# Chapitre 2.

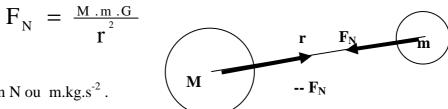
### ORBITES ET GEOMETRIE TERRE SATELLITE.

### 2-1 Gravitation et mécanique céleste: Newton et Kepler.

### 2-1-1 Loi de Newton.

Les trajectoires des objets voyageant dans l'espace sont soumises aux lois de l'attraction des masses entre elles. Tout est basé sur la loi d'attraction gravitationnelle, décrite par la loi de Newton . (Isaac Newton mathématicien et esprit universel anglais 1642 1727).

Deux corps de masse M et m isolés dans l'espace, par exemple la Terre et un satellite, sont attirés l'une vers l'autre par la force de gravitation  $F_N$ , proportionnelle au produit de leur quantité de matière, **nommée masse matière** M et m. (le poids n'est qu'une notion très locale !)



F<sub>N</sub>: en Newton en N ou m.kg.s<sup>-2</sup>.

r: distance séparant M et m.

G: constante d'attraction universelle, 6.67 10<sup>-11</sup> en N.m<sup>2</sup>.Kg<sup>-2</sup>

M et m : masse matière, en kg.

Les deux corps sont attirés l'un vers l'autre, si rien ne s'y oppose chacun accélère vers l'autre avec une accélération différente g et g'.

$$\mathbf{F_N} = \mathbf{m.\gamma} = \mathbf{M.\gamma}'$$

Plaçons nous égoïstement sur la Terre de masse matière M, et observons l'effet sur un petit corps de masse m négligeable ( M >>> m ), par conséquent l'accélération  $\gamma$  que subit le petit corps est énorme par rapport à celle  $\gamma$ ' que subi la Terre !

γ: accélération de la pesanteur, en m/s² ou N/kg

Nous allons donc supposer l'inertie de la Terre telle, qu'elle soit immobile dans notre étude du mouvement des satellites, elle sera l'origine du système de coordonnées.

Par conséquent le satellite subi l'accélération  $\gamma=M.G/r^2$  qui est l'accélération de la pesanteur, en m/s² ou N/kg

Masse de la Terre  $M=6.\ 10^{24}\ kg$  . ou yotta kg (densité ~5,5 tonnes-matière /  $m^3$ ).

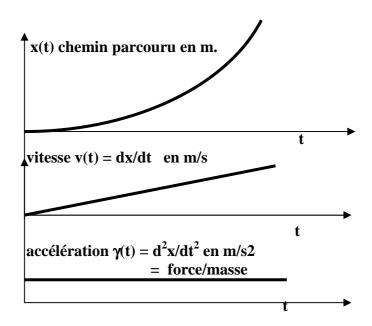
Rayon de la Terre  $R_T = 6378 \text{ km}$ .

Le paramètre gravitationnel M.G vaut alors  $4\ 10^{14}\ N.m^2/\ kg$ .

Alors la force F<sub>N</sub> qui attire la masse m au sol s'appelle le poids P.

L'accélération de la pesanteur y prend alors la valeur au sol de 9,8 N/kg ou m/s<sup>2</sup>.

Une masse de 1kg matière pèse, au sol, 1 kg poids, c'est-à-dire 9,81 N.



Le dessin rappelle que moto et voiture n'ont pas le même rapport force/masse.

#### Exercice:

Quelle est la force  $F_N$  subie par un satellite d'une tonne-matiere à 42 200 Km de la Terre et sur Terre ?

Solution: sur l'OGS, Fn = 225 N et au sol Fn= P =  $m.\gamma$  = 9 810 N.

# 2-1-2 Lois de Kepler et propriété des courbes planes coniques.

# Les lois de Kepler régissent le mouvement relatif de deux corps, dont un de masse énorme:

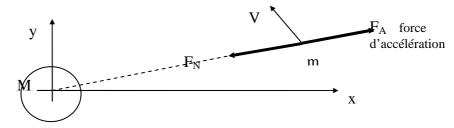
C'est Johannes Kepler (1571- 1630) qui se servant des observations des astronomes Tycho Brahe (1546-1601) et Copernic (1473-1543) donna la synthèse de ses travaux sous forme de trois lois.

Ce sont ces trois lois qui permettent l'établissement de toute mission satellitaire et de maîtriser les voyages des sondes qui s'éloignent vers l'Espace Profond. (Deep Space).

Donc la situation est simple du fait que M>>>m, seul la masse m se déplace autour de M.

La droite joignant les centres de gravités et le vecteur vitesse V définissent un plan: on l'appelle le **plan osculateur.** 

La figure est faite dans le plan xOy osculateur.



La masse  $\mathbf{m}$  est alors soumise à la force  $F_A$  résultante due aux variations de sa vitesse. (Image d'un objet au bout d'une corde que l'on fait tourner et qu'on lâche subitement, il est expulsé par  $F_A$ ). Cette résultante  $F_A$  est contenue dans le plan osculateur.

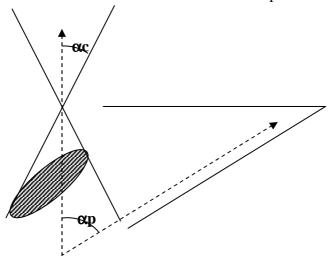
Cette force F<sub>A</sub> se décompose dans le plan xOy selon une composante en x et une composante

en y qui sont : 
$$F_A = \frac{m \cdot \frac{dx^2}{dt^2}}{m \cdot \frac{dy^2}{dt^2}}$$

De l'équilibre entre la force d'attraction  $F_N$  et la force d'accélération  $F_A$  naît une trajectoire fermée de la famille des coniques, définie dans le plan osculateur.

# Propriétés des courbes planes coniques.

Il s'agit d'une famille de courbes planes comprenant le cercle, l'ellipse, la parabole, et l'hyperbole. Nommées ainsi, car définies par l'intersection d'un cône d'angle au sommet αc avec un plan faisant l'angle αp avec l'axe du cône. L'ensemble définit 4 cas possibles.



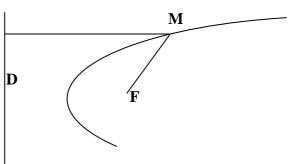
αp = 90°	cercle	e = 0
$\alpha p = 0^{\circ}$	hyperbole	e > 1
$\alpha p = \alpha c$	parabole	e = 1
$\alpha p > \alpha c$	ellipse	e < 1

Le paramètre e dit ellipticité est défini sur la courbe conique par la droite D directrice et le point F foyer, avec la relation :

$$MF / MD = e$$

Dans le dessin e < 1 pour une ellipse.

La parabole est une ellipse dont un foyer est à l'infini.



Revenons à l'**ellipse** qui est la trajectoire des satellites prisonniers de la Terre.

On peut la définir par la relation en cartésien :

$$\frac{\mathbf{x}^2}{\mathbf{a}^2} + \frac{\mathbf{y}^2}{\mathbf{b}^2} = 1$$
 avec le lien  $\mathbf{b} = \mathbf{a}\sqrt{1 - \mathbf{e}^2} \le \mathbf{a}$  qui décrit l'ellipse **d'ellipticité**  $\mathbf{e} < 1$ .

OA = OA' = a demi grand axe

OB = OB' = b demi petit axe

$$OF = OF' = c$$
 demi distance entre foyers avec  $c^2 = a^2 - b^2$  (ou  $c^2 + b^2 = a^2$ )

La demi distance c, entre foyer, définit l'excentricité de l'ellipse par e = c / a

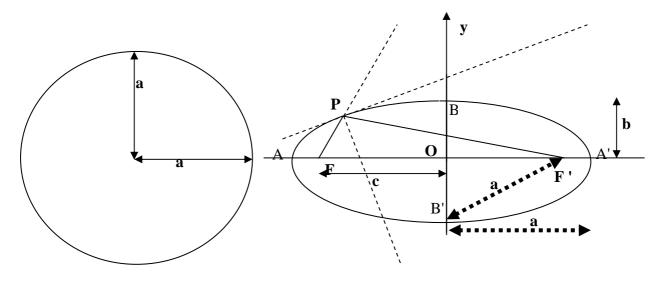
Relation qui donne le cercle de rayon r si a = b = r. (e = 0)

On definit l'affinité qui fait passer du cercle à l'ellipse en écrasant verticalement le cercle.

Selon l'axe x  $a \Rightarrow a$ 

Selon l'axe y 
$$a \Rightarrow b = a\sqrt{1 - e^2} \le a$$

avec la demi distance des foyer c = e.a



Il apparaît deux foyers F et F' sur l'axe x, distants de c = e.a soit aussi  $b^2 = a^2 - a^2.e^2$ Ou encore  $b^2 = a^2 - c^2$  qui donne BF = BF' = B'F = B'F' = a.

$$\frac{\mathbf{x}^2}{\mathbf{a}^2} + \frac{\mathbf{y}^2}{\mathbf{b}^2} = 1$$
 ou  $\frac{\mathbf{x}^2}{\mathbf{a}^2} + \frac{\mathbf{y}^2}{\mathbf{a}^2(1 - \mathbf{e}^2)} = 1$  qui donne  $\mathbf{x}^2 (1 - \mathbf{e}^2) + \mathbf{y}^2 = \mathbf{a}^2 (1 - \mathbf{e}^2)$ 

soit encore 
$$y^2 = a^2 - e^2 \cdot a^2 - x^2 + e^2 \cdot x^2$$

qui donne FP 
$$^2$$
 =  $y^2 + (x - c)^2 = y^2 + (x - e.a)^2$  et après calcul =  $(a - e.x)^2$ 

$$finalement \ FP=a \ -ex \qquad et \qquad F'P=a+e.x.$$

Le point courant P de l'ellipse est défini par FP + F'P = 2a d'où le "tracé à la ficelle".

