レポート

情報数理特論 I レポート 2

1 概要

選択作業 (Erlang 分布) において行った作業の内容 (とその結果) を説明する。

2 行った作業と結果

2.1 Erlang 分布の確率変数を作成

まず k を幾つか試せるよう適当な配列 k_v を用意し、k(=1,5,10) 回事象が発生するまでの時間を計測し、適当な変数 erlangP にヒストグラムを格納した。それを規格化し、理論値とともにプロットした。

結果としては、集計した分布と理論値は k が大きくなるにつれて合わなくなっていくような分布となった。k が比較的大きい場合 ($k = 10$) においては、理論値は δ 関数により近い分布になっているものの、集計した分布はそうはなっていない。

2.2 Wikipedia の定義を追加

文献 2 の定義では集計した分布と理論値が k が大きくなるにつれて合わなくなっていったので、Wikipedia[1] の定義を追加してみた。

結果は文献 2 の定義よりはフィットした。

2.3 片対数グラフを追加

Wikipedia[1] の定義によれば確率密度関数は $t > 0$ に対して

$$f(t; k, \lambda) = \frac{\lambda^k}{(k-1)!} t^{k-1} e^{-\lambda t} \tag{1}$$

である。これより

$$log\left(\frac{f(t; k, \lambda)}{t^{k-1}}\right) = -\lambda t + log\left(\frac{\lambda^k}{(k-1)!}\right) \tag{2}$$

であるから、集計した分布 $f(t; k, \lambda)$ に対して $\frac{f(t;k,\lambda)}{t^{k-1}}$ の片対数グラフをとれば、グラフが傾き $-\lambda$、切片 $log\left(\frac{\lambda^k}{(k-1)!}\right)$ の直線になることが期待される。これをプロットしてみた。

結果は $k = 1$(指数分布と一致) では片対数グラフはほぼ直線となりほぼ期待された結果となったが、$k = 5, 10$ のときは (2.2 ではフィットしたかのように見えた分布も) 直線にはならなかった。

3 総評

そもそもなぜ 2.1 で文献 2 の定義で集計した分布と理論値が k が大きくなるにつれて合わなくなっていったのか、また、Wikipedia[1] の定義とも 2.3 の片対数グラフでは合わなかったのか、は結局よくわからなかった。謎である。

参考文献

[1] アーラン分布 - Wikipedia https://ja.wikipedia.org/wiki/アーラン分布