

Život jako hra, kterou nelze vypočítat

Obeční knihovna, 8.3.2014

Martin Šmíd, Obora, Chocerady

www.martinsmid.cz

Dnešní program

- Matematika se představuje
- Matematika a spravedlnost
- Matematika a štěstí
 - minimum vzorečků
 - videa, obrázky
 - maximálně 60 minut

Citát na úvod:

Matematika je boj, dopoledne s hladem, odpoledne se spánkem

akademik V Kořínek

Matematika
se
představuje

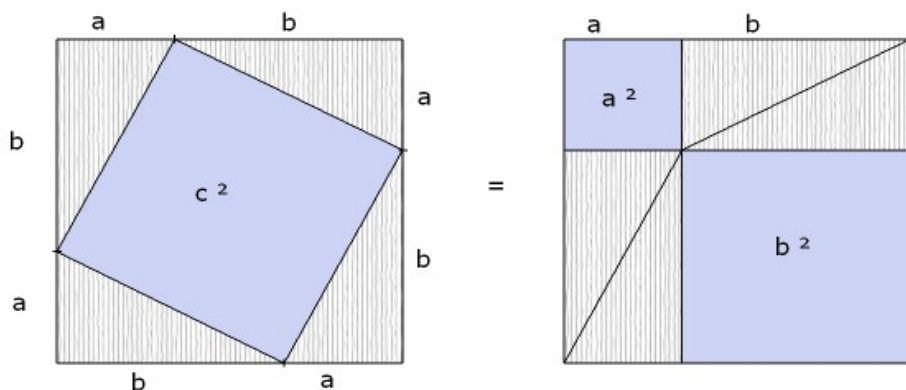
Počátky matematiky

- Vznikla z praktických potřeb:
 - zeměměřičství
 - obchod
 - státní správa
 - astronomie
 - Astrologie ...
- První matematici: Babylonci, Řekové, Arabové...
- Aritmetika: zprvu jen přirozená čísla
- Geometrie: body, úsečky, základní útvary



Odpoutání od reality

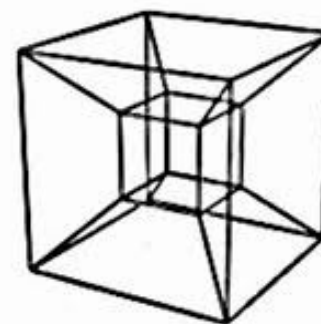
- 2. tis. - “nepřestavitelné” objekty
 - Nekonečně velká množství
 - Nekonečně malé detaily
 - Vícedimenzionální prostory
 - Potřeba formalizace
 - Nelze “uchopit”, nutno dokázat
- Ztráta názornosti
- Zbytečná formalizace ve výuce



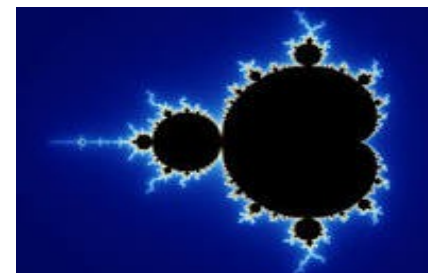
Grafický důkaz Pythagorovy věty



Endless mirrors from the Eames "Mathematics" exhibit.



Projekce 4D krychle



Fraktál

Úspěchy matematiky

- Fyzika (stojí takřka výhradně na matematických modelech)
 - Veškerá elektronika (komplexní analýza)
 - Výzkum vesmíru (např. též teorie relativity)
 - IT (Turingův stroj, von Neumannův koncept počítače)
 - Zábava (počítačová grafika)
 - Umělá inteligence (strojový překlad, hledání)
 - Bankovníctví (skoring klientů)
 - Navigace (GPS, problém nejkratší cesty)
 - Zabezpečení, bitcoiny (kryptografie)
-
- 19-20 stol. - úspěchy matematiky vedou k snům
 - O matematiizaci všeho poznání
 - O fyzikální “teorii všeho”
 - O aplikaci matematických metod ve společenských vědách, lékařství, ekonomii a politice