Notons les bissectrices extérieures et intérieures de l'angle FPF' qui sont la tangente et la normale à l'ellipse en P (théorème de Poncelet ).

Notons les points très particuliers définis en se plaçant en F:

Apogée (masculin) xa = a + c = a(1 + e)

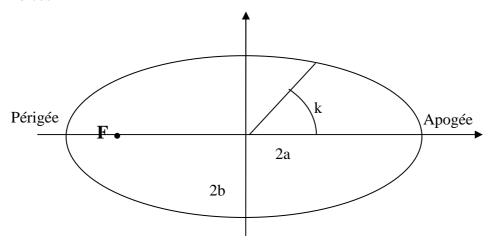
Périgée (masculin) xp = a - c = a(1 - e)

Et enfin : Surface ellipse :  $\pi ab / 2$  Périmètre :  $2\pi \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$ 

Notons également une expression qui définit l'ellipse en représentation polaire :

$$x = a \cos k$$

$$y = b \cos k$$



### 2-2 La trajectoire ou orbite elliptique d'un satellite de la Terre.

Cette trajectoire, ou orbite, est régie par les trois lois de Kepler :

Ces 3 lois sont valables lorsqu'une des masses M est très grande devant la masse m. Approximation M>>m.

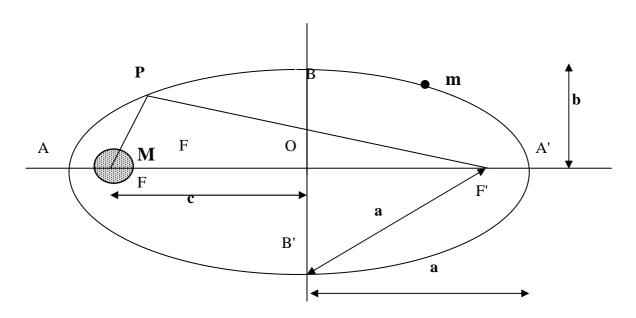
En prenant un repère sur le centre de gravité du corps de masse M, elles s'énoncent ainsi:

### Première loi de Kepler:

La masse m décrit une orbite képlérienne de forme elliptique dont la masse M est un des foyers.

L'ellipse est le lieu des points du plan osculateur xOy définis par les deux demi axes a et b, et la relation dans le plan osculateur

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$$



Ainsi la première loi de Kepler décrit la trajectoire du satellite de masse m par rapport à la masse principale M ( M>>m ) comme étant une ellipse dont un des foyers est la masse M.

Le maximum et le minimum de distance, par rapport à F, sont nommés respectivement **apogée** et **périgée**, ce qui définit les distances extrêmes du satellite par rapport à la masse M.

(Noms masculins)

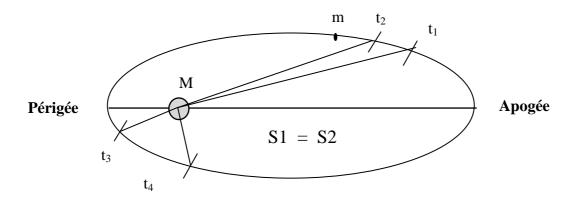
apogée: dmax = a(1 + e) = a + c

périgée : dmin = a (1 - e) = a - c

Le demi grand axe a de l'orbite correspond à la moitié de la distance Périgée-Apogée.

### Deuxième loi de Kepler :

La surface balayée par un rayon Mm dans le plan osculateur est proportionnelle au temps. Dans la figure on a : t2 - t1 = t4 - t3.



Cette loi impose que le satellite accélère au Périgée et ralentit à l'Apogée.

à l'apogée: 
$$Va = V \min = V moy = \frac{1-e}{\sqrt{1+e}}$$
 (m/s)

au périgée: 
$$\mathbf{Vp} = \mathbf{V} \mathbf{max} = \mathbf{Vmoy} \cdot \sqrt{1 + \mathbf{e}}$$
 (m/s)

avec 
$$Vmoy = 2 \pi a / T$$
 (m/s)

et pour la Terre avec 
$$\gamma = 9.8 \text{ m/s}^2$$
 on obtient  $Vmoy=R_T \bullet \sqrt{\frac{\gamma}{R_T+H}}$ 

Vmoy est définie comme la vitesse en orbite circulaire à l'altitude H autour de la Terre, c'està-dire :Vmoy =  $2\pi a / T$  indépendant de e et b.

### Troisième loi de Kepler.

La durée d'une révolution, ou période T, de la masse m autour de la masse M est liée au grand axe de l'ellipse par la relation:

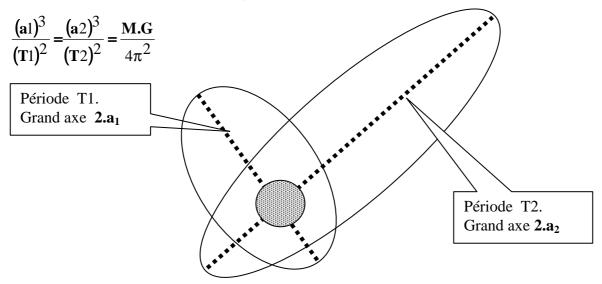
$$T = 2.\pi \sqrt{\frac{a^3}{M*G}}$$
 en s

ce qui donne une vitesse moyenne 
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{M.G}{a^3}}$$
 en rad/s

Tant que M >> m, la période T ne dépend pas de la masse m du petit objet.

M.G, pour la Terre, étant constant, la période de révolution varie comme la racine carrée du cube du demi grand axe de l'orbite elliptique.

Si on considère deux satellites 1 et 2, tournant autour de la Terre on aura :



### Exemple 1:

Quelle est la période d'un satellite géostationnaire ?

On donne: Rayon de la Terre 6378 km. Altitude 35786 km

#### Exemple 2:

Quelle est la période d'un satellite géostationnaire ?

On donne : La distance moyenne Terre-Lune (centre à centre) est de 384.400 km.

Sa période de révolution est de 27 j 8 h soit 656 h.

Par conséquent : 
$$\frac{(a1)^3}{(T1)^2} = \frac{(a2)^3}{(T2)^2}$$
 soit  $T_1 = \sqrt{\frac{a1^3}{a2^3}} \cdot T_2$ 

Tlune = Tl = 2448000 s et alune =  $al = 384,410^6 \text{ m}$ 

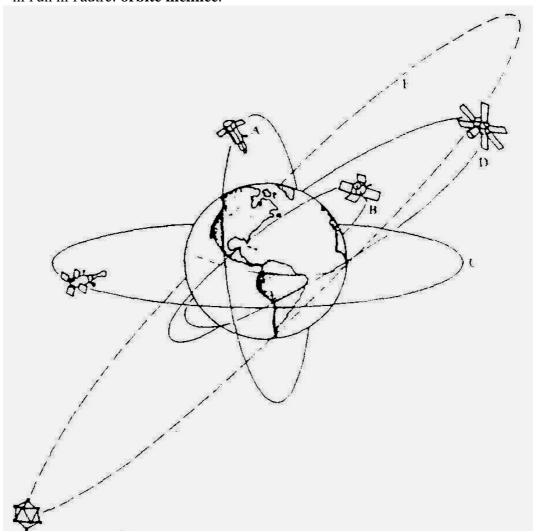
 $Togs^{2} / aogs^{3} = Tl^{2} / al^{3} = 1,055 \ 10^{-13}$ 

 $Togs^2 = 7,928 \ 10^9$  $Togs = 89042 \ sou \ 1 \ jour$ 

# 2-3 Les différents types de plans osculateurs et d'orbites.

En se référant au globe terrestre, il y a 3 cas possibles de plan osculateur, selon qu'il contient:

- l'axe de rotation du globe (Nord/Sud): orbite polaire
- le plan équatorial: orbite équatoriale,
- ni l'un ni l'autre: orbite inclinée.



A orbite basse polaire, contenant l'axe du globe.

B héliosynchrone : ligne des nœuds fixe dans un repère solaire. C géosynchrone : couvre 42% du globe, délais  $\sim 0.3$ s. ( $i=0^\circ$ ) 1 tour en 24 h, trajectoire en 8 qui s'aplatit en OGS pour  $i=0^\circ$ . ou équatoriale.

D elliptique très excentrée : 400 et 40 000 km.

E extrême: 110 000 km

En effet beaucoup de services de surveillance ou de guidage militaires et/ou civils utilisent les orbites inclinées qui permettent de passer au voisinage des pôles.

### 2-3-1 Définition de l'orbite d'un satellite selon COE.

Pour être plus précis l'orbite d'un satellite est définie par rapport au plan équatorial Oxy avec O au centre de la Terre. L'axe Oz est l'axe de rotation du globe.

Enfin l'axe Ox est l'intersection du plan équatorial avec le plan de l'écliptique, droite  $\Delta$ .

