$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$

Donc par produit :
$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln(x) = +\infty$

3) a) $f(x) = x^2 \ln(x)$ *

$f(x)$ f est de la forme $u(x) \times v(x)$
Donc $f'(x) = u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x)$

avec $u(x) = x^2$ $\quad u'(x) = 2x$
$v(x) = \ln(x)$ $\quad v'(x) = \frac{1}{x}$

$f'(x) = 2x \times \ln(x) + x^2 \times \frac{1}{x}$
$= 2x \ln(x) + \frac{x^2}{x}$
$= 2x \ln(x) + x$
$f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$

dérivable en tant que
* f est ~~..~~ le produit de fonctions dérivables sur $]0 ; +\infty[$

b) $x > 0$ donc le signe de $f'(x)$ est celui de $2\ln(x) + 1$

On cherche : $2\ln(x) + 1 > 0$
$2\ln(x) > -1$
$\ln(x) > -\frac{1}{2}$
$e^{\ln(x)} > e^{-\frac{1}{2}}$
Donc $x > e^{-\frac{1}{2}}$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) NAJI
PRENOM : (en majuscules) INES
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 16/01/2008
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Matière : Math

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exercice 1

Question 1 : Réponse C

Question 2 : Réponse C

Question 3 : Réponse B

Question 4 : Réponse C

Question 5 : Réponse ~~C~~ D

Exercice 3

~~1) a)~~
2) Un joueur gagne s'il a obtenu un gain strictement positif. Les gains strictement positifs sont ceux obtenus dans les cases rouges et vertes. Toutes les cases ont la même probabilité d'être atteintes, soit une probabilité de 0,25 étant donné qu'il y a 4 types de cases.

On note G l'évènement où un joueur gagne

$p(G) = 0,25 + 0,25$
$= 0,5$

La probabilité p qu'un joueur gagne est ~~de~~ 0,5 soit 50 %.

3) Cet évènement suit une loi binomiale de paramètre $n = 10$ et $p = \frac{4}{15}$

a) $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

$P(X=2) = \binom{10}{2} \left(\frac{4}{15}\right)^2 \left(1 - \frac{4}{15}\right)^{10-2}$

$P(X=2) = \binom{10}{2} \left(\frac{4}{15}\right)^2 \left(1 - \frac{4}{15}\right)^8$

D'après la calculatrice
$P(X=2) = 0,268$ arrondi au millième.

b) La probabilité qu'il gagne au moins 3 fois est :

$P(X \geq 3) \Leftrightarrow 1 - P(X=2)$

D'après la question précédente $P(X=2) = 0,268$
Donc $1 - P(X=2)$
$\Leftrightarrow 1 - 0,268 = 0,732$

Donc $P(X \geq 3) = 0,732$

c) $E(X) = n \times p$
avec $n = 10$ et $p = \frac{4}{15}$

Donc $E(X) = 10 \times \frac{4}{15}$
$= \frac{8}{3}$

On estime donc que le joueur espère gagner $\frac{8}{3}$ des parties qu'il jouera.

1) a)

x_i	0,25	0,25	0,25	0,25
x	9	4	0	$-a$

<u>Exercice 2</u> :

2) $f(x) = x^2 \ln(x)$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} x^2 \ln(x)$

Par croissance comparée :
$\lim_{x \to 0^+} x^2 \ln(x) = 0$

Donc $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} x^2 \ln(x)$

$\Leftrightarrow \quad x^2 = x \qquad \Delta = b^2 - 4ac$

$\Leftrightarrow \quad \sqrt{x^2} = \sqrt{x} \qquad = 2^2 - 4 \times -1 \times -1$

$\Leftrightarrow \quad x = \sqrt{x} \qquad = 0$ il y a une solution

$S = \{\sqrt{x}\}$

PARTIE B

$\begin{cases} U_0 = 0{,}1 \\ U_{n+1} = 2U_n - U_n^2 \end{cases}$

$(P_n) : \quad 0 < U_n < U_{n+1} < 1$

Initialisation : pour $n = 0$

D'une part $U_0 = 0{,}1$

D'autre part $U_1 = 2 \times 0{,}1 - (0{,}1)^2$
$= 0{,}19$

Donc $0 < 0{,}1 < 0{,}19 < 1$

On a bien $0 < U_0 < U_1 < 1$

Ainsi la propriété est vérifiée au rang $n = 0$.

Hérédité : Soit $\forall n \geq 0$, supposons que $0 < U_n < U_{n+1} < 1$,
montrons alors que $0 < U_{n+1} < U_{n+2} < 1$

$U_{n+1} = g(U_n)$ et puisque g est croissante sur l'intervalle $[0;1]$ alors on a :

$g(0) < g(U_{n+1}) < g(U_n) < g(1)$

$g(0) = 2 \times 0 - 0^2 = 0 \qquad g(1) = 2 \times 1 - 1^2 = 1$

$g(U_n) = U_{n+1}$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) NAJI
PRENOM : (en majuscules) INES
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 16/01/2008
1.2
Concours / Examen : Bac Blanc Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Matière : Math
Session :

x	0		$e^{-\frac{1}{2}}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
f	0	↘	$f(e^{-\frac{1}{2}})$	↗	$+\infty$

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f(e^{-\frac{1}{2}}) = \left(e^{-\frac{1}{2}}\right)^2 \times \ln\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)$

4) a) Par lecture graphique on conjecture :
$0{,}9 < x_I < 1$ au dixième

b) On a $f(x) = x^2 \ln(x)$
et $f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$

$f''(x) = u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x)$
avec $u(x) = x \qquad u'(x) = 1$
$v(x) = 2\ln(x) + 1 \qquad v'(x) = \frac{2}{x}$

f' est dérivable en tant que produit de fonction dérivables sur $]0;+\infty[$.

$f''(x) = 1 \times (2\ln(x)+1) + x \times \frac{2}{x}$

$= 2\ln(x) + 1 + \frac{2x}{x}$

$= 2\ln(x) + 1 + 2$

$f''(x) = 2\ln(x) + 3$

Le signe de $f'(x)$ ~~&~~ est celui de $2\ln(x) + 3$

$2\ln(x) + 3 \geqslant 0$

$2\ln(x) \geqslant -3$

$\ln(x) \geqslant \frac{-3}{2}$

$x \geqslant e^{\frac{-3}{2}}$

Donc sur $]0 ; e^{\frac{-3}{2}}]$ f est concave et sur $[e^{\frac{-3}{2}} ; +\infty[$ f est convexe

La fonction f change de signe au point d'abscisse $e^{\frac{-3}{2}}$

~~&~~ Les coordonnées de son point d'inflexion sont $I\,(e^{\frac{-3}{2}} ; 0)$

5.)

Exercice 4 :

~~g(x)~~

PARTIE A :

$g(x) = 2x - x^2$.

1.) g est dérivable en tant que fonction polynomiale sur $[0 ; 1]$.

$g'(x) = 2 - 2x$

Donc le signe de g' est celui de $2 - 2x$

$2 - 2x \geqslant 0$

$-2x \geqslant -2$

$2x ~~\geqslant~~ \leqslant 2$

$x \leqslant 1$

Sur $[0 ; 1]$, $g'(x)$ est positive donc g est croissante sur l'intervalle $[0 ; 1]$.

2.) Pour tout $x \in [0 ; 1]$, $g(x) \in [0 ; 1]$ car pour tout réel positif $\in [0 ; 1]$, $g(x)$ est croissante.

De plus, pour tout $x \in [0 ; 1]$,

$x \geqslant 0$ donc $2x \geqslant 0$

et $x^2 \geqslant 0$.

Donc pour tout $x \in [0 ; 1]$,

$g(x \in [0;1]) = 2 \times (x \in [0;1]) - (x [0;1])^2$
$\in [0 ; 1]$

3.) $g(x) = x \iff 2x - x^2 - x = 0$

$\iff 2x - x^2 = x \iff -x^2 + 2x - x = 0$

$\iff$ ~~$-x^2 = x - 2x$~~

$\iff$ ~~$-x^2 = -x$~~

Page / nombre total de pages

☐☐ / ☐☐

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) NAJI

PRENOM : (en majuscules) INES

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 16/01/2008

1.2

Concours / Examen : .... Section / Spécialité / Série : ....

Epreuve : .... Matière : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ....

et $g(U_{n+1}) = 2U_{n+1} - U_{n+1}^2$
$= U_{n+2}$

Alors, en effet.

$g(0) \leq g(U_{n}) \leq g(U_{n+1}) \leq g(1)$

$\Leftrightarrow$ $0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$.

Ainsi, $\forall n \geq 0$, d'après le principe de raisonnement par récurrence :

$0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$.

2) Puisque $U_{n+1} \geq U_n$, alors (U_n) est croissante. De plus $0 \leq (U_n) \leq 1$ donc la suite est majorée par 1. Donc d'après le théorème de convergence monotone, puisque la suite (U_n) est croissante et majorée, alors elle converge.

3) La suite (U_n) est continue et croissante sur $[0 ; 1]$. Elle converge vers un réel ℓ et $U_{n+1} = g(U_n)$. Donc d'après le théorème du point

fixe : $g(\ell) = \ell$.

D'après la question 3 de la partie A
$\ell =$

PARTIE C :

2) $v_n = 1 - u_n$

a) $v_0 = 1 - u_0$
$= 1 - 0,1$
$= 0,9$

$v_1 = v_0^2$
$= 0,9^2$
$= 0,81$

$v_2 = v_1^2 = 0,81^2 = 0,6561$

b)

c) (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 2^n$ et de premier terme $v_0 = 0,19$

$v_n = v_0 \times q^n$
$v_n = 0,15 \times (2^n)^n$
$= 0,15 \times 2^{n^2}$

2) b) (P_n) : $v_n = 0,9^{(2^n)}$

Initialisation pour $n = 0$

D'une part $v_0 = 0,9$
D'autre part $0,9^{(2^0)} = 0,9^1$
$= 0,9$

Donc la propriété est vérifiée au rang $n = 0$

Hérédité : Soit $\forall n \geq 0$, supposons que $v_n = 0,9^{(2^n)}$
montrons alors que $v_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$

En effet,

b. $P(X \geqslant 3) = 1 - p(X \leqslant 2) = 0{,}264.$

c. $E(X) = n \times p = 10 \times \frac{4}{15} = 2{,}667.$

En moyenne, On peut esperer gagner 2,667 partie sur les 10 jouées.

* Suite exercice 2.

5.a) $f\left(\frac{1}{e}\right) = \left(\frac{1}{e}\right)^2 \ln\left(\frac{1}{e}\right) = 0.$

La Tangente T à C au point d'abscisse $\frac{1}{e}$ passe par l'origine du repere.

b) La position relative de T et de C est que T est au dessus de C car la tangente a un vecteur directeur < 1. donc elle décroit. De plus, on sait d'après la question précedente que la tangente pars de T et arrive vers C.

Exercice 2.

$f(x) = x^2 \ln(x).$

1. $f(ab) = (ab)^2 \times (\ln(a) + \ln(b)).$

$= \cancel{(a^2 + 2ab + b^2) \times (\ln(a) + \ln(b))}$

$= \cancel{(a^2 + 2ab + b^2)(\ln a) + (a^2 + 2ab + b^2(\ln b))}$

2. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} x^2 \ln(x)$

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 0^+} x^2 = 0 \\ \lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = 1 \end{array}\right\}$ par produit, $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln(x)$

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty \end{array}\right\}$ par produit, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty.$

3 a. $f'(x) = 2x\ln(x) + \frac{1}{x} \times x^2$

$= 2x\ln(x) + \frac{x^2}{x}$

$= 2x\ln(x) + x$

$f'(x) = x(2\ln(x)+1)$

b. $x > 0$ sur $\mathbb{R}^+_*$
$2\ln(x)+1 > 0$ sur $\mathbb{R}^+_*$
donc, $f'(x) > 0$ sur $\mathbb{R}^+_*$

x	0		$+\infty$
f'	||	$+$	
f	0	$\nearrow$	$+\infty$

4 a. Avec le graphique, on peut conjecturer que $0,3 < x_I < 0,4$.

b. $f''(x) = x \times \frac{2}{x} + 2\ln(x) + 1$.

$= \frac{2x}{x} + 2\ln(x) + 1$.

$= \frac{2x + 2x\ln + x}{x}$

$f''(x) = 2x + 2\ln + x$.

$f''(x) < 0$ quand $x \in]0;0,3]$
et $f''(x) > 0$ quand $x \in [0,3;+\infty[$

donc f est concave de $]0;0,3]$
et est convexe sur $[0,3;+\infty[$
donc sa convexité change en l'absice 0.3

5a. (Suite dans la page 4)

Exercice 3

1. a)

X	R	V	B	N
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
gain algébrique	$+9$	$+4$	0	$-a$

b.) On a. $\left(9 \times \frac{1}{4}\right) + \left(4 \times \frac{1}{4}\right) + \left(0 \times \frac{1}{4}\right) = \frac{13}{4}$

a doit prendre la valeur de:
$9 + 4 + 0 = 13$.
Ce qui va faire: $-13 \times \frac{1}{4} = -\frac{13}{4}$

$E(x) = \frac{13}{4} - \frac{13}{4} = 0$.

"a" doit ~~avec~~ prendre la valeur de 13 pour que le jeu soit équitable

2. Vu que toute les cases ont la même probabilité d'être atteintes, et qu'on a 2 cases $\neq 4$ qui nous permettent de gagner alors ~~p~~
$P = \frac{1}{2}$.

3. a) $P(X=2) = \binom{10}{\frac{4}{15}} \left(\frac{4}{15}\right)^{\frac{4}{15}} \times \left(\frac{11}{15}\right)^{10-\frac{4}{15}}$

$P(X=2) = 0,268$

* X suit la loi binomiale car on répète la même expérience 10 fois de manière indépendante à issue
$\mathcal{B}(10; \frac{4}{15})$

On a : $U_n = 0,9^{(2^n)}$

$\cancel{N(U_n) = N(0,9^{(2^n)})}$

$g(U_n) = N(0,9^{(2^n)})$

on applique N qui est croissante (B-1) donc elle ne change pas l'ordre.

$U_{n+1} = 0,9^{2^{n}}$

3. $N_n = 0,9^{(2^n)}$
$U_n = 1,8 - 0,9^{(2^n)}$

4. $\lim\limits_{n \to 1} U_n = 0,19$

Partie D.

1. b. ~~La~~ valeur renvoyée est le nombre de semaine qu'il faut pour que 99 % de la population possède l'application.

2 ~~La~~ suite (U_n) converge plus rapidement vers 1 que la suite (w_n) car la raison de la suite (w_n) est plus faible que celle de (U_n) ce qui fait qu'elle converge moins rapidement.

Exercice 4.

$U_{n+1} = 2U_n - U_n^2$
$U_0 = 0,1$.

Partie A.

$g(x) = 2x - x^2$. g est dérivable.

1. $g'(x) = 2 - 2x$ $g(0) = 0$
$g(1) = 1$

$g'(x) > 0$ quand $x \in [0;1[$

x	0		1
$f(x)$		+	
	0	↗	1

2. g est continue car dérivable et est strictement croissante et on a ~~g(0)=0 et g(1)=1.~~ g et $x \in [0;1]$.
D'après le corollaire de TVI, on a $g(x) = x$ donc pour tout $x \in [0;1]$ on a $g(x) \in [0;1]$.

3. g est continue, convergente et on $g(x) = x$ (question A-2).

donc ~~gt~~ d'après le theoreme du point fixe on a $g(x) = x$.

Partie B

1. $U_0 = 0,1$.
$U_1 = 0,11$.

Initialisation : On a pour tout (~~reel~~) $n \in [0;1]$.

$0 \leq U_0 = 0,1 \leq U_1 = 0,11 \leq 1$.

Hérédité :
Supposons qu'on a $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$.
montrons qu'alors $0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$.

$0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

$g(0) \leq g(U_n) \leq g(U_{n+1}) \leq g(1)$ on applique la fonction g qui est croissant sur [0,1] donc ne change pas l'ordre

$0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$.

La recurrence est verifiée.

Conclusion : pour tout $n \in [0,1]$ on a $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

2. La suite est croissante et majorée donc elle converge vers un réel l.

3. ~~Or~~ $\lim_{n \to 1} U_n = \cancel{0,4161}$

$= 2 \times 0,11 - 0,11^2 = 0,4161$

$\lim_{n \to 1} U_n = 0,4161$.

Donc il y aura ~~au maximum~~ 41,61% de population qui possedera l'application au bout d'une semaine.

Partie C

$V_n = 1 - U_n$

1. $V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$
$= 1 - 2U_n - U_n^2$.
$= 1 + U_n(2 - U_n)$
$= 1 -$

2 a) $V_0 = 1 - U_0 = 0,9$.
$V_1 = (0,9)^2 = 0,81$.
$V_2 = (0,81)^2 = 0,6561$.

b. Initialisation :
Pour tout $k \in [0;1]$, on a :
$V_0 = 0,9$
$V_0 = 0,9^{(2^0)} = 0,9$.

~~Hé~~
Hérédité :
Supposons qu'on a $V_n = 0,9^{(2^n)}$
montrons qu'alors $V_{n+1} = 0,9^{(2^n)}$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : DEBBECH
(en majuscules)
PRENOM : MOHAMED ANAS
(en majuscules)
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 28/11/2008
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : EDS Maths
Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exercice 1.

Question 1. $\boxed{A}$

Question 2. $\boxed{C}$

Question 3. $\boxed{B}$

Question 4. $\boxed{C}$

Question 5. $\boxed{C}$

Page / nombre total de pages
/

Page / nombre total de pages
01/01

Page / nombre total de pages

Page / nombre total de pages

$f'(x) = 2x \times \ln(x) + x^2 \times \frac{1}{x}$

$f'(x) = 2x\ln(x) + x$

$\boxed{f'(x) = x(2\ln(x)+1)}$, $\forall x > 0$

b) $f'(x) = x(2\ln(x)+1)$, $x > 0$

donc le signe dépend de $2\ln(x)+1$

x	0		$e^{-\frac{1}{2}}$		$+\infty$
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
variation de f	0	$\searrow$	$f(e^{-\frac{1}{2}})$	$\nearrow$	$+\infty$

$2\ln(x) + 1 \geq 0$

$2\ln(x) \geq -1$

$\ln(x) \geq \frac{-1}{2}$

$e^{\ln(x)} \geq e^{-\frac{1}{2}}$ (car $e^x > 0$)

$\boxed{x \geq e^{-\frac{1}{2}}}$

4) a) Par lecture graphique, on peut conjecturer que C admet un point d'inflexion d'abscisse est comprise entre 0,1 et 0,3 puisqu'on remarque que les tangentes à cette courbe la traversent.

$\boxed{0{,}1 < x_I < 0{,}3}$

b) La fonction f est doublement dérivable comme produit de fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$:

$f''(x) = 1 \times (2\ln(x)+1) + x \times \frac{2}{x}$

$f''(x) = 2\ln(x) + 3$

EXERCICE 1 :

1) C

2) A

3) B

4) C

5) D

EXERCICE 3 :

On note les événements suivants :

R : "atteindre une case rouge"

V : "atteindre une case verte"

B : "atteindre une case bleue"

N : "atteindre une case noire"

1) a)

x_i	$-a$	0	4	9
$P(X=x_i)$	$P(N) = \frac{14}{30}$	$P(B) = \frac{8}{30}$	$P(V) = \frac{6}{30}$	$P(R) = \frac{2}{30}$

b) À partir de la loi de probabilité de X donnée en 1a., calculons l'espérance et résoudre pour a afin que le jeu soit équitable :

$E(X) = 0 \iff -a \times \frac{14}{30} + 0 \times \frac{8}{30} + 4 \times \frac{6}{30} + 9 \times \frac{2}{30} = 0$

$\iff \frac{-14a}{30} + \frac{24}{30} + \frac{18}{30} = 0$

$\iff \frac{-14a}{30} = -\frac{42}{30}$

$\iff -14a = -\frac{42 \times 30}{30}$

$\iff a = \frac{-42}{-14}$

$\iff \boxed{a = 3}$

2) On note S l'évènement "obtenir un gain strictement positif". On note p la probabilité de cet évènement

$p = P(R) + P(V)$

$p = \frac{2}{30} + \frac{6}{30}$

$p = \frac{8}{30}$

$\boxed{p = \frac{4}{15}}$

3) On répète 10 fois la même expérience de manière indépendante et aléatoire. À chaque lancer, la probabilité de succès p est égale à $\frac{4}{15}$. Ainsi, en respectant une expérience de Bernoulli, la variable aléatoire notée X respecte la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = \frac{4}{15}$.

Donc $P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

$P(X=k) = \binom{10}{k} \left(\frac{4}{15}\right)^k \left(1 - \frac{4}{15}\right)^{10-k}$

a) $P(X=2) = \binom{10}{2} \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(\frac{11}{15}\right)^8$

À la calculatrice, on obtient $\boxed{P(X=2) \approx 0{,}268}$

b) $P(X \geq 3) = 1 - (P(X=0) + P(X=1) + P(X=2))$

À la calculatrice, on obtient $\boxed{P(X \geq 3) \approx 0{,}524}$

c) $E(X) = np$

$E(X) = 10 \times \frac{4}{15}$

$E(X) = \frac{8}{3} \approx 2{,}67$

En jouant suffisamment de fois, on est quasiment sûrs de gagner 2 parties.

EXERCICE 2

1) On a la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$.

$f(x) = x^2 \ln(x)$

$f(ab) = (ab)^2 \ln(ab)$

$f(ab) = a^2 \times b^2 \times (\ln(a) + \ln(b))$

$f(ab) = a^2b^2 \ln(a) + a^2b^2 \ln(b)$

$f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) Calculons les limites aux bornes de f

* $\lim_{x \to 0^+} x^2 \ln(x) = 0$, par croissance comparée $\left(\lim_{x \to 0^+} x^n \ln(x) = 0 \text{ avec } n \in \mathbb{R}^*\right)$

Donc $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$

* $\lim_{x \to +\infty} x^2 \ln(x) = +\infty$, par produit.

3) a) La fonction f est dérivable comme produit de 2 fonctions u et v dérivables sur $]0 ; +\infty[$:

$u(x) = x^2 \quad v(x) = \ln(x)$

$u'(x) = 2x \quad v'(x) = \frac{1}{x}$

Ainsi, $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$

Hérédité :

On suppose que $0 \le u_n \le u_{n+1} \le 1$, vérifions alors que $0 \le u_{n+1} \le u_{n+2} \le 1$ pour un n fixé appartenant à $\mathbb{N}$.

En effet,

$0 \le u_n \le u_{n+1} \le 1$

On applique la fonction f, strictement croissante sur $[0;1]$:

$f(0) \le f(u_n) \le f(u_{n+1}) \le f(1)$

$0 \le u_{n+1} \le u_{n+2} \le 1$

P est vérifiée pour un n fixé, donc d'après ~~le~~ le principe de raisonnement par récurrence, P est héréditaire pour tout n appartenant à $\mathbb{N}$.

2) La suite (u_n) est croissante et majorée par 1. D'après le théorème de la croissance monotone, (u_n) converge vers un réel l. $\forall n \in \mathbb{N}$;

3) $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n) = 1$

Cela signifie qu'après n semaines, la proportion de la population ayant installé l'application se rapprochera de 100 %.

Partie C

1) $\forall n \in \mathbb{N}$,

$v_n = 1 - u_n$

Ainsi, d'une part, $v_{n+1} = 1 - u_{n+1}$

$v_{n+1} = 1 - 2u_n - u_n^2$

D'autre part $v_n^2 = (1 - u_n)^2$

$v_n^2 = 1 - 2u_n \times 1 + u_n^2$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) CHAHERLI
PRENOM : (en majuscules) NOURHAYET
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 14/04/2008

1.2

Concours / Examen : Bac blanc Section / Spécialité / Série :

Epreuve : Matière : Maths

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

$f''(x) \ge 0 \iff 2\ln(x) + 3 \ge 0$

$\iff 2\ln(x) \ge -3$

$\iff \ln(x) \ge -\frac{3}{2}$

$\iff e^{\ln(x)} \ge e^{-\frac{3}{2}}$ (car e^n est strictement positive)

$\iff x \ge e^{-\frac{3}{2}}$

x	0		$e^{-\frac{3}{2}}$		$+\infty$
signe de $f''(x)$		$-$	0	$+$	
variations de f'		↘	$f(e^{-\frac{3}{2}}) \approx 0{,}22$	↗	

Puisque f' est décroissante sur $]0;e^{-\frac{3}{2}}[$, cela veut dire que C est concave sur cet intervalle. Sur $]e^{-\frac{3}{2}};+\infty[$, f' est croissante donc C est convexe sur cet intervalle.

C admet un point d'inflexion d'abscisse $e^{-\frac{3}{2}}$ et d'ordonnée égale à $f(e^{-\frac{3}{2}})$ soit environ 0,22.

5) a) $T : y = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$

$= \frac{1}{e}\left(2\ln\left(\frac{1}{e}\right) + 1\right) \times \left(x - \frac{1}{e}\right) + \left(\frac{1}{e}\right)^2 \ln\left(\frac{1}{e}\right)$

$= \cancel{\frac{2x}{e}\ln\left(\frac{1}{e}\right) + \frac{x}{e} + \left(\frac{1}{e}\right)^2 \ln\left(\frac{1}{e}\right)}$

On remplace x par 0 dans l'équation de la tangente au point d'abscisse $\frac{1}{e}$:

$$\frac{1}{e}\left(2\ln\left(\frac{1}{e}\right)+1\right)\left(0-\frac{1}{e}\right)+\left(\frac{1}{e}\right)^2\ln\left(\frac{1}{e}\right)=0$$

La tangente passe bien par l'origine O du repère.

b) $f(x) - T = x^2\ln(x) - \left[\frac{1}{e}\left(2\ln\left(\frac{1}{e}\right)+1\right)\left(x-\frac{1}{e}\right)+\left(\frac{1}{e}\right)^2\ln\left(\frac{1}{e}\right)\right]$

$$= x^2\ln(x) - \frac{1}{e}\left(2\ln\left(\frac{1}{e}\right)+1\right)\left(x-\frac{1}{e}\right)-\left(\frac{1}{e}\right)^2\ln\left(\frac{1}{e}\right)$$

$$= x^2\ln(x) - \left(\frac{-x}{e}+\left(\frac{1}{e}\right)^2\right)\left(2\ln\left(\frac{1}{e}\right)+1\right)-\left(\frac{1}{e}\right)^2\ln\left(\frac{1}{e}\right)$$

$$= x^2\ln(x) - \left[\frac{-2x\ln\left(\frac{1}{e}\right)-x}{e}+\left(\frac{1}{e}\right)^2\times 2\ln\left(\frac{1}{e}\right)+\left(\frac{1}{e}\right)^2-\left(\frac{1}{e}\right)^2\ln\left(\frac{1}{e}\right)\right]$$

$$= x^2\ln(x) + \frac{2x\ln\left(\frac{1}{e}\right)+x}{e}-\left(\frac{1}{e}\right)^2\times 2\ln\left(\frac{1}{e}\right)-\left(\frac{1}{e}\right)^2+\left(\frac{1}{e}\right)^2\ln\left(\frac{1}{e}\right)$$

$=$

EXERCICE 4

Partie A :

1) Puisque $0 \leq x \leq 1$, alors $2x - x^2 \geq 0$.
g est donc strictement croissante sur $[0 ; 1]$.

2) Calculons les images aux bornes de l'intervalle :

$g(0) = 2\times 0 - 0^2 = 0$

$g(1) = 2\times 1 - 1^2$
$g(1) = 2 - 1$
$g(1) = 1$

On sait que g est strictement croissante sur $[0 ; 1]$, donc pour tout $x \in [0 ; 1]$ on a $g(x) \in [0 ; 1]$

3) $\forall x \in [0 ; 1]$,

$g(x) = x \iff 2x - x^2 = x$
$\iff 2x - x^2 - x = 0$
$\iff x - x^2 = 0$
$\iff x(1-x) = 0$

Ainsi, soit $\boxed{x_1 = 0}$ soit $1 - x = 0 \iff \boxed{x_2 = 1}$

Partie B

1) La propriété P : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

Initialisation :

Testons la propriété pour $n = 0$

D'une part $u_0 = 0,1$ et $u_1 = 2\times 0,1 - 0,1^2$
$u_1 = 0,2 - 0,001$
$u_1 = 0,19$

D'autre part, $0 \leq 0,1 \leq 0,19 \leq 1$

Donc $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$

P est vérifiée au rang 0.

