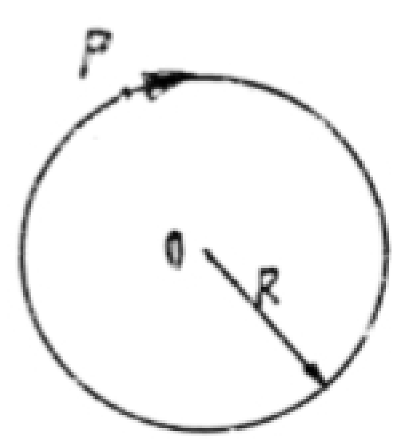
(3) $\cancel{-\omega^2 r\cos}$ $\frac{-\omega^2 r\sin\omega t}{-\omega^2 r\cos\omega t} = \tan\omega t$

t_0 时 $\vec{a}$ 与x轴正方向的夹角为 ωt_0

此时质点与原点夹角也为 ωt_0

故 $\vec{a}$ 指向圆心

6．如图所示，质点 P 在水平面内沿一半径为 R=2m 的圆轨道转动，转动的角速度 ω 与时间 t 的函数关系为 $\omega = kt^2$（k 为常量）.已知 t=2s 时，质点 P 的速度值为 32m/s.试求 t=1s 时，质点 P 的速度与加速度的大小.



解：$t=2s$ 时

$\omega_1 = 4k$，$v_1 = \omega R$

$\because v_1 = 32\ \mathrm{m/s}$

$\therefore k = 4$

$\therefore \omega = 4t^2$　$v = \omega R = 8t^2$

$\therefore a_\tau = \frac{dv}{dt} = 16t$　　$a_n = \omega^2 R = 32t^4$

$\therefore t = 1s$ 时

$a = \sqrt{(a_\tau)^2 + (a_n)^2} = 16\sqrt{5}\ (\mathrm{m/s^2})$