Le plan de l'écliptique est le plan osculateur du satellite Terre autour du Soleil.

La trajectoire du satellite est définie par 7 paramètres orbitaux, définis en 3 groupes.

Définition internationale des orbites Classical Orbital Elements COE.

#### **ORBITE:**

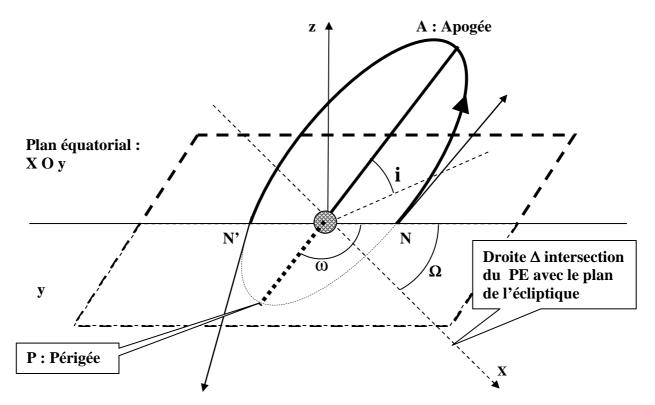
- 1 Demi axe principal a.
- 2 Excentricité e = c/a (orbite circulaire lorsque e = 0 ou c = 0)

Apogée A défini par sa distance au foyer Terre = a + c = a ( 1 + e ).

Périgée P ......a (1 – e).

Nœuds N et N'(ascendant, descendant) points ou l'orbite traverse le plan équatorial.

 $\Omega$  = longitude (dans le plan équatorial) du nœud ascendant N.



### **POSITION DE L'ORBITE:**

- 3 Inclinaison i angle entre le plan orbital (osculateur) et le plan équatorial.
- 4 Argument du périgée ω, dans le plan osculateur, angle PON.
- Ascension droite du nœud ascendant, ou longitude du nœud ascendant, angle  $XON = \Omega$ .

#### POSITION DU SATELLITE SUR L'ORBITE.

- **Date d'observation t** (instant ou le satellite est observé).
- 7 Anomalie moyenne M, angle du satellite par rapport à l'apogée à t.

# **2-4** Quaaludes exemples d'orbite:

### NAVSTAR: Navigation System using Time And Ranging.

Groupement de satellites qui fournissent le service de guidage ou de positionnement dit **GPS** (Global Positionning System). Ce service garantit sans interruption et sur tout le globe par tout temps le positionnement Latitude, Longitude, Altitude et Temps.

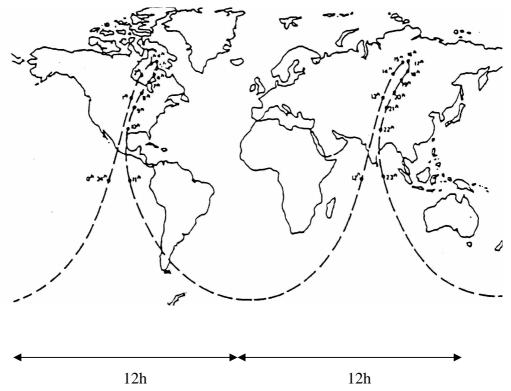
Il comprend 24 satellites répartis dans 6 plans osculateurs, inclinées à 65°, la periode est de environ 12heures, l'altitude est de 20200km. Cette organisation garantit la visibilité simultanée de 5 satellites. Leur masse est de 800 Kg matière. Depuis 1989, 32 satellites ont été lancés. Ils émettent en permanence des signaux indiquant leur position instantanée et l'heure fournie par une horloge atomique en rubidium. Un mobile équipé d'un récepteur approprié peut, en collectant simultanément les émissions de 1, 2 ou 3 satellites calculer sa position.

Tous les satellites diffusent sur les deux mêmes fréquences vers le sol en bande L à 1575,42 et 1227,6MHz. Le partage se fait par CDMA, et le débit de données est très lent à 50 bits/s.

Le contrôle des satellites se fait en bande S à 1783,74 (montée) et 2227,5MHz (descente).

#### MOLNYA:

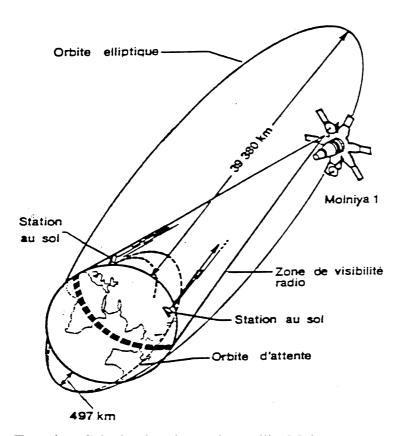
Un exemple caractéristique et classique est l'orbite très excentrée de MOLNYA, satellite russe de surveillance (dit Météorologique). Sa période est de un demi-jour sidéral incliné à 63°. Molnya emprunte une orbite d'excentricité = 0.739.



L'aplomb de Molnya sur deux révolutions en un jour sidéral.

# On notera que Molnya passe la majeure partie de sa période au voisinage de l'apogée soit 2 fois par jour sidéral.

Ces orbites "acrobatiques" ne sont utilisées que s'il y a nécessité car elles imposent de lourdes contraintes de poursuites par les stations sols. De plus, les signaux reçus sont affectés d'un effet Doppler et de variations d'amplitude. Il y aura donc des difficultés à récupérer le rythme de la porteuse et des données.



Exercice: Calculer dans le cas du satellite Molnya, a, c, e.

Les vitesses Vmoy, et Vmin, Vmax.

Rappel: 1 jour sidéral= 23H 56 mn 4 s, soit T<sub>Molnya</sub>= 43082 s

 $R_T = 6378 \text{ km}.$ 

Solution:

$$a^3 = M.G.T^2 / 4\pi^2$$
 (T = ½ jour sideral)

$$a = 26693 \text{ km}, \quad a + c = a(1 + e) = 45758 \text{ km}$$

$$a - c = 6875 \text{ km}$$

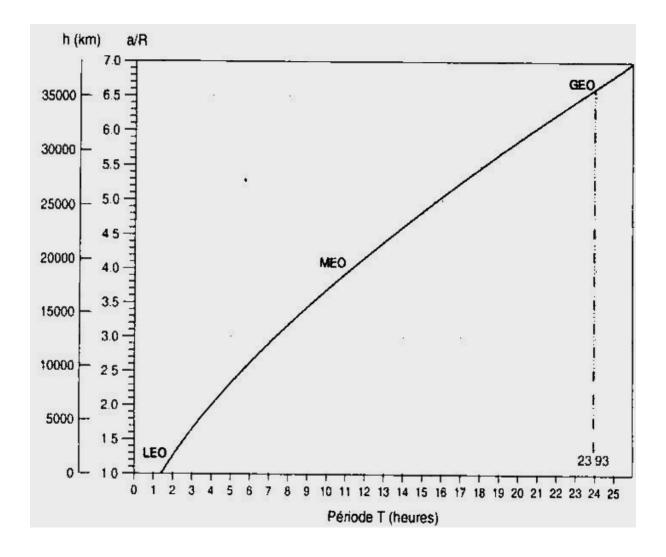
Ha= 39 880 Km, Hp= 515 Km,

 $Vmoy=2\pi a / T = 3838 \text{ m/s}, \quad Vmax = 5061,2 \text{ m/s}, \quad Vmin = 759,6 \text{ m/s}.$ 

### A partir d'ici intéressons nous à la seule orbite qui simplifie la réception avec antennes fixes.

Pour cela, il faudrait utiliser une orbite telle que les satellites soient fixes dans "notre ciel". Nous approfondirons l'unique solution orbitale qui satisfait cette fixité apparente, l'orbite géostationnaire OGS.

La figure suivante donne les périodes pour différentes altitudes.



#### Quelques définitions et chiffres pour les curieux.

Précession de l'orbite ou précession nodale : a, e, i, constants, le plan osculateur tourne autour de Oz à vitesse angulaire constante  $\Omega$ .

 $\underline{\Omega}$ . > 0 sens direct

 $\Omega$ . < sens rétrograde

Ligne absidale : droite joignant Apogée et Périgée.

Ligne nodale : droite joignant les nœuds.

Intersection du plan écliptique et équatorial, le

Héliosynchronisme : vitesse de précession nodale  $\underline{\Omega}$  = vitesse angulaire  $\underline{\Omega}$ s du mouvement de la Terre autour du Soleil.

Inclinaison apparente i' :angle que fait la trace du satellite avec l'équateur.

Jour sidéral : temps mis par la Terre pour se retrouver dans la même position dans un repère stellaire (étoiles lointaines)  $J_s = 23,934 \text{ h}$  ou 86164 s.

Jour solaire : temps mis par la Terre pour se retrouver dans la même position dans un repère solaire. Un jour solaire vaut 24 heures ou 86400secondes.

Année sidérale : temps de la révolution terrestre dans un repère copernicien (stellaire lointain) ; 365,2422 jours.

Unité Astronomique UA: distance moyenne Soleil Terre, soit 147 10 6 km.

Temps moyen optique pour une UA; 8 minutes et 17 secondes.

Année Lumière : ≈ 9460 milliards de km soit environs 10 péta mètres.