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) CHAHERLI

PRENOM : (en majuscules) NOURHAYET

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 14/04/2008

1.2

Concours / Examen : .... **Section / Spécialité / Série :** ....

Epreuve : .... **Matière :** ....

CONSIGNES
- *Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.*
- *En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.*
- *Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.*
- *Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.*
- *Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.*

Session : ....

Donc $\boxed{v_{n+1} = v_n^2}$.

2) a) $v_0 = 1 - u_0$
$= 1 - 0,1$
$\boxed{v_0 = 0,9}$

$v_1 = v_0^2$
$v_1 = 0,9^2$
$\boxed{v_1 = 0,81}$

$v_2 = v_1^2$
$v_2 = 0,81^2$
$\boxed{v_2 = 0,6561}$

b) On note la propriété P : " $v_n = 0,9^{(2^n)}$ "
Initialisation : testons P pour $n = 0$,
D'une part, $v_0 = 0,9$
D'autre part $0,9^{2^0} = 0,9^1 = 0,9$
Donc $v_0 = 0,9^{2^0}$
P est vérifiée au rang 0.
Hérédité : on suppose que $v_n = 0,9^{(2^n)}$, démontrons alors que $v_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$ pour un n fixé.
En effet, $\forall n \in \mathbb{N}$,
$v_n^2 = 0,9^{(2^n)}$
$v_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$

Page / nombre total de pages

Page / nombre total de pages 9/11

P est vérifiée pour un n fixé appartenant à $\mathbb{N}$

D'après le principe du raisonnement par récurrence, P est héréditaire pour tout n appartenant à $\mathbb{N}$.

3) On sait que $v_n = 1 - u_n$
donc $0{,}9^{(2^n)} = 1 - u_n$
$0{,}9^{(2^n)} - 1 = -u_n$
$$\boxed{u_n = -0{,}9^{(2^n)} + 1}$$

On note $2^n = N$

4) $\lim\limits_{n \to +\infty} -0{,}9^{(2^n)} = \lim\limits_{n \to +\infty} 0{,}9^N = 0$, ~~d'après~~ car $-1 \leq -0{,}9 \leq 0$

d'après le théorème des suites géométriques.

$\lim\limits_{n \to +\infty} -0{,}9^{(2^n)} + 1 = \boxed{\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n) = 1}$, par somme.

Partie D

a) Voir Annexe

b) À l'aide de la calculatrice, on trouve que $u_n \geq 0{,}99$ à partir de $n = 6$.

2) La suite (u_n) converge beaucoup plus vite que (w_n) car elle met en jeu des puissances, qui, d'après les croissances comparés, convergent ~~(croissent)~~ plus vite que des simples coefficient (~~produit~~ et somme).

exactement 2 fois est égale à environ 0,268 (arrondi au millième).

b) La probabilité que le joueur gagne au moins 3 fois est égale à $p(Y \geqslant 3)$

$$p(Y \geqslant 3) = 1 - p(\overline{Y \geqslant 3})$$

$$= 1 - p(Y < 3)$$

$$p(Y \geqslant 3) = 1 - p(Y \leqslant 2)$$

À la calculatrice, $1 - p(Y \leqslant 2) \simeq 0,524$ arrondi au millième

Donc $\boxed{p(Y \geqslant 3) \simeq 0,524}$

Ainsi, la probabilité qu'il gagne au moins 3 fois est égale à environ 0,524 (arrondi au millième).

c) $E(X) = n \times p$

$$= 10 \times \frac{4}{15}$$

$$= \frac{8}{3}$$

$\boxed{E(X) \simeq 2,667}$ (arrondi au millième)

En moyenne, sur 10 parties consécutives jouées, le joueur gagne 2,667 parties à peu près, soit $\frac{8}{3}$ parties.

Exercice 3

1) a) À partir des données fournies, on considère les événements suivants :

R : « La flèche atteint une case rouge »
V : « La flèche atteint une case verte »
B : « La flèche atteint une case bleue »
N : « La flèche atteint une case noire »

Les probabilités associées à ces événements sont :

$p(R) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

$p(V) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

$p(B) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

$p(N) = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$

Loi de probabilité de X, la variable aléatoire représentant le gain algébrique du joueur :

x_i	9	4	0	$-a$
$P(X = x_i)$	$p(R) = \frac{1}{15}$	$p(V) = \frac{1}{5}$	$p(B) = \frac{4}{15}$	$p(N) = \frac{7}{15}$

b) Le jeu est équitable lorsque l'esperance $E(X)$ est nulle.

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i \, p(X = x_i)$$

$$= 9 \times \frac{1}{15} + 4 \times \frac{1}{5} + 0 \times \frac{4}{15} - a \times \frac{7}{15}$$

$$= \frac{9}{15} + \frac{4}{5} - \frac{7}{15} a$$

$$\boxed{E(X) = \frac{7}{5} - \frac{7}{15} a}$$

On résout $E(X) = 0$

$$\iff \frac{7}{5} - \frac{7}{15} a = 0$$

$$\iff \frac{7}{15} a = \frac{7}{5}$$

$$\iff a = \frac{\frac{7}{5}}{\frac{7}{15}}$$

$$\iff \boxed{a = 3}$$

<u>Verification</u>:

$$\frac{1}{15} \times 9 + \frac{1}{5} \times 4 + 0 \times \frac{4}{15} - 3 \times \frac{7}{15} = 0$$

Donc le jeu est équitable lorsque $a = 3$

2) $p = p(X > 0)$

$p = p(X = 9) + p(X = 4)$

$p = \frac{1}{15} + \frac{1}{5}$

$$\boxed{p = \frac{4}{15}}$$

La probabilité p qu'un joueur gagne est égale à $\frac{4}{15}$

3) a) Soit $\mathcal{E}$ l'epreuve de Bernoulle à deux issues différentes : S : « le joueur gagne la partie » et $\bar{S}$: « le joueur ne gagne pas la partie ».

$p(S) = \frac{4}{15}$ et $p(\bar{S}) = 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$

On répète 10 fois l'épreuve de Bernoulli de manière indépendante et identique.
Soit Y la variable aléatoire représentant le nombre de parties gagnées par le joueur sur 10 parties jouées.

Y suit une loi Binomiale $\boxed{\mathcal{B}\left(10; \frac{4}{15}\right)}$

La probabilité que le joueur gagne exactement 2 fois est égale à $p(Y = 2)$

$$p(Y = 2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(1 - \frac{4}{15}\right)^{10-2}$$

$$= \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(\frac{11}{15}\right)^8$$

$\boxed{p(Y = 2) \simeq 0{,}268}$ (arrondi au millième)

Donc la probabilité que le joueur gagne

La propriété est vraie pour $n = 0$

Hérédité

Supposons que pour un certain entier naturel k, on a :

$$0 \leq u_k \leq u_{k+1} \leq 1$$

et démontrons que :

$$0 \leq u_{k+1} \leq u_{k+2} \leq 1$$

En effet, d'après l'hypothèse de récurrence, on a

$$0 \leq u_k \leq u_{k+1} \leq 1$$

$$\Rightarrow g(0) \leq g(u_k) \leq g(u_{k+1}) \leq g(1)$$

car la fonction g est croissante sur $[0;1]$

$$\Rightarrow 0 \leq u_{k+1} \leq u_{k+2} \leq 1$$

Conclusion :

On peut donc affirmer que pour tout entier naturel n, on a

$$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) DRISS
PRENOM : (en majuscules) YACINE
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 30/07/2007
1.2

Concours / Examen : Baccalauréat Blanc Section / Spécialité / Série : Générale
Epreuve : Enseignement de spécialité Matière : Mathématiques

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : 2026

Exercice 1

Question 1 : Réponse C

Question 2 : Réponse C

Question 3 : Réponse B

Question 4 : Réponse C

Question 5 : Réponse D

Exercice 4

Partie A

1) On pose $g(x) = 2x - x^2$ $D_g = [0;1]$

g est une fonction de référence dérivable sur $[0;1]$

$\forall x \in [0;1]$, $g'(x) = 2 - 2x$

Afin de determiner les variations de g, on cherche le signe de $g'(x)$

$* \; g'(x) > 0 \iff 2 - 2x > 0$
$\iff 2x < 2 \quad \div 2 > 0$
$\iff x < 1$

$* \; g'(x) = 0 \iff 2 - 2x = 0$
$\iff 2x = 2$
$\iff x = 1 \in [0;1]$

$* \; g'(x) < 0 \iff 2 - 2x < 0$
$\iff 2x > 2 \quad \div 2 > 0$
$\iff x > 1$

x	0		1
signe de $g'(x)$		$+$	0

D'après le tableau de signe de $g'(x)$, sur $[0;1]$, $g'(x) \geqslant 0$ et $g'(x) = 0$ pour $x = 1$

Donc sur $[0;1]$, g est croissante.

x	0		1
Variations de g	0	$\nearrow$	1

$g(0) = 2 \times 0 - 0^2 = 0$ / $g(1) = 2 \times 1 - 1^2 = 1$

2) $\forall x \in [0;1]$
$0 \leqslant x \leqslant 1$
$g(0) \leqslant g(x) \leqslant g(1)$
$0 \leqslant g(x) \leqslant 1$
la fonction g est croissante sur $[0;1]$

Donc $\forall x \in [0;1]$, $g(x) \in [0;1]$

3) On cherche à résoudre l'équation $g(x) = x$.

$g(x) = x$
$\iff 2x - x^2 = x$
$\iff 2x - x^2 - x = 0$
$\iff x - x^2 = 0$
$\iff x(1 - x) = 0$
$\iff x = 0$ ou $1 - x = 0$
$\iff x = 0$ ou $x = 1$

$0 \in [0;1]$ et $1 \in [0;1]$

Donc l'ensemble des solutions de l'équation $g(x) = x$ est

$$\boxed{\mathcal{S} = \{0;1\}}$$

Partie B $\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n - u_n^2 \\ u_0 = 0{,}1 \end{cases}$ et $g(u_n) = u_{n+1}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Raisonnement par récurrence

Initialisation:

Pour $n = 0$; $\begin{cases} u_0 = 0{,}1 \\ u_1 = 2u_0 - u_0^2 = 0{,}19 \end{cases}$

d'où l'inégalité $0 \leqslant 0{,}1 \leqslant 0{,}19 \leqslant 1$
$0 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 1$

b) Raisonnement par récurrence

Initialisation:

Pour $n = 0$: $\begin{cases} v_0 = 0,9 \\ 0,9^{2^0} = 0,9^1 = 0,9 \end{cases}$

d'où l'égalité $v_0 = 0,9^{(2^0)} = 0,9$

La propriété est vraie pour $n=0$

Hérédité:

Supposons que pour un certain entier naturel k, on a

$$v_k = 0,9^{(2^k)}$$

et démontrons que

$$v_{k+1} = 0,9^{(2^{k+1})}$$

En effet, d'après l'hypothèse de récurrence, on a

$$v_k = 0,9^{(2^k)} \quad \text{au carré}$$

$$\Rightarrow v_k^2 = \left(0,9^{(2^k)}\right)^2$$

$$\Rightarrow v_{k+1} = 0,9^{(2^k)^2}$$

$$\Rightarrow v_{k+1} = 0,9^{(2^k \times 2)}$$

$$\Rightarrow v_{k+1} = 0,9^{(2^{k+1})}$$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) DRISS
PRENOM : (en majuscules) YACINE
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 30/07/2007
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc Section / Spécialité / Série : Générale
Epreuve : Enseignement de spécialité Matière : Mathématiques

Session : 2026

2) A partir de la question précédente, on a vu que:

$$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$$

On peut donc en déduire que:

* $u_n \leq u_{n+1}$ $\forall n \in \mathbb{N}$, ce qui signifie que la suite (u_n) est croissante,
* $u_n \leq 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$, ce qui signifie que la suite (u_n) est majorée par 1

D'après le Théorème de la convergence monotone,

La suite (u_n) est convergente vers un réel $\ell \in [0;1]$.

3) On sait que:
* $g(u_n) = u_{n+1}$
* g est une fonction de référence dérivable sur $[0;1]$ et donc continue sur cet intervalle $[0;1]$
* (u_n) converge vers un réel $\ell \in [0;1]$

tel que $\lim_{n \to +\infty} u_n = \ell$

D'après le Théorème du point fixe, ℓ est solution de l'équation $g(\ell) = \ell$

Or, d'après la question 3 de la partie A, on a vu que l'ensemble des solutions de l'équation $g(x) = x$ est $S = \{0 ; 1\}$, c'est-à-dire que $g(\ell) = \ell$
$\Leftrightarrow \ell = 0$ ou $\ell = 1$

Or, la suite (u_n) est croissante et $u_0 = 0{,}1$ et $u_n \leq 1$

Mais, $0 < 0{,}1$
$0{,}1 < 1 \leq 1$

Ainsi, on peut donc en déduire que

$\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$

Dans le contexte de cet exercice, cela signifie qu'après un grand nombre de semaines après le lancement de l'application, 100% de la population possèdera l'application.

Partie C

$\forall n \in \mathbb{N}, \quad v_n = 1 - u_n$

et on sait que $\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n - u_n^2 \\ u_0 = 0{,}1 \end{cases}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= 1 - u_{n+1} \\ &= 1 - (2u_n - u_n^2) \\ &= 1 - 2u_n + u_n^2 \\ &= 1^2 - 2 \times 1 \times u_n + u_n^2 \\ &= (1 - u_n)^2 \\ v_{n+1} &= v_n^2 \end{aligned}$$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}, \quad v_{n+1} = v_n^2$

2) a) Calcul des premiers termes de (v_n)

* $v_0 = 1 - u_0$
$= 1 - 0{,}1$
$v_0 = 0{,}9$

* $v_1 = v_0^2$
$= 0{,}9^2$
$v_1 = 0{,}81$

* $v_2 = v_1^2$
$= 0{,}81^2$
$v_2 = 0{,}6561$

A la calculatrice, $n \geqslant 6$

Donc la valeur renvoyée par l'appel de cette fonction est $n = 6$.

2) La suite (u_n) est est définie par récurrence par $u_{n+1} = 2u_n - u_n^2$

Ainsi, à chaque fois, on multiplie le terme précédent par 2 et on soustrait le carré du terme précédent.

Or $0 \leqslant u_n \leqslant 1$; la fonction x^2 est croissante sur $\mathbb{R}^+$

donc $0 \leqslant u_n^2 \leqslant 1$

donc $-1 \leqslant -u_n^2 \leqslant 0$ $(-1 \times (-1)) < 0$

$-u_n^2$ prend donc des valeurs très petites

A l'inverse, pour (w_n), celle-ci est définie par récurrence par $w_{n+1} = 0{,}5\,w_n + 0{,}5$

Ainsi, à chaque fois, on divise le terme précédent par 2 et on ajoute $\frac{1}{2}$

Pour cette raison, (u_n) converge beaucoup plus rapidement vers 1 que (w_n)

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) DRISS

PRENOM : (en majuscules) YACINE

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 30/07/2007

1.2

Concours / Examen : Bac Blanc Section / Spécialité / Série : Générale

Epreuve : Enseignement de spécialité Matière : Mathématiques

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : 2026

Conclusion :

On peut donc affirmer que pour tout entier naturel n, on a

$$v_n = 0{,}9^{(2^n)}$$

3) On sait que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \begin{cases} v_n = 1 - u_n \\ v_n = 0{,}9^{(2^n)} \end{cases}$$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$u_n = 1 - v_n$$

$$u_n = 1 - 0{,}9^{(2^n)}$$

4) Limite de (u_n)

2^n est une suite géométrique de raison $q = 2 > 1$ et de premier terme 1

Donc $\lim\limits_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$

On pose $N = 2^n$

$0,9^N$ est une suite géométrique de raison $q = 0,9$ et de premier terme 1

Or $-1 < 0,9 < 1$

donc $\lim\limits_{N \to +\infty} 0,9^N = 0$

Par composition, $\lim\limits_{n \to +\infty} 0,9^{(2^n)} = 0$

Par produit, $\lim\limits_{n \to +\infty} -0,9^{(2^n)} = 0$

Or $\lim\limits_{n \to +\infty} 1 = 1$

Par somme, $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$

On retrouve le même résultat que dans la question 3 de la partie B

Partie D

1) a) Voir l'annexe

b) On cherche le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geq 0,99$

En appliquant ce programme Python sur la calculatrice, on retrouve $n = 6$

On peut également résoudre cette inéquation algébriquement :

$u_n \geq 0,99$

$\iff 1 - 0,9^{2^n} \geq 0,99$ $\quad) -1$

$\iff -0,9^{2^n} \geq -0,01$ $\quad) \times(-1) < 0$

$\iff 0 < 0,9^{2^n} \leq 0,01$ $\quad)$ $\ln(x)$ est croissante sur $\mathbb{R}_+^*$

$\iff \ln 0,9^{2^n} \leq \ln 0,01$

$\iff 2^n \ln(0,9) \leq \ln(0,01)$ $\quad) \div \ln(0,9) < 0$ car $0 < 0,9 < 1$

$\iff 2^n \geq \dfrac{\ln 0,01}{\ln 0,9} > 0$ $\quad)$ $\ln(x)$ est croissante sur $\mathbb{R}_+^*$

$\iff \ln 2^n \geq \ln\left(\dfrac{\ln(0,01)}{\ln(0,9)}\right)$

$\iff n \ln 2 \geq \ln\left(\dfrac{\ln 0,01}{\ln 0,9}\right)$ $\quad) \div \ln 2 > 0$ car $2 > 1$

$\iff n \geq \dfrac{\ln\left(\frac{\ln 0,01}{\ln 0,9}\right)}{\ln 2}$

* $2\ln x + 1 < 0 \iff 2\ln x < -1$

$\iff \ln x < \frac{-1}{2}$ $\quad \div 2 > 0$

$\iff x < e^{-\frac{1}{2}}$ $\quad \times e^{x}$

car la fonction e^x est croissante sur $\mathbb{R}$

x	0		$e^{-\frac{1}{2}}$		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	0	$\searrow$	$\frac{-1}{2e}$	$\nearrow$	$+\infty$

$$f(e^{-\frac{1}{2}}) = f\left(\frac{1}{e^{\frac{1}{2}}}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{e^{\frac{1}{2}}}\right)^2 \times \ln\left(\frac{1}{e^{\frac{1}{2}}}\right)$$

$$= \frac{1}{(e^{\frac{1}{2}})^2} \times (-\ln e^{\frac{1}{2}})$$

$$= \frac{1}{e} \times \left(\frac{-1}{2}\right) \quad \text{car } \ln e^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}\ln(e) = -\frac{1}{2}\times 1$$

$$f(e^{-\frac{1}{2}}) = \frac{-1}{2e}$$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) DRISS
PRENOM : (en majuscules) YACINE
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 30 / 07 / 2007
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc   Section / Spécialité / Série : Générale
Epreuve : Enseignement de spécialité   Matière : Mathématiques

Session : 2026

Exercice 2

1) On pose $f(x) = x^2 \ln x$ définie sur $]0 ; +\infty[$

$f(ab) = (ab)^2 \times \ln(ab)$ avec $a, b \in \mathbb{R}_+^{*2}$

$= a^2 b^2 \times (\ln a + \ln b)$

$f(ab) = a^2 b^2 \times \ln a + a^2 b^2 \ln b$

Or $f(a) = a^2 \ln(a)$

$f(b) = b^2 \ln(b)$

Donc $f(ab) = b^2(a^2 \ln a) + a^2(b^2 \ln b)$

$f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) Limite de f en 0^+

Par croissance comparée,

$$\lim_{x \to 0^+} x^2 \ln x = 0$$

Donc $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$

Limite de f en $+\infty$

$\lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

Par produit, $\lim_{x \to +\infty} x^2 \ln x = +\infty$

Donc $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

3) a) f est un produit de fonctions de référence dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$

$f = u \times v$ avec $u(x) = x^2$
$u'(x) = 2x$
$v(x) = \ln x$
$v'(x) = \frac{1}{x}$

$\forall x \in \mathbb{R}_+^*,$

$f'(x) = u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x)$

$f'(x) = 2x \times \ln x + x^2 \times \frac{1}{x}$

$f'(x) = 2x \ln x + x$

$f'(x) = x(2\ln x + 1)$

b) Signe de $f'(x)$

* $\forall x \in \mathbb{R}_+^*,\quad x > 0$

* $2\ln x + 1 > 0 \iff 2\ln x > -1$ $\downarrow \div 2 > 0$

$\iff \ln x > \frac{-1}{2}$

$\iff x > e^{\frac{-1}{2}}$ $\downarrow \times e^x$

car la fonction e^x est croissante sur $\mathbb{R}$

* $2\ln x + 1 = 0$

$\iff 2\ln x = -1$ $\downarrow -1$

$\iff \ln x = \frac{-1}{2}$ $\downarrow \div 2$

$\iff x = e^{-\frac{1}{2}}$ $\downarrow \times e^x$

(T) : $y = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$

(T) $y = f'\left(\frac{1}{e}\right) x - \frac{1}{e} f'\left(\frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$

Ici l'ordonnée à l'origine est égale à $-\frac{1}{e} f'\left(\frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$

Or $f'\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e}\left(2\ln\frac{1}{e}\right) + 1$

$= \frac{1}{e}\left(-2\ln e + 1\right)$

$= \frac{1}{e}\left(-2 \times 1 + 1\right)$

$f'\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{-1}{e}$

Donc $\frac{-1}{e} f'\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{-1}{e} \times \left(\frac{-1}{e}\right)$

$= \frac{1}{e^2}$

Par ailleurs, on a :

$f\left(\frac{1}{e}\right) = \left(\frac{1}{e}\right)^2 \times \ln\left(\frac{1}{e}\right)$

$= \frac{1}{e^2} \times \left(-\ln e\right)$

$= \frac{1}{e^2} \times (-1)$

$= \frac{-1}{e^2}$

Suite de l'exercice 2

4) a) Par définition, on sait qu'une fonction est concave sur un intervalle lorsqu'elle est en dessous de ses tangentes et elle est convexe lorsqu'elle est au dessus de ses tangentes. Au point d'inflexion, la tangente passe par la courbe.
Soit x_I l'abscisse du point d'inflexion à (C_f).

Graphiquement $0{,}2 \leq x_I \leq 0{,}3$

b) f' est un produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$.

$f' = w \times z$ avec $w(x) = x$
$w'(x) = 1$
$z(x) = 2\ln x + 1$
$z'(x) = \frac{2}{x}$

$\forall x \in \mathbb{R}_+^*$, $f''(x) = (2\ln x + 1) + x \times \frac{2}{x}$

$f''(x) = 2\ln x + 1 + 2$

Donc $f''(x) = 2\ln x + 3$

Signe de $f''(x)$

* $2\ln x + 3 > 0 \Leftrightarrow 2\ln x > -3$ $\quad \downarrow \div 2 > 0$

$\Leftrightarrow \ln x > \frac{-3}{2}$ $\quad \downarrow \times e^x$

$\Leftrightarrow x > e^{\frac{-3}{2}}$

car e^x est croissante sur $\mathbb{R}$

* $2\ln x + 3 = 0 \Leftrightarrow 2\ln x = -3$ $\quad \downarrow \div 2 > 0$

$\Leftrightarrow \ln x = \frac{-3}{2}$ $\quad \downarrow \times e^x$

$\Leftrightarrow x = e^{\frac{-3}{2}}$

* $2\ln x + 3 < 0 \Leftrightarrow 2\ln x < -3$ $\quad \downarrow \div 2 > 0$

$\Leftrightarrow \ln x < \frac{-3}{2}$ $\quad \downarrow \times e^x$

$\Leftrightarrow x < e^{\frac{-3}{2}}$

car e^x est croissante sur $\mathbb{R}$

x	0		$e^{\frac{-3}{2}}$		$+\infty$
Signe de $f''(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f		Concave		Convexe	

En $x = e^{\frac{-3}{2}}$, $f''(x)$ s'annule en changeant de signe.

$$f\left(e^{\frac{-3}{2}}\right) = \left(e^{\frac{-3}{2}}\right)^2 \times \ln\left(e^{\frac{-3}{2}}\right)$$

$$= e^{-3} \times \left(\frac{-3}{2}\right) \ln e$$

$$= e^{-3} \times \left(\frac{-3}{2}\right) \times 1$$

$$f\left(e^{\frac{-3}{2}}\right) = \frac{-3}{2e^3}$$

Donc $A\left(\frac{1}{e^{\frac{3}{2}}} ; \frac{-3}{2e^3}\right)$ est un point d'inflexion.

5) a) Une droite passe par l'origine O du repère lorsque celle ci admet une ordonnée à l'origine qui est égale à 0.

Par définition, la tangente T à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse $x = \frac{1}{e}$ admet pour équation

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) DRISS
PRENOM : (en majuscules) YACINE
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 30/07/2007
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série : Generale
Epreuve : Enseignement de spécialité
Matière : Mathématiques
Session : 2026

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Suite de l'exercice 2

Ainsi $-\frac{1}{e} f'\left(\frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e^2} - \frac{1}{e^2} = 0$

La tangente τ a pour equation:

$(\tau) : y = -\frac{1}{e} x$

Donc la tangente τ à $(\mathcal{C})$ au point d'obscisse $\frac{1}{e}$ passe par O l'origine du repère

b) D'après la question 4b,
la fonction f est convexe sur $\left[\frac{1}{e^{\frac{3}{2}}} ; +\infty\right[$

et $\frac{1}{e} \in \left[\frac{1}{e^{\frac{3}{2}}} ; +\infty\right[$

Sur cet intervalle, $(\mathcal{C})$ est au dessus de ses tangentes

Donc $\mathcal{C}$ est au dessus de τ

c) D'après la question 5a, on a vu qu'une tangente à $(\mathcal{C})$ passe par $O(0;0)$ lorsque $-x_A f'(x_A) + f(x_A) = 0$ avec x_A l'abscisse de la tangente à $\mathcal{C}$

On résout $-x_A f'(x_A) + f(x_A) = 0$

$$\Leftrightarrow -x_A \times x_A (2\ln x_A + 1) + x_A^2 \ln x_A = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x_A^2 \ln x_A - x_A^2 + x_A^2 \ln x_A = 0$$

$$\Leftrightarrow -x_A^2 \ln x_A - x_A^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_A^2 (-\ln x_A - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_A^2 = 0 \text{ ou } -\ln x_A - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_A = 0 \text{ ou } \ln x_A = -1$$

Or la fonction f est définie sur $\mathbb{R}_+^*$ et $0 \notin \mathbb{R}_+^*$ donc il ne s'agit pas d'une solution

Cette équation admet une solution possible

$$\ln x_A = -1$$
$$\Leftrightarrow x_A = e^{-1}$$
$$\Leftrightarrow x_A = \frac{1}{e} \in \mathbb{R}_+^*$$

Il s'agit de la tangente $\mathcal{T}$ au point

d'abscisse $x = \frac{1}{e}$

Donc, il n'existe pas d'autre tangente passant par O.

$f''(x) \geq 0 \iff 2\ln(x) + 3 \geq 0$

$\iff 2\ln(x) \geq -3$

$\iff \ln(x) \geq -\frac{3}{2}$

$\iff x \geq e^{-\frac{3}{2}}$ car $x \mapsto e^x$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}^*_+$.