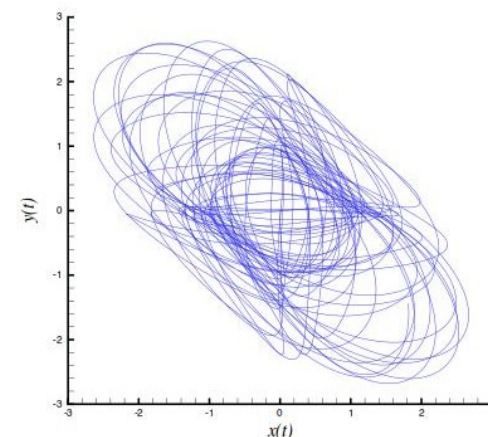
Postmoderní vystřízlivění

- Teorie

- Gödel (1930+) dokazuje, že existují tvrzení která nikdy nebudeme schopni dokázat, jde například o bezespornost aritmetiky
- Některé dynamické systémy (kulečnick, pohyb tří těles, modely počasí či turbolencí) jsou chaotické, nelze je předpovídat (Teorie chaosu, 1970+)

- Praxe

- Výpočetní složitost řešení některých problémů jde za jakoukoli hranici výpočetní techniky (šachy, problém obchodního cestujícího)
- Opakovaná selhání socio-ekonomických modelů (finanční krize, tzv. “černé labutě”)



Dráha tří planet



K. Gödel a kniha o něm



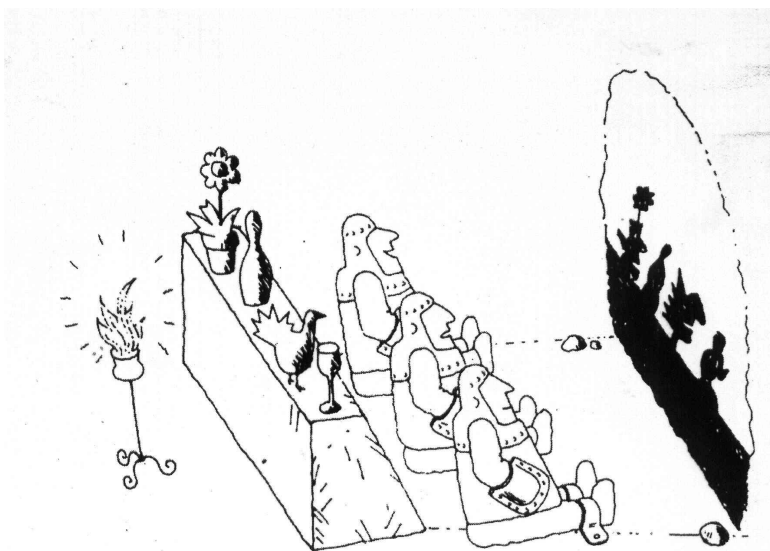
N. Taleb a jeho kniha

Proč člověka nelze modelovat?

- Jednoduše proto, že se může rozhodnout
- Narozdíl od počítače či vzorečku...
 - Dokáže přemýšlet o svém myšlení
 - Dokaže “vyměnit svůj program”
 - Může se rozhodnout, zda podle svého či něčího “programu” bude či nebude jednat
 - Občas no hapadne nová, nečekaná možnost
 - Z toho důvodu žádné předpovědi jeho chování nebudou 100% fungovat
- Čím je svobodnější, tím je méně předvídatelný

Přesto modelujeme

- O věcech (lidech) uvažujeme skrz svůj mentální obraz (model, reprezentaci)
- Věci (lidi) popisujeme logicky strukturovaným jazykem
- Uvažujeme (též) logicky
- Modelování tvoří (často podvědomou) část našeho myšlení
- Nejspíš se bez něj neobejdeme, jde o “kostru” myšlení.