# 2-5 L'orbite géostationnaire OGS ou orbite de CLARKE.

Il est question de trouver un cas très particulier d'orbite, qui permette de rendre apparemment fixe un objet de masse m dans notre ciel.

Ceci exige une orbite dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation NS du globe et contenant forcement le centre de gravité de la Terre. Cette orbite ne peut exister que dans le plan équatorial PE.

Le synchronisme avec le globe terrestre exige une vitesse uniforme le long de la trajectoire, donc une excentricité e = 0, donc Vmax = Vmin = Vmoy ( $2^{\circ}$  loi de Kepler)

On a vu précédemment que la force de Newton  $F_N$  devait être égale à la force d'accélération  $F_A$  (ou force centrifuge) pour qu'il y ait équilibre dynamique et naissance d'une trajectoire fermée.

L'accélération centrifuge r.  $\omega^2$  engendre la force  $F_A$  qui s'applique à la masse m :

$$F_A = r. \omega^2.m$$
, avec  $\omega = 2 \pi/T = 2 \pi.F$  vitesse angulaire en rad/s.

Avec r. ω² qui définit l'accélération centrifuge en m / s².

L'attraction gravitationnelle de Newton  $F_N$  d'autre part vaut :

$$F_{N} = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^{2}} = m.\gamma$$

Avec  $\gamma = M.G / r^2$  en N/kg ou m/s<sup>2</sup>, accélération de la pesanteur.

A l'équilibre sur une orbite circulaire on obtient un rayon unique r = Rogs:

Et par conséquent

$$\mathbf{Rogs} = \left[ \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{G}}{\omega^2} \right]^{1/3} = 42164 \text{ km}$$

**Remarque** : la troisième loi de Kepler donne la vitesse angulaire  $\omega$  à partir du demi grand axe **a** de l'orbite :  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{M.G}{a^3}}$  on peut donc extraire directement **a** = **Rogs**.

Le rayon de l'OGS représente 6,61 fois le rayon de la Terre ( $R_T = 6378$  km). Ce rayon est unique et indépendant de la masse m du satellite (m << M).

Autant dire que les places sont chères sur l'OGS.

L'orbite circulaire est donc parcourue en un jour sidéral Jsid = 23h 56 min 4s ou 86164s.

Le jour sidéral ne doit pas être confondu avec le jour diurne Jd qui est le temps qui sépare deux passages au zénith. (jour sideral plus court de ~4 minutes que le jour solaire ou diurne).

$$V_{sat} = \omega.Rogs = R_{terre} \bullet \sqrt{\frac{\gamma}{R_{terre} + H_{sat}}} = 3075.m/s$$
 ou 2. $\pi.Rogs / Js.$ 

# 2-5-1 Les perturbations de l'orbite géostationnaire.

La Terre et les satellites ne sont pas seuls dans l'espace et l'orbite idéale est perturbée par les autres corps

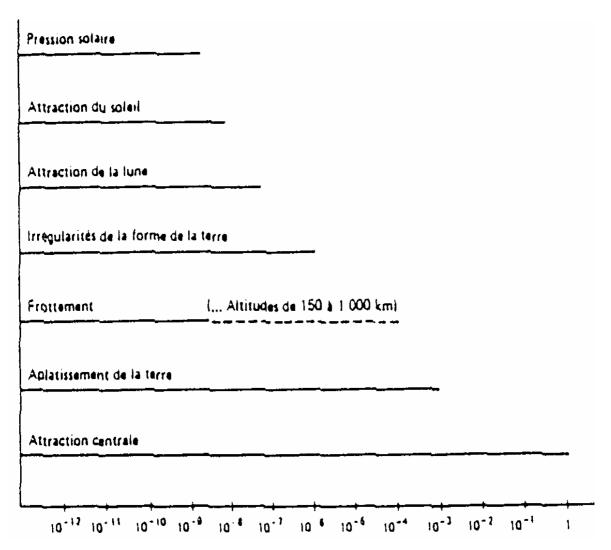
les irrégularités du globe terrestre,

la lune,

le soleil,

la pression de radiation.

En conséquence, le satellite devra développer de l'énergie mécanique pour se maintenir sur son orbite.



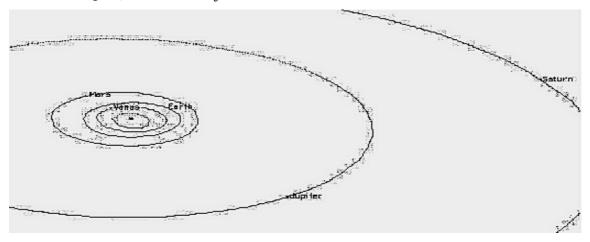
On notera les différentes valeurs des forces ramenées à l'attraction centrale.

# 2-5-2 L'éclipse de Soleil sur l'orbite géostationnaire (O.G.S.).

(ne concerne que les satellites puissants)

Voyons l'origine de cette contrainte. Un coup d'œil sur le système solaire, contenant l'ensemble des satellites du Soleil, permet de définir un plan contenant approximativement les trajectoires autour du Soleil. On appréciera les tailles en UA (distance Terre Soleil)

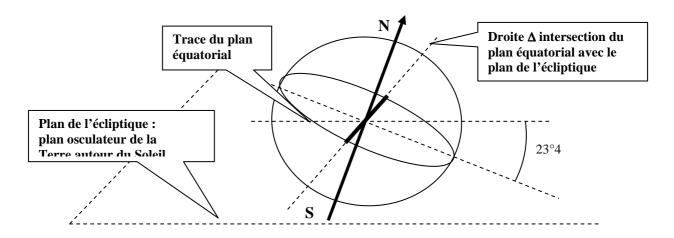
Ce plan dit ECLIPTIQUE, contient la trajectoire de la Terre autour du Soleil.



### le Soleil possède 9 satellites à des distances décrites en millions de km.

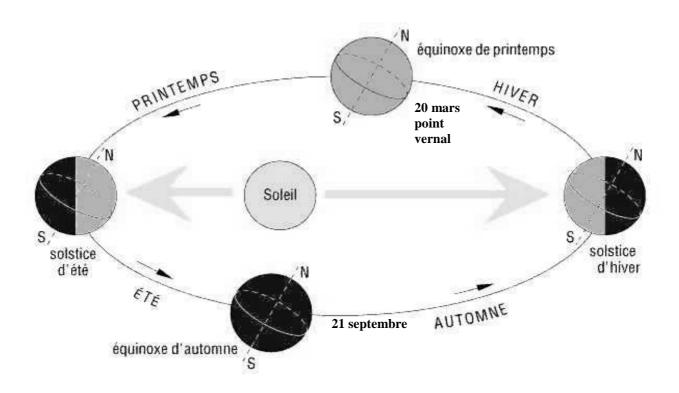
Mercure	Venus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune	Pluton
46	107	147	207	740	1346	2742	4460	4425
		1 UA						30.UA
		8m 17s						4h 6m

La Terre tourne dans son plan d'orbite de satellite du soleil, dit ECLIPTIQUE, avec son propre axe de rotation (axe des pôles) incliné d'un angle de 23°,4 constant. Cette inclinaison est à l'origine des saisons.



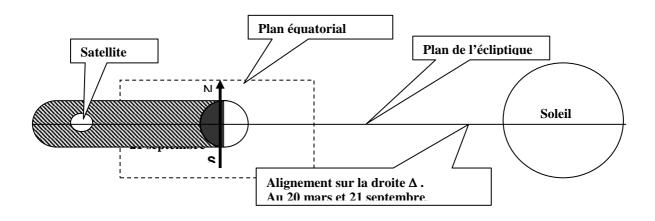
La droite  $\Delta$  garde une direction immuable dans le système solaire, elle passe par le Soleil deux fois l'an aux équinoxes : le 20 mars et le 21 septembre.

#### Le 20 mars la droite D passe par le point Vernal.

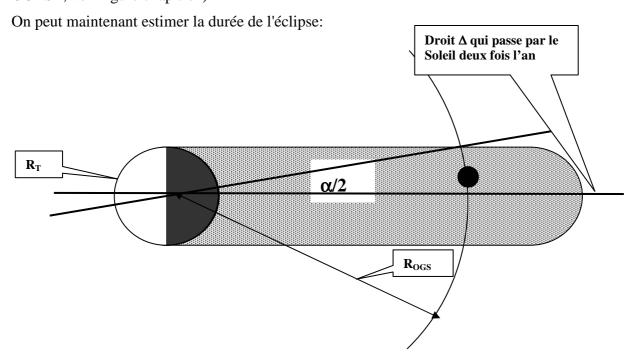


Pendant ces deux périodes de l'année, aux équinoxes de Printemps et d'Automne, l'orbite géostationnaire (plan équatorial) coupe le plan écliptique selon une droite des équinoxes contenant le Soleil. La direction vernale correspond à cette intersection le 20 mars.

Un satellite de l'OGS sera, à ces deux périodes, en conjonction avec la Terre et le soleil 2 fois par 24h. Donc le satellite passera à l'ombre une fois par jour.