$\iff x \geq \frac{1}{e^{\frac{3}{2}}}$

D'où le tableau de signe de $f''(x)$ sur $\mathbb{R}^*_+$ suivant :

x	0		$e^{-\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$f''(x)$	‖	$-$	0	$+$	

$f(e^{-\frac{3}{2}}) = (e^{-\frac{3}{2}})^2 \ln(e^{-\frac{3}{2}})$
$= e^{-3} \times \left(-\frac{3}{2}\right)$
$= -\frac{3}{2} e^{-3}$
$= -\frac{3}{2e^3}$

On en déduit que :

- Sur $]0 ; e^{-\frac{3}{2}}]$, la fonction f est concave (car pour tout $x \in]0 ; e^{-\frac{3}{2}}]$, $f''(x) < 0$)
- Sur $[e^{-\frac{3}{2}} ; +\infty[$, la fonction f est convexe (car pour tout $x \in]0 ; e^{-\frac{3}{2}}]$, $f''(x) \geq 0$).
- La courbe $(\mathcal{C})$ admet un point d'inflexion noté $I\left(e^{-\frac{3}{2}} ; -\frac{3}{2e^3}\right)$ (car $f''(x)$ s'annule et change de signe en ce point).

Exercice 1 :

1) B

2) C

3) B

4) C

5) C

Exercice 2 :

1) Soit a et b deux réels strictements positifs.

On a alors : $f(ab) = (ab)^2 \ln(ab)$
$= (ab)^2 [\ln(a) + \ln(b)]$
$= a^2b^2 \ln(a) + a^2b^2 \ln(b)$

Or, on sait que $f(a) = a^2 \ln(a)$ et $f(b) = b^2 \ln(b)$

D'où $f(ab) = b^2 \times a^2 \ln(a) + a^2 \times b^2 \ln(b)$
$= b^2 f(a) + a^2 f(b)$

Pour tous réels a et b strictement positifs, on a bien : $f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) $\lim\limits_{x \to 0^+} x^2 \ln(x) = 0^+$ par croissances comparées.

D'autre part, $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ $\Big\}$ donc par ~~prod~~ produit $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln(x) = +\infty$

Finalement, ~~on~~ on a donc montré que :

- $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0^+$
- et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

3) a) La fonction f est dérivable sur $]0;+\infty[$ en tant que produit de fonctions usuelles également dérivables sur $]0;+\infty[$.

Pour tout réel $x \in]0;+\infty[$ on a :

$$f'(x) = 2x\ln(x) + \frac{x^2}{x}$$
$$= 2x\ln(x) + x$$
$$= x(2\ln(x) + 1), \ \forall x \in \mathbb{R}_+^*.$$

b) $f'(x) \geq 0 \iff x(2\ln x + 1) \geq 0$ d'après la question 3,a.

$\iff 2\ln(x) + 1 \geq 0$ car $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, x > 0$

$\iff 2\ln(x) \geq -1$

$\iff \ln(x) \geq -\frac{1}{2}$

$\iff x \geq e^{-\frac{1}{2}}$ car $x \mapsto e^x$ est croissante sur $\mathbb{R}_+^*$

$\iff x \geq \frac{1}{e^{\frac{1}{2}}}$

D'où le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}_+^*$ suivant :

x	0		$e^{-\frac{1}{2}}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
variations de f	0 ↘		$-\frac{1}{2e}$	↗	$+\infty$

$$f(e^{-\frac{1}{2}}) = (e^{-\frac{1}{2}})^2 \ln(e^{-\frac{1}{2}})$$
$$= (e^{-1})\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$= -\frac{1}{e} \times \frac{1}{2}$$
$$= -\frac{1}{2e}$$

4) Au point d'inflexion, la courbe traverse sa tangente en ce point.
On pose $I(x_I ; y_I)$ le point d'inflexion de $(\mathcal{C})$.
~~Graphiquement, on trouve :~~

Graphiquement, la courbe $(\mathcal{C})$ semble admettre un point d'inflexion d'abscisse : $0{,}2 < x_I < 0{,}3$ (au dixième ~~près~~)

5) f' est dérivable sur $]0;+\infty[$ en tant que produit de fonctions usuelles aussi dérivables sur cet intervalle.

Pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, $f''(x) = 2\ln(x) + 1 + \cancel{x} \times \frac{2}{\cancel{x}}$
$$= 2\ln(x) + 1 + 2$$
$$= 2\ln(x) + 3$$

6) Voir annexe.

Exercice 4 :

Partie A :

1) g est dérivable sur $[0;1]$ en tant que fonction polynôme.

Pour tout $x \in [0;1]$, $g'(x) = 2 - 2x$

$g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow 2 - 2x \geq 0$
$\Rightarrow -2x \geq -2$
$\Leftrightarrow x \leq 1$ car $-2<0$

D'où le tableau de variations de g sur $[0;1]$, suivant :

x	0		1
$g(x)$		$+$	0
variations de g		$\nearrow$	

g est donc strictement croissante sur $[0;1]$.

2) D'une part, $g(0) = 2\times 0 - 0^2$
$= 0$

D'autre part, $g(1) = 2\times 1 - 1^2$
$= 2-1$
$= 1$

D'où $g([0;1]) = [0;1]$

Ainsi, $\forall x \in [0;1]$, $g(x) \in [0;1]$

Suite, exercice 2 :

5) (a) $T_{\frac{1}{e}} : y = f'(e^{-1})\left(x - \frac{1}{e}\right) + f(e^{-1})$

$f(e^{-1}) = (e^{-1})^2 \ln(e^{-1})$
$= e^{-2} \times (-1)$
$= -e^{-2}$

$f'(e^{-1}) = e^{-1}(2\ln(e^{-1}) + 1)$
$= e^{-1}(-2+1)$
$= -e^{-1}$

D'où, $T_{\frac{1}{e}} : y = -e^{-1}(x - e^{-1}) + (-e^{-2})$
$= -\frac{x}{e} + \cancel{e^{-2}} - \cancel{e^{-2}}$
$= -\frac{x}{e}$

$\cancel{(O(0;0) \in T_{\frac{1}{e}} \Leftrightarrow 0 =)}$

Or, on a : $-\frac{0}{e} = 0$, donc $O(0;0) \in T_{\frac{1}{e}}$

La tangente T à $(\mathcal{C})$ passe bien par l'origine O du repère.

b) On a $e^{-1} > e^{-\frac{3}{2}}$

On, on sait, d'après la question 4,b., que la fonction f est convexe sur $[e^{-\frac{3}{2}} ; +\infty[$.

Ainsi, la courbe $(\mathcal{E})$ est située entièrement au dessus de chacune de ses tangentes sur $[e^{-\frac{3}{2}} ; +\infty[$, donc en particulier ~~en dessous~~ au dessus de la tangente $\mathcal{T}$ au point d'abscisse $\frac{1}{e}$.

c) Soit $\mathcal{T}_D$ une tangente quelconque à $\mathcal{E}$, et D un réel strictement positif.

~~Pour tout $x \in \mathbb{R}^*_+$, $\mathcal{T}_x : y = f'(x)$ (~~

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*_+$, on a :

$$\mathcal{T}_D : y = f'(D)(x - D) + f(D)$$

$$= D(2\ln D + 1)(x - D) + D^2 \ln(D)$$

$$= (2D\ln(D) + D)(x - D) + D^2 \ln(D)$$
$$= 2Dx\ln(D) - 2D^2\ln(D) + D^2\ln(D)$$
$$= D\ln(D)[2x - 2D + D]$$
$$= D\ln(D)(2x - D)$$

Soit y' la dérivée de y, dérivable sur $\mathbb{R}^*_+$ en tant que produit de fonctions usuelles dérivables sur $\mathbb{R}^*_+$

$$y' = \frac{D}{D}(2x - D) + D\ln(D)(2)$$

donc $y' = 2x - D + 2D\ln(D)$
$= 2x + D[-1 + 2\ln(D)]$

$y'_{(x)} \geq 0 \iff 2x + D[-1 + 2\ln(D)] \geq 0$
$\iff 2x \geq -D[-1 + 2\ln(D)]$
$\iff x \geq -\frac{D}{2}[-1 + 2\ln(D)]$

Si $D \in [1 ; +\infty[$, $\ln(D) \geq 0 \iff -1 + 2\ln(D) \geq \cancel{0} -1$
$\iff$

...

Finalement, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

Après un grand nombre d'années à la suite du lancement de l'application, ~~environ 100~~ le pourcentage de la population ~~l'ayant~~ la possédant ~~tel~~, tend vers 100 % (~~environ l'entier~~ c'est-à-dire environ l'ensemble de la population).

Partie C :

1) Soit $v_n = 1 - u_n$, $\forall n \in \mathbb{N}$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 1 - u_{n+1}$

$$= 1 - (2u_n - u_n^2)$$
$$= 1 - 2u_n + u_n^2$$

Or $v_n = 1 - u_n$

donc $v_n^2 = (1-u_n)^2$
$$= 1 - 2u_n + u_n^2$$

Finalement, on a bien montré que :
$v_{n+1} = 1 - 2u_n + u_n^2 = v_n^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

2) (a) $v_0 = 1 - u_0$
$$= 1 - 0,1$$
$$= 0,9$$

$v_1 = 1 - u_1$
$$= 1 - (2u_0 - u_0^2)$$
$$= 1 - (0,2 - 0,1^2)$$
$$= 0,81$$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) CHAOUCH
PRENOM : (en majuscules) YASMIN
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 06 / 04 / 2008

1.2

Concours / Examen : Baccalauréat blanc Section / Spécialité / Série :

Epreuve : Matière : Mathématiques

Session : 2026

Suite, exercice 4 :

3) ~~Sur $[0;1]$:~~

- ~~g est strictement croissante (d'après la question 1.)~~
- ~~g est continue (car dérivable)~~
- ~~$g([0;1]) = [0;1]$ et~~

Soit $x \in [0;1]$.

$g(x) = x \iff 2x - x^2 = x$
$\iff x - x^2 = 0$
$\iff x(1-x) = 0$
$\iff x = 0$ ou $1 - x = 0$
$\iff x = 0$ ou $x = 1$

Or $0 \in [0;1]$ et $1 \in [0;1]$

Donc les solutions de l'équation $g(x) = x$ sont $x_1 = 0$ et $x_2 = 1$.

D'où $S = \{0 ; 1\}$

Partie B

1) On pose P_n : " $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$ " pour tout $n \in \mathbb{N}$

Initialisation:

D'une part $u_0 = 0,1$

D'autre part $u_1 = 2u_0 - u_0^2$
$= 2 \times 0,1 - (0,1)^2$
$= 0,19$

Donc $0 \leqslant 0,1 \leqslant 0,19 \leqslant 1$

D'où $0 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 1$

La propriété est vraie au rang 0.

Hérédité :

Soit $n \in \mathbb{N}$ et supposons que $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.

On obtient alors:

$0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1 \Leftrightarrow g(0) \leqslant g(u_n) \leqslant g(u_{n+1}) \leqslant g(1)$

car la fonction g est strictement croissante sur $[0;1]$.

$\Leftrightarrow \quad 0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 1$

car $g(0) = 0$ et $g(1) = 1$

La propriété est donc vraie au rang $n+1$.

D'après le principe de récurrence, on a:
$0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1, \forall n \in \mathbb{N}$.

2) D'après la question précédente (B.1), on a:
$0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1, \forall n \in \mathbb{N}$.

Ainsi, la suite (u_n) est croissante et est majorée par 1.

D'après le théorème de convergence monotone, la suite (u_n) est convergente.

3) Sur $\mathbb{N}$:

- g est continue (car dérivable)
- g converge vers un réel, noté ℓ ($\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \ell$)
- $\forall n \in \mathbb{N}, \; g(u_n) = 2u_n - u_n^2 = u_{n+1}$

D'après le théorème du point fixe, ℓ est solution de l'équation $g(x) = x$.

D'où $g(\ell) = \ell \Leftrightarrow 2\ell - \ell^2 = \ell$
$\Leftrightarrow \ell - \ell^2 = 0$

D'après la question (A.3) les solutions de l'équation sont 0 et 1.

Or $1 > 0$ donc $\ell = 1$

Or, $\ln\left[\frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}9)}\right] \times \frac{1}{\ln(2)} \simeq 5{,}4$ à 10^{-1} près

Or $n \in \mathbb{N}$. D'où $n \geqslant 6$.

L'appel de cette fonction renvoie donc la valeur 6, c'est-à-dire le plus petit entier n tel que $u_n \geqslant 0{,}99$

2) ~~Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :~~
~~$\cdot\ u_{n+1} = 0{,}5\, u_n + 0{,}5$~~
~~$\cdot\ u_{n+1} = 2u_n - u_n$~~

On a : $\begin{cases} u_0 = 0{,}1 \\ u_{n+1} = 0{,}5\, u_n + 0{,}5 = 0{,}5(u_n + 1), \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$

et $\begin{cases} u_0 = 0{,}1 \\ u_{n+1} = 2u_n - u_n^2 = 0{,}5\left(4u_n - \frac{u_n^2}{0{,}5}\right) \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Ici, $u_0 = u_0$

~~Or $2 > 0{,}5$~~

On, on a : $4 > 1$, donc $4u_n > u_n$

et $u_n \geqslant 0{,}1 \Leftrightarrow -u_n^2 \leqslant 0{,}01$ car $-1 < 0$
$\Leftrightarrow -\frac{u_n^2}{0{,}5} \leqslant -0{,}02$

donc $-\frac{u_n^2}{0{,}5} \leqslant 1$

Toutefois la suite (u_n) converge beaucoup plus rapidement, car le coefficient de u_n est supérieur à celui de u_n.

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) CHAOUCH
PRENOM : (en majuscules) YASMIN
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 06 / 04 / 2008
1.2
Concours / Examen : Baccalauréat Blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve :
Matière : Mathématiques

Session : 2026

Suite, exercice 4 :

2) (a) $v_2 = 1 - u_2$
$= 1 - (2u_1 - u_1^2)$

Or $u_1 = 0{,}19$

donc $v_2 = 1 - [2 \times 0{,}19 - (0{,}19)^2]$
$= 0{,}6561$

(b) On pose P_n : " $v_n = 0{,}9^{(2^n)}$ " pour tout $n \in \mathbb{N}$

Initialisation :

D'une part $v_0 = 0{,}9$ (d'après la question C.2.(a))

D'autre part $\cancel{0{,}9^{(1\times 0)}} = 0{,}9^{(2^0)} = 0{,}9^1 = 0{,}9$

Donc $v_0 = 0{,}9^{(2^0)}$

La propriété est donc vraie au rang 0.

Hérédité :

Soit $n \in \mathbb{N}$ et supposons que $v_n = 0{,}9^{(2^n)}$.

On a alors :

$v_{n+1} = v_n^2 \iff v_{n+1} = (0{,}9^{(2^n)})^2$ d'après l'hypothèse de récurrence

$\iff v_{n+1} = 0{,}9^{(2^n) \times 2}$

$\iff v_{n+1} = 0{,}9^{2^{n+1}}$

La propriété est donc vraie au rang $n+1$.

D'après le principe de récurrence, on a : $v_n = 0{,}9^{(2^n)}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

3) page 20

4) $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_n = 0{,}9^{(2^n)}$.

$\forall n \in \mathbb{N}$, $v_n = 1 - u_n$

$\lim_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$, car $2 > 1$

~~$\lim_{n\to+\infty} 0{,}9$~~

Or $-1 < 0{,}9 < 1$

donc $\lim_{n \to +\infty} 0{,}9^n = 0$

donc par composition $\lim_{n \to +\infty} 0{,}9^{(2^n)} = 0$

D'où $\lim_{n \to +\infty} v_n = 0$

Or, on sait que $u_n = 1 - v_n$, $\forall n \in \mathbb{N}$

Par somme $\lim_{n \to +\infty} 1 - v_n = 1 - 0 = 1$

Finalement, on retrouve bien que $\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$.

Partie D :

1)

(a) voir annexe.

(b) $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 1 - v_n$

Or $v_n = 0{,}9^{(2^n)}$

donc on obtient, $u_n = 1 - 0{,}9^{(2^n)}$, $\forall n \in \mathbb{N}$

$u_n \geq 0{,}99 \iff 1 - 0{,}9^{(2^n)} \geq 0{,}99$

$\iff -0{,}9^{(2^n)} \geq -0{,}01$

$\iff 0{,}9^{(2^n)} \leq 0{,}01$ car $-1 < 0$

$\iff \ln(0{,}9^{(2^n)}) \leq \ln(0{,}01)$ car $x \mapsto \ln(x)$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$

$\iff 2^n \ln(0{,}9) \leq \ln(0{,}01)$

$\iff 2^n \geq \dfrac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}9)}$ car $0{,}9 < 1$

$\iff \ln(2^n) \geq \ln\left[\dfrac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}9)}\right]$ car $n \geq 0$ et $2 > 0$

$\iff n\ln(2) \geq \ln\left[\dfrac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}9)}\right]$

$\iff n \geq \ln\left[\dfrac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}9)}\right] \times \dfrac{1}{\ln(2)}$ car $2 > 0$

Exercice 4:

Partie C

3) On sait que : $\forall n \in \mathbb{N},\ v_n = 1 - u_n$

donc $u_n = 1 - v_n,\ \forall n \in \mathbb{N}$

Or $v_n = 0{,}9^{(2^n)}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

D'où $u_n = 1 - 0{,}9^{(2^n)}$

Finalement, on a : $\begin{cases} u_0 = 0{,}1 \\ u_n = 1 - 0{,}9^{(2^n)},\ \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

Exercice 3 :

1) (a) La loi de probabilité de la variable aléatoire X est :

x_i	$-a$	0	4	9
$P(X=x_i)$	$\frac{7}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\cancel{\frac{9}{30}}\ \frac{1}{15}$

$P(X=-a) = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$

$P(X=0) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

$P(X=4) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

$P(X=9) = \frac{9}{30} = \frac{1}{15}$

(b) $E(X) = 0 \iff \sum_{i=-a}^{9} (x_i\, p(X=x_i)) = 0$

$\iff -\frac{7}{15}a + 0 + \frac{4}{5} + \frac{9}{15} = 0$

$\iff -\frac{7}{15}a = -\frac{7}{5}$

$\iff a = \frac{7}{5} \times \frac{15}{7}$

$\iff a = 3$

Ainsi, pour que le jeu soit équitable on doit avoir $a = 3$.

2) Soit p la probabilité qu'un joueur gagne.

donc $p = P(X=4) + P(X=9)$
$= \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$
$= \frac{4}{15}$

3) (a) Le lancer de 10 flèches aléatoirement sur une ~~cible~~ cible est une série de 10 épreuves identiques et ~~aléatoires~~ indépendantes, se soldant par 2 issues dont l'une est appelée succès de probabilité $\frac{4}{15}$.

On est donc en présence d'un schéma de Bernoulli d'ordre 10.

~~La~~ On appelle Y la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de parties gagnées par le joueur, donc le nombre de succès.

D'où $Y \hookrightarrow \mathcal{B}(10 ; \frac{4}{15})$

Ainsi, on a : $P(Y=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

donc $P(Y=2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(\frac{11}{15}\right)^8$

À l'aide de la calculatrice :

$P(Y=2) \approx 0,268$ à 10^{-3} près

La probabilité que le joueur gagne exactement 2 fois est d'environ 0,628 (à 10^{-3} près).

b) ~~À l'aide de la calculatrice, la probabilité que le joueur~~

$P(Y \geqslant 3) = 1 - P(\overline{Y \geqslant 3})$
$= 1 - P(Y < 3)$
$= 1 - P(Y \leqslant 2)$
$\approx 0,524$ à 10^{-3} près (à l'aide de la calculatrice)

Ainsi, la probabilité que le joueur gagne au moins 3 fois est ~~égale à~~ environ égale à 0,524 (à 10^{-3} près)

(c) La variable aléatoire Y ~~pre~~ suit une loi Binomiale de paramètres 10 et $\frac{4}{15}$.

D'où $E(Y) = np$
$= 10 \times \frac{4}{15}$
$= \frac{8}{3}$
$\approx 2,7$ à 10^{-1} près

En moyenne, sur 10 parties, le joueur peut espérer en gagner 2,7 (soit 3 environ), c'est-à-dire qu'il pourra espérer avoir un gain strictement positif sur 2,7 parties.

x	0		$e^{-\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$f''(x)$	‖	$-$	0	$+$	

- Sur $]0 ; e^{-\frac{3}{2}}[$, $f''(x) < 0$, Donc f est concave
- Sur $]e^{-\frac{3}{2}} ; +\infty[$, $f''(x) > 0$, Donc f est convexe

Son point d'inflexion a donc pour coordonnées : $x = e^{-\frac{3}{2}}$ et $y = f(e^{-\frac{3}{2}})$
$x \approx 0,22$ et $y \approx 0,07$

5) a)

b) f est convexe sur $]e^{-3/2} ; +\infty[$
On $\frac{1}{e} \in]e^{-3/2} ; +\infty[$

Et on sait que la courbe d'une fonction convexe a toutes ses tangentes en dessous d'elle.

Donc par définition, la tangente T est strictement en dessous de C.

Exercice 1 :

Question 1 :

- Réponse B

Question 2 :

- Réponse C

Question 3 :

- Réponse D

Question 4

- Réponse C

Question 5 :

- Réponse C

Exercice 2:

1) $f(ab) = (ab)^2 \times \ln(ab)$

$= (ab)^2 \times (\ln(a) + \ln(b))$

$= (a^2 \times b^2)(\ln(a) + \ln(b))$

$= ab^2 \ln(a) + ab^2 \ln(b)$

$= b^2 (a^2 \ln(a)) + a^2 (b^2 \ln(b))$

$= b^2 f(a) + a^2 f(b)$

On a bien $f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) $\lim_{x \to 0} f(x) = 0^-$ par croissance comparée

- $\lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$

Donc $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ par produit

3) a) $f'(x) = 2x \ln x + x^2 \times \frac{1}{x}$

$= 2x \ln x + x$

$= x(2\ln x + 1)$

On a bien $f'(x) = x(2\ln x + 1)$

b) $x > 0$

Donc le signe de $f'(x)$ dépend de $2\ln x + 1$:

$2\ln x + 1 = 0$

$\iff 2\ln x = -1$

$\iff \ln x = -\frac{1}{2}$

$\iff e^{\ln x} = e^{-1/2}$

$\iff x = e^{-\frac{1}{2}}$

On a donc le tableau de variations suivant:

x	0		$e^{-1/2}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$		$+$	
f	0^-	↘	0	↗	$+\infty$

4) a) Par lecture graphique, le point d'inflexion I de la courbe $\mathcal{C}$ d'abscisse x_I semble avoir son abscisse compris entre $0,7$ et $0,8$

Soit : $0,6 \leq x_I \leq 0,7$

b) $f''(x) = (2\ln x + 1) + 2 \times \frac{1}{x} \times x$

$= 2\ln x + 1 + 2$

$f''(x) = 2\ln x + 3$

$f''(a) \geq 0$

$\iff 2\ln x + 3 \geq 0$

$\iff 2\ln x \geq -3$

$\iff \ln x \geq -\frac{3}{2}$

$\iff e^{\ln x} \geq e^{-3/2}$

$\iff x \geq e^{-3/2}$

x	0		1
$g'(x)$		$+$	0
g		$\nearrow$	

2) - $\lim_{x \to 0} 2x = 0$

Et $\lim_{x \to 0} -x^2 = 0$

Donc $\lim_{x \to 0} g(x) = 0$ par somme

- $\lim_{x \to 1} 2x = 2$

Et $\lim_{x \to 1} -x^2 = -1$

Donc $\lim_{x \to 1} g(x) = 1$ par somme.

On a donc bien pour tout $x \in [0;1]$
$g(x) \in [0;1]$.

3) $g(x) = x$
$\iff 2x - x^2 = x$
$\iff x - x^2 = 0$
$\iff -x^2 + x = 0$

$\Delta = (b)^2 - 4ac$
$= 1^2 - 4 \times (-1) \times 0$
$= 1$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{1}$
$= 1$

c)

Exercice 3 :

1) a)

x_i	9	4	0	a
p_i	$\frac{2}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{14}{30}$

b) On cherche à résoudre $E(X) = 0$:

$\iff \left(9 \times \frac{2}{30}\right) + \left(4 \times \frac{6}{30}\right) + \left(0 \times \frac{8}{30}\right) + \left(a \times \frac{14}{30}\right) = 0$
$\iff \frac{18}{30} + \frac{24}{30} + \frac{14a}{30} = 0$

$\iff \frac{3}{5} + \frac{4}{5} + \frac{7a}{15} = 0$
$\iff \frac{7}{5} + \frac{7a}{15} = 0$

$\iff \frac{21 + 7a}{15} = 0$

$\Leftrightarrow 21 + 7a = 0$

$\Leftrightarrow 7a = -21$

$\Leftrightarrow a = -\frac{21}{7}$

$\Leftrightarrow a = -3$

Donc, pour que le jeu soit équitable, on doit avoir $a = -3$.

2) La probabilité p qu'un joueur gagne est :

$p = \frac{2}{30} + \frac{6}{30}$

$= \frac{8}{30}$

$p = \frac{4}{15}$

3) a) $P(X=2) = \left(\quad\right) \times \left(p^n\right) \times \left(1-p\right)^{n-k}$

$= \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^{10} \times \left(\frac{11}{15}\right)^{8}$

$= 45 \times \left(\frac{4}{15}\right)^{10} \times \left(\frac{11}{15}\right)^{8}$

$P(X=2) \approx 0,268$

b) $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$

$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$

$\approx 0,476$

$P(X \geq 3) \approx 1 - 0,476$

$P(X \geq 3) \approx 0,524$

c) $E(X) = n \times p$

$= 10 \times \frac{4}{15}$

$= \frac{40}{15}$

$E(X) = \frac{8}{3}$

Sur un grand nombre de parties, un joueur gagne en moyenne $\frac{8}{3}$ parties.

Exercice 4:

Partie A:

1) $g'(x) = 2 - 2x$

On résout l'équation $g'(x) = 0$

$\Leftrightarrow 2 - 2x = 0$

$\Leftrightarrow -2x = -2$

$\Leftrightarrow x = \frac{-2}{-2}$

$\Leftrightarrow x = 1$

Donc $g'(x)$ est positif sur $[0;1]$ et s'annule en $x = 1$.

g est donc croissante sur cet intervalle

Partie C :

1) $V_n = 1 - U_n$

$\Leftrightarrow V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

$= 1 - 2U_n + U_n^2$

$= (1 - U_n)^2$

$V_{n+1} = V_n^2$

2) a) • $V_0 = 1 - U_0$

$= 1 - 0,1$

$V_0 = 0,9$

• $V_1 = V_0^2$

$= 0,9^2$

$V_1 = 0,81$

• $V_2 = V_1^2$

$= 0,81^2$

$V_2 = 0,6561$

b) On pose P_n : " $V_n = 0,9^{(2^n)}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ "

Initialisation :

Pour $n = 0$: $U_0 = 0,$

Et $0,9^{(2^0)} = 0,9$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 1}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$

$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 1}{-2} = \frac{0}{-2} = 0$

L'équation $g(x) = x$ a donc deux solutions dans $[0;1]$: $x = 0$ et $x = 1$.

Partie B :

1) On pose P_n : " $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ "

Initialisation :

Pour $n = 0$

$U_0 = 0,1$ et $U_1 = 2 \times 0,1 - (0,1)^2$

$= 0,2 - 0,01$

$= 0,19$

$0 \leq 0,1 \leq 0,19 \leq 1$

Donc $0 \leq U_0 \leq U_1 \leq 1$. P_0 est vraie.

Hérédité :

On a montrer que P_n est vraie pour un entier naturel n soit :

$$0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$$

On veut démontrer qu'alors, P_{n+1} est vraie, soit :

$$0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$$

$0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

$\Leftrightarrow 2\times 0 \leq 2U_n \leq 2U_{n+1} \leq 2\times 1$

$\Leftrightarrow 0 - 0^2 \leq 2U_n - U_n^2 \leq 2U_{n+1} - U_{n+1}^2 \leq 2 - 1^2$

$\Leftrightarrow 0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

Conclusion :

Donc, P_n étant initialisée pour $n = 0$ et héréditaire par le principe de récurrence, P_n est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$ soit :

$$0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

2) On a démontrer que $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

Donc la suite (U_n) est strictement croissante et majorée.