② Co byste dělali, kdyby vám zavolal úplně neznámý člověk a chtěl se s vámi sejít? Hledali informace, abyste si ho mohli “zařadit”, tj použít model?

Matematika a Spravedlnost

Spravedlivé dělení

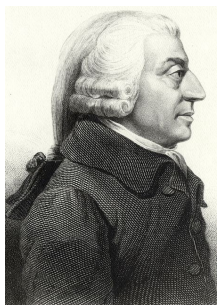
$$1 + 1 = 3$$

- Rolník a statkář se navzájem potřebují
 - R bez S nemá půdu
 - S bez R nemá kdo by na ní pracoval
 - Spojením mají něco, co by sami neměli (obilí)
 - Dělení
 - Spolupráce bude pro oba výhodná při jakémkoli dělení
 - Věčný spor: jaké dělení je spravedlivé
 - Další příklady: hudební duo, manželský pár...
- ② Jak se dva piráti mohou spravedlivě rozdělit o kořist?

Příběh rolníka a statkáře

Časová osa		statkář	rolník
		stát	dělení
středověk	R v podstatě patří S, ten mu dá tolik aby neumřel	beru co jde	umřu
	<i>Občas nějaká ta vzpoura</i>		
19. stol	Volný pohyb a konkurence zlepšuje situaci R	beru jiného R	jdu jinam
	<i>Marx: obilí vypěstoval rolník, patří jemu</i>	ukradl jsem	Jsem vykořisťován
průběžně	S se snaží o monopol	víc nedáme	umřu
	R se organizuje	zavírám	stávkujeme
socialismus	Stát zaujímá místo S	beru co jde	nezlobím
nyní	S restituoval, stát je “sociální” a “hlídá” volnou soutěž	daně beru j.	jdu jinam

Neviditelná ruka trhu

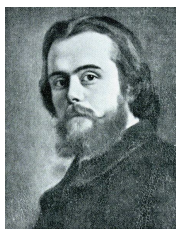


Smith



T. Sedláček a jeho kniha

- Adam Smith, *Bohatství národů* (1776): *(jedinec)... myslí jen na svůj zisk a v tom, jako v mnohém jiném, jej vede neviditelná ruka, aby podporoval cíl, který neměl vůbec v úmyslu.*
- Běžná dezinterpretace: maximalizací vlastního zisku každého se dosahuje maximálního obecného blaha společnosti
- Problém s obecným blahem: Individuální “blaha” nelze sčítat. (Kdyby něco takového existovalo, pak by toho šlo dosáhnout centrálním plánováním)
- Walras (1877), Pareto (1906): Neviditelná ruka (pokud funguje) je schopná zajistit pouze takový stav, kdy jedinec nemůže dosáhnout většího individuálního blaha aniž by to bylo na úkor někoho jiného
- To je ale dost málo! Takové blaho zahrnuje i stav, kdy jeden hladoví, ale druhý mu je nedá, protože jím krmí psa.
- Je tedy trh špatný? Nikoli, zdá se, že občas funguje, vede k efektivitě (viz. např. mobilní komunikace), ale nevyřeší sociální problémy.



Walras



Pareto

Nashovo ekvilibrium



John Nash

J. Nash, Nobelova cena 1994. film Čistá duše, 2001, scéna 18:12

- N.E. je stav, kdy žádný z hráčů již nemůže vlastními silami zlepšit svůj zisk
- Pareto-Walrasova tržní rovnováha je NE
- Mocensky prosazené NE: Dopravní předpisy
 - Kdyby každý jel co nejrychleji kam by chtěl, doprava by zkolabovala
 - Koordinace nevznikne samovolně
 - Společenská autorita navrhuje pravidla a tresty, aby se porušování nevyplácelo
- Autoritativně prosazené NE: Desatero
 - Efektivita fungování společnosti na základě vymahatelných pravidel



