



导航定位学报

Journal of Navigation and Positioning

ISSN 2095-4999, CN 10-1096/P

## 《导航定位学报》网络首发论文

题目：激光雷达与相机联合标定进展研究  
作者：熊超，乌萌，刘宗毅，卢传芳  
网络首发日期：2024-05-29  
引用格式：熊超，乌萌，刘宗毅，卢传芳. 激光雷达与相机联合标定进展研究[J/OL]. 导航定位学报. <https://link.cnki.net/urlid/10.1096.P.20240528.1049.002>



**网络首发：**在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认：**纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

引文格式：熊超，乌萌，刘宗毅，等. 激光雷达与相机联合标定进展研究[J]. 导航定位学报, 2024, 12(2). (XIONG Chao, WU Meng, LIU Zongyi, et al. Review of joint calibration of LiDAR and camera[J]. Journal of Navigation and Positioning, 2024, 12(2))

# 激光雷达与相机联合标定进展研究

熊超<sup>1,2</sup>, 乌萌<sup>1,2</sup>, 刘宗毅<sup>1,2</sup>, 卢传芳<sup>3</sup>

(1. 地理信息工程国家重点实验室, 西安 710054; 2. 西安测绘研究所, 西安 710054; 3. 西安航天测绘数据技术有限公司, 西安 710100)

**摘要：**针对激光雷达与相机标定精度会极大地影响定位初始化，融合定位算法对标定参数的准确性非常敏感，会严重降低融合定位算法的性能和可靠性等问题，提出一种激光雷达与相机联合标定分类方法：论述激光雷达与相机联合标定领域的最新的研究进展；重点分析和总结基于特征的标定方法、基于运动的标定方法、基于互信息的标定方法和基于深度学习的标定方法的突出研究成果；总结出4种标定方法的开源代码工具集，并对这4种标定方法的特点、标定精度和自动化程度进行分析比较；最后，展望激光雷达与相机联合标定研究的发展趋势。

**关键词：**激光雷达 (LiDAR)；相机；双目视觉；棋盘格；外参标定；联合标定

中图分类号：P228 文献标志码：A 文章编号：2095-4999(2024)02-0000-00

## Review of joint calibration of LiDAR and camera

XIONG Chao<sup>1,2</sup>, WU Meng<sup>1,2</sup>, LIU Zongyi<sup>1,2</sup>, LU Chuanfang<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory of Geo-information Engineering, Xi'an 710054, China;

2. Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054, China;

3. Xi'an Aerospace Remote Sensing Data Technology Co., Ltd., Xi'an 710100, China)

**Abstract:** Aiming at the problems that the calibration accuracy of light detection and ranging (LiDAR) and camera can greatly affect fusion positioning initialization, and localization algorithms are very sensitive to the accuracy of calibration parameters, which may seriously reduce the performance and reliability of the localization algorithm, the paper proposed a classification method of combined calibration of LiDAR and camera: the latest developments in this field were discussed; and the highlight research achievements of feature-based method, the motion based method, the mutual information based method and deep learning based method were analyzed and summarized emphatically; then, the open source code tools of those four methods were listed, and their features, calibration accuracy and automation level were comparatively analyzed; finally, the future development trends of combined calibration of LiDAR and camera were concluded.

**Keywords:** light detection and ranging (LiDAR); camera; stereo vision; checkerboard; extrinsic calibration; joint calibration

## 0 引言

现阶段，大多数无人平台采用“激光雷达+相机”解决方案，以实现完整的环境感知。其中，激光雷达能够获取高精度而且离散的三维点云数据，受环境因素影响较小，其具有良好的鲁棒性。文献[1]指出其在自动驾驶、机器人导航和工业自动化领域具有巨大的应用潜力，特别是在全球卫星导航系统 (global navigation satellite system, GNSS) 拒止区域使用，相比于 GNSS 和惯性导航系统 (inertial navigation system, INS) 而言，视觉和激光雷达融合和深度学习技术结合较紧，这二者的融合随着深度学习技术的发展将会有更大的潜力。相机可以获得高分辨率、高质量的二维视觉信息，在环境感知和目标检测方面具有很大的优势。由于激光雷达和相机的信息具有高度互补性，融合二者不仅可以克服单一传感器在环境感知方面的缺点，还可以获得更丰富的目标观测数据，可以提高其环境感知的准确性和可靠性。对于自动驾驶、机器人技术、导航系统和三维场景重建等应用，通常使用激光雷达和相机传感器捕获同一场景的数据。为了准确地重建场景中的对象，有必要将激光雷达和相机输出数据融合在一起，激光雷达和相机外参估计出刚性变换矩阵，旋转+平移、6 自由度，该矩阵建立三维激光雷达平面中的点与图像平面中的像素之间的对应关系。

一个准确的、高精度的标定结果是激光雷达和相机标定的目标，也是多传感器融合的基础，需要确定各传感器之间的空间位置关系。传感器的标定可以分为 2 个部分，即内参标定和外参标定。由于各传感器得出的数据格式不同，例如相机获取的是红绿蓝三通道色彩模式 (red green blue, RGB) 的图像信息流，激光雷达获取的是三维点云距离信息，所以要取得一个最佳的衡量值来使得激光雷达与相机之间的数据性能达到最优，就需要进行激光雷达和相机联合标定。激光雷达与相机的联合标定可以实现激光雷达坐标、相机坐标和图像像素坐标等的统一，实现激光雷达与相机的空间校准<sup>[2]</sup>。

激光雷达和相机联合标定方法按照是否有目标大致可以分为无目标的标定方法和基于目标的标定方法<sup>[3]</sup>。其中，无目标的标定方法不需要人为提供标定目标，而是依靠自然场景下普遍存在的平面和边缘等特征进行联合标定，也称之为基于自然场景的标定方法，此类标定方法主要包括基于运动的标定方法、基于互信息的标定方法和基于深度学习的标定方法<sup>[4]</sup>。主要利用场景中静止的物体（如树木、电线杆、路灯杆、交通标识牌等）和清晰车道线进行标定，通过算法的设计等可以有效地提高联合标定结果的准确度。基于目标的标定方法需要制作特定的标定目标物体，也称之为基于标定设备的标定方法。

激光雷达与相机联合标定按照实时性可分为离线标定和在线标定 2 种方法<sup>[5]</sup>。常用的离线标定方法是基于特征的标定方法。激光雷达与相机在线联合标定是指在实时应用中，通过对激光雷达与相机进行联合标定，实现激光雷达与相机数据的融合处理。

近年来国内外研究推出了大量的激光雷达和相机联合标定的方法。这些联合标定方法根据原理的不同，可以大致分为基于特征的标定方法、基于运动的标定方法、基于互信息的标定方法和基于深度学习的标定方法<sup>[4]</sup>。本文中激光雷达与相机联合标定分类如图 1 所示。

