## 碎纸复原问题

### 针对一维切割的情况

#### 问题的形式化描述

根据题意，将一张印有文字的纸沿纵向等宽切割成 19 张条形纸片，并打乱顺序。设计一个算法将打乱顺序的纸片按正确的顺序排列，并复原。

利用 python 的 PIL 模块读取附件 1 中的图片，灰度化后转换为矩阵。为第 个纸片对应的灰度矩阵，形式如下

矩阵中的每个元素的取值范围为 。定义所有纸片灰度矩阵的集合为。

#### 问题的解

的一个正确的排列就是该问题的一个解， 的所有排列方式就构成了问题的解空间。由此，该问题的时间复杂度为 。以矩阵的形式表达，设 为拼接后得到的分块矩阵，则正确的分块矩阵 即为问题的一个解， 构成的集合 即为问题的解空间。

#### 匹配度函数

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 符号 | 含义 | numpy 调用 |
|  | 第一行元素构成的向量 |  |
|  | 最后一行元素构成的向量 |  |
|  | 第一列元素构成的向量 |  |
|  | 最后一列元素构成的向量 |  |

对于相邻的两片纸片 与 ， 的右边缘应与 的左边缘相似，即 与 相似。参考论文中采用的是比较 与 中黑色像素点的个数，即比较 与 ，只考虑了黑色像素点的个数，并没有考虑其位置。因此考虑采用余弦相似度来表征 与 的匹配度。

因为 中所有元素都为正数，所以 。

1. 当 时，，此时 与 的匹配度达到最大，注意此处的匹配度并不是 与 匹配的概率。
2. 当 与 正交时，匹配度最小。

#### 搜索解空间