Přirozená neefektivní ekvilibria

- Učebnicový příklad - vězňovo dilema

- Dva zločinci jsou ve vazbě. Oběma je za svědectví proti tomu druhému nabízeno snížení trestu.
- Společné blaho (obviněných) se dosáhne společným mlčením.
- Racionální volbou je svědčit (musí se počítat s nejhorším případem)

- **Korupce:** Ačkoli korupce zvyšuje veřejné výdaje, maximalizace vlastního zisku ji nevyhladí:

- úředník nepřestane přijímat úplatky, protože by měl míň peněz
- Firmy nepřestanou dávat úplatky, protože by neměly zakázky

- Kouření v restauracích

- Je víceméně shoda, že pokud se v restauracích nekouří, společnosti i jednotlivcům) to prospívá
- Náš zákon dává restauracím volnost být kuřácké či nekuřácké
- Většina majitelů své podniky na nekuřácké nezmění, protože by přišli o zákazníky

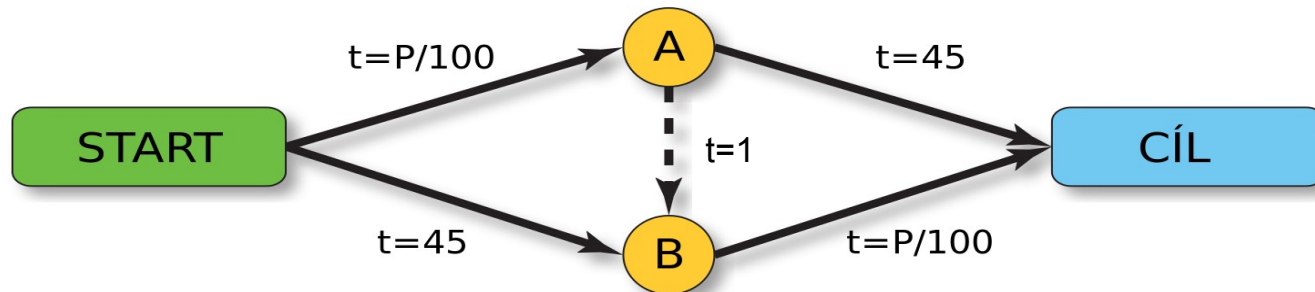
- Řešení - mocenský zásah:

- Stanovit pravidla a tresty za nedodržení



Medvědí služba – Braessův paradox

- Silniční síť, čísla jsou časy jízdy, P je počet aut, 4000 aut/h



- Řidiči vždy pojedou rychlejší (méně zacpanou) cestou
- Bez čárkované zkratky
 - Časy obou cest stejné, oběma cestami tedy pojedou stejně aut
 - Doba jízdy: $2000/100 + 45 = 65$ minut
- Se zkratkou
 - Doba jízdy START-A je nejhůře $4000/100 = 40$ min, všichni jedou tudy
 - Z A do CÍLe je to nejrychlejší přes zkratku B, nejhůře 41 min, všichni tudy,
 - Celkem 81 minut
 - Kdyby teď někdo jel prázdnou cestou START-B, byl by na tom hůř (85 min)
- Všichni maximalizují zisk, stát dokonce postavil silnici, přesto jedou pomaleji

Matematika a Štěstí

Otázka na úvod

- ② Dostanete 10 Kč a máte možnost
- si je nechat
 - vsadit tak, že na 25% vyhraje 20 Kč, jinak nic

Proč sázíme sportku?