Alors, d'après le théorème de convergence monotone, la suite (U_n) est convergente.

3) On a $g(x) = 2x - x^2$

Et $U_{n+1} = 2U_n - U_n^2$

On a donc $g(U_n) = U_{n+1}$

De plus, (U_n) est strictement croissante et converge.

Donc, d'après le théorème du point fixe, la limite l de la suite (U_n) est solution de l'équation $f(l) = l$.

D'après la partie A, cette équation admet deux solutions, $x = 0$ et $x = 1$.

Mais $0 \leq U_n$ et est strictement croissante.

Donc la limite de la suite (U_n) est $l = 1$.

On peut donc avoir au maximum 100% de la population qui possède l'application.

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) TURKI
PRENOM : (en majuscules) SAMI
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 12/12/2008
1.2

Concours / Examen : ……………… Section / Spécialité / Série : ………………

Epreuve : ……………… Matière : ………………

Session : ………………

Donc $V_0 = 0,9^{(2^n)}$. P_0 est vraie.

<u>Hérédité :</u>

On a montrer que P_n est vraie pour un entier naturel n soit :

$$V_n = 0,9^{(2^n)}$$

On veut montrer qu'alors, P_{n+1} est vraie soit :

$$V_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$$

$$V_n = 0,9^{(2^n)}$$

$$\Leftrightarrow V_n^2 = \left(0,9^{(2^n)}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$$

Conclusion:

Donc, P_n étant initialisée pour $n=0$ et héréditaire par le principe de récurrence, P_n est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$ soit:

$$V_n = 0{,}9^{(2^n)} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

3) $1 - U_n = V_n$

$\Leftrightarrow 1 - U_n = 0{,}9^{(2^n)}$

$\Leftrightarrow -U_n = 0{,}9^{(2^n)} - 1$

$\Leftrightarrow U_n = -0{,}9^{(2^n)} + 1$

4) (U_n) est une suite arithmetico-géométrique de raison $q = 0{,}9^{(2^{n-1})}$ et $r = 1$

$\lim\limits_{n \to 1} 2^{n-1} = 1$

Donc $\lim\limits_{n \to 1} 0{,}9^{(2^{n-1})} = 1$ par composition

Donc $\lim\limits_{n \to 1} (U_n) = \cancel{1}\ 0{,}1$ par produit et par somme.

Partie D:

1) b) L'appel de cette fonction renvoie 6

2) La ~~f~~ suite (U_n) converge plus vite car c'est une suite arithmetico-géométrique elle croît donc plus rapidement

On cherche

$2\ln x + 3 > 0$

$\Leftrightarrow 2\ln x > -3$

$\Leftrightarrow \ln x > \frac{-3}{2}$

$\Rightarrow e^{\ln x} > e^{-\frac{3}{2}}$ car la fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

$\Rightarrow x > e^{-\frac{3}{2}}$

x	0		$e^{-\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
convexité de f		concave		convexe	

$f''(x)$ s'annule et change de signe $e^{-\frac{3}{2}}$

et $f(e^{-\frac{3}{2}}) = (e^{-\frac{3}{2}})^2 \ln(e^{-\frac{3}{2}})$

$= e^{-3} \times \frac{-3}{2}$

$= \frac{-3e^{-3}}{2}$

donc le point $I\left(e^{-\frac{3}{2}} ; \frac{-3e^{-3}}{2}\right)$ est un point d'inflexion de $\mathcal{C}$.

5) a) On a ~~T~~ : la tangente à $\mathcal{C}$ au point $\frac{1}{e}$

$\Rightarrow T : y = f'(\frac{1}{e})(x - \frac{1}{e}) + f(\frac{1}{e})$

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) SANTOS

PRENOM : (en majuscules) SARRA CHRISTIANE

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 08/08/2008

1.2

Concours / Examen : Baccalauréat Blanc

Section / Spécialité / Série :

Epreuve : Mathématiques

Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exercice 1

Q.1) B

Q.2) c

Q.3) D

Q.4) c

Q.5) c

Exercice 2 :

Q.1) on a $f(x) = x^2 \ln x$ avec $x \in]0 ; +\infty[$

$f(ab) = (ab)^2 \ln(ab)$

$= a^2b^2(\ln(a) + \ln(b))$

$= a^2b^2\ln(a) + a^2b^2\ln(b)$

$= b^2 f(a) + a^2 f(b)$

car $f(a) = a^2 \ln a$ et $f(b) = b^2 \ln b$

Q.2) en $\boxed{+\infty}$

- $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

donc $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln x = +\infty$ par produit en 0 :

$\lim\limits_{x \to 0} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to 0} \ln x = -\infty$

donc $\lim\limits_{x \to 0} x^2 \ln x = 0$ par croissance comparée.

Q.3) a) pour $x \in]0;+\infty[$

$f(x) = x^2 \ln x$

et $f'(x) = 2x \times \ln x + x^2 \times \frac{1}{x}$

$= 2x \ln x + x$.

$f'(x) = x(2\ln x + 1)$

b) pour tout $x > 0$
le signe de $f'(x)$ dépend de
$2\ln x + 1$

On cherche
$2\ln x + 1 > 0$

$\Leftrightarrow 2\ln x > -1$

$\Leftrightarrow \ln x > \frac{-1}{2}$

$\Leftrightarrow e^{\ln x} > e^{-\frac{1}{2}}$ car la fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x > e^{-\frac{1}{2}}$

donc

x	0		$e^{-\frac{1}{2}}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
variation de f	0	$\searrow$	$\frac{-1}{2e}$	$\nearrow$	$+\infty$

et $f(e^{-\frac{1}{2}}) = (e^{-\frac{1}{2}})^2 \times \ln(e^{-\frac{1}{2}})$

$= e^{-1} \times -\frac{1}{2}$

$= \frac{-1}{2e}$

Q.4) a) Graphiquement, on observe que C la courbe de la fonction f semble concave sur $]0; 0,2]$ et convexe sur $[0,2; +\infty[$.

On peut conjecturer que l'abscisse du point d'inflexion $x_I \in [0,2; 0,3]$.

b) On a $f'(x) = x(2\ln x + 1)$ avec $x > 0$

donc $f''(x) = (2\ln x + 1) + x\left(\frac{2}{x}\right)$
$= 2\ln x + 3$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \cancel{f'(x)} = \cancel{+\infty}$

- $\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

- $\lim\limits_{x \to +\infty} (2\ln x + 1) = +\infty$ par produit et somme

donc par produit

$\lim\limits_{x \to +\infty} f'(x) = +\infty$

* On a $f'(x)$ continue car dérivable pour $x \in]0; +\infty[$.

- $f'(e^{-\frac{3}{2}}) = -2e^{-\frac{3}{2}} < -e^{-1}$

et $\lim\limits_{x \to +\infty} f'(x) = +\infty$

par le théorème des valeurs intermédiaire (TVI) $f'(\alpha) = -e^{-1}$ admet au moins une solution sur $[e^{-\frac{3}{2}}; +\infty[$

De plus f' strictement croissante sur $[e^{-\frac{3}{2}}; +\infty[$
donc cette solution est unique par le corollaire du TVI.

$\Rightarrow$ Ainsi $\mathcal{C}$ n'admet pas d'autres tangentes passant par O car $x = \frac{1}{e}$ est l'unique solution pour que $m = -e^{-1}$.

Exercice 2 : suite

5) a) suite

et $f'(\frac{1}{e}) = \frac{1}{e}(2\ln(e^{-1}) + 1)$
$= \frac{1}{e}(-2+1) = -e^{-1}$

$f(\frac{1}{e}) = (\frac{1}{e})^2 \ln(\frac{1}{e})$
$= e^{-2} \times -1$
$= -e^{-2}$

donc $T : y = -e^{-1}(x - e^{-1}) - e^{-2}$
$= -xe^{-1} + \cancel{e^{-2}} - \cancel{e^{-2}}$

$T : y = -xe^{-1}$

~~La tangente a p~~

l'équation de la tangente T est de la forme $y = ax$, une fonction linéaire avec $a = -e^{-1}$
donc elle passe par $O(0;0)$ l'origine du repère.

5) b) * $\mathcal{C}$ est concave sur $]0; e^{-\frac{3}{2}}]$
donc $\mathcal{C}$ est en dessous de toutes ses tangentes en particulier T.

* $\mathcal{C}$ est convexe sur $[e^{-\frac{3}{2}}; +\infty[$
donc $\mathcal{C}$ est au dessus de toutes ses tangentes en particulier T.

c) Si $\mathcal{C}$ admet d'autres tangentes passant par l'origine du repère alors elles sont parallèles, elles ont le même coefficient directeur m que T.

tel que $m = -e^{-1}$ avec $m \in \mathbb{R}$
$\Leftrightarrow f'(a) = -e^{-1}$ et $a \in]0; +\infty[$

car une tangente a pour équation $y = f'(a)(x-a) + f(a)$
$= xf'(a) - af'(a) + f(a)$
$y = mx + p$

et on a

x	0		$e^{-\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
variation de f'		$\searrow$	$-2e^{-\frac{3}{2}}$	$\nearrow$	$+\infty$

$f'(e^{-\frac{3}{2}}) = e^{-\frac{3}{2}}(2\ln(e^{-\frac{3}{2}}) + 1)$
$= e^{-\frac{3}{2}}(2 \times \frac{-3}{2} + 1)$
$= -2e^{-\frac{3}{2}}$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) SANTOS
PRENOM : (en majuscules) SARRA CHRISTIANE
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 08/08/2008
1.2

Concours / Examen : .... Section / Spécialité / Série : ....
Epreuve : .... Matière : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ....

Exercice 3 :

1) a)

x	$-a$	0	$+4$	$+9$
$P(X=x)$	$\frac{14}{30} = \frac{7}{15}$	$\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$	$\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$	$\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

* Car il y a 2 cases rouge; 6 vertes; 8 bleues; 14 noires

b) $E(X) = \frac{-7a}{15} + 0 \times \frac{4}{15} + 4 \times \frac{1}{5} + \frac{9}{15}$

$= \frac{-7a}{15} + \frac{7}{5} = \frac{-7a+21}{15}$

et on veut que

$E(X) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{-7a+21}{15} = 0$

donc $-7a + 21 = 0$

$-7a = -21$

$a = 3$

2) Il y a 2 issues avec un gain strictement positif :

- la flèche atteint la case rouge : $X = +4$
- la flèche atteint la case verte : $X = +9$

donc p ([illegible]) $= p(X=4) + p(X=9)$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow \quad p = \frac{4}{15}$$

3) * On a 10 répétitions indépendantes d'une épreuve à 2 issues :

- le succès S : « gagner une partie » de $p = \frac{4}{15}$
- l'échec : $\overline{S}$

* On pose Y la variable aléatoire qui compte le nombre de partie gagnée.

Donc Y suit une loi Binomiale de $n = 10$ et $p = \frac{4}{15}$

$\Rightarrow Y \sim \mathcal{B}\left(10 ; \frac{4}{15}\right)$

$$P(Y=2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(1 - \frac{4}{15}\right)^{10-2}$$

$$= \binom{10}{2} \times \frac{16}{225} \times \left(\frac{11}{15}\right)^8$$

$P(\cancel{X}Y = 2) \simeq 0{,}268$

b) $P(Y \geq 3) = 1 - P(Y \leq 2)$

$P(Y \geq 3) \simeq 0{,}524$

c) $E(Y) = 10 \times \frac{4}{15}$

$$= \frac{8}{3} \simeq 2{,}67$$

$\Rightarrow$ En moyenne un joueur gagne 2,67 partie.

3) * On a g une fonction continue sur $[0;1]$ car dérivable
et $g(U_n) = U_{n+1}$
avec (U_n) convergent vers ℓ

alors sa limite ℓ vérifie $g(x) = x$ d'après le théorème du point fixe.

D'après Q 3 partie A

$S = \{0;1\}$

or $(U_0) = 0,1 > 0$ et (U_n) croissante
alors $\ell = 1$

$\Rightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 1$

Sur le long terme, 100% de la population aura installé l'application.

PARTIE C

1) $V_n = 1 - U_n$
donc $V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$
$= 1 - (2U_n - U_n^2)$
$= 1 - 2U_n + U_n^2$
$= (1 - U_n)^2$

$V_{n+1} = V_n^2$

Exercice 4.

PARTIE A :

1) on a $g(x) = 2x - x^2$
avec $x \in [0;1]$

donc $g'(x) = 2 - 2x$ avec $x \in [0;1]$

on cherche $2 - 2x > 0$
$-2x > -2$ car $-2 < 0$
$x < 1$

x	0		1
$g'(x)$		$+$	
variation de g	0	$\nearrow$	1

2) * on a $g(0) = 2(0) - (0)^2$
$= 0$
et $g(1) = 2 \times 1 - (1)^2$
$= 2 - 1$
$= 1$

* or $g(x)$ strictement croissante sur $[0;1]$

donc pour tout $x \in [0;1]$
$g(x) \in [0;1]$

3) $g(x) = x$ avec $x \in [0;1]$

$\Leftrightarrow 2x - x^2 = x$
$\Leftrightarrow x - x^2 = 0$
$\Leftrightarrow x(x-1) = 0$
donc $x = 0$ ou $x - 1 = 0$
$x = 1$

$S = \{0;1\}$

PARTIE B:

1) On a $U_{n+1} = 2U_n - U_n^2$

Soit P_n : « $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$ »

- pour $n = 0$ $U_0 = 0,1$
et $U_1 = 2 \times U_0 - (U_0)^2$
$= 0,2 - 0,01$
$= 0,19$

donc on a bien $0 \leq 0,1 \leq 0,19 \leq 1$
$\Leftrightarrow 0 \leq U_0 \leq U_1 \leq 1$

- Supposons que P_n vraie pour un entier donné $n/\{0\}$

$\Leftrightarrow 0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

- Montrons que P_{n+1} est vraie :
$\Leftrightarrow 0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

par hypothèse de récurrence on a

$0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

et $U_{n+1} = g(U_n)$ car $g(U_n) = 2U_n - U_n^2$

donc $g(0) \leq g(U_n) \leq g(U_{n+1}) \leq g(1)$
car g est strictement croissante sur $[0;1]$ d'après Q.1 partie A
et $g(U_n) \in [0;1]$ d'après Q.2

donc $0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

- P_n est vraie pour $n=0$ et héréditaire alors $\forall n \in \mathbb{N}$

$0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

Q.2) - On a (U_n) croissante car $U_n \leq U_{n+1}$ (Q.1)
et majorée par 1 car $U_n \leq 1$ (Q.1)
donc (U_n) converge vers une limite ℓ

~~on a $U_n \leq 1$~~

~~$2U_n \leq \dots$~~

~~$U_n = (0{,}9^{2n}) + 1$~~

~~et W~~

~~$\Rightarrow$ sur $[0;1]$~~

- Le coefficient de (U_{n+1}) est supérieure à celui de (W_{n+1})
$2 > 0{,}5$

de plus sur $[0;1]$

$2U_n > U_n^2$

car $2U_n - U_n^2 > 0$
(voir Q.1 partie A)

Donc (U_n) converge plus vite que (W_n).

Exercice 4 : suite

PARTIE C : suite :

2) a) $V_0 = 1 - U_0$
$V_0 = 1 - 0{,}1$
$= 0{,}9$

$V_1 = (V_0)^2$
$= (0{,}9)^2$
$= 0{,}81$

et $V_2 = (V_1)^2$
$= (0{,}81)^2$
$= 0{,}6561$

b) P_n : « $V_n = 0{,}9^{(2n)}$ »

pour $n = 0$
$V_0 = 0{,}9$ et $0{,}9^{2\times 0} = 0{,}9$
$V_0 = 0{,}9^{2\times 0}$
P_0 est vraie

- Supposons que P_n est vraie pour un entier n donné.
$\Leftrightarrow V_n = 0{,}9^{2n}$

- Montrons que P_{n+1} est vraie
$V_{n+1} = 0{,}9^{2(n+1)}$
$= 0{,}9^{2n+2}$
$\Leftrightarrow V_{n+1} = 0{,}9^{2n} \times 0{,}9^2$

On a $V_n = 0,9^{(2n)}$

$\Leftrightarrow 0,9^2 V_n = 0,9^{2n} \times 0,9^2$
$\Leftrightarrow 0,81\, V_n = 0,9^{2n+2}$.

3) $V_n = 1 - U_n$

donc $U_n = -V_n + 1$
$= -(0,9^{2n}) + 1$

4) $\lim\limits_{n \to +\infty} 0,9^n = 0$ car $-1 < 0,9 < 1$

et donc $\lim\limits_{n \to +\infty} (0,9^n)^2 = 0$ par produit

donc $\lim\limits_{n \to +\infty} -(0,9^{2n}) + 1 = 1$ par somme et produit.

PARTIE D:

1) b) à la calculatrice
$U_5 = 0,965 < 0,99$
et $U_6 = 0,998 \geq 0,99$

Donc la valeur renvoyée est $n = 6$ car on cherche $U_n \geq 0,99$.

2) on a

$$\begin{cases} w_0 = 0,1 \\ w_{n+1} = 0,5 w_n + 0,5 \end{cases}$$

avec (w_n) converge vers 1

et $U_{n+1} = 2U_n - U_n^2$.

Exercice 3

1) a) X = gain du joueur

X utilise la loi de

b)

	R	N	B	V
gains	9	a	0	4
pertes	-8	-a	0	-4

$E(X) = 9\times -9 + 0\times 0 + 4\times -4 + (a\times a)$

$= 81 + -16 = 65$

Pour que $E(X) = 0$ il faut que

$a\times -a = -65$ $a = \sqrt{65}$ et $-a = -\sqrt{65}$

$a \neq 0$ car $E(X) = \sum$ gains $\times$ pertes

2) $P(X>0) = P(R) + P(V)$

on sait que $P(R) = P(V) = P(B) = P(N)$

on $\frac{30}{40} = 7{,}5$ $\frac{7{,}5}{300} = 0{,}25$

$P(R\cap V) = 0{,}25 + 0{,}25 = 0{,}5$ P(gagne) = 0,5

Le joueur obtient un gain strictement positif si il atteint une case rouge ou verte

3) $n = 10$ $p = \frac{4}{15}$; l'épreuve

Dans ce cas, on repete 10 fois une même épreuve de maniere indépendante. X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(10 ; \frac{5}{4})$

X = gains du joueur

a) $P(X=2) = \binom{10}{2}\times\left(\frac{4}{15}\right)^2\times\left(1-\frac{4}{15}\right)^{10-2}$

$= \binom{10}{2}\times\left(\frac{4}{15}\right)^2\times\left(\frac{11}{15}\right)^8$

$\simeq 0{,}268$

b) $P(X\geq 3) \simeq 0{,}524$

c) $E(X) = n\times p$

$= 10\times\frac{4}{15}$

$= \frac{8}{3} \simeq 2{,}6$

En moyenne sur 10 tirs ~~un expère~~ un joueur espere gagner à peu pres 2,6 fois. Ce n'est donc pas favorable pour le joueur

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) AYADI
PRENOM : (en majuscules) SARRA
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 05/11/2008
1.2
Concours / Examen : Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Bac blanc Matière : mathématiques
CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : 2026

Bac blanc maths

Exercice 1

Question 1 : C

Question 2 : C

Question 3 : D

Question 4 : C

Question 5 : B

exercice 2

$f(x) = x^2\ln x$

2) $\lim_{x\to 0^+} x^2\ln x = 0$ Par croissance comparée

$\lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$ $\lim_{x\to+\infty}\ln x = +\infty$ Par produit $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

3) a) $f'(x)$ est sous la forme de $u\times v = u'v + v'u$

$f'(x) = 2x(\ln x) + \frac{1}{x}\times x^2$

$= 2x\ln x + \frac{x^2}{x} = 2x\ln x + x$

$= x(2\ln x + 1)$

b)

6) x 0 $+\infty$

6) on sait que $f'(x) = x(2\ln x + 1)$

on $x > 0$ sur $]0;+\infty[$, le signe de $f'(x)$ dépendra de $2\ln x + 1$

~~$2\ln x > 0$~~ $2\ln x + 1 > 0$ on $\ln x > 0$

$2\ln x > -1$ $x > 1$

$\ln x > -\frac{1}{2}$

x	0		1		$+\infty$
x	‖		+		
$2\ln x + 1$	‖	−	0	+	
signe de $f'(x)$	‖	−	0	+	
variations de f	0	↘	$f(1) = 0$	↗	$+\infty$

4) a) Par lecture graphique, on conjecture que la fonction f devient convexe au point d'abcisse ~~x~~ $x = 0{,}2$

b) on sait que $f'(x) = x(2\ln x + 1)$

$f''(x) = \cancel{2\ln x}\ 1(2\ln x + 1) + \frac{1}{x} \times x$

$= 2\ln x + 1 + \frac{x}{x}$

$= 2\ln x + 1 + 1$

$= 2\ln x + 2$

$= 2(\ln x + 1)$

étudions le signe de $2(\ln x + 1)$

$2 > 0$ le signe de $f''(x)$ dépendre de $\ln x + 1 > 0$ $\ln x > -1$

~~$\ln x > 1$~~ $\Leftrightarrow \ln x \geq 0$

on nous savons que $\ln x > 0$ donc $\ln(x) + 1 > 0$

lorsque $x > 1$ sur I

x	0		1		$+\infty$
2	‖		+		
$\ln x + 1$	‖	~~+~~ −	0	+	
signe de $f''(x)$	‖	~~+~~ −	0	+	

sur $[0;1]$ f est concave car $f''(x) \leq 0$

sur $[1;+\infty[$ f est convexe car $f''(x) > 0$

5) a) y. $T: y = f'(a)(x - a) + f(a)$

ici $a = \frac{1}{e}$

$= f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$

$= -\frac{\ln e + 1}{e}\left(x - \frac{1}{e}\right) + -\frac{1}{e^2}$

6) puisque la fonction f est convexe sur $[0;1]$ donc alors sa tangente T sera forcement en dessous de la courbe de la fonction f.

2) a) $v_0 = 1 - U_0$

$= 0,9$

$v_1 = (v_0)^2 = 0,81$ $\qquad$ $v_2 = (v_1)^2 = 0,6561$

b) initialisation

Pour $n=0$ on a $v_n = 0,9^{(2^n)}$

$v_0 = 0,9^{2^0} = 0,9$

or $v_0 = 0,9$

l'initialisation est vérifiée pour $n=0$

Hérédité : je suppose qu'il existe un entier k tel que

$v_k = 0,9^{(2^k)}$ on montrera qu'alors

$v_{k+1} = 0,9^{(2^{k+1})}$

On sait que $v_k = 0,9^{(2k)}$ $\quad$ x^2 fonction ↗ sur $\mathbb{R}$

$v_k^2 = (0,9^{(2k)})^2$

~~$v_k^2 = 0,81^{2k+1}$~~

$v_k^2 = 0,9^{(2k \times 2k)}$

$v_k^2 = 0,9^{(2k+1)}$

$v_{k+1} = 0,9^{(2k+1)}$

l'hérédité est vérifiée.

c) : pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = 0,9^{(2^n)}$

exercice 4

Partie A

1) $g(x) = 2x - x^2$ $\qquad$ $2>0$ le signe dépendra de $1-x$

$g'(x) = 2 - 2x$ $\qquad$ $1 - x > 0$

$g'(x) = 2(1-x)$ $\qquad$ $-x > -1$

$x < 1$

x	0	1
$2(1-x)$	+	
signe de $g'(x)$	+	
variations de g	↗	

2) $g(x) = 2x - x^2$

on sait que $0 < x < 1$

$0 < 2x < 2$ $\quad$ $)\times 2 > 0$

et

$0 < x^2 < 1$

$\iff 0 - 0 < 2x - x^2 < 2 - 1$

$0 < 2x - x^2 < 1$

$0 < g(x) < 1$

3) $g(x) = x$

$2x - x^2 = x$ soit $x = 0$

$2x - x^2 - x = 0$ ou $1 - x = 0$

$x - x^2 = 0$ $-x = -1$

$x(1 - x) = 0$ $x = 1$

Partie B

initialisation

pour $n = 0$; on a $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

or $U_0 = 0,1$

$U_1 = 0,19$ $0 \leq 0,1 \leq 0,19 \leq 1$

l'initialisation est vérifiée.

Hérédité : je suppose qu'il existe un réel k tq

$0 \leq U_k \leq U_{k+1} \leq 1$ je vais montrer QU'ALORS

$0 \leq U_{k+1} \leq U_{k+2} \leq 1$

D'après l'hypothèse de récurrence, on a

$0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$ $\boxed{\text{or } U_{n+1} = g(U_n)}$

$g \nearrow$ sur $[0; 1]$

$\cancel{g(0) \leq f(U_n) \leq f(U_{n+1}) \leq g(1)}$

$0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$; $g \nearrow$ sur $[0; 1]$

$g(0) \leq g(U_n) \leq g(U_{n+1}) \leq g(1)$

$0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

l'hérédité est vérifiée

d : pour tout $n \in \mathbb{N}$; $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

2) (U_n) est majorée par 1 et strictement croissante sur $[0; 1]$ car $U_n \leq U_{n+1}$.

D'après le théorème de convergence monotone (U_n) est convergente.

~~3) on sait que $g(U_n) = U_{n+1}$~~

~~or $U_{n+1} = g(U_n)$~~

~~$\lim_{x \to +\infty} g(x) = 2x - x^2$ $\lim_{x \to +\infty} 2x = +\infty$ 2 $\lim_{x \to +\infty} -x^2 = -\infty$ 1~~

~~FI $+\infty - \infty$~~ Par somme, $\lim_{x \to 1} g(x) = 1$

3) on sait que $g(U_n) = U_{n+1}$, (U_n) est majorée par 1 et croissante donc elle converge vers une limite l.

D'après le théorème du point fixe

$f(l) = l \Leftrightarrow 2l - l^2 = l$

$2l - l^2 - l = 0$

$l - l^2 = 0$ $\Delta = 1$ $x_1 = 0$ $x_2 = 1$

or comme U_n est croissante $\lim_{n \to +\infty} U_n = 1$ cela signifie que ~~après~~ $\overset{*}{n}$ semaines après le lancement 1 personne aura installé l'application

* entre 0 et 1 semaine

Partie C

$V_n = 1 - U_n$

1) $V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

$= 1 - (2U_n - U_n^2)$

$= \cancel{1 - 2U_n + U_n^2}$

$= \cancel{1 - U_n - U_n}$

$=$

or $V_n^2 = (1 - U_n)^2$

$= 1 - 2U_n - U_n^2$

donc $V_{n+1} = V_n^2$

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) AYADI

PRENOM : (en majuscules) SARRA

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 05/11/2008

1.2

Concours / Examen : ……………… Section / Spécialité / Série : ………………

Epreuve : Bac blanc Matière : maths

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ………………

suite exercice 4

Partie C

3) on sait que $v_n = 0,9^{(2^n)}$

or $v_n = v_0 \times q^n$ pour une suite géo

$= 0,9$

b) la valeur renvoyée est 1

2) $w_{n+1} = 0,5w_n + 0,5$

(v_n) converge plus rapidement puisque celle c'est fermée, par 0 et 1.

Page / nombre total de pages

Partie B : On doit démontrer que pour tout entier naturel n : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

On va remplacer u_n par u_0, donc dans ce cas $n=0$ avec $u_0 = 0,10$
ce qui nous donne

$$0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$$

$u_1 = 2u_0 - u_0^2$
$= 2 \times 0,1 - 0,1^2$
$= 0,2 - 0,01$
$= 0,19$

donc,
$$0 \leq 0,1 \leq 0,19 \leq 1$$

Donc, c'est vrai.

2) La suite (u_n) est convergente, car elle est décroissante et minoré en 0.