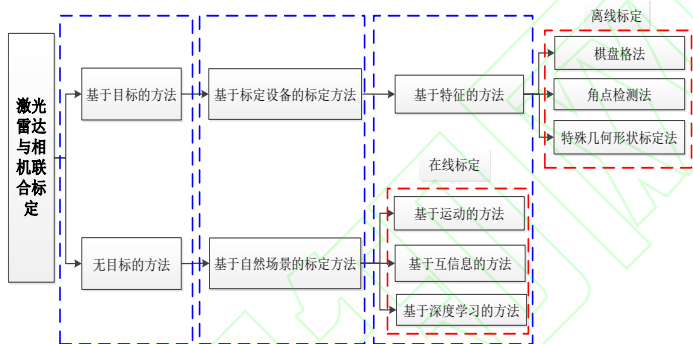


图1 激光雷达与相机联合标定分类

## 1 研究现状

### 1.1 基于特征的标定方法

基于特征的标定方法一般是从激光雷达点云和相机图像中分别提取对应的特征，并根据特征的匹配来进行参数的标定。基于特征的标定方法主要包括棋盘格法、角点检测法以及特殊几何形状标定法<sup>[5]</sup>。常见棋盘格与特殊几何形状如图 2 所示。

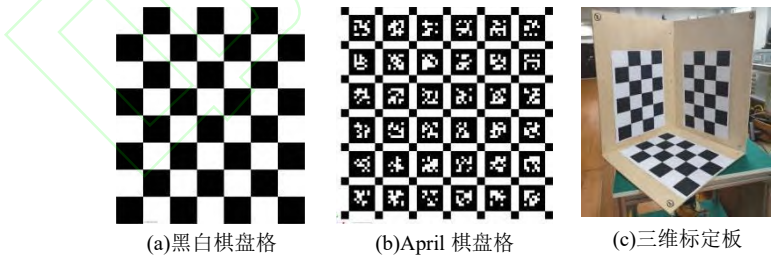


图2 常见棋盘格与特殊几何形状示意图

#### 1.1.1 棋盘格法

棋盘格法是利用棋盘格作为标定板来采集激光雷达和相机数据，并建立激光雷达和相机的关联方程，求解激光雷达和相机参数，获得参数的标定结果。文献[6]在张正友标定法<sup>[7]</sup>的基础上，首先提出一种标定方法即基于棋盘格来进行激光雷达和相机的外参数标定方法，标定后定位误差约为 2~3 cm，定位精度提升 30%。缺点是至少需要 5 组激光雷达和相机的观测数据才能进行求解外参数，文献[8]指出文献[6]提出的这种方法没有直接得到激光雷达和相机的旋转矩阵，无法计算出完整的矩阵。文献[9]提出使用标定板，采集多个点云图像对，在点云对应的深度图上框选标定板平面区域，即可求解激光雷达和相机的外参。文献[10]在文献[6]的研究基础上提出了一种可以求解单线激光雷达与相机精确初始值的标定方法。文献[11]在文献[6]的研究基础上将方法进行改进，可以适用于多线程激光雷达与相机。文献[12]在文献[6]的研究基础上，以棋盘格作为标定物，提取数据的特征点，并对激光雷达点云数据拟合得到激光雷达点云坐标，提高了算法的鲁棒性。文献[13]提出了使用印刷棋盘格的反射强度辅助激



光雷达和全景相机的自动和精确外部标定,采用该方法后重投影误差精度提升 0.8%。文献[14]提出了基于棋盘格的三维激光扫描仪和全向相机的外部标定方法。文献[15]研究了使用棋盘对相机和激光雷达进行外参标定的问题,该算法通过组合三维线和平面对应关系将最少的姿势数由 3 个减少为 1 个,并且可以获得更准确的结果,其简单有效的操作和高精度有利于实际推广应用。文献[16]在标定场景中放置了多个棋盘格,以提高标定外参数的鲁棒性和准确性。文献[17]利用获取单个棋盘格的多帧面特征进行匹配来计算激光雷达和相机的外参数。文献[15]在文献[17]的研究基础上加入了线特征进行特征匹配,利用多帧棋盘格的直线和平面信息建立约束来求解激光雷达和相机的外参数。

### 1.1.2 角点检测法

角点检测法通常可通过检测激光雷达和相机数据的角点获取特征点的坐标。文献[18]采用科尔多瓦大学增强现实二维码(augmented reality University of Cordoba, ArUco)等制作标定板进行激光雷达和相机的标定,标定后在文中的数据集 1 上实现了定位精度 2.4 cm,数据集 2 上定位精度 2.25 cm,数据集 3 上定位精度 2.03 cm。但该方法容易受到数据的噪声影响,导致角点的获取误差较大,且没有将直线和平面信息进行约束求解,导致该方法标定精度不够。文献[19]提出了一种新的外参标定方法。该方法首先从待标定的激光雷达和相机的数据中提取标定板的参考点,然后对 2 个标定板参考点的点云集合进行配准,同时计算外参矩阵。文献[20]通过霍夫(Hough)变换提取点云中矩形标定板边缘,计算边缘交点获取标定板的角点,与图像中角点匹配,优化求解外参。文献[21]提出一种从矩形标定板点云中估计标定板角点的优化方法,通过标定板角点优化求解外参,采用该方法后激光雷达与相机的重投影误差精度提升约 50%。文献[22]提出一种基于强度信息的棋盘格标定板角点提取方法,通过角点特征优化求解外参。文献[23]通过随机抽样一致性(random sample consensus, RANSAC)方法拟合点云中三角板的平面和边缘特征,以获取三角板的角点特征,通过角点优化求解外参。

### 1.1.3 特殊几何形状标定法

特殊几何形状标定主要采用特殊几何形状的标定板,对激光雷达点云坐标利用其几何特征进行拟合,以获得特征点的坐标进行标定。文献[24]设计和制作了一种可用于单线激光雷达的标定板,提出了一种基于可控平面约束的激光雷达和相机直接标定方法,实现了激光雷达扫描点和图像像素点的直接标定,实验结果表明,标定过程简单可行,标定结果有效<sup>[24]</sup>。文献[25]使用了三角形的单色板而不是棋盘板来进行标定,但该方法不适用于标靶边缘点数量较少的线程较低的雷达标定。文献[26]在文献[25]的研究基础上采用了一种新的三角形标定板,提取若干对激光雷达和图像对应点,建立约束方程组求解标定结果,利用特征点法和棋盘格法 2 种方法,激光雷达和相机的投影对准误差分别为特征点法 3.03 个像素和棋盘格法 2.33 个像素。文献[27]没有采用三角形标定板而是采用球形标定物来进行标定。文献[28]将球面目标作为标定物,可以在点云和相机图像中分别精确地检测到球面目标的轮廓,自动地标定激光雷达和相机外参。文献[29]采用了纸箱来进行标定,根据角点约束求解激光雷达和相机的外参数,该方法受限于立方体必须具有正交特性才能适用。文献[30]利用球体的球心建立对应关系求解外参,但球形标定物制作过程较为复杂,误差控制较为严格。文献[19]自制了带有 4 个圆洞的标定板,通过提取深度不连续点获取圆洞点云,然后拟合出点云中 4 个圆洞的圆心,与图像中圆心匹配求解外参。文献[31]设计和制作了一种新的标定板图案,在棋盘格板周围添加了 4 个圆形孔,用于定位激光雷达(light detection and ranging, LiDAR)位姿。然后,设计了棋盘格和圆孔特征的重投影误差代价函数,用于求解相机的内参、畸变因子和激光雷达相机外参,圆心点的重投影误差约为 1.104 个像素。文献[32]提出了一种单目相机和棱镜旋转固态 LiDAR 的外定标方法。文献[33]提出的算法建立激光扫描线与 V 型棋盘平面间的点-面、线-面、点-线等多种约束求解和优化激光与相机间的外参,减少了激光点和像点噪声对结果的影响,该算法存在的问题是其构建的点-线约束无法通过线性化来求解,而且 V 型棋盘格需要定制,成本较高。文献[34]采用矩形板作为标定板,首先对激光雷达和相机进行时间同步和图像纠正,然后全自动地在图像中提取矩形板角点和边缘,在点云中提取矩形板的边缘和平面点。采用点线和多边形内运算(point-inside-polygon)约束进行优化。文献[35]利用一块矩形板作为标定物,提出了一种基于边缘关联点云的激光雷达与相机外参标定方法。通过双回波提取边缘关联点云,从边缘关联点云中提取准确的角点特征,基于角点特征优化求解外参,以提高激光雷达和相机外参标定精度,实验结果表明,该方法的重投影误差为 1.602 个像素。文献[36]利用平面上挖孔的标定板来进行激光雷达和相机的联合标定。文献[37]在文献[36]的研究基础上,在平面标定板上挖了 4 个对称的圆孔,基于这 4 个圆孔的明显特征来进行自动化的激光雷达和相机的联合标定。文献[38]

