**Угоренко Виолетта Романовна, ФИТ 2-1-2, В11**

**Лабораторная работа 5. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА**

**Цель работы:** Приобретение навыков решения открытой транспортной задачи

**Задание для выполнения:**

**Задание.** Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (*11*). Оформить отчет.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **23** | **13** | **17** | **14** | **22** | **12** | **179** |
| 2 | **21** | **11** | **19** | **16** | **18** | **24** | **124** |
| 3 | **12** | **16** | **22** | **19** | **13** | **22** | **161** |
| 4 | **15** | **21** | **21** | **14** | **24** | **13** | **170** |
| 5 | **14** | **22** | **20** | **11** | **21** | **15** | **111** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **154** | **118** | **142** | **204** | **106** | **174** |  |

∑запасы = 179 + 124 + 161 + 170 + 111 = 745

∑потребности = 154 + 118 + 142 + 204 + 106 + 174 = 898

Так как запасы поставщиков меньше потребности потребителей то это **открытая** транспортная задача. Введем фиктивного поставщика 6, с запасом продукции равным 898-745=153 для сведения задачи к закрытому типу. Стоимость доставки единицы продукции от фиктивного поставщика ко всем потребителям примем равной нулю.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14 | 22 | 12 | 179 |
| 2 | 21 | 11 | 19 | 16 | 18 | 24 | 124 |
| 3 | 12 | 16 | 22 | 19 | 13 | 22 | 161 |
| 4 | 15 | 21 | 21 | 14 | 24 | 13 | 170 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11 | 21 | 15 | 111 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 153 |
| Потребность | 154 | 118 | 142 | 204 | 106 | 174 | 898 |

Теперь выполняется условие.

Этап I

*Метод наименьшей стоимости*

Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают клетку с наименьшей стоимостью, для этой ячейки присваиваем меньшее из чисел ai, или bj. Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя. Повторяем, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

Искомый элемент равен c22=11

x22 = min(124,118) = 118.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14 | 22 | 12 | 179 |
| 2 | 21 | **11** | 19 | 16 | 18 | 24 | 124-118=6 |
| 3 | 12 | 16 | 22 | 19 | 13 | 22 | 161 |
| 4 | 15 | 21 | 21 | 14 | 24 | 13 | 170 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11 | 21 | 15 | 111 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 153 |
| Потребность | 154 | 118-118=0 | 142 | 204 | 106 | 174 |  |

Искомый элемент равен c54=11.

x54 = min(111,204) = 111.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14 | 22 | 12 | 179 |
| 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18 | 24 | 6 |
| 3 | 12 | 16 | 22 | 19 | 13 | 22 | 161 |
| 4 | 15 | 21 | 21 | 14 | 24 | 13 | 170 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | **11** | 21 | 15 | 111-111=0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 153 |
| Потребность | 154 | 0 | 142 | 204-111=93 | 106 | 174 |  |

Искомый элемент равен c16=12.

x16 = min(179,174) = 174.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14 | 22 | **12** | 179-174=5 |
| 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18 | 24 | 6 |
| 3 | 12 | 16 | 22 | 19 | 13 | 22 | 161 |
| 4 | 15 | 21 | 21 | 14 | 24 | 13 | 170 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 153 |
| Потребность | 154 | 0 | 142 | 93 | 106 | 174-174=0 |  |

Искомый элемент равен c31=12.

x31 = min(161,154) = 154.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14 | 22 | 12|174 | 5 |
| 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18 | 24 | 6 |
| 3 | **12** | 16 | 22 | 19 | 13 | 22 | 161-154=7 |
| 4 | 15 | 21 | 21 | 14 | 24 | 13 | 170 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 153 |
| Потребность | 154-154=0 | 0 | 142 | 93 | 106 | 0 |  |

Искомый элемент равен c35=13.

x35 = min(7,106) = 7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14 | 22 | 12|174 | 5 |
| 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18 | 24 | 6 |
| 3 | 12|154 | 16 | 22 | 19 | **13** | 22 | 7-7=0 |
| 4 | 15 | 21 | 21 | 14 | 24 | 13 | 170 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 153 |
| Потребность | 0 | 0 | 142 | 93 | 106-7=99 | 0 |  |

Искомый элемент равен c14=14.

x14 = min(5,93) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | **14** | 22 | 12|174 | 5-5=0 |
| 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18 | 24 | 6 |
| 3 | 12|154 | 16 | 22 | 19 | 13|7 | 22 | 0 |
| 4 | 15 | 21 | 21 | 14 | 24 | 13 | 170 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 153 |
| Потребность | 0 | 0 | 142 | 93-5=88 | 99 | 0 |  |

Искомый элемент равен c44=14.