3) $\lim\limits_{x \to 0^+} u_n = -\infty$

Ce résultat nous montre que cette suite est décroissante ce qui signifie alors que

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) GRAF
PRENOM : (en majuscules) ALIA
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Né(e) le : 25/05/2007

Concours / Examen : Bac blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve :
Matière : Mathématiques

Session :

Exercice 3 :

1) a) X suit loi binomiale, car aucune des parties ne peut être prédite, car la probabilités de gagner est la même pour tous, donc c'est au hasard, de plus, elles sont indépendantes et avec remise.

b)

2) Pour qu'un joueur soit considérés comme gagnant, il faut que le gain obtenu soit strictement supérieur.
Ce qui signifie qu'il faut atteindre, soit une case rouge, soit une case verte.
La probabilité p qu'un joueur gagne est :
$p = \frac{4}{15}$

3) a. On cherche, $P(X = 2)$ on a, $p = \frac{4}{15}$ et $n = 10$

Pour cela, on va utiliser : $P(X=k) = \binom{n}{k} (p)^k (1-p)^{n-k}$
donc, $P(X=2) = 0,2676$

La probabilité qu'il gagne exactement 2 fois, sur les 10 parties consécutives et indépendantes est de 0,2676.

3) b. On cherche, $P(X \geq 3)$

On sait que $P(X \geq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2 + P(X=3)$
$P(X \geq 3) = 0,4949$

3) c)
$E(X) = n \times p$ donc, $E(X) = 10 \times \frac{4}{15} = \frac{8}{3}$

• La moyenne de gagner, lorsqu'un joueur réalise 10 parties consécutives est de $\frac{8}{3}$, c'est à dire qu'il en gagnera en moyenne deux à trois sur dix.

Exercice 1 :

• Question 1 : Réponse C
• Question 2 : Réponse C
• Question 3 : Réponse B
• Question 4 : Réponse C
• Question 5 : Réponse D

Exercice 4 :

Partie A :

1)

x	0		1
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$		$\searrow$	

2)

3) Il faut résoudre $g(x) = x$ dans $[0 ; 1]$

alors on a $2x - x^2 = x$
$x - x^2 = 0$
$2x^2 = x$
$\boxed{x = 1}$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) GRAF
PRENOM : (en majuscules) ALIA
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Né(e) le : 25/05/2007

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

1.2

Concours / Examen : Bac blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve :
Matière : Mathématiques

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Partie C :

1)

2) a. Pour calculer v_0, v_1 et v_2, on a besoin de $v_n = 1 - u_n$

Donc,

$v_0 = 1 - u_0$ $= 1 - 0{,}1$ $= 0{,}9$

$v_1 = 1 - u_1$ $= 1 - 0{,}19$ $= 0{,}81$

$v_2 = 1 - u_2$ $= 1 - 0{,}34$ $= 0{,}66$

2) b. $v_n = 0,9^{(2n)}$

Initialisation:

Pour $n=0$

Donc on a, $v_0 = 0,9^{(2\times0)}$
$v_0 = 0,9$

La propriété est vrai à l'ordre $n=0$

Hérédité:
On suppose que $v_n = 0,9^{(2n)}$ est vrai
et on veut montrer que $u_{n+1} = 0,9^{(2n+1)}$

donc

Conclusion:

$\forall n \in \mathbb{N}$, alors $v_n = 0,9^{(2n)}$ est verifiée

Exercice 2: $]0;+\infty[$ $f(x) = x^2 \ln x$

1) $a = x^2$ $b = \ln x$
$a' = 2x$ $b' = 1/x$

$f(ab) = (\ln x)^2 \times 2x + (x^2)^2 \times 1/x$
$= 2\ln x \times 2x + (x^2)^2 + \frac{1}{x}$

$g(1) = 2\times 1 - 1^2 = 1$

Puisque g est strictement décroissante sur $[0;1]$ et ses images sont comprises entre 0 et 1, donc appartient à $[0;1]$, on peut conclure que pour tout $x \in [0;1]$, $g(x) \in [0;1]$

Il manque la réponse à la question 3 de la partie A que vous trouverez suite au 1) de la partie B.

Partie B:

1) D'une part : $u_0 = 0{,}1$

D'autre part : $u_1 = 2\times 0{,}1 - (0{,}1)^2 = 0{,}19$

$0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$

La propriété est donc vraie au rang 0

Supposons que $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

Démontrons alors que $0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$

Or on peut assimiler la fonction g à la suite (u_n), d'où $g(u_n) = u_{n+1}$

Donc, $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

$g(0) \leq g(u_n) \leq g(u_{n+1}) \leq g(1)$

$0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$

La propriété est donc vérifiée pour tout n par le principe de raisonnement par récurrence

Partie A

3) $g(x) = x$

$\Leftrightarrow 2x - x^2 = x$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - x = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-3) = 0$

$x = 0$ ou $x = 3$

Or $x = 3$ n'appartient pas à $[0;1]$, donc $x = 0$ est la solution

Partie B:

2) La suite est strictement croissante d'après $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ et ~~converge vers~~ elle est majorée par 1, donc elle converge.

3) La suite (u_n) converge, est strictement croissante et on a $g(u_n) = u_{n+1}$. Donc d'après le théorème du point fixe, on note sa limite l, d'où $g(l) = l$. On a déjà trouvé la solution de $g(x) = x$ à laquelle on associe $g(l) = l$ qui nous dit que $l = 0$.

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) ZARDI

PRENOM : (en majuscules) MOHAMED

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 21 / 03 / 2007

1.2

Concours / Examen : BAC Blanc

Section / Spécialité / Série :

Epreuve : Mathématiques

Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exercice 1:

Question 1 : C

Question 2 : A

Question 3 : B

Question 4 : C

Question 5 : D

Exercice 3:

1) a) La loi de probabilité de X est représentée sur le tableau ci-dessous :

$X = x_i$	$-a$	0	4	9
$P(X = x_i)$	$\frac{14}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{2}{30}$

Ces valeurs ont été trouvée grâce à la représentation de la cible et l'énoncé qui présente les gains respectifs de chaque couleur sur la cible. (Noir : on perd a), (Bleu : on ne gagne ou perd rien), (Vert : on gagne 4) et (Rouge : on gagne 9)

1) b) $E(X)=0$

$\Leftrightarrow -a\left(\frac{14}{30}\right)+0\times\frac{8}{30}+4\times\frac{6}{30}+9\times\frac{2}{30}=0$

$\Leftrightarrow -a\left(\frac{14}{30}\right)+0+\frac{24}{30}+\frac{18}{30}=0$

$\Leftrightarrow -a\left(\frac{14}{30}\right)+\frac{42}{30}=0$

$\Leftrightarrow -a\left(\frac{14}{30}\right)=\frac{-42}{30}$

$\Leftrightarrow -a=\frac{-42}{30}\times\frac{30}{14}$

$\Leftrightarrow -a=\frac{-42}{14}$

$\Leftrightarrow a=\frac{42}{14}$

$\Leftrightarrow \boxed{a=3}$

Pour ~~que~~ le jeu soit équitable, il faut que la valeur de a soit égale à 3, ~~(faut)~~ donc on perd 3 euros si la flèche atteint une case noire.

2) $p=P(V\cap R)$ or les événement sont indépendants donc on peut assimiler $P(V\cap R)$ à $P(V)+P(R)$.

$p=P(V)+P(R)$

$p=\frac{6}{30}+\frac{2}{30}$

$p=\frac{8}{30}$

$\boxed{p=\frac{4}{15}}$

La probabilité qu'un joueur gagne au jeu est donc égale à $\frac{4}{15}$

3) a) On fait une répétition ~~(conséquente)~~ consécutive et d'une manière indépendante d'une même expérience de lancée de flèche sur une cible que l'on répète 10 fois. On note que la probabilité de succès est de $\frac{4}{15}$ et on associe cette expérience à une loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=\frac{4}{15}$.

Donc, la probabilité d'obtenir exactement 2 fois une case qui génère du gain au joueur est notée :

$P(X=2)=\binom{10}{2}\left(\frac{4}{15}\right)^2\left(\frac{11}{15}\right)^{10-2}$

$=\binom{10}{2}\left(\frac{4}{15}\right)^2\left(\frac{11}{15}\right)^8$

$\boxed{P(X=2)=0,268}$

3) b) $P(X\geq 3)=1-P(X<3)$

$P(X\geq 3)=1-\binom{10}{3}\left(\frac{4}{15}\right)^3\left(\frac{11}{15}\right)^7=1-0,736=\boxed{0,264}$

~~$P(X\geq 3)=0,524$~~

La probabilité qu'il gagne au moins 3 fois est de 0,264.

3) c) $E(X)=np$

$E(X)=10\times\frac{4}{15}$

$\boxed{E(X)=\frac{8}{3}}$

Sur 10 répétitions, le jeu est favorable au joueur. On espère donc gagner au moins une fois sur ces 10 répétitions.

Exercice 4 :

Partie A :

1) La fonction g est dérivable sur $[0;1]$ en tant que polynôme.

$\boxed{g'(x)=2x-2}$

$2x-2>0$

$2x>2$

$x>\frac{2}{2}$

$\boxed{x>1}$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$		0	$+$

La fonction g est strictement décroissante sur l'intervalle $[0;1]$.

2) On calcule $g(0)$ et $g(1)$.

$g(0)=2\times 0-0^2=0$

$2\ln x + 1 > 0$

$2\ln x > -1$

$\ln x > \frac{-1}{2}$

$\boxed{x > e^{-\frac{1}{2}}}$

x	0		$e^{-\frac{1}{2}}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-0,18$	$\nearrow$	$+\infty$

$f(e^{-\frac{1}{2}}) = (e^{-\frac{1}{2}})^2 \ln e^{-\frac{1}{2}}$

$f(e^{-\frac{1}{2}}) = -0,18$

4) a) Par lecture graphique, le point d'inflexion se trouve entre $x = 0,7$ et $x = 0,8$

b) Pour étudier la convexité d'une fonction, on calcule sa dérivée seconde notée $f''(x)$

$f''(x) = u''v' + u'v''$

$u'(x) = x \qquad v'(x) = 2\ln x + 1$

$u''(x) = 1 \qquad v''(x) = \frac{2}{x}$

$f''(x) = 1 \times 2\ln x + 1 + x \times \frac{2}{x}$

$= 2\ln x + 1 + \frac{2x}{x}$

$\boxed{f''(x) = 2\ln x + 3}$

On résout $f''(x) = 0$

$2\ln x + 3 = 0$

$2\ln x = -3$

$\ln x = \frac{-3}{2}$

$\boxed{x = e^{-\frac{3}{2}}}$

Le point d'inflexion noté I a pour coordonnées

$\cancel{I(0 ; e^{-\frac{3}{2}})}$ $I(e^{-\frac{3}{2}} ; 0)$

5) a) $T : y = f'(\frac{1}{e})(x - \frac{1}{e}) + f(\frac{1}{e})$

Exercice 4.

Partie B.

3) (suite de la réponse) Or nous savons que cela est impossible parce que la suite est strictement croissante et de premier terme 0,1 donc ne peut pas tendre vers 0. Par conséquent, on note que sa limite est 1 que l'on renforce à la calculatrice, puisqu'elle converge vers 1 et parce qu'elle ne suit pas la même courbe que la fonction g. Dans ce contexte, après plusieurs semaines, personne n'aura l'application installée.

Partie C :

1) On a d'une part :

$V_{n+1} = 1 - u_{n+1} = 1 - (2u_n - u_n^2)$

$= \boxed{1 - 2u_n + u_n^2}$

et d'autre part :

$V_n^2 = (1 - u_n)^2 = 1^2 - 2u_n + u_n^2$

$= \boxed{1 - 2u_n + u_n^2}$

On peut en déduire donc que $V_{n+1} = V_n^2$

2) a) $V_0 = 1 - u_0$ | $V_1 = 1 - u_1$ | $V_2 = 1 - u_2$

$V_0 = 1 - 0,1$ | $V_1 = 1 - 0,19$ | $V_2 = 1 - 0,3439$

$\boxed{V_0 = 0,9}$ | $\boxed{V_1 = 0,81}$ | $\boxed{V_2 = 0,6561}$

b) Initialisation : $V_0 = 0,9^{(2^0)}$

$V_0 = 0,9^1$

$\boxed{V_0 = 0,9}$

La propriété est donc vraie au rang 0.

Supposons que $V_n = 0{,}9^{(2^n)}$

Démontrons alors que $V_{n+1} = 0{,}9^{(2^{n+1})}$

On rappelle la formule explicite d'une suite géométrique est :

$V_n = V_0 \times q^n$

Donc, $V_n = 0{,}9 \times 1^{(2^n)}$

D'où, $V_{n+1} = 0{,}9^{(2^n)} * 1^{(2^n)}$

$V_{n+1} = 0{,}9^{(2n+1)}$

La propriété est donc vérifiée pour tout n en utilisant le principe de ~~raisonnement~~ par récurrence.

3) $V_n = 1 - U_n \iff U_n = 1 - V_n$

$\boxed{U_n = 1 - 0{,}9^{(2^n)}}$

4) On cherche $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

$\lim\limits_{n \to +\infty} 0{,}9^{(2^n)} = 0$ car $0 < 0{,}9 < 1$, par produit.

Par somme, $\lim\limits_{n \to +\infty} 1 - 0{,}9^{(2^n)} = 1$.

Donc, $\lim\limits_{n \to +\infty} (U_n) = 1$.

Partie B :

1) a) Code Python complété sur l'annexe.

b) La fonction va renvoyer $\Rightarrow 7$ qui est la valeur de n pour laquelle $U_n \geq 0{,}99$.

2) La suite (U_n) converge beaucoup plus vite vers 1 car ses coefficients sont plus importants et supérieurs à 1 contrairement à la suite (u_n) qui a comme coefficient 0,5 qui est compris entre 0 et 1, ralentissant ainsi sa croissance.

Exercice 3 :

1) $f(a) = a^2 \ln a$

$f(b) = b^2 \ln b$

$f(ab) = f(a) \times f(b)$

$f(ab) = (a^2 \ln a) \times (b^2 \ln b)$

$f(ab) = b^2 a^2 \ln a + a^2 b^2 \ln b$

$f(ab) = b^2 (a^2 \ln a) + a^2 (b^2 \ln b)$

$f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

Pour tous réels a et b strictement positifs, $f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) $\lim\limits_{x \to 0} x^2 = 0$

$\lim\limits_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$

Par croissances comparées, on a : $\lim\limits_{x \to 0} x^2 \ln x = 0$

Donc, $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} f = 0}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

Par produit, $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} f = +\infty}$

3) a) La fonction f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ ~~est~~ en tant que produit de fonctions dérivables sur $]0 ; +\infty[$

On rappelle que : $f'(x) = u'(x) \times v(x) + v'(x) \times u(x)$

$u(x) = x^2$ $\quad v(x) = \ln x$

$u'(x) = 2x$ $\quad v'(x) = \frac{1}{x}$

$f'(x) = 2x \times \ln(x) + x^2 \times \frac{1}{x}$

$f'(x) = 2x \ln x + \frac{x^2}{x}$

$f'(x) = 2x \ln x + x$

$\boxed{f'(x) = x(2 \ln x + 1)}$

$x > 0$ sur $]0 ; +\infty[$, donc le signe dépend de $(2 \ln x + 1)$.

b) $P(X \geq 3) \approx 0{,}523$ D'après la calculatrice

$1 - P(X=0) = \binom{10}{0}$

$E(X) = n \times p$

$E(X) = 10 \times \frac{4}{15} = \frac{8}{3}$ $E(X) > 0$ ainsi cette loi de probabilité fait que le joueur a plus de chance de gagner que de perdre

Exercice 4

$\begin{cases} U_0 = 0{,}1 \\ U_{n+1} = 2U_n - (U)^2{}_n \end{cases}$

PtA

1) $g(x) = 2x - x^2$

$g'(x) = 2 - 2x$

$2x + x^2 = 0$

$x = 0$

	0		1
g'	—	0	+
g		0	↗

2) $g(0) = 0$

$g(1) = 1$

$g(x)$ est strictement croissante sur $[0;1]$ avec $x \in [0;1]$ tel que $g(0)$ et $g(1) \in [0;1]$

3) $g(x) = x$ tel que l'image et l'antécédents sont égaux sur cet intervalle

Exercice 1

1 _ B

2 _ C

3 _ A

4 _ B

5 _ D

Exercice 2

$f(x) = x^2 \ln x$

1) $f(a) = a^2 \ln a$

$f(b) = b^2 \ln b$

$f(a \times b) = (a^2 \ln a) \times (b^2 \times \ln b)$

$= a^2 b^2 + a^2 \ln b + b^2 \ln a + \ln(a+b)$

$= b^2(a^2 + \ln a) + a^2(\ln b + b^2)$

$= b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) $\lim\limits_{x \to 0} x^2 \ln x$ ainsi $x^2\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$ en factorisant par le plus haut degrés et par croissance comparée

$\lim\limits_{x \to 0} x^2 = 0$

$\lim\limits_{x \to 0} \ln(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ ainsi $x^2\left(1 - \frac{\ln}{x}\right)$ en factorisant

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln x = +\infty$

3) a) $f'(x) = (v \times u)'$ pour tout $x > 0$

$u = x^2$ $v = \ln x$

$u' = 2x$ $v' = \frac{1}{x}$

$f'(x) = x^2 \times \frac{1}{x} + 2x \ln x$

$= x + 2x \ln(x)$

$= x(2\ln x + 1)$ $\qquad D_f =]0 ; +\infty[$

b)

	0		1		$+\infty$
f'	‖	$-$	0	$+$	
f	‖ 0	↘		↗	$+\infty$

$x^1 = x^2 \ln(x) = 0$

$x^1 = 1^2 \ln(1) = 0$

4)

a) C admet un point d'inflexion en I tel que par lecture graphique

$0{,}5 < x_I < 0{,}7$

b) $f''(x) = (u \times v)'$ $\qquad u = 2x \qquad v = \ln x$

$f'(x) = x + 2x \ln(x)$ $\qquad u' = 2 \qquad v' = \frac{1}{x}$

$f''(x) = 1 + 2\ln x + x$

	$-\infty$		0		$+\infty$
f''		$-$	0	$+$	
f'		↘		↗	

$f'(x) = 0$ $\qquad x + 2x \ln(x) = 0$

$2x \ln x = -x$

$\ln x = \frac{-x}{2x}$

$x = e^{-\frac{1}{x}}$

elle est convexe sur $]0 ; +\infty[$

elle est concave sur $]-\infty ; 0[$

5) a $T : y = f'(a)(x - a) + f(a)$

$f'\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{x} + 2\frac{1}{e} \ln \frac{1}{e}$

$= 3e^{-\frac{x}{x}}$

$f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e}^2 \ln \frac{1}{e}$

$= -\frac{1}{e} x$

$y = 3e^{-\frac{x}{x}} \left(x - \frac{1}{e}\right) - \frac{1}{e} x$

b) la tangente se trouve en dessous de la courbe C.

Exercice 3

1)

X	$-a$	0	$+4$	$+9$
P(X)	$\frac{14}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{2}{30}$

X la variable aléatoire représentant le gain du joueur

$E(X) = 0$

$0 \times \frac{8}{30} + 4 \times \frac{6}{30} + \frac{2}{30} \times 9 - \frac{14}{30} a = 0$

$\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{14}{30} a$

$\frac{7}{5} = \frac{44}{30} a$

$3 = a$ $\qquad$ pour que le jeu soit equitable, $a = 3$

2)

Sachant que G = gagner une somme strictement positive.

$P(G) = \frac{6}{30} + \frac{2}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

3) $P(X = k) \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$ $\qquad B\left(10 ; \frac{4}{15}\right)$

$P(X = 2) = \binom{10}{2} \left(\frac{4}{15}\right)^2 \left(1 - \frac{4}{15}\right)^{10-2}$

$P(X = 2) = \binom{10}{2} \left(\frac{4}{15}\right)^2 \left(\frac{11}{15}\right)^8$

$P(X = 2) \simeq 0{,}267$

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BEN ATTOUCH

PRENOM : (en majuscules) DONIA

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 25 / 06 / 2007

1.2

Concours / Examen : BAC BLANC

Section / Spécialité / Série :

Epreuve : maths

Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

PTB

1) $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$ Soit U_{n+1}

Demontrons que $U_n < U_{n+1}$ par recurrence

I: $U_0 = 0,1$ ainsi $U_0 < U_1$ cette propriete est vraie

$U_1 = 0,19$ pour le rang $n = 0$

H: Supposons que $U_n < U_{n+1}$ Demontrons que pour un rang n quelconque cette propriété est vraie.

$U_n < U_{n+1}$ $\longrightarrow$ Un est strictement croissanté sur $[0, 1]$ ce qui fait que $U_{n+1} > U_n$

$2U_n \leq 2U_{n+1}$

$2U_n - U_n^2 < 2U_{n+1} - U_n^2$

Cette propriété est vraie pour n rang D'après le raisonnement par recurrence

puisque $U_{n+1} = g(x)$ donc $U_{n+1} \leq 1$

on sait que $g(1) = 1 \leq 1$

sur $[0; 1]$ $g(0) = 0$ telque $U_{n+1} \geq 0$

$U_{n+1} - U_n = 2U_n - U^2 n$

$= U_n - U^2 n$

la propriété est donc vrai $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

2. la suite est bornée par $[0,1]$ et strictement croissante, elle est donc convergente sur $[0,1]$

3. cette suite admet un maximum en 1.

PTC

$V_n = 1 - U_n$

1) $V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

2) $V_0 = 1 - 0{,}1$
$= 0{,}90$

$V_1 = 1 - U_1$
$= 1 - 0{,}19$
$= 0{,}81$

$V_2 = 1 - U_2$
$= 1 - 0$
$= 1$

$V_n = 1 - U_n$ $\quad U_2 = 2\times 2 - 2^2$
$= 0$

I. montrons que pour le rang $n=0$ $V_n = 0{,}9^{2n}$

$n=0 \Leftrightarrow V_0 = 0{,}9^{2\times 0}$

$V_0 = 0{,}90$ cette prop est vraie pour $n=0$

H. supposons que $V_n = 0{,}9^{2n}$ demontrons que pour tout rang n, $V_{n+1} = 0{,}9^{2n+1}$

$V_{n+1} = V_n^2$

$V_{n+1} = (0{,}9 \times 0{,}9)^{2n}$
$= 0{,}9^{2n} + 0{,}9^{2n}$
$= 0{,}9^{2n+1}$

la propriété est donc vraie pour n rang. D'après le raisonnement par recurrence.

3) $1 - U_n = 0{,}9^{2n}$
$-U_n = -0{,}1^{2n}$
$U_n = 0{,}1^{2n}$

4) $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 0$

PTD

a)

b) la valeur de n qui montre le plus petit entier n tel que $U_n \geqslant 0{,}99$

2) $\begin{cases} W_0 = 0{,}1 \\ W_{n+1} = 0{,}5W_n + 0{,}5 \end{cases}$ $\quad \lim\limits_{n \to +\infty} W_n = 1.$

Un converge plus vite que Wn car

b) $n=10$ $p=0{,}27$

$(P=k) = C_n^k \, p^k \, (p-1)^{n-k}$

$P=3 = C_{10}^3 \, (0{,}27)^3 \, (0{,}27-1)^7$

$C_{10}^3 = (0{,}019683)(-0{,}73)^7$

$C_{10}^3 = (0{,}0197)(0{,}1105)$

$C_{10}^3 \times 0{,}0022$

c) $E(X) = np$

$= 10 \times 0{,}27$

$\boxed{= 2{,}7}$

L'espérance de cette loi de probabilité est de $E(X)=2{,}7$. La probabilité joue 10 partie consécutive est gagne une partie est de 2,7.

exercice n°4

$U_{n+1} = 2(u_n - u_n^2)$

$u_0 = 0{,}1$

Partie A

La fonction g définie sur l'intervalle $[0;1]$ par

$g(x) = 2x - x^2$

Soit $g'(x) = 1-2x$

$= 1-2x = 0$

$-2x = -1$

$x = \boxed{\frac{1}{2}}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
g		$\searrow$	0	$\nearrow$	1

Donc $g(x) \in [0;1]$

Suite

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) KHALSI

PRENOM : (en majuscules) SAFÉ

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 04/10/2008

1.2

Concours / Examen : Bac Blanc Section / Spécialité / Série : Generale

Epreuve : Math Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

exercice n°1

Question 1 : B

Question 2 : C

Question 3 : D

Question 4 : C

Question 5 : C

exercice n°2

f définie sur $]0,+\infty[$

$f(x) = x^2 \ln x$

1) $f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

supposons que $a=1$ et $b=3$

soit $f(ab) = (3)^2 f((1)^2 \times 1) + (1)^2 f((3)^2 \times 1)$

$f(ab) = 9(1) + 1(9)$

$= 18$

$18 > 0$

Donc pour tout réel a et b sont strictement positif

2) $\lim_{x\to 0} x^2 \ln x$ $\lim_{x\to+\infty} x^2 \ln x$

$(0)^2 \times 1$ $= +\infty \times 1$

$= 0$ $= +\infty$

Soit $0 > 0$ soit $+\infty > 0$

3) a) Pour tout $x > 0$, $f(x) = x(2\ln x + 1)$

$f(x) = x^2 \ln x$

$f'(x) = 2\ln x \times x$

$= x(2\ln x + 1)$

b) $f(x) = x^2 \ln x = 0$

$x^2 \times 1 = 0$

$x^2 = -1$

soit $x = -\sqrt{1}$ ou $x = \sqrt{1}$

x	$-\infty$		$\sqrt{1}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	
		$\searrow$		$\nearrow$	

4) Le point d'inflexion est de 1

b) $1 > 0$

Donc la courbe est convexe

5) a) L'équation de la tangente $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

$= f'(\frac{1}{e})(x - \frac{1}{e}) + f(\frac{1}{e})$

$= f'(0)(x - \frac{1}{e}) + f(\frac{1}{e})$

$0 \left(\frac{x}{\frac{1}{e}}\right)$

$= 0$

exercice n° 3

La cible est constituée de 30 case :

- 14 noire
- 8 bleu
- 2 rouge
- 6 vert

a)

1) $P(X=2)$

b) $E(X) = np$ soit $n = 8$

$= \boxed{0{,}14}$ $p = 0{,}7$

Afin de gagner, le joueur doit obtenir une case verte ou rouge soit $P(X=2)$, dans ce cas afin de calculer l'espérance $E(X) = np$, on détermine le nombre de succes $p = 0{,}7$ et la repetition $n = 8$

$E(X) = \boxed{1{,}8}$

2) La probabilité est de $\frac{2}{30}$ soit $0{,}7$ $p = 0{,}7$

3) $n = 10$ $p = 0{,}27$

$(P=k) = C_n^k \, p^k (p-1)^{n-k}$

$(P=2) = C_{10}^2 \, p^2 (p-1)^{10-2}$

$= C_{10}^2 (0{,}27)^2 (0{,}27-1)^8$

$= C_{10}^2 (0{,}27)^2 (-0{,}73)^8$

$= C_{10}^2 \times 0{,}0729 \times 0{,}0806$

$= C_{10}^2 \times 0{,}0059$

Page / nombre total de pages

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) KHALSI

PRENOM : (en majuscules) SAFÉ

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 04/10/2008

1.2

Concours / Examen : Bac Blanc Section / Spécialité / Série : Général

Epreuve : Math Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

=> Suite

3) $[0;1]$, $g(x) = x$

Partie B

a) Pour tout entier naturel n

$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

La suite est convergente vers 1

b) $\lim\limits_{x \to +\infty}$ de u_n est de $+\infty$

Partie C

$v_n = 1 - u_n$

$v_{n+1} = v_n^2$

$u_0 = 0,1$ sont la population qui possede l'application

$v_0 = 0,9$ sont la population qui ne possede pas l'application

1) $u_{n+1} = v_n^2$ soit $v_n = (0,9)^{(2n)}$ et $u_{n+1}(1 - 2)^2$

2) a) $v_0 = 1 - u_0$ $v_1 = 1 - u_0$ $v_2 = 1 - v_1$

$= 1 - 0,9$ $1 - 0,1$ $= 1 - 0,9$

$\boxed{= 0,1}$ $\boxed{= 0,1}$ $\boxed{= 0,1}$

Initialisation

D'une part

$v_0 = 0,9$

D'autre part

$v_n = 1 - u_n$ La propriéter est vrai pour $\boxed{u_0 = 0,1}$

$v_0 = 1 - 0,9$

$\boxed{= 0,1}$

Hérédite

Supposons que $v_n = 1 - u_n$ et montrant que

$v_{n+1} = v_n^2$

On sait que $v_n = 0,9^{(2n)}$

et $n = 1$

soit $v_{n+1} = v_n^2$

$= ((0,9)^{(2n)})^2$

$= (0,81)^2$

$= 0,6561$

$= \lim_{x \to +\infty} 0,9^{(2n)} = 0$ par prdt

Soit pour tout entier naturel n, $v_n = 0,9^{(2n)}$ est vrai

D'après le raisonnement de la recurence, la propriete est donc verifiée

Partie D

b) La valeur renvoyée par l'appel de cette fonctions est que $u_0 = 0,1$ et que $u_n \geq 0,99$

2) $w_0 = 0,1$

$w_{n+1} = 0,5 w_n + 0,5$

On admet la suite (w_n) convergente vers 1.

