TD Variations Second degré

Exercice 1

Soit h la fonction définie par la relation :
$h(x) = 4x^2 + 2x + 1$

1. Dresser le tableau de variations de la fonction h.

2. Justifier que la fonction h ne s'annule jamais sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2

Pour chacune des fonctions, dresser le tableau de variations et donner les caractéristiques de leur extréma :

1. $f : x \longmapsto \frac{1}{6}\cdot x^2 + \frac{1}{4}x + 1$ 2. $g : x \longmapsto -x^2 + 2\sqrt{3}x - 1$

Exercice 3

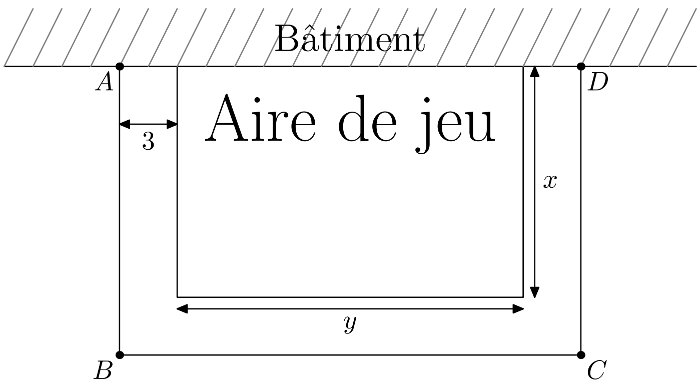
Soit g la fonction définie par la relation :
$g(x) = -4x^2 + 4x - 1$

1. Dresser le tableau de variations de la fonction g.

2. Justifier que la fonction g s'annule en une unique valeur qu'on précisera.

Exercice 4

On veut construire le long d'un bâtiment une aire de jeu rectangulaire. De plus, on souhaite que les dimensions de ce rectangle soient supérieures ou égales à $10\,m$. Cet espace de jeu est entouré sur trois côtés d'une allé de $3\,m$ de large comme l'indique le croquis ci-dessous.



L'ensemble est clôturé sur les trois côtés $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$. On s'intéresse à la longueur $\mathscr{L}$ de la clôture :
$\mathscr{L} = AB + BC + CD$.
On note x et y les dimensions en mètres de l'aire de jeu *(la valeur de x et de y sont nécessairement positifs)*.

On dispose de 100 mètres de clôture qu'on souhaite entièrement utilisé :

1. a. Exprimer, dans ces conditions, la valeur de y en fonction de x.

   b. Justifier que la valeur de x doit être inférieure à 44.

2. Déterminer les dimensions afin que les 100 mètres de clôtures soient utilisés et que l'aire de jeu soit maximale.

Exercice 5

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x) = 2\cdot x^2 - 16\cdot x + 30$

1. Etablir que la fonction f admet pour forme canonique :
   $f(x) = 2\cdot\left[\left(x-4\right)^2 - 1\right]$

2. En déduire factoriser l'expression de la fonction f sous la forme de deux facteurs de degré 1.

   Indication : la fonction f admet une factorisaiton de la forme : $f(x) = 2\cdot\left(a\cdot x + b\right)\left(c\cdot x + d\right)$ où $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

3. Dresser le tableau de signes de la fonction f.

Exercice 6

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$f(x) = 6x^2 - 9x - 6$

1. Montrer que l'expression de $f(x)$ peut s'écrire :

$$f(x) = 6\left[\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{25}{16}\right]$$

2. En remarquant que $\frac{25}{16} = \left(\frac{5}{4}\right)^2$, factoriser l'expression de la fonction f sous la forme de deux facteurs de degré 1.

3. Dresser le tableau de signes de la fonction f.

Exercice 7

1. Factoriser l'expression : $-2{\cdot}x^2 - 3{\cdot}x + 5$.

2. Pour chaque proposition, une seule réponse est correcte. Cochez la case correspondant.

Indication : on utilisera le résultat de la question 1.

a. La forme de factorisée de $-x^2 - \frac{3}{2}{\cdot}x + \frac{5}{2}$ est :

☐ $(x+5)(1-x)$ ☐ $\left(x+\frac{5}{2}\right)(1-x)$

☐ $(x+5)\left(1-\frac{1}{2}{\cdot}x\right)$ ☐ $\left(x+\frac{5}{2}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x\right)$

b. La forme de factorisée de $-2{\cdot}x^2 - 3{\cdot}x + 5 + (1-x)$ est :

☐ $(2{\cdot}x+5)(2-x)$ ☐ $(2{\cdot}x+5){\cdot}x$

☐ $(2{\cdot}x+6)(2-x)$ ☐ $(2{\cdot}x+6)(2-x)$

c. La forme de factorisée de $-2{\cdot}(x+1)^2 - 3{\cdot}(x+1) + 5$ est :

☐ $(2{\cdot}x+6)(1-x)$ ☐ $(2{\cdot}x+6)(2-x)$

☐ $-(2{\cdot}x+7){\cdot}x$ ☐ $(2{\cdot}x+7)(2-x)$