x44 = min(170,88) = 88.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14|5 | 22 | 12|174 | 0 |
| 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18 | 24 | 6 |
| 3 | 12|154 | 16 | 22 | 19 | 13|7 | 22 | 0 |
| 4 | 15 | 21 | 21 | **14** | 24 | 13 | 170-88=82 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 153 |
| Потребность | 0 | 0 | 142 | 88-88=0 | 99 | 0 |  |

Искомый элемент равен c25=18.

x25 = min(6,99) = 6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14|5 | 22 | 12|174 | 0 |
| 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | **18** | 24 | 6-6=0 |
| 3 | 12|154 | 16 | 22 | 19 | 13|7 | 22 | 0 |
| 4 | 15 | 21 | 21 | 14|88 | 24 | 13 | 82 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 153 |
| Потребность | 0 | 0 | 142 | 0 | 99-6=93 | 0 |  |

Искомый элемент равен c43=21.

x43 = min(82,142) = 82.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14|5 | 22 | 12|174 | 0 |
| 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18|6 | 24 | 0 |
| 3 | 12|154 | 16 | 22 | 19 | 13|7 | 22 | 0 |
| 4 | 15 | 21 | **21** | 14|88 | 24 | 13 | 82-82=0 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 153 |
| Потребность | 0 | 0 | 142-82=60 | 0 | 93 | 0 |  |

Искомый элемент равен c63=0.

x63 = min(153,60) = 60.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14|5 | 22 | 12|174 | 0 |
| 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18|6 | 24 | 0 |
| 3 | 12|154 | 16 | 22 | 19 | 13|7 | 22 | 0 |
| 4 | 15 | 21 | 21|82 | 14|88 | 24 | 13 | 0 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | **0** | 0 | 0 | 0 | 153-60=93 |
| Потребность | 0 | 0 | 60-60=0 | 0 | 93 | 0 |  |

Искомый элемент равен c65=0.

x65 = min(93,93) = 93.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14|5 | 22 | 12|174 | 0 |
| 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18|6 | 24 | 0 |
| 3 | 12|154 | 16 | 22 | 19 | 13|7 | 22 | 0 |
| 4 | 15 | 21 | 21|82 | 14|88 | 24 | 13 | 0 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0|60 | 0 | **0** | 0 | 93-93=0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 93-93=0 | 0 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14|5 | 22 | 12|174 | 0 |
| 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18|6 | 24 | 0 |
| 3 | 12|154 | 16 | 22 | 19 | 13|7 | 22 | 0 |
| 4 | 15 | 21 | 21|82 | 14|88 | 24 | 13 | 0 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|93 | 0 | 0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число базисных переменных. Их должно быть

m + n - 1 = 6 + 6 – 1 = 11

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

Z = 14\*5 + 12\*174 + 11\*118 + 18\*6 + 12\*154 + 13\*7 + 21\*82 + 14\*88 + 11\*111 + 0\*60 + 0\*93 = 10874

Этап II

*Метод потенциалов*

Каждому поставщику ai ставим в соответствие некоторое число - ui, называемое потенциалом поставщика. Каждому потребителю bj ставим в соответствие некоторое число - vj, называемое потенциалом потребителя. Для базисной ячейки (задействованного маршрута), сумма потенциалов поставщика и потребителя должна быть равна тарифу данного маршрута.

ui + vj = cij

Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 14; 0 + v4 = 14; v4 = 14

u1 + v6 = 11; 0 + v6 = 11; v6 = 11

u4 + v4 = 14; 14 + u4 = 14; u4 = 0

u4 + v3 = 21; 0 + v3 = 21; v3 = 21

u6 + v3 = 0; 21 + u6 = 0; u6 = -21

u6 + v5 = 0; -21 + v5 = 0; v5 = 21

u2 + v5 = 18; 21 + u2 = 18; u2 = -3

u2 + v2 = 11; -3 + v2 = 11; v2 = 14

u5 + v4 = 11; 14 + u5 = 11; u5 = -3

u3 + v5 = 13; 21 + u3 = 13; u3 = -8

u3 + v1 = 12; -8 + v1 = 12; v1 = 20

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | U |
| b 1 | b 2 | b3 | b 4 | b 5 | b 6 |
| a 1 | 23 | 13 | 17 | 14|5 | 22 | 12|174 | u1 = 0 |
| a 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18|6 | 24 | u2 = -3 |
| a 3 | 12|154 | 16 | 22 | 19 | 13|7 | 22 | u3 = -8 |
| a 4 | 15 | 21 | 21|82 | 14|88 | 24 | 13 | u4 = 0 |
| a 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | u5 =  -3 |
| a 6 | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|93 | 0 | u6 = -21 |
| V | v1 = 20 | v2 = 14 | v3 = 21 | v4 = 14 | v5 = 21 | v6 = 11 |  |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;2): ∆12 = 0 + 14 - 13 = 1 > 0