La suite u_n ; $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ soit la suite u_n converge plus rapidement vers 1 que la suite u_n car elle se situe entre 0 et 1.

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) MONTACER
PRENOM : (en majuscules) RAYEN
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 14 / 05 / 2008
1.2

Concours / Examen : BAC BLANC
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : MATHÉMATIQUE
Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exercice 1

Question 1 : Réponse B

Question 2 : Réponse C

Question 3 : Réponse D

Question 4 : Réponse C

Question 5 : Réponse C

Exercice 2

Question 1 :

$f(a) = a^2 + \ln(a)$

$f(b) = b^2 + \ln(b)$

$f(ab) = a^2 + \ln(a) \times (b^2 + \ln(b))$

$= a^2 \times b^2 + a^2 \ln(b) + \ln(a) b^2 + \ln(a) \times \ln(b)$

$f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

Question 2

On a $f(x) = x^2 \ln(x)$

Ainsi les limites en 0 et en $+\infty$

$\lim_{x \to 0} f(x)$

$\lim_{x \to 0} x^2 \times \ln(x)$; par composé de limites, cette limites est egales a $\boxed{0}$

ensuite

$\lim_{x \to +\infty} f(x)$

$\lim_{x \to +\infty} x^2 \times \ln(x)$

$\left.\begin{array}{l} \lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty \\ \lim_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty \end{array}\right\}$ Par produit la limite lorsque x tend vers plus l'infini de cette fonction est $\boxed{+\infty}$

Question 3

a-) Sachant que $f(x) = x^2 \times \ln(x)$

Alors $f'(x) = 2x \times \ln(x) + x^2 \times \frac{1}{x}$

$= 2x \times \ln(x) + x$

$= x\,(2\ln(x) + 1)$

b-) Ainsi $f'(x) = 0$

Donc $x(2\ln(x) + 1) = 0$

Soit :

$x = 0$ où bien $2\ln(x) + 1 = 0$

$2\ln(x) = -1$

$\ln(x) = -\frac{1}{2}$

$e^{\ln(x)} = e^{-\frac{1}{2}}$

$x = e^{-\frac{1}{2}}$

x	0		$e^{-\frac{1}{2}}$		$+\infty$
x		$+$		$+$	
$2\ln(x)+1$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Question 4

a-) Par lecture graphique ; Nous pouvons conjecturer que l'encadrement de l'abscisse du point d'inflexion I est :

$0,1 < 0,2 < 0,3$

b-) Sachant que $f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$

Alors $f''(x) = 1 \times 2\ln(x) + 1 + x \times \frac{2}{x}$

$= 2\ln(x) + 3$

Ainsi $2\ln(x) + 3 = 0$

$2\ln(x) = -3$

$\ln(x) = -\frac{3}{2}$

$e^{\ln(x)} = e^{-\frac{3}{2}}$

$x = e^{-\frac{3}{2}}$

x	0		$e^{-\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

Ainsi la f est concave entre 0 et $e^{-\frac{3}{2}}$

et f est convexe entre $e^{-\frac{3}{2}}$ et $+\infty$

Donc les coordonés du point d'inflexion son

$I\,(e^{-\frac{3}{2}}$;

Questions 5

Partie C

1-) $V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$
$= 1 - (2U_n - U_n^2)$
$= 1 - 2U_n + U_n^2$
$= 1 - U_n(2 + U_n)$

2-) $V_0 = 1 - U_0 = 1 - 0,1 = 0,9$
$V_1 = 1 - U_1 = 1 - 0,19 = 0,81$
$V_2 = 1 - U_2 = 1 - 0,34 = 0,66$

b-) Propriété : $0,9^{(2^n)}$
Initialisation
Pour $n = 0$ on $V_0 = 0,9^{(2^0)} = 0,9$ on
On sait que $V_0 = 0,9$ Ainsi on peut conclure que $V_0 = 0,9^{(2\times 0)}$

Hérédité
Pour un entier n fixé et que supposons que $V_n = 0,9^{(2^n)}$
montrons que c'est le cas pour $V_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$
On a $V_{n+1} = \cancel{\ldots}\ 0,9^{(2^{n+1})}$
~~On a sait que $V_1 = 0,81$ et que $0,9^{(2^1)}$~~

X

4-) $\lim_{n \to +\infty} 0,9^{(2^n)}$
$\lim_{n \to +\infty} q^n$ lorsque $-1 < q < 1 = 0$
ici $0,9$ est $\in [-1;1]$ donc la limite est de zero

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) MONTACER
PRENOM : (en majuscules) RAYEN
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : / /
1.2

Concours / Examen : .... Section / Spécialité / Série : ....
Epreuve : .... Matière : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ....

Exercice 4
Partie A

1-) Sachant que $g(x) = 2x - x^2$
alors $g'(x) = 2 - 2x$
et $g'(x) = 0$ et $g'(x) > 0$
$= 2 - 2x = 0$; $= 2 - 2x > 0$
$-2x = -2$; $-2x > -2$
$x = 1$; $x < 1$

x	0		1
$g'(x)$		+	
g		↗	

Donc sur $[0;1]$ g est croissante

2-) On sait que $x \in [0;1]$
alors par construction $0 < x < 1$) en multiplie par -1 en inverse les signe
$0 < x < 1$ et $0 > -x > -1$; fonction carré inversion des signe
$0 < x \times 2 < 2$; $0 < x^2 < 1$
Donc on a bien $2x \in [0;1]$; Donc on a bien $x^2 \in [0;1]$
Ainsi par somme qui fait $g(x)$ on voit bien que $g(x) \in [0;1]$

3-) $g(x) = x$

=> sachant que $g(x) = 2x - x^2$

Donc :

$2x - x^2 = x$

~~$x(2 - x) = x$~~

$2x - x^2 - x = 0$

$-x^2 - x = 0$

$x(-1x - 1) = 0$

$x = 0$ ou bien $-x - 1 = 0$

$-x = 1$

$x = -1$

Donc $S \{0 ; -1\}$

Partie B

1-) Propriété : $0 \leq U_n \leq U_{n+1} < 1$

Initialisation

Pour $n = 0$ on a $U_0 = 0,1$ et on a

$U_{0+1} = 2 \times 0,1 - 0,1^2 = 0,19$ or

$0 \leq 0,1 \leq 0,19 \leq 1$ Donc que

$0 \leq U_0 \leq U_1 \leq 1$

Hérédité

Pour un entier n fixé et que nous supposons que $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$ montrons que c'est le cas pour $0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} < 1$

On sait que :

$0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

$0 \leq 2U_n \leq 2U_{n+1} \leq 2$

$0 - U_n^2 \leq 2U_n - U_n^2 \leq 2U_{n+1} - U_{n+1}^2 < 2 - U_n^2$

et comme $U_n \in [0 ; 1]$ alors au maximum

$0 - U_n^2 = -1$ et $2 - U_n^2 = 1$

~~$-1 \leq 2U_n - U_n^2 \leq$~~

$-1 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} < 1$

Ainsi après avoir vérifier l'hérédité et vérifier l'initialisation [illegible]

2-) En effet selon la question précédente Nous venons de démontrer que la suite est croissante car $U_n < U_{n+1}$ et par ailleurs Nous avons montrer aussi que la suite est majoré par ~~M~~ 1 car $U_n \to U_n < 1$

Ainsi selon le théorème de convergence Monotone on peut en conclue que la suite est ~~de~~ convergente

3-) On a $\lim_{n \to +\infty} U_n = L$ et $\lim_{n \to +\infty} U_{n+1} = L$

Ainsi $\lim_{n \to +\infty} U_{n+1} = 2(\lim_{n \to +\infty} U_n) - (\lim_{n \to +\infty} U_n)^2$

Donc $\lim_{n \to +\infty} U_{n+1} = 2L - L^2$

$\Leftrightarrow L = 2L - L^2$

On a donc

$L = 2L - L^2$

$-L^2 + L = 0$

$L(-L + 1) = 0$

Soit :

$L = 0$ où bien $-L + 1 = 0$

$-L = -1$

$L = 1$

Ainsi On peut en conclue que la suite tend vers 1, cela veut dire que au bout d'un certain temp l'entièreté de la population Auo installé l'application.

Exercice 3

Question 3

a-) $P(X=2) = \binom{p}{x} p^{x} (1-p)^{n-x}$

$= \binom{\frac{4}{15}}{2} \frac{4}{15}^{2} \left(1 - \frac{4}{15}\right)^{10-2}$

$\approx 0,26$

b-) $P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3)$

$1 - P(X = 2)$

$1 - 0,26 \approx 0,74$

c-) $E(X) = n \times p$

$= 10 \times \frac{4}{15} = 8$

La moyenne de partie qu'il peut gagner su les 10 est de 8

Question 1

1-) On a 30 epreuve identique et indépendantes qui a 4 issue possible ; Donc X ~~represent~~ de probabilité $\frac{4}{30}$ represente le gain algebrique du jeu, Ainsi C'est une Loi Binomiale de Paramètre $\mathcal{B}\left(30\,;\,\frac{1}{30}\right)$

2-) X

~~2-) La pro~~

Question 2

La probabilité qu'il gagne

Donc gain strictement positif

$p : \frac{28}{30}$

Exercice 4 :

Partie A :

1) $g'(x) = 2 - 2x$

$2 - 2x \geqslant 0$

$\iff -2x \geqslant -2$ on a multiplié par -2, un nombre négatif, le signe s'inverse

$\iff x \leqslant 1$

x	0		1
$g'(x)$		$+$	0
$g(x)$	0	$\nearrow$	1

$g(0) = 2\times 0 - (0)^2 = 0$

$g(1) = 2\times 1 - (1)^2 = 1$

2) Sur $[0;1]$, $g(x)$ est strictement croissante, et son image en 0 est $g(0) = 0$, et son image en 1 est $g(1) = 1$,
pour $x \in [0;1]$ les valeurs de $g(x)$ sont bien comprises dans $[0;1]$

3) $g(x) = x \iff 2x - x^2 = x$

$\iff x - x^2 = 0$

$\iff -x^2 + x = 0$

on a une racine évidente $x_1 = 1$, donc $x_2 = \frac{c}{a} = \frac{0}{-1} = 0$

donc sur $[0;1]$, $g(x) = x$ admet deux solutions $\{0;1\}$.

l'équation de la tangeante T est $y = -\frac{1}{e}x$

on a bien $T(0) = 0$, donc la tangeante T passe bien par l'origine.

b) Sur l'intervalle $]0; e^{-\frac{3}{2}}]$, $f(x)$ est concave donc sur cet intervalle, C est en dessous de T.

Sur l'intervalle $[e^{-\frac{3}{2}}; +\infty[$, $f(x)$ est convexe donc sur cet intervalle, C est au dessus de T.

c) $f'(a)(x-a) + f(a) = 0$

$\iff (a2\ln a + a)(x-a) + a^2\ln a = 0$

$\iff xa2\ln a - a^2 2\ln a + ax - a^2 + a^2\ln a = 0$

$\iff xa2\ln a - a^2\ln a - a^2 + ax = 0$

$\iff ax(2\ln a + 1) - a^2(\ln a - a^2) = 0$

$\iff a(x(2\ln a + 1) - a(\ln a - a^2)) = 0$

$a = 0 \notin]0;+\infty[$, donc C admet une seule tangeante passant par O qui est $y = -\frac{1}{e}x$, tangeante en $x = \frac{1}{e}$.

6) sur l'annexe.

Exercice 3 :

1)

a)

x_i	9	4	0	$-a$
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{7}{15}$

b) On cherche $E(X) = 0$

$\Leftrightarrow 9\times\frac{1}{15} + 4\times\frac{1}{5} + 0 - a\frac{7}{15} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{9}{15} + \frac{12}{15} - a\frac{7}{15} = 0$

$\Leftrightarrow -a\frac{7}{15} = -\frac{21}{15}$

$\Leftrightarrow a = -\frac{21}{15}\times\left(-\frac{15}{7}\right)$

$\Leftrightarrow a = \frac{21}{7} = 3$

Pour que le jeu soit équitable, $a = 3$

2) $p = \frac{1}{15} + \frac{1}{5} = \frac{1}{15} + \frac{3}{15} = \frac{4}{15}$

3) On répète 10 fois une même expérience n'ayant que 2 issues (gagnant ; non gagnant) de manière indépendante.
On a donc une loi binomiale de paramètre $B\left(10 ; \frac{4}{15}\right)$.
On notera Y la variable aléatoire représentant le nombre de parties gagnées, et qui suit cette loi binomiale.

a) $P(Y=2) = \binom{n}{k}\times p^k\times(1-p)^{n-k}$

$= \binom{10}{2}\times\left(\frac{4}{15}\right)^2\times\left(\frac{11}{15}\right)^8$

$\simeq 0,268$

b) $P(Y\geq 3) \Leftrightarrow 1-P(Y\leq 2)$

$1-P(Y\leq 2) \simeq 0,524$

c) $E(Y) = n\times p = 10\times\frac{4}{15} = \frac{40}{15} = \frac{8}{3} \simeq 2,67$

Donc sur 10 parties, le joueur espère gagner 2,67 fois.

. Hérédité : on suppose que pour un certain entier k, on a $0 \leq U_k \leq U_{k+1} \leq 1$, démontrons alors que $0 \leq U_{k+1} \leq U_{k+2} \leq 1$

on a $g(U_n) = U_{n+1}$

$0 \leq U_k \leq U_{k+1} \leq 1$ par Hypothèse

$g(0) \leq g(U_k) \leq g(U_{k+1}) \leq g(1)$ de récurrence

. L'ordre ici est conservé puisque la fonction $g(x)$ est croissante sur $[0;1]$

$0 \leq U_{k+1} \leq U_{k+2} \leq 1$

Conclusion : pour tout entier naturel n,

$0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$.

2.) On a démontrer dans la question 1 de la partie B que $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$.

cela voudrait dire que $U_{n+1} \geq U_n$ donc (U_n) est croissante

(U_n) étant croissante et majorée par 1 alors la suite (U_n) est bien convergente.

3.) On a $g(U_n) = U_{n+1}$ et g est continue et derivable sur $[0;1]$. La suite (U_n) est convergente vers un réel L. D'après le théorème du point fixe L est solution de l'équation $(L) = L$

et nous avont résout l'équation $f(x) = x$ ($:(L) = L$) dans la question 3 de la partie A l'équation $(L) = L$ admet 2 solutions

$L = 0$ ou $L = 1$ et le 1er terme de $(U_n) = 0,1 < 0$

sauf que nous savons que la fonction g est croissante sur $[0;1]$ donc $L = 0$ n'est pas ~~une~~ solution valable donc :

$\lim\limits_{n \to +\infty} (U_n) = 1$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) HAMAJED
PRENOM : (en majuscules) EMNA
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 26/09/2008
1.2
Concours / Examen : Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Matière : Math
CONSIGNES
• Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
• En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
• Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
• Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
• Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.
Session :

Exercice n° 3 :

1) a) $P(X = 9) = \frac{1}{15}$

$P(X = 4) = \frac{1}{5}$

$P(X = 0) = \frac{4}{15}$

$P(X = -a) = \frac{7}{15}$

$x_i = X$	$-a$	0	4	9
$P(x_i = X)$	$\frac{7}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{15}$

b) $E(X) = 0$

$9 \times \frac{1}{15} + \frac{1}{5} \times 4 + - \frac{a7}{15} = 0$

$\frac{7}{5} - \frac{7}{15} a = 0$

$\frac{7}{15} a = \frac{7}{5}$

$a = 3$

. Pour que le jeu soit équitable a doit être égal à 3.

2) Pour qu'un joueur obtient un gain strictement positif, il faut que la flèche atteigne la case rouge ou verte.

donc $P = \frac{1}{15} + \frac{1}{5} = \frac{4}{15}$

$P = \frac{4}{15}$

$P = P(V \cup R)$

3) a) $P(X=2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(1-\frac{4}{15}\right)^{10-2}$

$P(X=2) = 0,268$

la formule utilisée étant :
$P(X=k) = \binom{10}{k} \times (p)^k \times (1-p)^{10-k}$

b) $P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3)$
$P(X \geq 3) \approx 0,524$

c) $E(X) = n \times p$
$E(X) = 10 \times \frac{4}{15} = \frac{8}{3} \approx 2,7$

En moyenne, le joueur espère gagner environ 3 fois.
De plus $E(X) > 0$ donc le jeu est favorable au joueur.

Exercice n°4 :

Partie A :

1) $g(x) = 2x - x^2$
$g'(x) = 2 - 2x$
étudions le signe de $g'(x)$:
$2 - 2x > 0$
quand $-2x > -2$
$x < 1$
donc $g'(x) > 0$ sur $[0;1]$

x	0 1
signe de $g'(x)$	+
variation de g	0 ↗ 1

donc $g(x)$ est croissante sur $[0;1]$ puisque $g'(x)$ est positive sur $[0;1]$

2) $x \in [0;1]$; $0 \leq x \leq 1$
$g(0) \leq g(x) \leq g(1)$ } $g(x)$ est croissante sur $[0;1]$ donc l'ordre est conservé
$0 \leq g(x) \leq 1$

donc pour tout réel $x \in [0;1]$ on a bien $g(x) \in [0;1]$.

3) $g(x) = x$
$2x - x^2 = x$
$2x - x^2 - x = 0$
$x - x^2 = 0$
$x(1-x) = 0$
$x = 0$ ou $1 - x = 0$
$x = 1$
dans $[0;1]$ l'équation $g(x) = x$ admet 2 solutions pour $x = 0$ ou $x = 1$

Partie B :

1) Initialisation : pour $n = 0$
on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = 2 \times u_0 - u_0^2$
$u_1 = 2 \times 0,1 - 0,1^2$
$u_1 = 0,19$
On a bien $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$
donc l'initialisation est vérifiée

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) HAMAJED

PRENOM : (en majuscules) EMNA

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 26/09/2008

1.2

Concours / Examen : .... Section / Spécialité / Série : ....

Epreuve : .... Matière : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ....

Donc pour un très grand nombre de semaine après le lancement l'application, 100 % des ~~ha~~ habitants aurons installé l'application.

Partie C :

1) $V_n = 1 - U_n$ et $(V_n)^2 = (1 - U_n)^2$
$= 1 - 2U_n + U_n^2$

$V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

$V_{n+1} = 1 - 2U_n + U_n^2$

$V_{n+1} = V_n^2$

2) a) $V_0 = 1 - U_0$ $V_1 = 1 - U_1$

$V_0 = 1 - 0,1$ $V_1 = 1 - 0,19$

$V_0 = 0,9$ $V_1 = 0,81$

$U_2 = 2U_1 - U_1^2$; $V_2 = 1 - U_2$

$= 0,3439$ $V_2 = 1 - 0,3439$

$V_2 = 0,6561$

b) Initialisation :

$V_0 = 0,9$ et $0,9^{(2^0)} = 0,9$

$V_0 = 0,9^{(2^0)}$

donc l'initialisation est vérifiée.

Hérédité : on suppose que pour un certain entier K, on a $V_K = 0{,}9^{(2^K)}$
démontrons alors que $V_{K+1} = 0{,}9^{(2^{K+1})}$

$$V_{K+1} = (V_K)^2$$

$$V_{K+1} = \left(0{,}9^{2^K}\right)^2$$

$$V_{K+1} = 0{,}9^{(2^K \times 2)}$$

$$V_{K+1} = 0{,}9^{(2^K \times 2^1)}$$

$$V_{K+1} = 0{,}9^{(2^{K+1})}$$

Conclusion : pour tout entier naturel n,
$V_n = 0{,}9^{(2^n)}$

3) $V_n = 1 - U_n$ donc $U_n = -V_n + 1$
$U_n = -0{,}9^{(2^n)} + 1$
$U_n = 1 - 0{,}9^{(2^n)}$

4) on pose $X = 2^n$
$0 < 0{,}9^X < 1$ donc $\lim\limits_{X \to +\infty} 0{,}9^X = 0$
donc $\lim\limits_{n \to +\infty} (U_n) = 1$

Partie D :

1) b/ la valeur renvoyé est $n = 6$

2) $W_n \geq 0{,}99$
pour $n = 7$ d'après la calculatrice

avec (U_n) c'est seulement au bout de 6 semaine que presque 100 % de la population ont installé l'application après son lancement alors que pour (W_n) c'est après 7 semaine soit une semaine de plus que presque 100 % de la population ont installer l'application après son lancement. Donc (U_n) converge beaucoup plus vite vers 1 que (W_n).

x	0		$e^{-\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$f''(x)$	‖	$-$	0	$+$	
f convexité	‖	concave		convexe	

$f(x)$ est convexe sur l'intervalle $[e^{-\frac{3}{2}} ; +\infty[$ et admet un point d'inflexion d'abscisse $x = e^{-\frac{3}{2}}$

5.

a. $f'\left(\frac{1}{e}\right) = e^{-1}\left(2\ln(e^{-1})+1\right)$

$= e^{-1}\left(-2\ln(e)+1\right)$

$= e^{-1}(-2+1)$

$= -e^{-1}$

$f\left(\frac{1}{e}\right) = (e^{-1})^2 \times \ln(e^{-1})$

$= e^{-2} \times (-1)$

$= -e^{-2}$

on cherche maintenant l'équation de la tangente grâce à la formule

$T : y = f'(a)(x-a) + f(a)$, donc on a $T : y = f'\left(\frac{1}{e}\right)\times\left(x-\frac{1}{e}\right)+f\left(\frac{1}{e}\right)$

$\Leftrightarrow T : y = -e^{-1}x + (-e^{-1})\times(-e^{-1}) + (-e^{-2})$

$= -\frac{1}{e}x + \cancel{e^{-2}} - \cancel{e^{-2}}$

donc $T : y = -\frac{1}{e}x$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) MEJRI
PRENOM : (en majuscules) HAROUN
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 02/09/2008
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Mathématiques EDS
Matière : Mathématiques

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exercice 1 :

1) B.

2) C.

3) D.

4) C.

5) C.

Exercice 2 :

1. $f(ab) = (ab)^2 \times \ln(ab)$

$= (ab)^2 \times (\ln(a) + \ln(b))$

$= (ab)^2 \times \ln(a) + (ab)^2 \times \ln(b)$

$= b^2 \times a^2 \times \ln(a) + a^2 \times b^2 \times \ln(b)$

or $f(a) = a^2 \times \ln(a)$ et $f(b) = b^2 \times \ln(b)$, donc on a bien

$f(ab) = b^2 \times a^2 \times \ln(a) + a^2 \times b^2 \times \ln(b)$

$\Leftrightarrow f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2. $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$ } par produit, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f(x) = x^2 \ln(x) = x\,(x \ln(x))$

$f(x)$ n'a pas de limite en 0^- car elle est défini sur $]0;+\infty[$

$\lim\limits_{x \to 0^+} x = 0$

$\lim\limits_{x \to 0^+} x\ln(x) = 0$ par puissance comparée } par produit, $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$

3.

a) $f'(x) = 2x\ln(x) + \frac{1}{\cancel{x}} \times x^{\cancel{2}}$

$= 2x\ln(x) + x$

$= x\,(2\ln(x)+1)$

b) pour $x \in]0;+\infty[$, $x > 0$, et $2\ln(x)+1 \geqslant 0$

$\Leftrightarrow 2\ln(x) \geqslant -1$

$\Leftrightarrow \ln(x) \geqslant -\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x \geqslant e^{-\frac{1}{2}}$

la fonction exponentielle est croissante sur $\mathbb{R}$

x	0		$e^{-\frac{1}{2}}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
f variation	‖ 0	↘	$-\frac{1}{2}e^{-1}$	↗	$+\infty$

$f(e^{-\frac{1}{2}}) = (e^{-\frac{1}{2}})^2 \times \ln(e^{-\frac{1}{2}}) = e^{-1} \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

$= -\frac{1}{2} e^{-1}$

4.

a) Conjecture : C admet un point d'inflexion

$0{,}2 < x_I < 0{,}3$

b) Afin d'étudier la convexité de f, on étudiera le signe de sa dérivée seconde et quand celle-ci s'annule.

$f''(x) = 2\ln(x)+1 + x\left(\frac{2}{x} + 0\right)$

$= 2\ln(x)+1 + \frac{2\cancel{x}}{\cancel{x}}$

$= 2\ln(x) + 3$

$2\ln(x)+3 \geqslant 0 \Leftrightarrow 2\ln(x) \geqslant -3$

$\Leftrightarrow \ln(x) \geqslant -\frac{3}{2}$ } exp croissante sur $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x \geqslant e^{-\frac{3}{2}}$

Conclusion : $\forall n \in \mathbb{N}$, on a bien $V_n = 0,9^{(2^n)}$

3) $V_n = 1 - U_n \iff -U_n = V_n - 1$

$\iff U_n = -V_n + 1$

$\iff U_n = 1 - 0,9^{(2^n)}$

4) $\lim\limits_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$ vu que $2 > 1$

donc $\lim\limits_{n \to +\infty} 0,9^{(2^n)} = 0$ vu que $-1 < 0,9 < 1$

donc par somme, $\lim\limits_{n \to +\infty} 1 - 0,9^{(2^n)} = \lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 1$

Partie D :

1) a) Sur Annexe.
b) L'appel de cette fonction renvoie la valeur 6.

2) Le modèle qu'on utilise multiplie par 2 le précédent pourcentage d'utilisateurs, puis en soustrait le carré de ce pourcentage.

Le modèle linéaire présenté par contre lui divise par le précédent pourcentage avant d'y ajouter 0,5.

Le modèle qu'on utilise converge beaucoup plus vite car sa croissance se fait proportionnellement à des puissances de 2^n alors que la croissance du modèle linéaire présenté repose fortement sur l'ajout de 0,5.

Partie B :

1)

Initialisation : $u_0 = 0,1$
$u_1 = 2 \times 0,1 - (0,1)^2$
$= 0,19$

on a bien $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$

Hérédité : On suppose que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $0 \leq u_n \leq u_1 \leq 1$,
on veut montrer que $0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$

on a supposé $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ — g croissante sur $[0;1]$

alors $g(0) \leq g(u_n) \leq g(u_{n+1}) \leq g(1)$

alors $0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$

Conclusion : $\forall n \in \mathbb{N}$, on a bien $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

2) (u_n) est croissante et majorée, donc d'après le théorème de convergence monotone, (u_n) converge.

3) On a une suite (U_n) qui converge vers un réel ℓ, et une fonction $g(x)$ continue sur $[0;1]$ tq $g(U_n) = U_{n+1}$.

D'après le théorème du point fixe, (U_n) admet une limite ℓ

tq $g(x) = x$

or dans la partie (A-3), on trouve 2 solutions à $g(x) = x$

qui sont 0 et 1,

mais (U_n) est supérieure à 0 et croissante donc sa limite ne peut pas être 0.

On a donc $\ell = 1$ tq $\lim\limits_{n\to+\infty} (U_n) = 1$

Dans le contexte de l'exercice, cela signifie que plus les semaines passent, plus le pourcentage de la population ayant installé l'application se rapproche de 100%.