- Uvažujme loterii

- 100 000 losů po 10 Kč
- Jen jedna hlavní cena 500 000 Kč
- Los z osudí tahá nevinný siroteček
- Průměrný výnos $10 - 1/100\,000 \cdot 500\,000 = 5 - 10 = -5$ Kč (jko v otázce)

- Pokud sázím každý týden 60 let:

rok	Pravděpod., že v ještě vyhraju	Průměrná bilnance	
0	3.07%	0	
10	2.57%	-2600	Na 99.48% jsem 5200Kč v mínusu
20	2.06%	-5200	Na 98.97% jsem 10400Kč v mínusu
30	1.55%	-7800	Na 98.45% jsem 15600Kč v mínusu
40	1.03%	-10400	Na 97.94% jsem 20800Kč v mínusu
50	0.52%	-13000	Na 97.43% jsem 26000Kč v mínusu
60	0.00%	-15600	Na 96.93% jsem 31200Kč v mínusu

- Hry se liší, ale prům. ztráta sázejícího vždy je úměrná zisku pořadatele



Aleš Huěák

Proč hrajeme ruletu?

- Řekněme, že vždy sázíme 10Kč na některé číslo
 - padne-li naše číslo, získáváme 35 Kč
 - pr..st že číslo padne je $1/36$ Kč
 - průměrný zisk z jednoho kola je $-2/37 = -0.054$ Kč
- Pokud hraju 60 let každý týden 10 kol



rok	kol	prům. balance	pr.st že jsem v mínusu
1	520	-281	69.76%
5	2600	-1405	87.63%
10	5200	-2811	94.91%
20	10400	-5622	98.97%
30	15600	-8432	99.77%
40	20800	-11243	99.95%
50	26000	-14054	99.99%
60	31200	-16865	100.00%

- Kasíno bere mých 10 Kč, padne-li nula, a průměrně 0.28 Kč z každé hry.

Ostatní hry

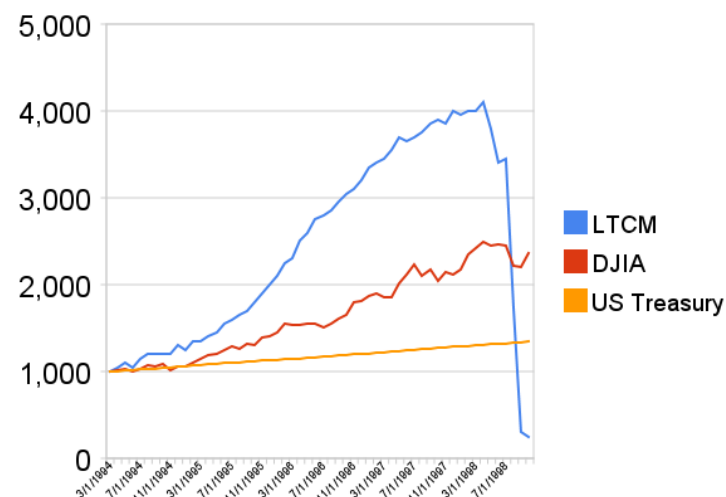
- Sázkové kanceláře inkasují marži cca 10%
- Brokeři (obchodníci s akcemi) inkasují 1-3% z každého obchodu
- O hracích automatech ani nemluvě

Proč hrajeme nespravedlivé hry?

- Hře se říká **spravedlivá**, je-li průměrná výhra rovna nule
- Žádná z předchozích nebyla tento případ
 - Vždy oproti nejistému v průměru zápornému zisku hráče stojí skoro jistý zisk organizátora hry
- Proč je hrajeme? Různá vysvětlení
 - Milujeme hru (platíme si vzrušení)
 - Špatně počítáme pravděpodobnosti (Kahneman, Twersky, Nobelova cena 2002)
 - Nevěříme na náhodu (náhoda je abstraktní pojem, Einstein: *Bůh nevrhá v kostky*)

Příběh LTCM

- 1994 – deset špičkových bankéřů a dva akademici (R. Merton, M. Scholes) zakládají obří investiční fond používající matematické modely
- 1995-7 dvojciferné zisky
- 1997 – M. a S. dostávají Nobelovu cenu
- 1998 – Fond krachuje, musí mu pomoci FED
- (2000 - všichni kromě Mertona mají nové fondy)



Poučení? Každý model má své předpoklady. Pokud přestanou platit, Přestává platit i model.