Toute l'énergie électrique du satellite étant d'origine solaire, il faudrait réduire la consommation et donc arrêter les émissions. Ces arrêts interviennent au milieu de la nuit. Cet inconvénient, a été réduit par un choix judicieux de positions des satellites sur l'OGS lors de la CAMRS de 1977.( à 19° OUEST, voir figure chapitre1)



$$tg (\alpha/2) \# R_T / Rogs = 0.1513 \text{ d'où } \alpha = 17^{\circ}4$$

La révolution de durée T = 23H 56 mn 4s correspond à 360°. La durée de la traversée du cylindre d'ombre dure donc au maximum :

$$E = \frac{\alpha}{2\pi} T \cong 70 \,\text{mn}$$

Bien entendu cette valeur est la valeur max obtenue le jour de l'équinoxe. Le phénomène croît puis décroît aux alentours de ces dates :

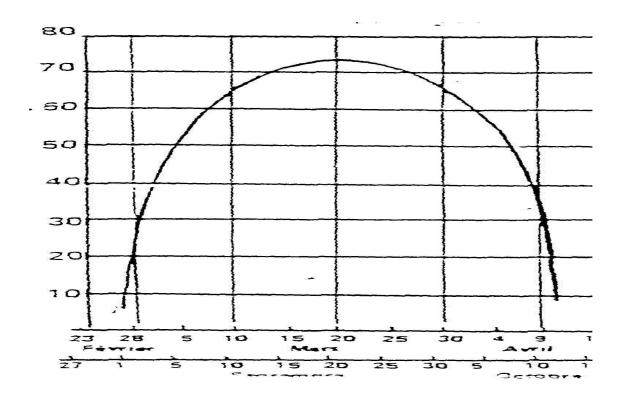
Au printemps du 27 février au 12 avril.

A l'automne du 1 septembre au 16octobre.

Les anciens satellites gourmands consommaient 100 kW (TDF1) soit 70 m2 de capteurs solaires!

Du fait de l'amélioration du  $\mbox{G/T}$  au sol, ils ne demandent plus que  $30~\mbox{kW}$  soit  $20~\mbox{m2}$  .

Le Soleil fournit environ 1,5 kW/m2.

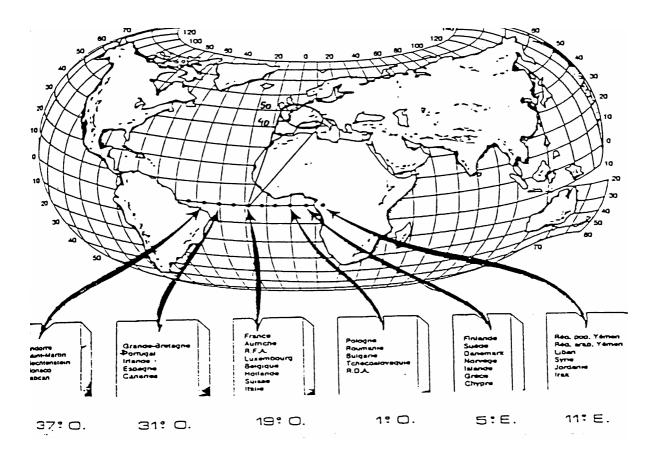


Durée de l'éclipse autour du 20mars et 21 septembre : durée en minutes.

# 2-5-3 Choix des positions sur l'OGS.

Par exemple pour TDF1 gourmand en électricité (15 KW), il fallait arrêter les 5 transpondeurs pendant l'éclipse et ne conserver que les fonctions de maintient et de télémesures. C'est un inconvénient commercial important qui est réduit par un recul vers l'Ouest de la position du satellite sur l'OGS. Ainsi, pour l'Europe de l'Ouest qui nous concerne les satellites ne sont pas placés à la verticale de nos régions (qq° EST) mais bien reculés à **19**° **Ouest**. L'éclipse est retardée de 1h 30min après minuit "solaire".

Position des satellites sur l'OGS selon les règles de la CAMRS de 1977 (Conférence Administrative Mondiale de Radiodiffusion par Satellite). On notera le souci de faire un compromis entre le recul de l'éclipse et la couverture des régions extrêmes (latitude élevée).



#### Interférences solaires

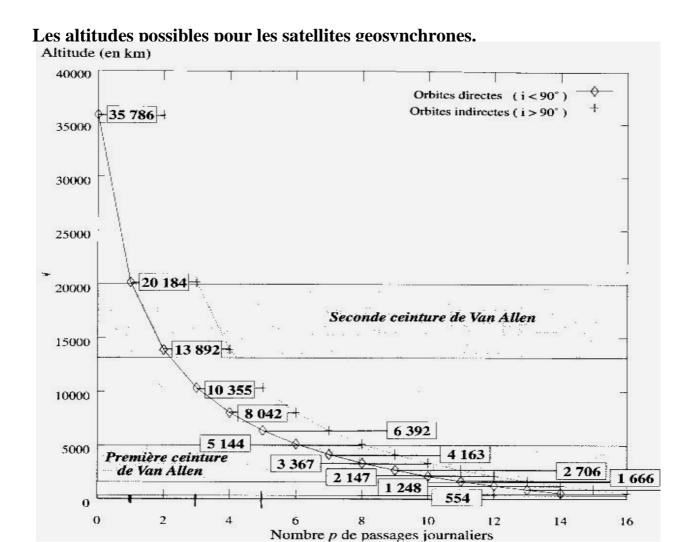
Comme dans le cas de l'éclipse, le soleil, le satellite et la Terre sont alignés. Mais l'interférence se produit le jour et le récepteur terrestre reçoit le rayonnement solaire dans la même direction que le satellite.



La station terrienne reçoit alors les rayonnements solaires qui bruitent la liaison jusqu'à son inexploitation momentanée.

Le graphe suivant donne les altitudes possibles de satellites géosynchrones, opérant un tour par 24h. Le graphe en trait continu concerne les satellites tournant dans le sens de la Terre. Le graphe en trait pointillé concerne ceux qui tournent en sens inverse.

Les altitudes sont définies pour des orbites circulaires, néanmoins pour les orbites elliptiques on lira l'altitude moyenne périgée apogée.



Le nombre p est le nombre de passages du satellite dans un plan méridien fixé par jour solaire (24h). Il est à distinguer du jour sidéral jsid qui vaut 1 / 365 de la révolution terrienne autour du Soleil. (js = 23h 56m 4s).

Au point p=0 on a 0 tours par jour dans un repère terrestre et 1 tour par jour dans un repère stellaire, c'est la solution OGS, qui donne 2 tours par jour pour un satellite rétrograde. On note une loi en  $R=\omega^{-2/3}$  avec  $\omega=2$   $\pi$  tours/jd.

#### 2-6 GEOMETRIE TERRE SATELLITE.

### 2-6-1 Localisation d'un satellite de l'OGS à partir du sol local.

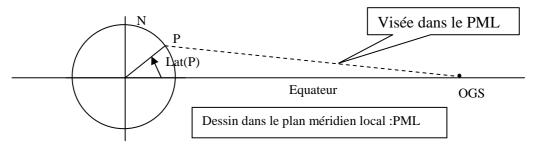
Le cas de l'OGS simplifie grandement la définition de l'orbite avec un angle nul pour i.

Un axe principal a égal à Rogs et une excentricité e nulle. Il ne reste plus qu'a localiser le satellite par rapport à notre point local **P** de réception au sol. En ce point P sont donc connus la verticale locale (OP) et le plan horizontal local (plan tangent au globe en P).

Nous utilisons le langage des marins, qui localisent un point du globe grâce à deux angles, la Longitude et la Latitude.

Rappelons les deux rayons principaux Rogs = 42164 km et RT = 6378 km.

Latitude locale Lat(P): Angle que fait la verticale locale avec le plan de l'équateur.



La France est limitée par les latitudes 43° et 52° Nord.

**Plan méridien local ou PML** :Plan contenant l'axe de rotation du globe et le point P. c'est le plan de la figure.

Plan méridien du satellite: Plan contenant l'axe de rotation du globe et le satellite S.

Méridien de Greenwich: méridien origine, Plan contenant l'axe de rotation du globe et l'observatoire de Greenwich. C'est le Méridien pris comme origine par tous les navigateurs du ciel et des océans.

**Longitude locale Lon(P)**: Angle que fait le plan méridien local avec le méridien origine. Cet angle est la longitude notée positivement à l'EST de Greenwich et négativement à l'OUEST.

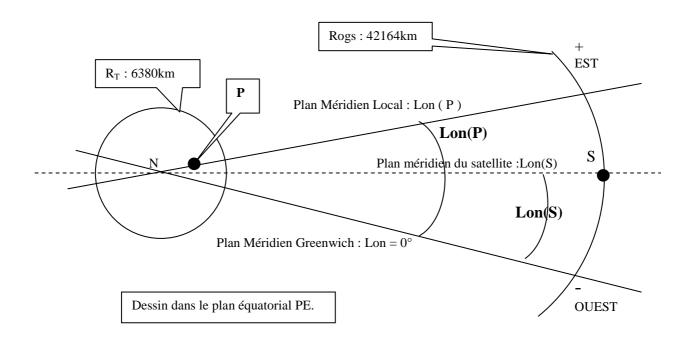
Localisation d'un point P du globe: le point P est entièrement défini par sa longitude Lon(P) et sa latitude Lat(P).

La localisation d'un satellite S sur l'OGS: le satellite S est défini uniquement par Lon(S) car Lat(S)=0 sur l'OGS.

Dans toute la suite des calculs, seule la longitude relative entre le satellite et le point P nous intéresse, nous la noterons Lon.