Partie C :

1) $V_{n+1} = 1 - (2U_n - (U_n)^2)$

$= 1 - 2U_n + (U_n)^2$

$= (1 - U_n)^2$

$= (V_n)^2$

2)

a) $V_0 = 1 - U_0$

$= 1 - 0,1$

$= 0,9$

$V_1 = (V_0)^2 = (0,9)^2 = 0,81$

$V_2 = (V_1)^2 = (0,81)^2 = 0,6561$

b)

Initialisation : $V_0 = 0,9$, $V_0 = 0,9^{(2^0)}$

$= 0,9^1$

$= 0,9$

Hérédité : Supposons que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $V_n = 0,9^{(2^n)}$,

on veut montrer que $V_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$

on a supposé $V_n = 0,9^{(2^n)}$

or on sait que $V_{n+1} = (V_n)^2$

donc $V_{n+1} = \left(0,9^{(2^n)}\right)^2$

alors $V_{n+1} = 0,9^{(2^n)} \times 0,9^{(2^n)}$

alors $V_{n+1} = 0,9^{(2^n + 2^n)}$

alors $V_{n+1} = 0,9^{(4^n)}$

alors $V_{n+1} = 0,9^{(2\times 2^n)}$

donc $V_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$

Partie C

1) $v_{n+1} = 1 - u_{n+1}$

$v_{n+1} = 1 - 2u_n - u_n^2$

$v_{n+1} = 1 - (u_n(2 - u_n))$

Or $(1 - 2u_n - u_n^2) = (v_n)^2$

Donc $v_{n+1} = v_n^2$

2) a) $\cancel{v_n = (v_n)^2}$ $\cancel{v_0 = 1}$

$\cancel{v_1 = (v_0)^2}$

$\cancel{v_1 = 1}$

$v_0 = 1 - u_0 \Leftrightarrow 1 - 0,1 = 0,9$

$v_1 = (0,9)^2 = 0,81$

$v_2 = 0,6561$

b) Initialisation

• $v_0 = 0,9$ et $\cancel{v_0}$ $0,9^{(2^0)} = 0,9$

La propriété est vraie au rang $n = 0$

- Hérédité

Supposons qu'il existe un entier naturel $n \in \mathbb{N}$ pour lequel : $v_n = 0,9^{(2^n)}$ • Démontrons alors que la propriété est vraie au rang suivant tel que $v_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$

$v_n = 0,9^{(2^n)}$

$(v_n)^2 = (0,9^{(2^n)})^2$

$v_{n+1} = (0,9^{2^n}) \times (0,9^{2^n})$

$v_{n+1} = (0,9^{2^{n+1}})$

La propriété est vraie au rang $n+1$.

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BENRABEH
PRENOM : (en majuscules) ARWA
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 17/03/2008
1.2
Concours / Examen : Baccalauréat Blanc Section / Spécialité / Série : Maths
Epreuve : Matière :

Exercice 1

1. C 2. D 3. B 4. C 5. D

Exercice 4

Partie A : La fonction g est dérivable en tant que polynôme

1. $g'(x) = 2 - 2x$
$\Leftrightarrow 2(1 - x)$

On étudie le signe de $(1 - x)$ puisque $2 > 0$:

$1 - x > 0$

$-x > -1$

$x < 1$

$g(x)$ est croissante sur $[0;1]$

2. $g(x)$ est continue sur l'intervalle $[0;1]$ car elle est dérivable et strictement croissante, ayant pour image $[0;1]$, $g(x) \in [0;1]$

3. $g(x) = x$ sur $[0;1]$ $\Leftrightarrow$

$2x - x^2 = x$

$x - x^2 = 0$

$\iff x(1-x) = 0$

Soit $x = 0$ Soit ~~x~~ $1 - x = 0$

$\iff -x = -1$

$\iff x = 1$

$S = \{0;1\}$

Partie B

1. Pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$,
$P(n)$: $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

· Initialisation

On a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = 0,19$

Ainsi $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$

La propriété est vraie au rang $n = 0$

· Hérédité

Supposons qu'il existe un entier naturel $n \in \mathbb{N}$ pour lequel $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$. Démontrons alors que la propriété est vraie au rang suivant tel que : $0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$

Or $g(u_n) = u_{n+1}$ et on sait que la fonction g est strictement croissante sur $[0;1]$ ~~Ainsi~~ ayant comme image $[0;1]$

Ainsi :

$g(0) \leq g(u_{n+1}) \leq g(u_n) \leq g(1)$

$0 \leq g(u_{n+1}) \leq g(u_n) \leq 1$

$0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$

La propriété est vraie au rang $n+1$ donc elle est héréditaire.

· En conclusion, la propriété est vraie au premier rang et elle est de plus ~~héréditaire~~ vraie au rang suivant. La propriété est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

2. La suite u_n est croissante et majorée par 1. ~~D~~'après le théorème de convergence, la suite u_n converge.

3. D'après le théorème du point fixe $f(u_n) = u_{n+1}$. De plus la suite est convergente et continue donc $f(\ell) = \ell$ soit $g(x) = x$ et d'après la question 3 de la partie 1

$g(x) = x \iff g(x) = 1$

La suite u_n est bien majorée par 1 et a une limite de 1 $\iff \lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 1$.

Au ~~bout~~ fil des années, la population n'évoluera plus et s'arrêtera à 100 000 habitants dans la ville.

de la tangente T sur]0 ; 1] et
[1 ; +∞[la tangente T est ~~...~~
au dessus de la courbe C

c) ~~...~~ La fonction f (donc ~~...~~ la courbe C est strictement croissante et continue sur $[e^{-\frac{1}{2}} ; +\infty[$ et a pour image $[f(e^{-\frac{1}{2}})^2(-\frac{1}{2}) ; +\infty[$ et $f(x) = 0$ appartient à cet intervalle donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires $f(x)=0$ a pour unique solution α.

Exercice 3

~~2) $P(X=a) = \binom{n}{a}$~~

On doit tout d'abord calculer la probabilité que le joueur gagne qu'on note $P(G)$

$P(G) = P(B\cap G) + P(B\cap G) + P(V\cap G)$
$= ~~...~~ (0,67 \times 0,39,13) + (0,26,6 \times 0,17 \times 0,39)$
$p = 0,724745$

~~b) $E(X) = 0 \iff np = 0$~~
~~et $p = 0,725$~~

1) a) $P(X=a) = \binom{n}{a} p^a (1-p)^{n-a}$

b) $E(X) = np = 0$
=

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BENRABEH
PRENOM : (en majuscules) ARWA
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Né(e) le : 17/03/2008

Concours / Examen : Baccalauréat Blanc Section / Spécialité / Série : Maths
Epreuve : Matière :

Session :

La propriété est vraie au rang n+1 et elle est héréditaire donc la propriété est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$

3) Nous savons que $v_n = 1 - u_n$
alors $u_n = 1 - v_n$
$\iff u_n = 1 - (0,9)^{(2^n)}_n$
$= 1 - (0,9)^1 \times (-1)^{2n}$ (1)
$= (0,1)^{~~...~~ 2^n}$

4) La suite u_n est une suite géométrique de raison 0,1
et $0 < 0,1 < 1$ ~~...~~
sa limite tend vers 0 $\iff \lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$

Partie D

b) D'après calculatrice $n=1$

2) La forme $w_{n+1} = 0,5w_n + 0,3$ ~~est~~ différente de la forme $u_{n+1} = 2u_n - u_n^2$
La raison q de la suite u_n non soustrait est > 0,5 et de plus (0,5h u_n est élevée au carré, or que w_n admet une raison $r = +0,5$

~~Exercice 2~~

1) $f(ab) = (ab)^2 \ln(ab)$
$= (a^2 + 2ab + b^2) \times \ln(a) + \ln(b)$
$= a^2 \ln(a) + a^2 \cancel{\ln(b)} + \boxed{2ab}(\ln(a) + \boxed{2ab}$
$\ln(b) + b^2 \cancel{\ln(a)} + b^2 \ln(b)$ $\cancel{(2ab)^2}$

~~Mais~~ On a d'autre part :
$f(a) = a^2 \ln(a)$ et $f(b) = (b)^2 \ln(b)$
$f(ab) = b^2 \times (a^2 \ln(a)) + a^2 \times (b^2 + \ln(b))$
$= a^2 \ln(a) + (2ab)^2 + b^2 \ln(b)$
$= \cancel{a^2 \ln(a) + 4a^2b^2}$
$= b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) On a $f(x) = x^2 \ln(x)$
et $\lim\limits_{x \to 0^+} x^2 = 0$ et $\lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$

Par produit $\boxed{\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0}$

$\cancel{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)}$

En $+\infty$: $\lim x^2 = +\infty$
et $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$

Nous avons une forme indeterminée
$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \left(1 - \frac{\ln(x)}{x}\right)$ par croissance comparée $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$

Donc par produit $\boxed{\cancel{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}}$

3) a) ~~$f'(x)$~~
La fonction $f(x)$ est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ tant que polynôme

$f'(x) = u'v + uv'$
$= (2x \times \ln(x)) + (x^2 \times \frac{1}{x})$
$= 2x \ln(x) + \frac{x^2}{x}$
$= 2x \ln(x) + x$
$\boxed{f'(x) = x(2\ln(x) + 1)}$

b) On a $x > 0$ et $2\ln(x) + 1 > 0 \iff$
Le signe de $f'(x)$ dépend de celui de $(2\ln(x) + 1)$
$2\ln(x) > -1$
$\ln(x) > -\frac{1}{2}$
$x > e^{-\frac{1}{2}}$

x	0	$e^{-\frac{1}{2}}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	0 ↘	$(e^{-\frac{1}{2}})^2 \times (-\frac{1}{2})$	↗ $+\infty$

signe de $a > 0$

$f(e^{-\frac{1}{2}}) = (e^{-\frac{1}{2}})^2 \ln(e^{-\frac{1}{2}})$
$= (e^{-\frac{1}{2}})^2 \times -\frac{1}{2}$

4) a) $0,99 < x_I < 1,01$
b) La fonction f est convexe sur $]0 ; 1]$ et concave sur $[1 ; +\infty[$
$I(1 ; 0)$

5) a) $y = f'(a)(x - a) + f(a)$
$= f'(e^{-x})(x - e^{-x}) + f(e^{-x}) = 0$
$= e^{-x}(3 - x)(x - e^{-x}) + e^{-x}(-2x + e)$
$= 0$

5) b) La courbe C est au dessus

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) B E N R A B E H
PRENOM : (en majuscules) A R W A
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 17/03/2008
1.2

Concours / Examen : .... Section / Spécialité / Série : ....
Epreuve : .... Matière : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ....

3. a) x suit les paramètres $n = 10$ et $p = \frac{4}{15}$

$P(X=2) = \binom{10}{2}\left(\frac{4}{15}\right)^2\left(1-\frac{4}{15}\right)^{10-2}$

$= 0{,}268$

b) $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$
$= 0{,}529$

c) $E(x) = np$
$= 10 \times \frac{4}{15}$
$= \frac{8}{3} \simeq 3$

On espère gagner une partie au bout de 3 tours

Page / nombre total de pages

3) $g(x) = x$

$2x - x^2 = x$

$2x - x^2 - x = 0$

$x - x^2 = 0$

$x(1-x) = 0$

$x = 0$ ou $1 - x = 0$

$x = 0$ ou $x = 1$

Donc $S = [0;1]$

Partie B :

1) • Initialisation :

Pour $n=0$ on a $U_0 = 0,1$ et $U_1 = 2(U_0) - (U_0)^2 = 0,19$

Donc $0 < U_0 < U_1 < 1$

La propriété est vérifiée pour $n = 0$

• Hérédité :

Supposons $\exists\, k \in \mathbb{N}$ tel que $0 < U_k < U_{k+1} < 1$

Montrons que $0 < U_{k+1} < U_{k+2} < 1$

On a :

on applique la fct° g

$0 < U_k < U_{k+1} < 1$ le signe ne change pas car g est croissante

$\times 2$

$0 < 2U_k < 2U_{k+1} < 2$

$-U_k^2$

$-U_k^2 < 2U_k - U_k^2 < 2U_{k+1} - U_k^2 < 2 - U_k^2$

$0 < U_k^2 < U_{k+1} < U_{k+2} < 2 - U_k^2 < 1$

$0 < U_{k+1} < U_{k+2} < 1$

Donc l'hérédité est vraie

• Conclusion :

D'après le raisonnement par récurrence $\forall n \in \mathbb{N}$ on a $0 < U_n < U_{n+1} < 1$.

2) On a :

$0 < U_n < U_{n+1} < 1$ donc (U_n) est décroissante majorée par 1. D'après le théorème de convergence monotone, la suite (U_n) converge vers un réel l.

Exercice 2 :

1) $f(x) = x^2 \ln x$ sur $]0;+\infty[$

$b^2 f(a) + a^2 f(b)$

$= b^2 a^2 \ln(a) + a^2 b^2 \ln(b)$

$= ab^2 \ln(ab)$

$= f(ab)$

2) • $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$

Donc $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln(x) = +\infty$ Par produit

• $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x^2 = 0$; $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \ln(x) = -\infty$ Par croissance comparée

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x\left(x \frac{\ln x}{x}\right)$

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \frac{\ln x}{x} = 0$ Par croissance comparée

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x = 0$ Donc $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x\left(x \frac{\ln x}{x}\right) = 0$

Par produit

3)a) $f(x) = x^2 \ln x$

$f = u \times v$ avec $u(x) = x^2$ et $v(x) = \ln x$

$u'(x) = 2x$ et $v'(x) = \frac{1}{x}$

$f'(x) = u'v + v'u$

$= 2x \ln x + x^2 \frac{1}{x}$

$= 2x \ln x + x$

$= x(2\ln x + 1)$

b)

x	0		$+\infty$
$f'(x) = x(2\ln x + 1)$	||	$+$	
$f(x)$	|| 0	$\nearrow$	$+\infty$

f est croissante sur son ensemble de définition $]0;+\infty[$

4)

a) D'après une lecture graphique le point d'inflexion I semble avoir pour abscisse $x_I \approx 0{,}6$

b) $f'(x) = x(2\ln x + 1)$

$f' = u \times v$ avec $u(x) = x$ et $v(x) = 2\ln x + 1$

$u'(x) = 1$ et $v'(x) = \frac{2}{x}$

$f''(x) = u'v + v'u$

$= 2\ln x + 3$

x	0		$+\infty$
$f''(x) = 2\ln x + 3$	||	$+$	
$f'(x) = x(2\ln x + 1)$	||	$\nearrow$	

$f''(x)$ est positive sur $]0;+\infty[$; $f'(x)$ est croissante sur $]0;+\infty[$ donc la fonction f est convexe sur $]0;+\infty[$

$I\,(0{,}6;-0{,}18) \rightarrow$ point d'inflexion

5) a) $T : y = f'(a)(x-a) + f(a)$

$T : y = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$

$f\left(\frac{1}{e}\right) = \left(\frac{1}{e}\right)^2 \ln\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e^2}$

$f'\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e}\left(2\ln\left(\frac{1}{e}\right) + 1\right) = -\frac{1}{e}$

$T : y = -\frac{1}{e}x - \frac{1}{e} + \left(\frac{-1}{e^2}\right)$

$= \frac{-e-1}{e^2}$

Exercice 1 :

1/ D ; 2/ A ; 3/ B ; 4/ C

5/ D

Exercice 4 :

Partie A : 1) $g(x) = 2x - x^2$

$g'(x) = 2 - 2x$

On dresse le tableau de signe de $g'(x)$:

x	0		1
$g'(x) = 2 - 2x$		$+$	

$g'(x)$ est positive sur $[0;1]$ donc la fonction $g(x)$ croît sur $[0;1]$

2) $g(0) = 2 \times 0 - 0^2 = 0$ et $g(1) = 2 \times 1 - (1)^2 = 1$

Donc $\forall x \in [0;1]$ on a $g(x) \in [0;1]$

3) a) $P(X=2) \approx 7{,}373 \times 10^{-5}$ arrondi au 1000ème

b) $P(X \geq 3) \approx 1$ arrondi au 1000ème

c) $E(X) = n \times p$
$= 10 \times 0{,}8$
$= 8$

Ici l'espérance du gain d'une partie qu'a le joueur est égale à 8.

Exercice 2 :

5) b) $T : y = f'(a)(x-a) + f(a)$

$T : y = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$

$T : y = -\frac{1}{e}\left(x - \frac{1}{e}\right) + \left(-\frac{1}{e^2}\right)$

$= -\frac{1}{e}x + \cancel{\frac{1}{e^2}} - \cancel{\frac{1}{e^2}} = -\frac{1}{e}x$

c) $T : y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$T : y = \varnothing$ car $f'(0) = \varnothing$ et $f(0) = \varnothing$

Donc la courbe $\mathcal{C}$ n'admet aucune autre Tangeante passant par O

Exercice 4 :

Partie B :

1) b) La valeur renvoyée est celle de n le plus petit entier tel que $U_n \geq 0{,}99$

2) La suite (u_n) de notre exercice converge beaucoup plus vite vers 1 que (w_n) car (U_n) est au carré et (w_n) ne l'est pas

$w_{n+1} = 0{,}5 w_n + 0{,}5$ alors que $U_{n+1} = 2U_n - U_n^2$

$0{,}5 < 2$ donc $0{,}5 w_n < 2U_n$ et $0{,}5 < U_n^2$

Donc c'est pour cela que la notre converge plus vite vers 1 que (w_n).

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) M'HAMED

PRENOM : (en majuscules) SELIMA

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté · Égalité · Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 17/06/2008

1.2

Concours / Examen : Bac blanc de mathématique Section / Spécialité / Série : Math / SVT

Epreuve : Bac blanc de mathématique Matière : mathématique

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exercice 4 :

3) On a :
- $U_{n+1} = 2U_n - U_n^2 = g(U_n)$
- U_n converge vers ℓ
- g continue en ℓ

Donc d'après le théorème du point fixe, $g(\ell) = \ell$

- $g(\ell) = \ell$

donc $\ell = 0$ ou $\ell = 1$ (D'après 3) Partie A)

or (U_n) est croissante donc

$U_0 < U_n$

$\iff 0{,}1 < U_n$

$\iff 0{,}1 < \ell$

Donc $\ell = 0 \rightarrow$ à rejeter

et $\ell = 1$

Dans le contexte de cet exercice cela signifie que la limite de la proportion de la population ayant installé l'application n semaines après le lancement de l'application est égal à 1 ; soit l'intégralité (100%) de la population. Donc on ne peut pas dépasser 100% de la population n'ayant pas installé l'application.

Partie C :

1) $V_n = 1 - U_n$

$V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

$= 1 - (2U_n - U_n^2)$

$= 1 - 2U_n + U_n^2$

$= (1 - U_n)^2$

donc $v_{n+1} = v_n^2$

2) a) $v_0 = 1 - U_0 = 1 - 0,1$
$= 0,9$

$v_1 = 1 - U_1 = 1 - (2\times 0,1 - (0,1)^2) = 1 - 0,19$
$= 0,81$

$v_2 = 1 - U_2 = 1 - (2\times 0,81 - (0,81)^2)$
$= 1 + 0,4941$
$= 1,4941$

b)

• Initialisation :

Pour $n=1$ on a $0,9^{(2\times 1)} = 0,81 = V_1$
donc la propriété est vraie pour $n=1$

• Hérédité :

Supposons $\exists\ K \in \mathbb{N}$ tq $V_K = 0,9^{(2\times K)}$
Montrons que $V_{K+1} = 0,9^{(2\times(K+1))} = 0,9^{(2K+2)}$

On a $V_K = 0,9^{(2K)}$

$V_K^{\ 2} = (0,9^{(2K)})^2$

$V_K^{\ 2} = 0,9^{(2K+2)} = V_{n+1}$

L'hérédité est vérifiée

• Conclusion :

D'après le raisonnement par récurrence, $\forall\ n \in \mathbb{N}\ \ V_n = 0,9^{(2n)}$.

3) $V_n = V_0^{\ (2n)}$ car $V_0 = 0,9$ (D'après 2 a)

4) $V_n = V_0^{\ (2n)}$

$1 - U_n = V_0^{\ (2n)}$

$U_n = -V_0^{\ (2n)} - 1$

Exercice 3 :

1) a) On répète successivement 30 fois l'expérience de Bernoulli de manière indépendante à deux issues S : " le joueur gagne de l'argent" et $\bar{S}$. On note X la variable aléatoire qui donne le gain algébrique du joueur.
Donc $X \sim B(30, p)$.

b) $E(X) = 0$
donc $n \times p = 0$
$30 \times p = 0$
Donc $p = 0 = -a = 0$
$-1 \times -a = a = 0$

Car a désigne le montant que perd le joueur

2)
$P(X \geq 0) = 1$
Donc la probabilité p qu'un joueur gagne est égale à 1

3) ~~$\binom{n}{K} (n \times K) - \left(\frac{4}{15}\right)^{n-K}$~~

~~$\binom{10}{2} (10\times 2) - \left(\frac{4}{15}\right)^8 \times 300$~~

Partie B :

1) $U_0 = 0{,}1 \in [0;1]$

$U_1 = 2U_0 - U_0^2 = 0{,}19$

on sait que la suite est croissante

donc $0 \leq U_n \leq 1$

$0 \leq U_0 \leq U_1 \leq 1$

donc $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

2) C'est une suite croissante majorée par 1

donc elle convergente

3) Soit $L = \text{limit } U_n$

$L = 2L - L^2$

donc :

$L - L^2 = 0$

$L(1-L) = 0$

donc $L = 0$ ou $1 - L = 0 \Rightarrow L = 1$

$U_0 = 0{,}1 > 0$ et la suite est croissante elle peux pas tend vers 0

donc $L = 1$

Partie C :

1) $v_n = 1 - U_n$

$v_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

$= 1 - 2U_n - U_n^2$

$= (1 - U_n)^2$

$v_{n+1} = (v_n)^2 = (1 - U_n)^2$

2) a)

$v_0 = 1 - U_0 = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$

$v_1 = (0{,}9)^2 = 0{,}81$

$v_2 = (0{,}81)^2 = 0{,}656$

b) $U_{n+1} = v_n^2$

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) Jaafar

PRENOM : (en majuscules) Youssef

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 29 / 12 / 2008

1.2

Concours / Examen : .... Section / Spécialité / Série : Math

Epreuve : .... Matière : Math

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ....

Exercice 1 :

Question 1 : C

Question 2 : C

Question 3 : B

Question 4 : C

Question 5 : D

Exercice 2 :

1) $f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

$b^2 > 0$ car elle est puissance 2

$a^2 > 0$ car elle est puissance 2

$f(a) = a^2 . \ln(a) > 0$ car ln est toujours positif

$f(b) = b^2 \ln(b) > 0$ car ln est toujours positif

donc a et b sont strictement positif.

2) a)

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to 0} f(x) = 0$

3) a) $f(x) = x^2 \ln(x)$

$f'(x) = 2x \ln(x)$

$= x(2 \ln x + 1)$

b)

x	0		$+\infty$
x		+	+
$2\ln(x)+1$	0	+	

Exercice 3 :

1) a)

La variable alétoir X

R : +9 $= \frac{2}{30}$

B : 0 $= \frac{8}{30}$

V : +4 $= \frac{6}{30}$

N : +a $= \frac{14}{30}$

b) $E(X) = 0$

$9 \times \frac{2}{30} + 4 \times \frac{6}{30} + 0 \times \frac{8}{30} - a \times \frac{14}{30} = 0$

$\frac{18}{30} + \frac{24}{30} - \frac{14a}{30} = 0$

$\frac{42}{30} = \frac{14a}{30}$

$42 = 14a$

$a = 3$

2) gagner c'est donc R et V

$q = P(R) + P(V) = \frac{2}{30} + \frac{6}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

3) a) $P(X=2) = \binom{10}{2} p^2 (1-p)^2$

$P(X=2) \approx 0,2676 \approx 0,268$

b) $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$

$\approx 0,524$

c) $E(X) = n.p$

$E(X) = 10 \times \frac{4}{15} = \frac{40}{15}$

$E(X) \approx 2,666$

Exercice 4 :

Partie A :

1) $g(x) = 2x - x^2 \quad \in [0;1]$

$g'(x) = 2 - 2x = 2(1-x)$

sur $[0;1]$ $g'(x) > 0$

en $x = 1$, $g'(1) = 0$

Donc g est croissante sur l'intervalle $[0;1]$

2) On a g(x) est croissante sur l'intervalle $[0;1]$

$g(0) = 0$ et $g(1) = 1$

$g(0;1) = [0;1]$

Donc pour tout $x \in [0;1]$; $g(x) \in [0;1]$

3) $g(x) = x$

$2x - x^2 = x$

$2x - x - x^2 =$

$x - x^2 = 0$

$\Delta = 1$

$x_1 = 0$ et $x_2 = 1$

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) Jaafar

PRENOM : (en majuscules) Youssef

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 29 / 12 / 2008

1.2

Concours / Examen : .... Section / Spécialité / Série : ....

Epreuve : .... Matière : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ....

Par recurrence : $V_n = (V_0)^{2n}$

donc : $V_n = (0,9)^{2n}$

3) $U_n = 1 - V_n$

donc $U_n = 1 - (0,9)^{2n}$

4) on $0,9 < 1$ donc la limite de U_n est 1

Partie D :

1) b)

2)

Page / nombre total de pages

Page / nombre total de pages

b- Sur $]e^{-\frac{3}{2}};+\infty[$, $f(x)$ est ~~constante~~ convexe donc ~~elle~~ sa courbe est au dessus de ces tangentes.

$\frac{1}{e} \in]e^{-\frac{3}{2}};+\infty[$ donc C est au dessus de $T_{\frac{1}{e}}$.

c-

~~pour que C admet une tangente passant par O, il faut que a pour un point a, $x_a = 0$ et $y_a = 0$~~

~~$T_a : y = f'(x_a)(x-x_a) + f(x_a) = 0$~~

~~pour $x = 0$, $f'(x) = 0$~~

~~donc $T_A : y = 0(x-0) + f(0) = 0$~~

~~$\Leftrightarrow T_A : y = f(0) = 0$~~

pour que C admet une ~~point~~ tangente passant par O, il faut ~~que l'un des points appartenant à cette tangente~~ ~~que le point O app~~ qu'en un point de cette droite, pour $x = 0$, $y = 0$:

~~On prend~~ ~~T_a~~ $T_a : y = f'(a)(x-a) + f(a)$

pour $a = 0$, $f'(a) = 0$ ~~et~~

donc $T_a : y = f'(0)(x-a) + f(a) = 0$

$\Leftrightarrow f(a) = 0$

sur $]0;e^{-\frac{1}{2}}]$: ~~f(x) est décroissante~~ ~~f(x) est contin~~ $0 \notin [-\frac{1}{2e};0[$

sur $]e^{-\frac{1}{2}};+\infty[$: - $f(x)$ est strictement croissante

- $f(x)$ est continue (la fonction carré et ln sont continues sur $]0;+\infty[$)

- $0 \in]\frac{-1}{2e};+\infty[$

donc selon le corolère du théorème des valeurs intermédiaires, ~~f(x) admet~~ un $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $]e^{-\frac{1}{2}};+\infty[$ donc sur $]0;+\infty[$.

et on a montré que $T_{\frac{1}{e}}$ passe par l'origine O du repère donc C n'admet pas d'autres tangentes passant par O.

6) voir annexe.

Exercice 1 :

1) C

2) C

3) B

4) C

5) D

Exercice 2 :

1) $f(ab) = (ab)^2 \times \ln(ab)$

$= (ab)^2 \times (\ln(a) + \ln(b))$

$= (ab)^2 \ln(a) + (ab)^2 \ln(b)$

$= b^2 \times a^2 \ln(a) + a^2 b^2 \ln(b)$

$= b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

par produit $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 0} x^2 \ln x = 0$ par croissance comparée

3) a- $f(x) = x^2 \ln x$

$f'(x) = 2x \ln x + \frac{x^2}{x}$

$f'(x) = 2x \ln x + x$

$= x(2\ln x + 1)$

b- sur $]0;+\infty[$ $x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $2\ln x + 1$.