为解决平面标定方法存在的过拟合问题，并提高相机与低线束激光雷达的外参标定精度，提出了一种基于三维标定板的相机内参及激光雷达和相机外参的联合标定方法。该方法与文献[37]所提出的算法相比，外参标定的平均平移误差减少了 39.4%，平均旋转误差减少了 37.1%。文献[18]用方形板贴上 ArUco 码作为标定物，采用卡伯萨（Kabsch）方法求解精确的刚体变换，用于激光雷达和相机外参校准。文献[39]在文献[18]的研究基础上对标定方法进行了改进，将粘贴了 ArUco 二维码的立方体作为标定目标物，在 LiDAR 坐标系中选择 3 个表面上的点云数据分别拟合平面方程，在相机坐标系中，通过相机的姿态估计使用 ArUco 标记可以获得每个平面对应点的坐标和法向量，然后获得每个传感器的一组点云坐标，采用 Kabsch 算法计算刚性变换。该方法存在的问题是只使用了角点约束来求解激光雷达和相机的外参数，计算出来的重投影误差并未减小，而且定制立方体标定物的价格昂贵。文献[40]提出了一种基于全景标定间的单次采集的标定方法，可以使得激光雷达和相机能够只需要一帧数据就可以完成多相机之间、多激光雷达之间、相机-激光雷达之间的外参标定。

## 1.2 基于运动的标定方法

基于运动的标定方法一般从运动的连续激光雷达和相机数据或者多视角的激光雷达和相机数据中求解外参，通过匹配激光雷达和相机的运动来获得标定参数。为了达到较高的精度，需要充分和准确的自我运动估计，适用于大尺度的自然场景。文献[41]提出可以将基于运动的标定方法视为手眼标定问题，其优点是不要求激光雷达和相机必须有共视区域。文献[42]利用高斯-赫尔默特（Gauss-Helmert）模型来进行激光雷达和相机的运动约束，同步进行位姿估计和外参数求解。文献[43]通过多视图几何方法来进行相机图像和激光雷达点云的对应特征匹配，以进行激光雷达和相机的外参标定。文献[44]提出的方法通过引入 KLT（Kanade-Lucas-Tomasi）光流跟踪对激光雷达在图像平面上的投影点进行追踪，交替相机运动和外部参数估计直到收敛来优化外部参数。文献[45]采用相机的自身运动估计来评估激光雷达与相机的外参。文献[46]采用基于运动的标定方法解决了没有共视关系的激光雷达和相机之间的标定问题。文献[47]提出利用激光雷达和相机的运动及其相关的不确定性，使用基于运动的初始化来约束现有的激光雷达和相机参数技术，并给出了最终系统不确定性估计值的校准方法。文献[48]通过 360°旋转激光雷达平台，使每个激光雷达均扫描过同一片区域，再用每个激光雷达扫描到的激光雷达点云，互相通过迭代最近点（iterative closest point, ICP）匹配，直至激光雷达点云重合收敛。

## 1.3 基于互信息的标定方法

基于互信息的标定方法的主要思路是利用观测到的激光雷达点云和相机图像数据之间的强度或边缘特征的相关性来标定外部参数。文献[49]提出了一种基于道路场景中直线形状物体的全自动无目标激光雷达相机外参标定方法，该方法在图像和点云中引入了静态直线形状物体（如车道和标杆）的线特征，并将外部参数的初始标定看作透视三线的问题。然后，在线性特征的语义约束下，设计一个代价函数，对求解后的粗标定进行细化与优化。整个标定过程是完全自动的，用户友好，无须调整环境设置或提供初始校准。文献[50]通过最大化图像和颜色图的互信息来得到准确的外参。文献[51]在文献[50]的研究基础上进行了改进，采用了激光雷达点云和图像的梯度相关测度。文献[52]通过计算激光雷达点云的反射率和相机图像点对应角度的互信息来进行标定。文献[53]利用自然场景下的三面体特征进行外参标定，该方法在低线束的激光雷达所采集的稀疏点云上效果不佳。文献[54]通过提取点云的反射强度图和深度图中的边缘，与图像的灰度图中边缘匹配，通过 ICP 求解最佳外参。文献[55]分析了激光束发散角对于边缘特征提取的影响，提出了一种获取点云连续边缘的标定方法，通过连续边缘特征构建约束方程求解外参，外参标定的平均平移误差优于 10 cm。文献[56]基于归一化信息距离（一种基于互信息的跨模态距离度量），直接使用激光雷达相机配准来细化变换估计，实验结果表明，所提出的工具箱能够对旋转和非重复扫描激光雷达以及针孔和全向相机的任何组合进行标定，并且显示出比最先进的基于边缘对准的标定方法更好的精度和鲁棒性。实验结果表明，激光雷达与针孔相机标定平均平移误差为 1.1 cm，平均旋转误差为 0.4°；激光雷达与全向相机的标定平均平移误差为 1.0 cm，平均旋转误差为 0.132°。文献[57]生成激光反射率图像与相机捕获的图像进行比较，解决了推扫式激光雷达与相机相对姿态的自动标定问题。文献[58]提出一种激光雷达和相机自动在线标定方法，该论文基于点云深度不连续与图像边缘对齐的假设，提出的方法可以在自然场景中自动检测标定误差，并实时连续纠正激光雷达和相机漂移导致的标定误差。实验结果表明，基于该方法的标定平均平移误差为 10 cm，平均旋转误差为 0.25°。文献[59]在文献[58]的研究基础上采用了逆距离变换，对方法进行了改进。文献[60]通过匹配图像中的梯度和激光雷达投影图中的梯度来标定外参。文献[61]提出了一种基于自适应体素化的针对多个 LiDAR 和相机的