Lon = Lon(S) - Lon(P)

Lon > 0 => le satellite est à l'EST de notre point P local.



# Localisation d'un satellite S à partir d'un point P du globe et calcul de la direction de visée.

Pour orienter une antenne au sol (antennes très directive 0.5° à 3° d'ouverture à -3 dB), il faut connaître la position du point de réception (Point P) et la position du satellite (S).

Choisissons un système d'axe orthogonaux (x,y,z) centré sur le globe terrestre, tel que:

xoy correspond au plan équatorial, horizontal dans la figure qui suit.

xoz correspond au plan méridien contenant le satellite S. Il est par conséquent défini par les coordonnées : x(S) = Rogs, y(S) = 0, z(S) = 0.

Nommons S', la projection verticale du satellite au sol (aplomb du satellite).

Plaçons dans ce repère un point local P, défini par Lat(P), Lon(P), ajoutons les constructions suivantes :

#### La droite D1 tangente en P, contenue dans le plan méridien local,

elle traverse le plan équatorial en A.

le plan tangent en P (sol local) coupe la plan équatorial selon la droite D2 passant par A et B.

on remarque alors que:

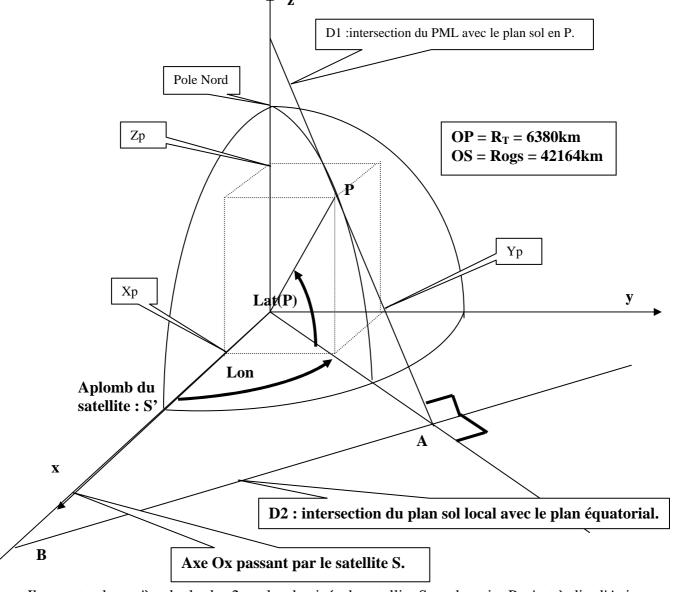
D2 contient nécessairement A et coupe l'axe ox en B.

D1 et D2 sont orthogonales.

On peut ainsi calculer les coordonnées du point de réception P et du point S.

 $\begin{aligned} Xp &= R_T \ cos \ Lat(P) \ cos \ Lon & Xs &= Rogs \\ Yp &= R_T \ cos \ Lat(P) \ sin \ Lon & Ys &= 0 \\ Zp &= R_T \ sin \ Lat(P) & Zs &= 0 \end{aligned}$ 

Le plan vertical local contenant le satellite S contient les points POB.



Il ne reste plus qu'à calculer les 2 angles de visée du satellite S vu du point P, c'est-à-dire l'Azimut Az et l'Élévation El .

### 2-6-2 Définition et calcul de l'Azimut Az'.

L'azimut A'<sub>z</sub> est l'angle au sol entre le plan vertical contenant le satellite et le plan méridien local : angle PA,PB.

Le calcul de A'z se fait dans le plan sol local au point P, le dessin représente ce plan.

$$Tg Az' = BA / PA$$

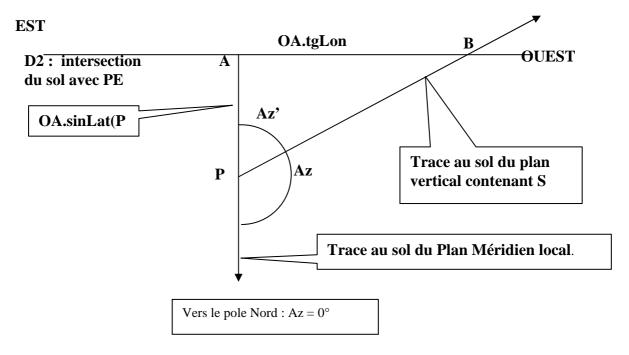
Avec BA = OA tg Lon et PA = OA sin Lat

Donc tg Az' = tg Lon / sin Lat

Comme Az est défini par rapport à la direction du nord on a :

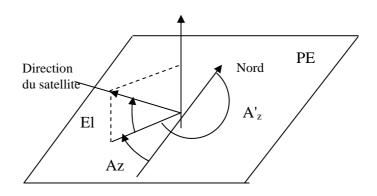
 $Az = 180^{\circ} - Az'$ 

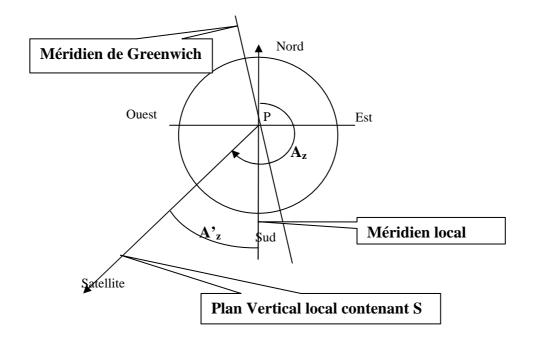
#### Le dessin est fait dans le plan sol local.



A l'Ouest:  $A_z = 180^{\circ} - A_z$ 

A l'Est :  $A_z = 180^{\circ} + A'_z$ 





### 2-6-3 Définition et calcul de l'élévation El.

### L'élévation El est l'angle que fait la direction du satellite avec le plan horizontal local.

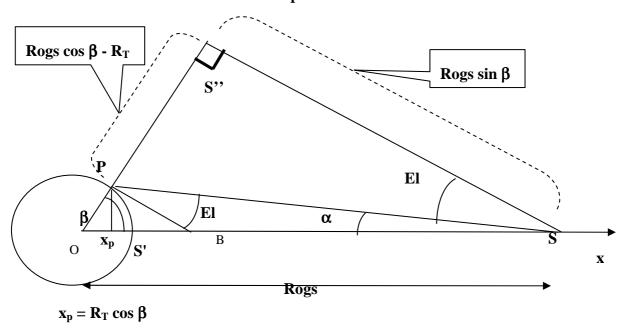
Le plan contenant le satellite est celui contenant les points O, P, S', B, et S.

C'est aussi le plan de la figure.

### Le point S' est l'aplomb du satellite au sol.

Projetons d'abord S sur la verticale locale OP au point S".

### Dessin fait dans le plan vertical local contenant le satellite.



On évitera de confondre les angles Lat et  $\beta$ . ( ne se confondent que si Lon =  $0^{\circ}$  ) Le point S' est dit aplomb du satellite.

Nous lisons  $x_p = R_T \cos \beta$  et avec l'expression déjà vue=  $R_T \cos \text{Lat}(P) \cos \text{Lon}$ .

L'angle  $\beta$  est donc défini par  $\cos \beta = \cos \text{Lat}(P) \cos \text{Lon}$ .

Ce qui donne immédiatement  $\beta$ .

De plus **tg El = PS'' / SS''** 

Avec  $SS'' = Rogs \sin \beta$ 

 $OS'' = Rogs \cos \beta$ 

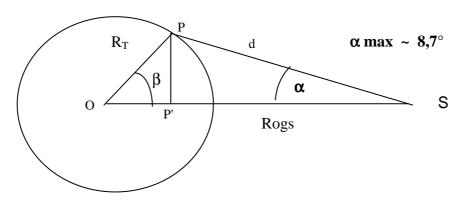
 $S''P = Rogs \cos \beta - R_T$ 

$$tg \ El = \frac{Rogs \cdot \cos \beta - R_T}{Rogs \cdot \sin \beta} = \frac{\cos \beta - \frac{R_T}{Rogs}}{\sin \beta} = \frac{\cos \beta - 0.1513}{\sin \beta}$$

avec  $\cos \beta = \cos Lat \cdot \cos Lon$ .

# 2-6-4 Distance d du satellite au point de réception P.

Plaçons nous encore dans le plan vertical local contenant le satellite.



 $\sin \alpha = PP' / d \text{ avec } PP' = R_T \sin \beta \text{ d'où}$ 

$$d = (R_T \sin \beta) / \sin \alpha$$

On remarquera le danger de la formule pour les habitants de l'équateur(  $\alpha = 0$ ,  $d = \infty$ ).

On utilisera de préférence la formule approchée (à 10<sup>-4</sup>) suivante :

On confond P'S et PS = d ( $\alpha_{max}=7^{\circ}$ )

$$d \approx P'S = Rogs - OP' = Rogs - R_T \cos \beta$$

Ainsi la distance IUT/TDF1 devient :

$$D_{IUT/TDF1} = 42\ 164 - 6380\ x\ 0.6623$$
 en km

 $D_{IUT/TDF1} = 37 938 \text{ km}$ 

<u>Excercice</u>: Soit le satellite TDF1 placé à 19° Ouest. Soit une station sol située à l'IUT de Marseille défini par Lat(IUT)= 43°3 Nord et LON(IUT)=5°5 Est (Lon(IUT) > 0).