Investují opice lépe než lidé?

- Kdosi nechal házet opici šipkou a vybírat tak akcie, měla podobný úspěch jako investiční analytici.
- Jinými slovy: ceny neumíme předpovědět
- I to má vysvětlení: kdo umí ceny přepovědět, nebude to psát do novin, ale svou znalost využije
- Kdyby předpověď znali všichni, příležitost “vyčerpají”

*Dobrá věc, Williame, je, že
ať už naši klienti vydělávají či prodělávají,
Duke & Duke z toho má provizi.*

Makléř Randolph Duke (Trading Places, 1983)

'Monkeys' beat the stock market

A randomly selected portfolio of stocks – picked as if by monkeys – posted better returns than a tracker fund.



A randomly selected portfolio of stocks – picked as if by monkeys – posted better returns than a tracker fund Photo: BBC



By Emma Wall

Print this article

PERSONAL FINANCE 12/20/2012 @ 9:05AM | 6,555 views

Any Monkey Can Beat The Market

[+ Comment Now](#) [+ Follow Comments](#)

Give a monkey enough darts and they'll beat the market. So says a draft article by [Research Affiliates](#) highlighting the simulated results of 100 monkeys throwing darts at the stock pages in a newspaper. The average monkey outperformed the index by an average of 1.7 percent per year since 1964. That's a lot of bananas!

What is all this monkey business? It started in 1973 when [Princeton University](#) professor Burton Malkiel claimed in his bestselling book, [A Random Walk Down Wall Street](#), that “A blindfolded monkey throwing darts at a newspaper's financial



Oblíbená hra: na investování

- Ceny akcií, měn, komodit a derivátů jsou vždy výsledkem akcí jednotlivých “hráčů”
 - Nákupy ceny zvyšují, prodeje snižují
 - Tuto hru hrají velcí i malí, hloupí i chytrí, lidé i počítače
 - Pomineme-li poplatky, dá se hra označit za spravedlivou
- S výjimkou akcií se nedá mluvit o investování
 - Akcie občas vyplácí dividendu (podíl ze zisku), jinak však neexistuje žádný zdroj výnosů (vydělá-li někdo na růstu EUR, někdo jiný musí prodělat)
 - Lépe asi vzít se k srdci radu jistého hráče pokeru

Jdete-li hrát poker, najděte největšího pitomce u stolu a toho oškubejte. Pokud nikoho takového nemůžete najít, ten pitomec jste vy.

Pokus o shrnutí

- Matematika je sama o sobě krásná
- Co se týče neživé přírody a techniky, funguje krásně
- Ve společenských vědách už to tak slavné není
 - Bohužel právě tyto oblasti nás dnes “bolí” mnohem více než “materiální” problémy
- Nápad:
 - co takhle smířit se s tím, že jsou matematické modely spíše podobenstvím než popisem reality
 - Vidí věc jednostranně, ale i to může být přínosné
 - A není to nic nového:

Toto všechno mluvil Ježíš v podobenstvích k zástupům, a bez podobenství nemluvil jim

Ještě k tématu matematiky a života

- Matematika učí logicky myslet
 - Technologií matematiky je logické uvažování, materií pak axiomy (výroky, které se předpokládají)
 - V životě na jsou našimi axiomy naše přesvědčení
 - Uvědomovat si to je důležité (víme např, kam vede kombinace přesvědčení **jsem tlustá a být tlustý je špatné**)
- Logice se nevyhneme
 - O logice můžeme přemýšlet, ale zase jen logicky
 - O logice popisující logiku můžeme přemýšlet, ale zase jen logicky
 - ...
 - I když existují různé “vylepšené” logiky, uvažujeme o nich pouze “obyčejnou” logikou.
- Uvědomujeme-li si svůj program, nemusíme se chovat jako počítače.

Dík za pozornost

② Otázky?