快速、准确和无目标的外参校准方法，自适应体素化将激光雷达点云动态分割成大小不同的体素，减少特征对应匹配计算过程中的耗费时间。

## 1.4 基于深度学习的标定方法

近年来随着计算机深度学习技术的蓬勃发展，深度学习技术也应用到激光雷达和相机的联合标定之中。文献[62]率先将基于深度神经网络的配准方法（registration using deep neural networks, RegNet）用于联合标定，是采用深度学习方法进行激光雷达和相机外参在线标定的开山之作，通过残差网络分别提取激光雷达点云和相机图像的特征，进行特征匹配以实现外参的在线标定。实验结果表明，标定平均平移误差为 6 cm，平均旋转误差为 0.28°。文献[63]采用文献[64]提出的残差神经网络，利用已有的激光雷达和相机数据训练残差神经网络，通过标定卷积神经网络（CalibNet）来最大化输入相机图像和激光雷达点云的几何和光度一致性。实验结果表明，基于文中的数据集标定最大平移误差为 50 cm，最大旋转误差为 3°。文献[65]提出了一个在线激光雷达相机自定标网络（LiDAR-camera self-calibration network, LCCNet），借鉴了 RegNet 和 CalibNet，引入了点云距离以考虑点云几何结构信息，又不像 CalibNet 那样需要设计特殊的训练方法，可以直接进行端到端的训练。通过训练 LCCNet，可以实现对外参的实时预测。在 LCCNet 中，利用了成本体积层（cost volume layer）来表示 RGB 图像特征和激光雷达点云投影的深度图像之间的相关性。实验结果表明，其标定平均平移误差为 0.297 cm，平均旋转误差为 0.017°。近年来，还有文献[66]提出的一种基于卷积神经网络（convolutional neural networks, CNN）的实时方法（CMRNet）、文献[67]提出的一种卷积神经网络 RGGNet、文献[68]提出的一种标定循环卷积神经网络（calibration recurrent convolutional neural network, CalibRCNN）、文献[69]提出的一种新的深度学习卷积神经网络（CalibDNN）、文献[70]提出的级联融合卷积神经网络（cascade fusion network, CFNet）、文献[71]提出的一种新的可用于外参标定的卷积神经网络（DXQ-Net）、文献[72]提出的一种新的融合卷积神经网络（FusionNet）和文献[73]提出的一种端到端卷积神经网络（PSNet）也应用到了激光雷达和相机联合标定之中。文献[67]提出了一种基于 RGGNet 的激光雷达相机标定方法，该方法考虑黎曼几何，并使用深度生成模型学习，取得了较好的标定效果。文献[70]的方法在卡尔斯鲁厄学院测量与控制系（Department of Measurement and Control, Karlsruhe Institute of Technology, KITTI）发布的标准数据集上进行了测试，实验结果表明，CFNet 可以实现标定平均平移误差为 0.995 cm，平均旋转误差为 0.087°。文献[73]采用 PSNet 基于 KITTI 标准数据集进行标定，标定平均平移误差为 3 cm，平均旋转误差为 0.22°。文献[74]提出了一种通过利用分割的激光雷达点云和相机的语义信息来解决初值问题的外参标定方法，通过激光雷达点云和图像的语义元素的对应约束关系，构建了代价函数，通过最小化代价函数来估计最优外参。实验结果表明，标定平均平移误差为 10 cm，平均旋转误差为 1°。文献[75]提出了一个基于语义分割的框架，用来进行激光雷达和相机标定中的空间和时间参数。首先进行语义分割，并通过像素双向损失优化校准参数，提出的算法在 KITTI 标准数据集上进行了测试，结果显示了空间和时间参数的准确实时校准。文献[76]提出了一种新型的激光雷达和双目相机外部自标定方法，该方法采用语义分割方法分割出激光雷达点云和图像各自的语义信息，利用周围环境的几何和光度信息，无需任何标定目标，可以鲁棒地估计激光雷达和相机的外参，能够用于自动驾驶车辆的传感器标定。实验结果表明，利用该标定方法基于 KITTI 标准数据集进行标定平均平移误差为 1 cm，平均旋转误差为 0.1°。文献[77]分别通过残差网络（ResNet）和点云网络（PointNet）提取 RGB 图像和激光雷达点云数据特征，然后对 2 类特征进行匹配，再进行外参标定。文献[78]提出了基于 CalibRCNN 和几何监督的激光雷达和相机的标定方法，CalibRCNN 最终以单一模型实现了与现有基于深度学习校准方法相当的校准精度。实验结果表明，采用该方法标定的平移平均校准误差为 1.5 cm，旋转平均校准误差为 0.121°。

## 2 方法分析

当前，研究者已提出许多激光雷达与相机的联合标定方法，从数据实时性选择方法来看，可分为离线标定解决方案和在线标定解决方案。离线标定是早期开发和使用的第一种标定方法，它以其简单有效的操作和较高的精度而深受标定人员的喜爱。然而，随着科学技术的发展，图像和激光雷达点云中的数据量巨大，导致劳动力成本急剧增加。单一的离线标定已不能满足人们对速度、自动化和鲁棒性的需求，在线标定应运而生。

离线方法一般使用基于特征的标定方法，例如棋盘格标定法，需要人工从激光雷达点云和相机图像中选择特征之间的对应关系。基于标志物的离线标定提取特定标定物的特征进行外参标定，特征点易于捕获，所需算法简单，计算能力小，往往能够达到较高的标定精度。但缺点显而易见：一是必须在使用传感器之前对其进行标定，

标定之前需要人工设计好标志物，常需要良好的初始估计以精确收敛，并且通常存在设备（如标定板）/场地限制，而且不能进行实时标定；另一个是二维平面板（如棋盘格）需要获得清晰的对应关系，这不仅使得最终的标定精度严重依赖于三维和二维特征点，还需要人工进行干预。考虑到载体在实际运动过程中可能会产生振动，传感器容易受此影响而发生滑移或者偏移，以及受长时间运行和温度等其他因素的影响，激光雷达和相机的标定参数会逐渐不准确，而感知定位算法对激光雷达和相机标定参数的准确性非常敏感，会严重降低载体感知定位算法的性能和可靠性。此时，无标定设备和场地限制的、能够动态修正标定参数的在线标定技术因具有更强的灵活性和适应性而凸显优势。

基于运动的标定方法不需要传感器之间重叠的视场，适合于求解标定参数和大规模场景的初始值。由于自然场景差异巨大，平面和边缘等特征的质量难以控制，存在较多的特殊光学反射性质的材质，导致基于运动的外参标定方法的精度难以保证。文献[79]给出了一套标定场景选择的方案。