Calculer les angles de visés Az et El que doit faire l'antenne de la station sol.

Calculer d.

#### **Solution:**

 $Lon(S) = 19^{\circ} Ouest => -19^{\circ}$ 

Lon = Lon(S) - Lon(IUT)=  $-19^{\circ}$  -  $5.5^{\circ}$  =  $-24^{\circ}5$ 

$$A'z = Arctg \left[ \frac{tg(-24°5)}{sin(43°3)} \right] = -33°6 \text{ ou } 33°6 \text{ Ouest}$$

donc  $Az = 180^{\circ} - 33.6^{\circ} = 146.4^{\circ}$ 

$$\beta = \operatorname{Arc} \cos[\cos(43^{\circ}3) \cdot \cos(-24^{\circ}5)] = 48^{\circ}53$$

$$El = \operatorname{Arctg} \left[ \frac{\cos \beta - 0.1513}{\sin \beta} \right] = 34^{\circ}29$$

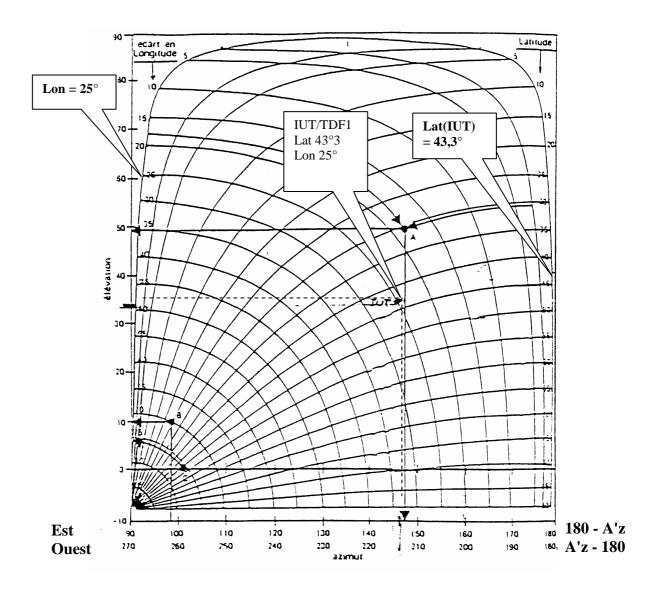
El > 0: Nord

Cette exemple montre qu'il ne faut pas confondre  $\beta$  et Lat.

Le seul cas où  $\beta$  =Lat se produit lorsque le satellite est dans le méridien local (Lon=0 et  $\beta$ =Lat).

#### 2-6-5 Abaques Azimut / Elévation.

Des abaques donnent en fonction de l'écart de longitude et de la latitude, les 2 valeurs Az et E1.



Dans notre exemple de réception TDF1 à 19,5° ouest On obtient Lon =  $19.5^{\circ} + 5.4^{\circ} \sim 25^{\circ}$ 

Pour S à l'ouest l'abaque donne  $Az = 214^{\circ}$  c'est-à-dire A'z -180 =  $214^{\circ}$ 

Donc A'z =  $394^{\circ}$  ou  $34^{\circ}$ 

Pour S à l'est on lit  $Az = 146^{\circ}$  c'est-à-dire  $180^{\circ}$  - A'z soit A'z =  $180^{\circ}$  -  $146^{\circ}$  =  $34^{\circ}$ 

# 2-6-6 Limites théoriques et pratiques de couverture de l'OGS.

En supposant le globe terrestre parfaitement lisse et privé d'atmosphère, la limite de réception est définie par une élévation nulle (incidence rasante).

$$tg El = 0^{\circ} = \frac{\cos \beta - 0.1513}{\sin \beta}$$

soit 
$$\cos \beta = 0.1513 = \cos \text{Lon } \cos \text{Lat}$$

Dans le meilleur des cas, c'est-à-dire pour un satellite dans le méridien local (Lon=0), on aurait  $\cos \beta = \cos \text{Lat} = 0.1513$  soit une latitude maximale de 81°.

En fait, le calcul est très optimiste car plusieurs raisons font qu'on n'approche pas l'incidence rasante, ces raisons sont:

- les reliefs locaux,
- la traversée très oblique de l'atmosphère qui entraîne une atténuation aléatoire et une augmentation du bruit thermique.

Dans les pays plats et secs, la limite inférieure d'élévation utilisable est d'environ  $20^{\circ}$ . En zone de relief, on se limite en moyenne à  $30^{\circ}$ .

Le tableau suivant montre que les latitudes 60°Nord ou Sud ne sont pas exploitables en réception individuelle. Pour l'Europe cela correspond au sommet de l'Irlande.

latitude p longitude $\lambda$	o°	νo°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	Lat.
0	90°	78°14:	66°33'	55°02'	43°44'	32°42'	21*57'	11°29'	76*(5*21')
. 10°	78 <b>°</b> 14'	73 <b>°</b> 25'	63*55'	53°21'	42°35'	ا 54°31   نسمه	21*25'	11,10,	76°(5°07')
20°	66*33'	63*55'	57*20'	48°45'	39*20'	.29°37' }-	19*51'	10°12'	75*(5*25')
30°	55*02'	53*21'	48*45'	42*01'	34°24'/	26°01'	17*22'	08*38'	74*(5*09')
40°	43*44'	42 <b>°</b> 35'	39*20'	34.24.	28*17	21°25'/	14*06'	06*33'	72*(5*02')
so*	32*42'	31°54'	29*37%	26*01'	21*25'/	16°03'	10*12'	-	68°(5°17')
60°	21°56'	21°25'	19°51'	17°22'	14*06'	10*12'	05°50'	-	61°(5°22')
70°	11.539,	11.10,	10*12'	08*38'	06°33'	-	-	-	46*(5*05')

- --- région montagneuse \_\_\_\_\_ plaine

# 2-6-7 Ouverture du faisceau couvrant un pays : cas de la France.

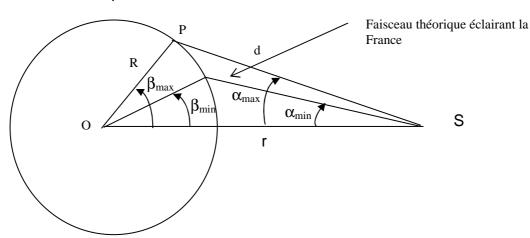
En utilisant toujours le plan contenant OPS (voir figure générale), on remarque que:

$$tg\alpha = \frac{PP'}{SP'} \qquad \text{avec} \qquad PP' = R_T \sin \beta$$
 
$$OP' = R_T \cos \beta$$
 
$$SP' = Rogs - R_T \cos \beta$$
 
$$tg\alpha = \frac{\sin \beta}{\frac{Rogs}{R} - \cos \beta} = \frac{\sin \beta}{6.61 - \cos \beta}$$

Compte tenu des valeurs de  $\alpha_{max}$  (obtenue pour  $\beta_{max}=81^\circ$ ). En effet, à El=0  $\beta_{max}=81^\circ$ , on a  $\alpha_{max}=8.7^\circ$ 

L'angle d'inclinaison  $\alpha$  de la direction d'émission par rapport au plan équatorial vaut

$$\alpha \approx \frac{\sin \beta}{6.61 - \cos \beta}$$



La France est encadrée par les latitudes Nord 43° et 52°.

Dans notre exemple du satellite TDF1 (rappel: Lon:-24.5°) on obtient:

$$Cos \beta_{min} = 0.665 \qquad Sin \beta_{min} = 0.747$$

$$Cos \; \beta_{max} = 0.56 \qquad \qquad Sin \; \beta_{max} = 0.828$$

 $\alpha_{max}$  -  $\alpha_{min}=0.0137~rd~ou~0.8^{\circ}$ 

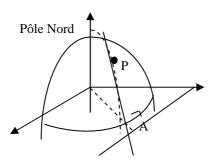
(A Marseille pour TDF1 on a  $\beta = 48^{\circ}53$  et  $\alpha = 0127$ rd ou  $7^{\circ}3$ )

L'angle d'ouverture d'une antenne d'émission éclairant uniquement la France depuis l'OGS est  $< 1^{\circ}$ .

Nous n'échapperons pas à l'étude théorique des antennes à grande directivité!

### 2-6-8 Détermination du plan méridien local.

Nous venons de voir que la direction de visée d'un satellite sur l'OGS est définie par les angles Azimut et Elévation. C'est le premier qui est le plus délicat à définir, car il nécessite la connaissance du plan méridien local dont on sait qu'il contient la verticale locale.



Notre première tâche consiste à localiser au sol la trace du plan méridien local (PML), c'est à dire la **droite PA de la figure générale.** 

Par définition, le soleil traverse le PML à l'heure du milieu de sa course diurne pour le lieu P. Ce qui n'a rien à voir avec le midi légal.

#### C'est le midi solaire pour le lieu P.

Par exemple, pour Paris (Lon =  $2^{\circ}4$  Est), on connaît quotidiennement les éphémérides (heures de lever et de coucher du soleil). L'heure du midi solaire à Paris vaut donc:  $\frac{Hlever + Hcoucher}{2}$ 

Pour un autre lieu qui n'est pas dans le méridien de Paris, on devra corriger le midi solaire du temps mis pour passer d'un méridien à l'autre.