(1;3): ∆13 = 0 + 21 - 17 = 4 > 0

(4;1): ∆41 = 0 + 20 - 15 = 5 > 0

(5;1): ∆51 = -3 + 20 - 14 = 3 > 0

max(1,4,5,3) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 15. Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14|5 | 22 | 12|174 | 0 |
| 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18|6 | 24 | 0 |
| 3 | 12|154  [-] | 16 | 22 | 19 | 13|7  [+] | 22 | 0 |
| 4 | 15  [+] | 21 | 21|82  [-] | 14|88 | 24 | 13 | 0 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0|60  [+] | 0 | 0|93  [-] | 0 | 0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. прибавляем 82 к объемам грузов, стоящих в плюсовых и вычитаем 82 из xij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14|5 | 22 | 12|174 | 0 |
| 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18|6 | 24 | 0 |
| 3 | 12|72 | 16 | 22 | 19 | 13|89 | 22 | 0 |
| 4 | 15|82 | 21 | 21 | 14|88 | 24 | 13 | 0 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0|142 | 0 | 0|11 | 0 | 0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 14; 0 + v4 = 14; v4 = 14

u1 + v6 = 12; 0 + v6 = 12; v6 = 12

u4 + v4 = 14; 14 + u4 = 14; u4 = 0

u5 + v4 = 11; 14 + u5 = 11; u5 = -3

u4 + v1 = 15; 0 + v1 = 15; v1 = 15

u3 + v1 = 12; 15 + u3 = 12; u3 = -3

u3 + v5 = 13; -3 + v5 = 13; v5 = 16

u2 + v5 = 18; 16 + u2 = 18; u2 = 2

u2 + v2 = 11; 2 + v2 = 11; v2 = 9

u6 + v5 = 0; 16 + u6 = 0; u6 = -16

u6 + v3 = 0; -16 + v3 = 0; v3 = 16

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | U |
| b 1 | b 2 | b3 | b 4 | b 5 | b 6 |
| a 1 | 23 | 13 | 17 | 14|5 | 22 | 12|174 | u1 = 0 |
| a 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18|6 | 24 | u2 = 2 |
| a 3 | 12|72 | 16 | 22 | 19 | 13|89 | 22 | u3 = -3 |
| a 4 | 15|82 | 21 | 21 | 14|88 | 24 | 13 | u4 = 0 |
| a 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | u5 = -3 |
| a 6 | 0 | 0 | 0|142 | 0 | 0|11 | 0 | u6 = -16 |
| V | v1 = 15 | v2 = 9 | v3 = 16 | v4 = 14 | v5 = 16 | v6 = 12 |  |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят:

Z = 14\*5 + 12\*174 + 11\*118 + 18\*6 + 12\*72 + 13\*89 + 15\*82 + 14\*88 + 11\*111 + 0\*142 + 0\*11 = 11468

*Анализ оптимального плана.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | | Запас |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 23 | 13 | 17 | 14|5 | 22 | 12|174 | 0 |
| 2 | 21 | 11|118 | 19 | 16 | 18|6 | 24 | 0 |
| 3 | 12|154 | 16 | 22 | 19 | 13|7 | 22 | 0 |
| 4 | 15 | 21 | 21|82 | 14|88 | 24 | 13 | 0 |
| 5 | 14 | 22 | 20 | 11|111 | 21 | 15 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|93 | 0 | 0 |
| Потребность | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

* Из 1-го склада необходимо доставить 5 ед. товара 4-му потребителю и 174 ед. товара 6-му потребителю.
* Из 2-го склада необходимо доставить 118 ед. товара 2-му потребителю и 6 ед. товара 5-му потребителю.
* Из 3-го склада необходимо доставить 154 ед. товара 1-му потребителю и 7 ед. товара 5-му потребителю.
* Из 4-го склада необходимо доставить 82 ед. товара 3-му потребителю и 88 ед. товара 4-му потребителю.
* Из 5-го склада необходимо доставить 111 ед. товара 4-му потребителю.
* Потребность 3-го потребителя остается неудовлетворенной на 60 ед.
* Потребность 5-го потребителя остается неудовлетворенной на 93 ед.

**Вопросы для защиты:**

1. Закрытая транспортная задача - это задача распределения определенного количества грузов из нескольких пунктов отправления в несколько пунктов назначения с известными ограничениями на количество груза и доступность транспорта. В отличие от закрытой, в открытой транспортной задаче количество грузов или мест назначения может быть неизвестно, и некоторые пункты назначения могут оставаться неиспользованными.
2. Существует несколько методов решения транспортной задачи, включая метод северо-западного угла, метод минимальной стоимости, метод потенциалов и метод модифицированного потенциала. Каждый метод имеет свои преимущества и недостатки, и выбор метода зависит от размера и сложности задачи.
3. Транспортная задача широко применяется в логистике, производстве, транспортной отрасли и других областях, где необходимо распределить ресурсы из одного места в другое. Например, она может использоваться для оптимизации доставки товаров из склада на магазин, распределения персонала на рабочие места, распределения грузов на транспорте.