基于互信息的标定方法需要依赖例如激光雷达的反射强度信息等特定的额外数据。由于激光雷达点云的稀疏性，无法直接提取散射在校准板角落的激光雷达点，这将带来更大的误差，也将导致无法进行精确的拐角计算。因此，基于直接提取的反射强度特征点的激光雷达相机外部标定方法可以有效地解决这一问题。然而，基于互信息的标定方法的效果容易受到标定场景的光照条件和环境变化等因素的影响，并且标定场景中的物体材质和其反射率也会影响标定结果。

基于深度学习的标定方法在特征提取和特征匹配方面，确实有着非深度学习方法所不具备的优势，尤其是在数据利用方面，可以在大多数场景下有效地提取并匹配激光雷达点云数据和图像数据，特别是在树木较多、初始偏差较大、光照不均匀等非深度学习方法较难处理的场景中。但是在实际应用中，如何制定数据收集策略，如何不断通过数据优化网络参数，如何逐步提高激光雷达和相机联合标定的精度和稳定性等问题是基于深度学习的标定方法的难点。现有算法对使用条件要求较高，需要经过大量的训练，而泛化能力亟待提高。总之，激光雷达和相机联合标定是实现激光雷达和相机融合的关键步骤。选择合适的联合标定方法需要考虑激光雷达和相机类型、标定精度、标定难度等因素，并根据具体的应用场景和需求进行选择。如表 1 所示为一些激光雷达和相机联合标定的多种开源工具（开放源代码），可供学习参考使用。

表 1 激光雷达与相机联合标定开源工具汇总

序号	年份	缩写名称	源代码地址	方法类别
1	2004	CamLaserCalibraTool <sup>[1]</sup>	<a href="https://github.com/MegviiRobot/CamLaserCalibraTool.git">https://github.com/MegviiRobot/CamLaserCalibraTool.git</a>	基于特征的标定方法
2	2005	FastExtCalibLaserCam <sup>[9]</sup>	<a href="https://www.cs.cmu.edu/~ranjith/lcct.html">https://www.cs.cmu.edu/~ranjith/lcct.html</a>	基于特征的标定方法
3	2010	cam_lidar_calib <sup>[14]</sup>	<a href="https://github.com/SubMishMar/cam_lidar_calib.git">https://github.com/SubMishMar/cam_lidar_calib.git</a>	基于特征的标定方法
4	2017	lidar_camera_calibration <sup>[16]</sup>	<a href="https://github.com/ankitdhall/lidar_camera_calibration.git">https://github.com/ankitdhall/lidar_camera_calibration.git</a>	基于特征的标定方法
5	2017	ILCC <sup>[13]</sup>	<a href="https://github.com/mfxox/ILCC.git">https://github.com/mfxox/ILCC.git</a>	基于特征的标定方法
6	2017	velo2cam_calibration <sup>[37]</sup>	<a href="http://wiki.ros.org/velo2cam_calibration">http://wiki.ros.org/velo2cam_calibration</a>	基于特征的标定方法
7	2018	plycal <sup>[34]</sup>	<a href="https://github.com/ram-lab/plycal">https://github.com/ram-lab/plycal</a>	基于特征的标定方法
8	2020	extrinsic_lidar_camera_calibration <sup>[21]</sup>	<a href="https://github.com/UMich-BipedLab/extrinsic_lidar_camera_calibration.git">https://github.com/UMich-BipedLab/extrinsic_lidar_camera_calibration.git</a>	基于特征的标定方法
9	2020	ACSC <sup>[22]</sup>	<a href="https://github.com/HViktorTsoi/ACSC.git">https://github.com/HViktorTsoi/ACSC.git</a>	基于特征的标定方法
10	2021	multiple-cameras-and-3D-LiDARs-extrinsic-calibration <sup>[40]</sup>	<a href="https://github.com/alibaba/multiple-cameras-and-3D-LiDARs-extrinsic-calibration">https://github.com/alibaba/multiple-cameras-and-3D-LiDARs-extrinsic-calibration</a>	基于特征的标定方法
11	2022	velo2cam_calibration <sup>[19]</sup>	<a href="https://github.com/beltransen/velo2cam_calibration.git">https://github.com/beltransen/velo2cam_calibration.git</a>	基于特征的标定方法
12	2023	JointCalib <sup>[31]</sup>	<a href="https://github.com/OpenCalib/JointCalib">https://github.com/OpenCalib/JointCalib</a>	基于特征的标定方法
13	2023	automatic-camera-pointcloud-calibration <sup>[32]</sup>	<a href="https://github.com/GAfieldCN/automatic-camera-pointcloud-calibration">https://github.com/GAfieldCN/automatic-camera-pointcloud-calibration</a>	基于特征的标定方法
14	2018	lidar_align <sup>[44]</sup>	<a href="https://github.com/ethz-asl/lidar_align">https://github.com/ethz-asl/lidar_align</a>	基于运动的标定方法
15	2012	extrinsicCalib <sup>[50]</sup>	<a href="http://robots.engin.umich.edu/softwaredata/extrinsicCalib">http://robots.engin.umich.edu/softwaredata/extrinsicCalib</a>	基于互信息的标定方法
16	2021	CamVox <sup>[54]</sup>	<a href="https://github.com/ISEE-Technology/CamVox">https://github.com/ISEE-Technology/CamVox</a>	基于互信息的标定方法
17	2021	livox_camera_calib <sup>[55]</sup>	<a href="https://github.com/hku-mars/livox_camera_calib">https://github.com/hku-mars/livox_camera_calib</a>	基于互信息的标定方法
18	2021	mlcc <sup>[61]</sup>	<a href="https://github.com/hku-mars/mlcc">https://github.com/hku-mars/mlcc</a>	基于互信息的标定方法
19	2022	mlcc <sup>[48]</sup>	<a href="https://github.com/hku-mars/mlcc">https://github.com/hku-mars/mlcc</a>	基于互信息的标定方法
20	2023	direct_visual_lidar_calibration <sup>[56]</sup>	<a href="https://github.com/koide3/direct_visual_lidar_calibration">https://github.com/koide3/direct_visual_lidar_calibration</a>	基于互信息的标定方法
21	2017	regnet <sup>[62]</sup>	<a href="https://github.com/aaronlws95/regnet">https://github.com/aaronlws95/regnet</a>	基于深度学习的标定方法
22	2018	CalibNet <sup>[63]</sup>	<a href="https://github.com/epiception/CalibNet">https://github.com/epiception/CalibNet</a>	基于深度学习的标定方法
23	2021	LCCNet <sup>[65]</sup>	<a href="https://github.com/IIPCVLAB/LCCNet">https://github.com/IIPCVLAB/LCCNet</a>	基于深度学习的标定方法
24	2022	OpenCalib <sup>[80]</sup>	<a href="https://github.com/PJLab-ADG/SensorsCalibration">https://github.com/PJLab-ADG/SensorsCalibration</a>	基于特征的标定方法、基于互信息的标定方法