Pour l'IUT de Marseille dont le méridien est plus à l'Est de 3° (5.4° - 2.4°), il faut retrancher 4' x 3° = 12 mn. Le midi solaire à l'IUT pour l'éphéméride donné est donc à 11h43'.

Exemple pour le 2 juin 2005.

Calcul obtenu pour Marseille sur http://lychnis.imcce.fr

Corps concerné : SOLEIL

ATTENTION LES RÉSULTATS SONT EN UTC.

A partir de 1976, pour avoir les résultats en heure légale de la France métropolitaine, ajouter 1h en période d'hiver et 2h en période d'été.

Seuls, les levers et couchers visibles sont publies

Tous les temps de passage au Meridien inferieurs et superieurs, sont donnes SI ET SEULEMENT SI

les levers et couchers ne sont pas au-dessous de l'horizon

Date UTC	Lever	Az	Passage a		Coucher	Az
An M J	h m s	đ	h m s	đ	h m s	đ
2005 6 2 2005 6 2	4 2 5	238.06	11 36 30 23 36 35		19 11 18	122.06
L'origine de	azimuts est	le Sud: a				

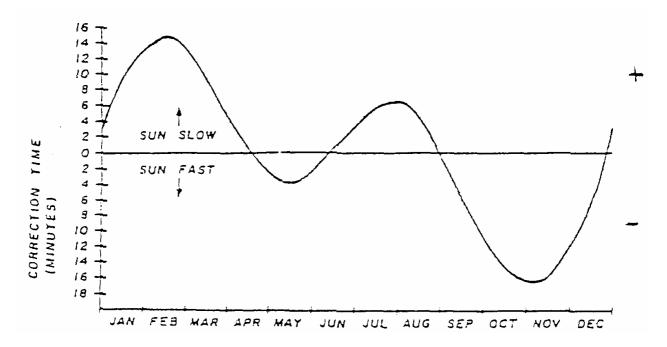
Soit un midi solaire à Marseille à 13h 36m 30s, heure administrative.

#### A ce moment précis, on trace l'ombre d'un mât vertical sur le sol.

#### On obtient ainsi la trace au sol du PML c'est à dire la droite PA.

Il existe une autre méthode qui n'utilise pas les éphémérides mais seulement la loi de variation des écarts temps solaire et temps civil (Equation of time, EOT). Elle est essentiellement due aux irrégularités périodiques entre Soleil et Terre.

Ex: pour le 1 avril 2004 on lit sur le graphe ci-après -13' sur l'heure civile de Greenwich. Pour l'iut, le Soleil passe au zénith 22 mn avant (5.4° x 4'). Soit 12h - 13' - 22' = 11h25', on obtient bien le même résultat.

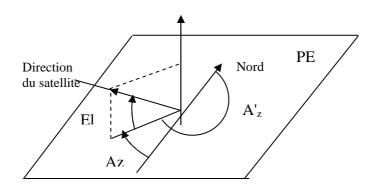


En fin une dernière méthode un peu moins précise mais beaucoup plus utilisée est l'utilisation d'une boussole mise très loin d'un objet ferreux.

### 2-7 Orientation d'une antenne directive.

#### Cas de l'antenne fixe.

Dans bien des cas, la liaison étant fixe avec un satellite de l'OGS, on fige l'antenne sur son Azimut et son élévation. Le PML étant déterminé comme précédemment, un simple rapporteur au sol donne le plan vertical de visée (lecture de l'angle d'Azimut sur le rapporteur). Ce réglage étant réalisé, un inclinomètre permettra de fixer l'élévation. Enfin, un réglage fin se fera avec un mesureur de puissance du signal.



### Cas de l'antenne à monture polaire ou équatoriale. Polar Mount

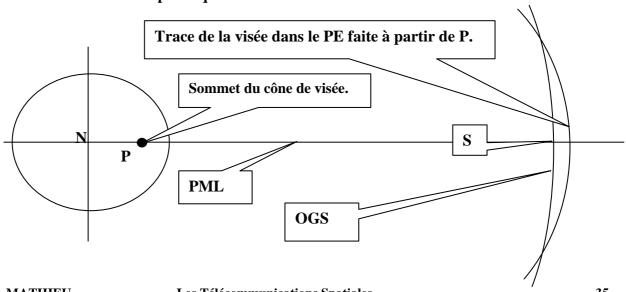
Ce type d'antenne possède un degré de liberté en rotation, qui lui permet de suivre approximativement la trace de l'OGS dans le plan équatorial.

#### Son mouvement s'inspire du mécanisme de poursuite des télescopes.

Pour balayer l'OGS rigoureusement il faut une rotation autour de l'axe de rotation du globe. Le dessin suivant dans le plan équatorial montre la visée obtenue par rotation autour d'un axe en P parallèle à l'axe du globe.

tg Az' = tg Lon / sin Lat (A'z compté à partir du sud).

Dessin fait dans le plan équatorial.



J. M. MATHIEU

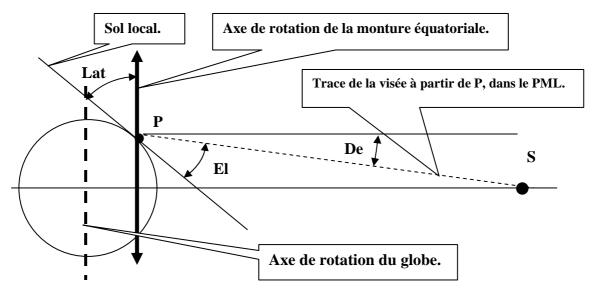
Les Télécommunications Spatiales.

Le réglage initial de la monture polaire se fait sur un satellite virtuel S à Lon =  $0^{\circ}$ 

Par conséquent  $\cos \beta = \cos \text{Lat}(P) \cos \text{Lon devient } \cos \beta = \cos \text{Lat}(P)$ 

Et donc finalement  $\beta = Lat(P)$  pour cet unique cas particulier.

La direction de visée en rotation autour du point local P définit un cône très plat dont le sommet est P et la base la trace de la visée dans le PE.



Dessin fait dans le PML.

$$tg El = \frac{\cos \beta - 0.1513}{\sin \beta}$$

On retiendra que l'axe de la monture polaire doit être réglé avec un angle de valeur Lat(P) par rapport au sol.

Que l'axe de la monture doit être dans le plan méridien local PML.

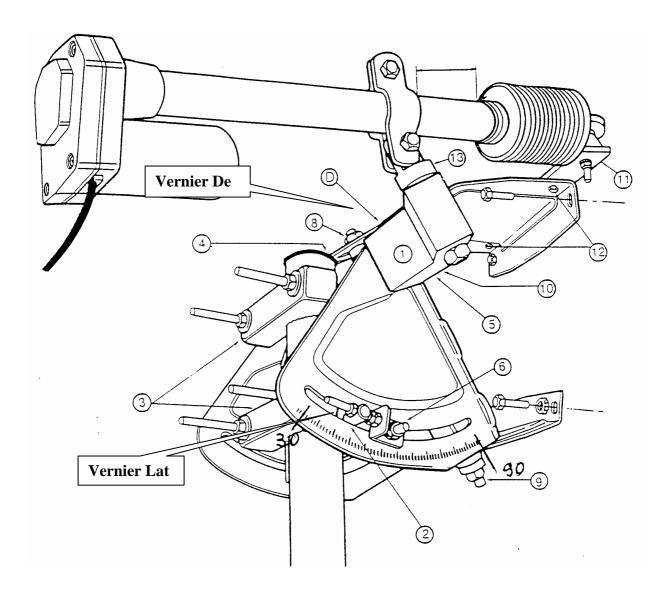
Le réglage initial de visée se fait dans le PML, avec une déclinaison De, imposée par la latitude locale. Pour l'IUT elle vaut 6°5.

On note l'évidente relation Lat + El + De =  $90^{\circ}$ 

L'antenne type à monture équatoriale est décrite ci-dessous. Elle matérialise les descriptions de cette partie du cours.(voir TP).

Dans les deux figures précédentes la visée parfaite sur l'OGS avec l'angle Lat avec le sol, n'est pas le meilleur compromis.

L'approximation la meilleure pour une couverture de environ + ou  $-30^{\circ}$  autour du PML ajoute une correction de  $0.6^{\circ}$  à l'angle Lat, sans oublier l'angle Lat.



#### Annexe:

Le tableau suivant donne les valeurs pour Marseille (Lat  $43^{\circ}$  3) des angles  $\beta$ , El, Az, De en fonction de la longitude relative Lon(S) – Lon(P).

on notera la très faible variation de la déclinaison De. (voir abaque A et B )

tg Az' = tg Lon / sin Lat tg El = 
$$\frac{\cos \beta - 0.1513}{\sin \beta}$$
 tg De  $\approx$  tg $\alpha$  =  $\frac{\sin \beta}{6,609 - \cos \beta}$ 

Lon(S) - Lon(P)	b	El	Az	De
0	43	40,4	0	6,63
5	43,23	40,14	7,3	6,64
10	43,93	39,36	14,5	6,71
15	45,05	38,10	21,45	6,85
20	46,59	36,43	28,10	6,98
30	50,7	31,93	40,25	7,37
32	51,67	30,90		7,43
35	53,2	29,25	45,75	7,55

Les graphes A et B donnent la déclinaison De = A+B en fonction de la latitude du lieu pour l'antenne à réflecteur utilisée en TP.