### 3 发展趋势

经过分析可知,激光雷达和相机联合标定算法研究中还存在着许多值得深入探讨的问题。当前,激光雷达和相机联合标定算法存在着以下问题:1)载体在实际运动的过程中标定算法应能够自动检测标定误差,并实时连续纠正激光雷达和相机漂移导致的标定误差;2)在树木较多、初始偏差较大、光照不均匀等较难处理的场景中如何进行联合标定;3)目前激光雷达和相机联合标定方法大多数忽视了时间标定的问题。综合近年来的重要研究成果,激光雷达和相机联合标定的发展趋势主要涵盖在线联合标定、基于深度学习的激光雷达和相机联合标定和传感器之间的时间延迟动态标定3个方面。

1) 激光雷达和相机的在线联合标定。对于需要实时在线标定的系统,固定传感器的相对位置会因机械振动而改变,其标定参数也会随着时间而变得不准确,严重损害其性能和可靠性。离线标定依赖人工操作、人工干预以及需要制作特定的标定物,缺乏自主性和智能性。此外,大多数标定过程需要从头开始,因此手动连续更新校准参数既麻烦又不切实际,激光雷达和相机的在线联合标定是进一步发展的重点方向。

2) 基于深度学习的激光雷达和相机联合标定。基于深度学习的标定方法可以在大多数场景下有效地提取并匹配激光雷达点云数据和图像数据,尤其是树木较多、初始偏差较大、光照不均匀等非深度学习方法较难处理的场景。现有算法需要经过大量的训练,而泛化能力亟待提高。如何制定数据收集策略,如何不断通过数据优化标定参数,如何逐步提高联合标定的精度和稳定性等问题是基于深度学习方法难点。

3) 传感器之间的时间延迟动态标定。目前很多激光雷达和相机联合标定的方法大多基于同步时间假设,但是这个假设很难完全成立,所以动态标定传感器之间的时间延迟是非常有必要的。如何实时感知载体运动过程中激光雷达和相机位置的时间和空间偏差,如何对激光雷达和相机位置偏差和时间偏差实时纠正,这些是激光雷达和相机联合标定方法需要解决的问题。

## 4 结束语

本文论述了激光雷达与相机联合标定领域最新的研究进展,重点分析和总结了基于特征的标定方法、基于运动的标定方法、基于互信息的标定方法和基于深度学习的标定方法的突出研究成果,并对这4种方法的特点、精度和自动化程度进行了分析比较,最后,展望了激光雷达与相机联合标定研究的发展趋势。一个准确的、高精度的标定结果是激光雷达和相机标定的目标,也是整个激光雷达和相机融合系统的需求与期望。目前激光雷达和相机联合标定相关领域中仍存在着诸多挑战,包括如何实现高精度的在线联合标定,如何进一步使用基于深度学习的标定方法用于联合标定,如何完成动态同时标定空间和时间参数等。正如文献[81]所指出的,多传感器融合导航技术已成为了导航定位领域的发展趋势,实现GNSS、INS、激光雷达和相机的联合标定,这些都是需要不断优化和探索的方向。

## 参考文献

- [1] 李泉凯,李广云,索世恒,等.激光SLAM技术进展[J].导航定位学报,2023,11(4):8-17.
- [2] 徐凯歌,李夫忠.基于传感器融合的轨道行人闯入识别技术研究[J].工业控制计算机,2022,35(10):44-45.
- [3] 谢婧婷,蔺小虎,王甫红,等.一种点线面约束的激光雷达和相机标定方法[J].武汉大学学报:信息科学版,2021,46(12):8.
- [4] 许涵博.面向自动驾驶系统的相机—激光雷达的自动标定[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2019.
- [5] 薛艺舟.面向自动驾驶的激光雷达与相机联合标定方法研究[D].北京:北京建筑科技大学,2021.
- [6] ZHANG Q, PLESS R. Extrinsic calibration of a camera and laser range finder (improves camera calibration)[C]// 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (IEEE Cat. No.04CH37566). IEEE, 2005[2023-07-11].
- [7] ZHANG Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [8] XIAO Junhao, SHI Chenghao, HUANG Kaihong, et al. Extrinsic calibration and fused odometry for monocular camera and 3D LiDAR[J]. Robot, 2021, 43(1):17-28.
- [9] UNNIKRISHNAN R, HEBERT M. Fast extrinsic calibration of a laser rangefinder to a camera[D]. Carnegie Mellon University, 2005.
- [10] VASCONCELOS F. A minimal solution for the extrinsic calibration of a camera and a laser-rangefinder[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2012, 34(11): 2097-2107.
- [11] PARK S U, CHUNG M J. Extrinsic calibration between a 3D laser scanner and a camera using PCA method[C]// International Conference on Ubiquitous Robots & Ambient Intelligence. IEEE, 2013[2023-07-11].
- [12] 项志宇,郑路.摄像机与3D激光雷达联合标定的新方法[J].浙江大学学报(工学版),2009,43(8):1401-1405.
- [13] WANG W, SAKURADA K, KAWAGUCHI N. Reflectance intensity assisted automatic and accurate extrinsic calibration of 3D LiDAR and panoramic camera using a printed chessboard[J]. Remote Sensing, 2017, 9: 851.



- 
- [14] PANDEY G, MCBRIDE J, SAVARESE S, et al. Extrinsic calibration of a 3D laser scanner and an omnidirectional camera[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2010, 43(16): 336-341.
- [15] ZHOU L, LI Z, KAESS M. Automatic extrinsic calibration of a camera and a 3D LiDAR using line and plane correspondences[C]// 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2018: 5562-5569[2023-07-11].
- [16] GEIGER A, MOOSMANN F, CAR Ö, et al. Automatic camera and range sensor calibration using a single shot[C]// Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference. IEEE, 2012: 3936-3943[2023-07-11].
- [17] KIM E S, PARK S Y. Extrinsic calibration between camera and LiDAR sensors by matching multiple 3D planes[J]. Sensors, 2019, 20(1): 52-69.
- [18] DHALL A, CHELANI K, RADHAKRISHNAN V, et al. LiDAR-camera calibration using 3D-3D point correspondences[J]. arXiv preprint arXiv:1705.09785, 2017.
- [19] BELTRÁN J, GUINDEL C, DE LA ESCALERA A, et al. Automatic extrinsic calibration method for LiDAR and camera sensor setups[J]. IEEE Trans on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23 (10): 17677-17689.
- [20] 覃兴胜, 李晓欢, 唐欣, 等. 基于标定板关键点的激光雷达与相机外参标定方法[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(4): 8.
- [21] HUANG J K, GRIZZLE J W. Improvements to target-based 3D LiDAR to camera calibration[J]. IEEE Access, 2020, 8: 134101-134110.
- [22] CUI J H, NIU J W, OUYANG Z C, et al. ACSC:Automatic calibration for non-repetitive scanning solid-state LiDAR and camera systems: 10.48550/arXiv.2011.08516[P]. 2020. doi:10.48550/arXiv.2011.08516.
- [23] XU X, ZHANG L, YANG J, et al. LiDAR-camera calibration method based on ranging statistical characteristics and improved RANSAC algorithm[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2021, 141: 103776.
- [24] 刘大学. 用于越野自主导航车的激光雷达与视觉融合方法研究[D]. 国防科学技术大学, 2023.
- [25] PARK Y, YUN S, WON C, et al. Calibration between color camera and 3D LIDAR instruments with a polygonal planar board[J]. Sensors, 2014, 14(3): 5333-5353.
- [26] 许小徐, 黄影平, 胡兴. 智能汽车激光雷达和相机数据融合系统标定[J]. 光学仪器, 2019, 41(6): 79-86.
- [27] PEREIRA M, SILVA D, SANTOS V, et al. Self calibration of multiple LiDARs and cameras on autonomous vehicles[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2016, 83: 326-337.
- [28] TOTH T, PUSZTAI Z, HAJDER L. Automatic LiDAR-camera calibration of extrinsic parameters using a spherical target[C]// 2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Paris,France: IEEE, 2020: 8580-8586[2023-07-11].
- [29] PUSZTAI Z, HAJDER L. Accurate calibration of LiDAR-Camera systems using ordinary boxes[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision Workshops. Venice,Italy: IEEE, 2017: 394-402.
- [30] LEE G M, LEE J H, PARK S Y. Calibration of VLP-16 LiDAR and multi-view cameras using a ball for 360 degree 3D color map acquisition [C]// IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI). Daegu,Korea: IEEE, 2017: 64-69.
- [31] YAN G, HE F, SHI C, et al. Joint camera intrinsic and LiDAR-camera extrinsic calibration[J]. 2023 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). London,United Kingdom: IEEE, 2023: 11446-11452[2023-07-11].
- [32] LIU J, ZHAN X, CHI C, et al. Robust extrinsic self-Calibration of camera and solid state LiDAR[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2023, 109(4): 81-88. doi:10.48550/arXiv.2302.06276.
- [33] ZHU Fei, FAN Jia, HUANG Yuchun, et al. Extrinsic calibration of camera and 2D laser-rangefinder with various chessboard constrains[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2019, 44(10): 1524-1529.
- [34] LIAO Q, CHEN Z, LIU Y, et al. Extrinsic calibration of LiDAR and camera with polygon[C]// 2018 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). IEEE, 2018[2023-07-11].
- [35] 冯欣, 李杰, 余崇圣, 等. 基于边缘关联点云的激光雷达与相机外参标定方法[J]. 计算机应用研究, 2023.
- [36] VELAS M, SPANEL M, MATERNA Z, et al. Calibration of RGB camera with velodyne LiDAR[C]// WSCG 2014 Communication papers proceedings. Plzeň: Union Agency, 2014: 135-144[2023-07-11].
- [37] GUINDEL C, BELTRÁN J, MARTÍN D, et al. Automatic extrinsic calibration for lidar-stereo vehicle sensor setups[C]// 2017 IEEE 20th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). Yokohama,Japan: IEEE, 2017: 1-6. doi: 10.1109/ITSC.2017.8317829[2023-07-11].
- [38] 王庆, 谭镭轩, 冯悠扬, 等. 基于三维标定板的相机-激光雷达联合标定方法[J]. 中国惯性技术学报, 2023, 31(1): 100-106.
- [39] CHAI Z Q, SUN Y X, XIONG Z H. A novel method for LiDAR camera calibration by plane fitting[C]// IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. Auckland,New Zealand: IEEE, 2018: 286-291. doi: 10.1109/AIM.2018.8452339[2023-07-11].
- [40] FANG C, DING S, DONG Z, et al. Single-shot is enough:Panoramic infrastructure based calibration of multiple cameras and 3D LiDARs[C]// 2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Prague,Czech Republic: IEEE, 2021: 8890-8897[2023-07-11].
- [41] STROBL K H, HIRZINGER G. Optimal hand-eye calibration[C]// 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Beijing,China: IEEE, 2006: 4647-4653. doi: 10.1109/IROS.2006.282250[2023-07-11].
- [42] HUANG K H, STACHNISS C. Extrinsic multi-sensor calibration for mobile robots using the Gauss-Helmert model[C]// IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. Vancouver,BC,Canada: IEEE, 2017: 1490-1496. doi:

---

10.1109/IROS.2017.8205952[2023-07-11].

[43] LIU L, STAMOS I, YU G, et al. Multiview geometry for texture mapping 2D images onto 3D range data[C]// 2006 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). New York, NY, USA: IEEE, 2006: 2293-2300. doi: 10.1109/CVPR.2006.204[2023-07-11].

[44] ISHIKAWA R, OISHI T, IKEUCHI K. LiDAR and camera calibration using motions estimated by sensor fusion odometry[C]// IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Madrid, Spain: IEEE, 2018: 7342-7349. doi: 10.1109/IROS.2018.8593360[2023-07-11].

[45] CHIEN H J, KLETTE R, SCHNEIDER N, et al. Visual odometry driven online calibration for monocular LiDAR-camera systems[C]// 2016 23rd international conference on pattern recognition (ICPR). Cancun, Mexico, 2016: 2848-2853. doi: 10.1109/ICPR.2016.7900068[2023-07-11].

[46] SCOTT T, MORYE A, PINIES P, et al. Exploiting known unknowns: scene induced cross-calibration of lidar-stereo systems[C]// IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots & Systems. Hamburg, Germany: IEEE, 2015: 3647-3653. doi: 10.1109/IROS.2015.7353887[2023-07-11].

[47] TAYLOR Z, NIETO J. Motion-based calibration of multimodal sensor extrinsics and timing offset estimation[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2016, 32(5): 1215-1229.

[48] LIU X, YUAN C, ZHANG F. Targetless extrinsic calibration of multiple small FoV LiDARs and cameras using adaptive voxelization[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2022, 71: 1-12.

[49] MA T, LIU Z, YAN G, et al. CRLF: Automatic calibration and refinement based on line feature for LiDAR and camera in road scenes[C]// 2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Xi'an, China: IEEE, 2021. DOI: arxiv-2103.04558. [2023-07-11].

[50] PANDEY G, MCBRIDE J R, SAVARESE S, et al. Automatic targetless extrinsic calibration of a 3D lidar and camera by maximizing mutual information[C]// Twenty-sixth AAAI conference on artificial intelligence. 2012, 26(1): 2053-2059[2023-07-11].

[51] TAYLOR Z, NIETO J. Automatic calibration of LiDAR and camera images using normalized mutual information[C]// Robotics and Automation (ICRA), 2013 IEEE International Conference. 2013.[2023-07-11].

[52] TAYLOR Z, NIETO J. A mutual information approach to automatic calibration of camera and LiDAR in natural environments[C]// Australian Conference on Robotics and Automation. 2012: 3-5[2023-07-11].

[53] GONG X, LIN Y, LIU J. 3D LiDAR-camera extrinsic calibration using an arbitrary trihedron[J]. Sensors, 2013, 13(2): 1902-1918.

[54] ZHU Y, ZHENG C, YUAN C, et al. Camvox: A low-cost and accurate lidar-assisted visual slam system[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Xi'an, China: IEEE, 2021: 5049-5055. doi: 10.1109/ICRA48506.2021.9561149[2023-07-11].

[55] YUAN C, LIU X, HONG X, et al. Pixel-level extrinsic self calibration of high resolution lidar and camera in targetless environments[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(4): 7517-7524.

[56] KOIDE K, OISHI S, YOKOZUKA M, et al. General, single-shot, target-less, and automatic LiDAR-camera extrinsic calibration toolbox[C]// 2023 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). London, United Kingdom: IEEE, 2023: 11301-11307[2023-07-11].

[57] NAPIER A, CORKE P, NEWMAN P. Cross-calibration of push-broom 2D LiDAR and cameras in natural scenes[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation. Karlsruhe, Germany: IEEE, 2013: 3679-3684. doi: 10.1109/ICRA.2013.6631094[2023-07-11].

[58] LEVINSON J, THRUN S. Automatic online calibration of cameras and lasers[J]. Robotics Science and Systems, 2013, 2[2023-07-11].

[59] BANERJEE K, NOTZ D, WINDELEN J, et al. Online camera LiDAR fusion and object detection on hybrid data for autonomous driving[C]// 2018 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV). Changshu, China: IEEE, 2018: 1632-1638. doi: 10.1109/IVS.2018.8500699[2023-07-11].

[60] CASTORENA J, KAMILOV U S, BOUFONOS P T. Autocalibration of lidar and optical cameras via edge alignment[C]// 2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Shanghai, China: IEEE, 2016: 2862-2866. doi: 10.1109/ICASSP.2016.7472200[2023-07-11].

[61] LIU X, YUAN C, ZHANG F. Fast and accurate extrinsic calibration for multiple LiDARs and cameras[J]. arXiv e-prints, 2021. DOI: 10.48550/arXiv.2109.06550.

[62] SCHNEIDER N, PIEWAK F, STILLER C, et al. RegNet: Multimodal sensor registration using deep neural networks[C]// 2017 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV). Los Angeles, CA, USA: IEEE, 2017: 1803-1810. doi: 10.1109/IVS.2017.7995968[2023-07-11].

[63] IYER G, RAM R K, MURTHY J K, et al. CalibNet: Geometrically supervised extrinsic calibration using 3D spatial transformer networks[C]// 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Madrid, Spain: IEEE, 2018: 1110-1117. doi: 10.1109/IROS.2018.8593693[2023-07-11].

[64] HE K, ZHANG X, REN S, et al. Deep residual learning for image recognition[C]// 2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Las Vegas, NV, USA: IEEE, 2016: 770-778. doi: 10.1109/CVPR.2016.90[2023-07-11].

[65] LV X, WANG B, DOU Z, et al. LCCNet: LiDAR and camera self-calibration using cost volume network[C]// 2021 IEEE/CVF

- 
- Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW). Nashville,TN,USA: IEEE, 2021: 2888-2895. doi: 10.1109/CVPRW53098.2021.00324[2023-07-11].
- [66] CATTANEO D, VAGHI M, BALLARDINI A L, et al. CMRNet:Camera to LiDAR-Map registration[C]// 2019 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC). Auckland,New Zealand: IEEE, 2019: 1283-1289[2023-07-11].
- [67] YUAN K, GUO Z, WANG Z J. RGGNet:Tolerance aware LiDAR-camera online calibration with geometric deep learning and generative model[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(4): 6956-6963.
- [68] SHI J, ZHU Z, ZHANG J, et al. CalibRCNN:Calibrating camera and LiDAR by recurrent convolutional neural network and geometric constraints[C]// 2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Las Vegas,NV,USA: IEEE, 2020: 10197-10202. doi: 10.1109/IROS45743.2020.9341147[2023-07-11].
- [69] ZHAO G, HU J, YOU S, et al. CalibDNN:Multimodal sensor calibration for perception using deep neural networks[C]// Signal Processing, Sensor/Information Fusion, and Target Recognition. SPIE, 2021, 11756: 324-335.[2023-07-11].
- [70] LV X, WANG S, YE D. CFNet:LiDAR-camera registration using calibration flow network[J]. Sensors (Basel), 2021, 21(23): 8112.
- [71] JING Xin, DING Xiaqing, XIONG Rong, et al. DXQ-Net:Differentiable LiDAR-camera extrinsic calibration using quality-aware flow[C]// 2022 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Kyoto,Japan: IEEE, 2022: 6235-6241. doi: 10.1109/IROS47612.2022.9981418[2023-07-11].
- [72] WANG G, QIU J, GUO Y, et al. FusionNet:Coarse-to-fine extrinsic calibration network of LiDAR and camera with hierarchical point-pixel fusion[C]// 2022 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Philadelphia,PA,USA, 2022: 8964-8970. doi: 10.1109/ICRA46639.2022.9811945[2023-07-11].
- [73] WU Yi, ZHU Ming, LIANG Ji. PSNet:LiDAR and camera registration using parallel subnetworks[J]. IEEE Access, 2022, 10: 70553-70561. doi: 10.1109/ACCESS.2022.3186974.
- [74] WANG W, NOBUHARA S, NAKAMURA R, et al. SOIC:Semantic online initialization and calibration for LiDAR and camera[J]. arXiv preprint arXiv:2003.04260, 2020. DOI:10.48550/arXiv.2003.04260.
- [75] KODAIRA A, ZHOU Y, ZANG P, et al. SST-calib:Simultaneous spatial-temporal parameter calibration between LiDAR and camera[C]// 2022 IEEE 25th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). Macau,China: IEEE, 2022: 2896-2902. doi: 10.1109/ITSC55140.2022.9922085[2023-07-11].
- [76] HU H, HAN F, BIEDER F, et al. TEScalib:Targetless extrinsic self-calibration of LiDAR and stereo camera for automated driving vehicles with uncertainty analysis[C]// 2022 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Kyoto,Japan: IEEE, 2022: 6256-6263. doi: 10.1109/IROS47612.2022.9981651[2023-07-11].
- [77] XU D F, ANGUELOV D, JAIN A. PointFusion:Deep sensor fusion for 3D bounding box estimation[C]// 2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Salt Lake City,UT,USA: IEEE, 2018: 244-253. doi: 10.1109/CVPR.2018.00033[2023-07-11].
- [78] 石杰颖. 基于深度学习的LiDAR和相机外参标定方法研究[D]. 杭州: 浙江工业大学, 2021.
- [79] SCOTT T, MORYE A A, PINIÉS P, et al. Choosing a time and place for calibration of LiDAR-camera systems[C]// 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Stockholm,Sweden: IEEE, 2016: 4349-4356. doi: 10.1109/ICRA.2016.7487634[2023-07-11].
- [80] YAN G, LIU Z, WANG C, et al. OpenCalib:A multi-sensor calibration toolbox for autonomous driving[J]. Software Impacts, 2022, 14: 100393. arXiv:2205.14087.
- [81] 宋江波, 姚荷雄, 李婉清, 等. 卫惯视组合导航技术发展趋势[J]. 导航定位学报, 2023, 11(2): 36-48.

**基金项目:** 地理信息工程国家重点实验室研究课题 (SKLGIE2022-ZZ-03)。

**第一作者简介:** 熊超 (1986—), 男, 湖北麻城人, 硕士, 工程师, 研究方向为视觉导航及多源融合导航。