$2\ln x + 1 > 0$

$\Leftrightarrow 2\ln x > -1$

$\Leftrightarrow \ln x > -\frac{1}{2}$ } la fonction e^x est toujours croissante

$\Leftrightarrow x > e^{-\frac{1}{2}}$

donc :

x	0		$e^{-\frac{1}{2}}$		$+\infty$
signe de $f'(x)$	||	$-$	0	$+$	
variations de $f(x)$	|| 0	$\searrow$	$f(e^{-\frac{1}{2}})$	$\nearrow$	$+\infty$

$f(e^{-\frac{1}{2}}) = (e^{-\frac{1}{2}})^2 \times -\frac{1}{2} = e^{-1} \times -\frac{1}{2}$

$= -\frac{1}{2e}$

4)

a- par lecture graphique, $x_I \approx 0,2$

b-

$f'(x) = x(2\ln x + 1)$

$f''(x) = 2\ln x + 1 + x \times \frac{2}{x}$

$= 2\ln x + 3$

$2\ln x + 3 \geqslant 0$

$\Leftrightarrow 2\ln x \geqslant -3$

$\Leftrightarrow \ln x \geqslant -\frac{3}{2}$ } la fonction e^x est toujours croissante

$\Leftrightarrow x \geqslant e^{-\frac{3}{2}}$

donc : $f(x)$ est convexe sur $]e^{-\frac{3}{2}}; +\infty[$

$f(x)$ est concave sur $]0; e^{-\frac{3}{2}}[$

~~$f(x)$ admet un point d'inflexion en $x = e^{-\frac{3}{2}}$~~

$f(x)$ admet un point d'inflexion en $e^{-\frac{3}{2}}$

$f(e^{-\frac{3}{2}}) = (e^{-\frac{3}{2}})^2 \times -\frac{3}{2} = -\frac{3e^{-3}}{2}$

les coordonnées de ce point d'inflexion sont $\left(e^{-\frac{3}{2}}; \frac{-3e^{-3}}{2}\right)$

5)

a- $T_{\frac{1}{e}} : y = f'(\frac{1}{e})(x - \frac{1}{e}) + f(\frac{1}{e})$

~~$T_{\frac{1}{e}} : y$~~

$f'(\frac{1}{e}) = \frac{1}{e} \times (2\ln(\frac{1}{e}) + 1)$

$= \frac{1}{e} \times (-2+1)$

$= -\frac{1}{e}$

$f(\frac{1}{e}) = \frac{1}{e^2} \times -1 = \frac{-1}{e^2}$

$T_{\frac{1}{e}} : y = -\frac{1}{e}(x - \frac{1}{e}) - \frac{1}{e^2}$

$T_{\frac{1}{e}} : y = -\frac{x}{e} + \frac{1}{e^2} - \frac{1}{e^2}$

$T_{\frac{1}{e}} : y = -\frac{1}{e}x$

pour $x = 0$ $y = 0$ donc $T_{\frac{1}{e}}$ passe par l'origine O du repère.

2) $u_{n+1} \geq u_n$ donc u_n est croissante

$u_n \leq 1$ donc u_n est majorée

selon le Théorème de convergence monotonne, u_n est convergente

3) Sur $[0;1]$ $g(x)$ est continue car la fonction carré est continue ainsi que la fonction $2x$.

on a : u_n ~~converg~~ converge

$u_{n+1} = g(u_n)$

g est continue

donc selon le Théorème du point fixe, ℓ est solution de $f(\ell) = \ell$

$f(\ell) = \ell$ donc $\ell = 0$ ou $\ell = 1$

comme montré dans la question 3 de la partie A.

et comme u_n est croissante et majorée par 1

donc $\ell = 1$.

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$$

Partie C :

1) $v_{n+1} = 1 - u_{n+1}$

$= 1 - (2u_n - u_n^2)$

$= 1 - 2u_n + u_n^2$

$v_n^2 = (1 - u_n)^2$

$= 1^2 - 2u_n + u_n^2$

$= 1 - 2u_n + u_n^2$

donc $v_{n+1} = v_n^2$

2) a- $v_0 = 0,9$

$v_1 = 0,81$

$v_2 = 0,6561$

b- Initialisation pour $n=0$: $v_0 = 0,9$

et ~~$(0,9)$~~ $(0,9)^{(2^0)} = (0,9)^1 = 0,9$

la propriété est vraie au rang 0.

Hérédité Supposons qu'il existe un rang k tel que ~~$v_k = 0,9$~~ $v_k = 0,9^{(2^k)}$

montrons qu'alors $v_{k+1} = 0,9^{(2^{k+1})}$

NOM DE FAMILLE (naissance) : MECHICHI
(en majuscules)

PRENOM : MEHDI
(en majuscules)

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 12/03/2008

1.2

Concours / Examen : BACCALAURÉAT BLANC Section / Spécialité / Série : Mathématiques

Epreuve : Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exercice 3 :

1) a-

X_i	9	4	0	a
P_i	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{7}{15}$

$p(X=9) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$; $p(X=4) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$; $p(X=0) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

$p(X=a) = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$

b-

$E(X) = 0 \iff 9 \times \frac{1}{15} + \frac{4}{5} + \frac{7a}{15} = 0$

$\iff \frac{9}{15} + \frac{12}{15} + \frac{7a}{15} = 0$

$\iff \frac{9 + 12 + 7a}{15} = 0$

$\iff \frac{21 + 7a}{15} = 0$

$\iff 21 + 7a = 0$

$\iff 7a = -21$

$\iff a = -3$

2) $p = p(X=9) + p(X=4) = \frac{1}{15} + \frac{\cancel{4}1}{5}$

~~$p = \frac{1+12}{15} = \frac{13}{15}$~~ $\quad p = \frac{1+3}{15} = \frac{4}{15}$

3) a - On répète ~~une~~ un évènement 10 fois de manière successive et indépendante, il y a 2 issues, gagner ou perdre la partie, Y suit donc une loi binomiale tel que $B(10, \frac{4}{15})$ (Y représente le nombre de fois que le joueur gagne)

~~$p(X$~~ $p(Y=2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(\frac{11}{15}\right)^8 = 0,268$

b. ~~$p(X>2)$~~ $p(Y \geqslant 3) = 1 - p(X<3)$
$= 1 - p(X \leqslant 2)$
$= 0,524$

c -

$E(Y) = 10 \times \frac{4}{15} = \frac{8}{3} \simeq 2,7$

En jouant 10 parties, on espère gagner environ 2,7 parties.

Exercice 4:

Partie A:

1) $g(x) = 2x - x^2$
$g'(x) = 2 - 2x$

$g'(x) > 0$
$\Leftrightarrow 2 - 2x > 0$
$\Leftrightarrow -2x > -2$ } changement de signe car $-2 < 0$
$\Leftrightarrow x < 1$

donc :

x	0		1
Signe de $g'(x)$		$+$	
Variations de $g(x)$	0	$\nearrow$	1

$g(0) = 0$ et $g(1) = 1$

2) sur $[0;1]$, $g(x)$ est strictement croissante, $g(0) = 0$ et $g(1) = 1$ donc $g(x) \in [0;1]$

3) $g(x) = x$
$\Leftrightarrow 2x - x^2 = x$
$\Leftrightarrow x - x^2 = 0$
$\Leftrightarrow$ ~~$x(1$~~ $x(1-x) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $1 - x = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$

$S = \{0; 1\}$

Partie B:

1) Initialisation: pour $n = 0$: $u_0 = 0,1 \geqslant 0$
$u_1 = 2 \times 0,1 - (0,1)^2 = 0,19 \leqslant 1$

$1 \geqslant u_1 \geqslant u_0 \geqslant 0$

la propriété est vraie au rang 0.

Hérédité:

Supposons qu'il existe un rang k tel que $0 \leqslant u_k \leqslant u_{k+1} \leqslant 1$

Montrons qu'alors $0 \leqslant u_{k+1} \leqslant u_{k+2} \leqslant 1$:

$0 \leqslant u_k \leqslant u_{k+1} \leqslant 1$
$\Leftrightarrow g(0) \leqslant g(u_k) \leqslant g(u_{k+1}) \leqslant g(1)$ } g est croissante sur $[0;1]$
$\Leftrightarrow 0 \leqslant 2u_k - u_k^2 \leqslant 2u_{k+1} - u_{k+1}^2 \leqslant 1$
$\Leftrightarrow 0 \leqslant u_{k+1} \leqslant u_{k+2} \leqslant 1$

la propriété est héréditaire.

Conclusion: ~~pour tout~~ par le principe de récurrence, pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) MECHICHI

PRENOM : (en majuscules) MEHDI

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 12/03/2008

1.2

Concours / Examen : BACCALAURÉAT BLANC Section / Spécialité / Série : Mathématiques

Epreuve : Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

$$v_k = 0{,}9^{(2^k)}$$
$$v_{k+1} = v_k^{\,2}$$
$$v_{k+1} = (0{,}9)^{(2^k)^2} \cancel{= 0{,}9^{2k}}$$
$$v_{k+1} = (0{,}9)^{2^k \times 2}$$
$$v_{k+1} = (0{,}9)^{(2^{k+1})}$$

la propriété est héréditaire.

Conclusion : par le principe de récurrence, pour tout entier naturel n, $\cancel{v_{n+1}}$ $v_n = 0{,}9^{(2^n)}$

3) $v_n = 1 - u_n$

$\Leftrightarrow u_n = 1 - v_n$

et $v_n = 0{,}9^{(2^n)}$ donc $u_n = 1 - (0{,}9)^{(2^n)}$

4) $\lim\limits_{n\to+\infty} 2^n = +\infty$ on a $-1 < 0{,}9 < 1$

donc $\lim\limits_{n\to+\infty} 0{,}9^{(2^n)} = 0$ par composé de limite.

par somme $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

Partie D :

1) a - sur l'annexe

b - cette fonction renvoie 6.

2) En appliquant la fonction seuil () et en changeant ~~u par~~ la formule de u_n par celle de w_n, cette fonction renvoie 7, donc la suite w_n ~~dépas~~ sera supérieure ou égal à 0,99 à partir du rang 7, alors que cette fonction renvoie 6 en lui donnant la formule de u_n, donc u_n dépassera 0,99 plus ~~rapide~~ vite que w_n, ~~on~~ en déduit que (u_n) converge vers 1 ; beaucoup plus vite que la suite (w_n) .

x	0		$0{,}48$		$+\infty$
Signe de $2\ln(x)$	‖	$-$	0	$+$	
Signe de $3x$	‖	$-$		$+$	
Signe de $f''(x)$	‖	$-$	0	$+$	
Convexité	‖	Concave	Point d'inflexion	convexe	

5.b) La tangente en dessus de $[0 ; \frac{1}{2}]$ et après en dessous ~~de~~ de la courbe

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BOUGHABA

PRENOM : (en majuscules) SIRINE

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 30 / 12 / 2008

1.2

Concours / Examen : Bac Blanc Section / Spécialité / Série :

Epreuve : MATHS Matière :

Session :

Ex 1

Question 1 : c

Question 2 : c

Question 3 : B

Question 4 : c

Question 5 : d

Ex 2

$f(x) = x^2 \ln(x)$

1) $f(ab) = \cancel{a}\, b^2 f(a) + a^2 f(b)$

$f(ab) = f(a) \times f(b)$

$= (a^2 \ln(a)) \times (b^2 \ln(b))$

$= b^2 a^2 \ln(a) + a^2 b^2 \ln(b)$

$= a^2 \ln(b) + b^2 \ln(a)$

alors $f(a.b) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) limite de $f(x)$ en 0 et $+\infty$

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x^2 \ln x$

$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 0^+} x^2 = 1 \\ \lim\limits_{x \to 0^+} \ln x = -\infty \end{cases}$

Par ~~somme~~ produit $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln x$

$\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty \end{cases}$

Par ~~somme~~ produit $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

3.a) La dérivée de $f(x)$

$f(x) = x^2 \ln(x)$

$f'(x) = (u.v)'$

$u(x) = x^2$ | $v(x) = \ln(x)$

$u'(x) = 2x$ | $v'(x) = \frac{1}{x}$

$f'(x) = u'v + v'u = (2x \times \ln x) + (\frac{1}{x} \times \ln(x))$

$= 2x \times \frac{1}{x} + 2x \times \ln(x) + \ln(x) \times \frac{1}{x} + (\ln(x))^2$

$= \frac{2x}{x} + 2\ln(x) + \frac{\ln(x)}{x} + (\ln(x))^2$

$= 2(\ln(x)) + \frac{2}{x} = x(2\ln(x) + 1)$

3.b) Tableau de variation

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 \ln(x) = 0$

~~$x^2 = \ln(x)$~~

$x^2 = 1$

x	0		1		$+\infty$
signe de x	||		+		
signe de $x(2\ln(x)+1)$	||	$-$	0	$+$	
variation de $f(x)$	|| $-\infty$		0		$+\infty$

4) a. Point d'inflexion

d'après le graphique, le point d'inflexion est entre $(0{,}6 ; 0{,}7)$

$x_I \in (0{,}6 ; 0{,}7)$

b. La convexité

$f''(x) = (f'(x))'$

$= (x(2\ln(x)+1))'$

$= (u \times v)' = u'v + v'u$

$u = x \qquad u' = 1$

$v = 2\ln(x) + 1 \qquad v' = \frac{2}{x}$

$f''(x) = 2\ln(x) + 1 + x \times \frac{2}{x}$

$= \frac{2\ln x + 1}{1} + \frac{2x}{x}$

$= \frac{x(2\ln x + 1) + 2x}{x}$

$= \frac{2\ln(x)^{2} + 3x}{x}$

$f''(x) = 0$

$\frac{2\ln(x) + 3x}{x} = 0 \Leftrightarrow$ ~~$2e^{\ln(x)}$~~ $x = 0{,}48$

Page / nombre total de pages

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) B O U G H A B A
PRENOM : (en majuscules) S I R I N E
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 30/12/2003
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : MATHS
Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Ex 3

1) Il y a 30 ~~pp~~ cases en assimilant un tir d'une manière independantes et successive 30 fois l'experience de Bernoulli dont on a un gains et un échec. Ainsi X la variable aléatoire representant le gain algébrique du joueurs X suit la loi binomiale où $B \simeq (30 ; a)$

B) $E(X) = 0$

$E(X) = na$

$30a = 0$

~~30a~~ $a = 0$

2) La probabilité qu'un joueur gagne est $\frac{22}{30}$

3) 10 parties consécutives

$p = \frac{4}{15}$

a) D'aprés la calculatrice

$P(X = 2) \approx \cancel{0{,}6}\ 0{,}267$

b) D'aprés la calculatrice

$P(X \geqslant 3) \approx 0{,}523$

c) $E(X) = np = 10 \times 0{,}2 = 2$

Page / nombre total de pages

Page / nombre total de pages

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BOUGHABA
PRENOM : (en majuscules) SIRINE
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 30/12/2008
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : MATHS
Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Ex 4

$u_{n+1} = 2u_n - u_n^2$
$u_0 = 0,1$

Partie 1

$g(x) = 2x - x^2$

1) $g'(x) = x - 2x$

x	0		1
signe de x	0	$+$	
signe de $-2x$	0	$-$	
~~variati~~ signe de $g(x)$	0	$+$	
variation de $f(x)$	0	$\nearrow$	

2) Montrer que $x \in [0;1]$

$f(0) \leqslant 2x - x^2 \leqslant f(1)$

$0 \leqslant 2x - x^2 \leqslant 1$

alors $g(x) \in [0;1]$

3) $g(x) = 0$

$2x - \cancel{x}^2 = x$

$2x - x - x^2 = 0$

$x - x^2 = 0 \iff \Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(-1 \times 0)$

$\Delta = 1 > 0$
$\sqrt{\Delta} = 1$
$x_1 = 0$
$x_2 = 1$

Alors $S = \{0; 1\}$ dans $[0;1]$

Partie B

1) $0 \leqslant U_n \leqslant U_{n+1} \leqslant 1$

(I) Initialisation
Pour $n = 0$
$0 \leqslant U_0 \leqslant U_1 \leqslant 1$
$0 \leqslant 0,1 \leqslant 0,21 \leqslant 1$
alors la propriété est vrai pour $n = 0$

(II) Hérédité
Pour tout $n \in \mathbb{N}$ supposons que $0 \leqslant U_n \leqslant U_{n+1} \leqslant 1$ est vraie et montrons que $0 \leqslant U_{n+1} \leqslant U_{n+2} \leqslant 0$ est vrai :

$0 \leqslant 2U_n - U_n^2 \leqslant 2U_{n+1} - U_{n+1}^2 \leqslant 1$
$\Leftrightarrow 0 \leqslant g(U_n) \leqslant g(U_{n+1}) \leqslant 1$

on sait que la fonction g est croissante sur $[0;1]$ et $g(0) \leqslant g(U_n) \leqslant g(U_{n+1}) \leqslant 1$
alors la propriété est héréditaire pour tout ~~sdd~~ $n \in \mathbb{N}$

(III) Conclusion
D'après l'initialisation et l'Hérédité nous pouvons conclure que
$0 \leqslant U_n \leqslant U_{n+1} \leqslant 1$

2) Convergence
~~(U_n) est croissante sur $[0;1]$ et majorée par 1 alors d'après le théorème de convergence, la suite~~

$U_{n+1} - U_n = 2U_n - U_n^2 - U_n = U_n - U_n^2$

alors comme nous pouvons le voire la suite (U_n) est croissante et majorée par 1 alors d'après le théorème de convergence la suite (U_n) converge vers une limite finie ℓ.

3. limite de la suite

Partie C
$V_n = 1 - U_n$
1) Montrer que $V_{n+1} = V_n^2$
$V_n = 1 - U_n$
$V_{n+1} = (U_n)^2$

$e^{\ln(x)} > e^{-\frac{1}{2}}$

$x > e^{-\frac{1}{2}} > 0$

donc $2\ln x + 1 > 0$

x	0		$e^{-\frac{1}{2}}$		$+\infty$
x		$+$		$+$	
$2\ln x+1$		$-$	0	$+$	
signe de $g'(x)$		$-$	0	$+$	
Variation de $g(x)$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{2e} < 0$	$\nearrow$	$+\infty$

$g(e^{-\frac{1}{2}}) = \frac{1}{e} \times \ln e^{-\frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{e} \times -\frac{1}{2}$

$= \frac{-1}{2e}$

4. a) Par lecture graphique il semble que le point d'inflexion I se trouve dans l'encadrement $0{,}6 < I < 0{,}7$

b) Pour étudier la convexité de g, il faut d'abord étudier le signe de sa dérivée seconde $g''(x)$ puis dresser un tableau comprenant $g''(x)$, g' et la convexité de g (par nécessaire de dresser le tableau)

$g''(x) = (x(2\ln x + 1))'$ => de forme $u \times v$

$=$

on dérive d'abord $(2\ln x + 1)' = 0 \times \ln x + 2 \times \frac{1}{\ln x} + 0$

$= \frac{2}{\ln(x)}$

Ensuite on dérive $(x \times \frac{2}{\ln x})' = 1 \times \frac{2}{\ln x} + x \times$

$g''(x) = \frac{2}{\ln x} + x \times \left(\frac{2}{\ln x}\right)' > 0$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) MDIMXGH
PRENOM : (en majuscules) EMNA
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 12/12/2008

1.2

Concours / Examen : Bac blanc   Section / Spécialité / Série : Maths

Epreuve :   Matière :

Session :

Exercice 1 :

Question 1 : C
Question 2 : C
Question 3 : D
Question 4 : C
Question 5 : D

Exercice 3 :

1. a)

X	$-a$	0	4	9
$p(X=x_i)$	$\frac{7}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{15}$

b) $E(X) = -a \times \left(\frac{7}{15}\right) + 0 \times \left(\frac{4}{15}\right) + 4 \times \left(\frac{1}{5}\right) + 9 \times \left(\frac{1}{15}\right)$

$= \frac{-7a}{15} + \frac{4}{5} + \frac{9}{15}$

$= \frac{-7a}{15} + \frac{7}{5}$

$= \frac{-7a}{15} + \frac{21}{5}$

pour que $E(X) = 0$ il faut que $a = -3$

2. $p(X>0)$, d'après le tableau précédemment

~~dune~~ $p(X>0) = p(4) + p(9)$

$= \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$

$= \frac{4}{15}$

3)a) On répète une même expérience à deux issues (gagner ou perdre) 10 fois de manière ~~indépendant~~ et X variable qui suit la loi de Bernoulli $B(10; \frac{4}{15})$:

$$p(X=2) = \binom{10}{2} \times p^2 \times (1-p)^{10-2}$$

$$= \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(1-\frac{4}{15}\right)^8$$

$$\approx 0{,}268$$

b) $p(X \geq 3) \approx 0{,}524$ Par calculatrice

c) Puisque cette expériences est une expérience de Bernoulli de paramètre $n = 10$ et $p = \frac{4}{15}$

$E(X) = n \times p$

$= 10 \times \frac{4}{15}$

$= \frac{40}{15}$

$= \frac{8}{3}$

Exercice 2 :

1.

2. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} x^2 \ln x$:

Puisque $f(x)$ est définie sur $]0;+\infty[$, lorsqu'on cherche une limite qui tend vers 0, c'est forcément vers 0^+ c'est-à-dire $x > 0$

et par croissance comparée on sait que $\lim\limits_{x \to 0^+} x^2 \ln x = 0$

donc $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$ par croissance comparée $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln(x) = +\infty$

donc $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

3. a) $f'(x) = (x^2 \ln x)'$ de forme uv

$f'(x) = 2x \times \ln(x) + x^2 \times \frac{1}{x}$

$= 2x \ln x + \frac{x^2}{x}$

$= 2x \ln x + x$

$f'(x) = x(2\ln x + 1)$

b) Puisque f est définie sur $]0;+\infty[$, f est donc strictement supérieur à 0, et sa dérivée est vérifiée pour tout $x > 0$.

donc $x > 0$ il faut donc étudier le signe de $2\ln(x) + 1 > 0$

$2\ln(x) > -1$

$\ln(x) > -\frac{1}{2}$ } l'ordre est donc conservé

$e^{\ln(x)} > e^{-\frac{1}{2}}$

L'hérédité est vérifiée au rang suivant, donc par le principe de récurrence, $\forall n \in \mathbb{N}$ on a $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$.

2) D'après la question précédente, on sait que la suite (U_n) est croissante, de plus elle est majorée par 1 donc la suite (U_n) converge vers un réel ℓ

3) La suite (U_n) est dérivable donc continue, de plus elle converge vers un réel ℓ.
De plus, on sait que que pour $x = U_n$
$g(U_n) = 2U_n - U_n^2$ correspond à la relation de récurrence U_{n+1}

Ainsi on peut déterminer un réel ℓ qui vérifie l'équation $g(\ell) = \ell$, en posant $U_n = \ell$.

on résout donc $g(\ell) = \ell$

$$\Rightarrow 2\ell - \ell^2 = \ell$$
$$\ell - \ell^2 = \frac{\ell}{2}$$
$$-\ell^2 = \frac{\ell}{2} + \ell$$
$$-\ell^2 = \frac{3\ell}{2}$$
$$\ell^2 = -\frac{3\ell}{2}$$
$$\ell^2 = -\frac{3}{2} \times \frac{\ell}{2}$$
$$\frac{\frac{\ell^2}{2}}{\ell} = -\frac{3}{2}$$
$$\ell^2 \times \frac{\ell}{2} = -\frac{3}{2}$$
$$\frac{\ell^3}{2} = -\frac{3}{2}$$

x	0	$e^{-\frac{1}{2}}$	$+\infty$
f'	↘		↗
Signe $f''(x)$	$-$	0	$+$
Convexité de f	Concave		Convexe

point d'inflexion en $e^{-\frac{1}{2}} \approx 0,6$

Graphiquement les coordonnées de I : $(0,6 ; -0,18)$

5. a) $T : y = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$

$f'\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e}\left(2\ln\frac{1}{e} + 1\right)$ et $f\left(\frac{1}{e}\right) = \left(\frac{1}{e}\right)^2 \times \ln\frac{1}{e}$

$= \frac{1}{e}(2 \times (-1) + 1)$ $\quad = \frac{1}{e^2} \times (-1)$

$= \frac{1}{e} \times (-1)$ $\quad = -\frac{1}{e^2}$

$= -\frac{1}{e}$

donc $\Rightarrow y = -\frac{1}{e}\left(x - \frac{1}{e}\right) + \left(-\frac{1}{e^2}\right)$

$= -\frac{x}{e} + \frac{1}{e^2} - \frac{1}{e^2}$

$= -\frac{x}{e}$

Pour $x = 0$, $-\frac{x}{e} = 0$ donc il est unique que la tangente T à C au point d'abscisse $\frac{1}{e}$ passe par l'origine O du repère.

b) On a vu que la fonction f est concave sur l'intervalle $]0; e^{-\frac{1}{2}}]$, donc cela revient à savoir que la tangente T sur cette intervalle est au dessus de la courbe C de la fonction f.
Puis sur l'intervalle $[e^{-\frac{1}{2}}; +\infty[$, la fonction f est convexe donc, sa courbe C se trouve au dessus de la Tangeante T.

c) on prend un point d'abscine quelconque comme 2, On fait la même démarche : $T: y = f'(2)(x-2)+f(2)$
$\Rightarrow 4\ln(2)+2\ (x-2)+4\ln(2)$
~~quand~~ $x \neq 0$

Exercice 4 : Partie A

1. On a $g(x) = 2x - x^2$ définie sur $[0; 1]$
Pour étudier les variations de $g(x)$ il faut d'abord faire sa dérivée.
$g'(x) = (2x - x^2)'$
$= 2 - 2x$
Il faut à présent étudier le signe de $2-2x > 0$
$-2x > -2$
$x > 1 > 0$

x	0	1
signe de $g'(x)$	+	
variations de $g(x)$	↗	

2. D'abord pour $x = 0$, on a :
$g(0) = 0$
et pour $x = 1$ on a :
$g(1) = 1$
donc il est vrai que pour tout $x \in [0;1]$, on a $g(x) \in [0; 1]$

3. $g(x) = x$
$\Rightarrow 2x - x^2 = x$
$-x^2 = x - 2x$
$-x^2 = -x$
$x^2 = x$
~~$x^2 =$~~

Partie B :

1) Initialisation : Pour $n = 0$, $U_0 = 0,1$
et $U_1 = 2U_0 - U_0^2$
$= 0,19$
donc $0 \leq U_0 \leq U_1 \leq 1$
donc $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

La propriété est vérifiée

Hérédité : On suppose que pour un certain ~~n~~ n on a : $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$, montrons qu'alors $0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

on donc $0 \leq U_n \leq U_n + 1 \leq 1$) $\times 2 > 0$ l'ordre est conservé
$0 \leq 2U_n \leq 2(U_n+1) \leq 2$) on soustrait par $-U_n^2$ donc on conserve l'ordre
$-U_n^2 \leq 2U_n - U_n^2 \leq 2(U_{n+1}) - U_n^2 \leq 2 - U_n^2$
$-U_n^2 < 0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1 \leq 2 - U_n^2$
donc $0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) NDIMAGH

PRENOM : (en majuscules) EMNA

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 12/12/2008

1.2

Concours / Examen : .... Section / Spécialité / Série : ....

Epreuve : .... Matière : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ....

Partie C :

1. $v_n = 1 - U_n$

$v_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

$v_{n+1} = 1 - 2U_n - U_n^2$

$= (1 - U_n)^2 - 2U_n$

$= 1^2 - U_n^2 - 2 \times 1 \times (-U_n) - 2U_n$

$= 1 - U_n^2 \cancel{+2U_n} \cancel{-2U_n}$

$v_{n+1} = 1 - U_n^2$

$v_{n+1} = v_n^2$

2. a) $\cancel{v_0 = 1 - v_0 = 1 - 0{,}1 = 0{,}9}$ $\quad v_0 = 1 - U_0 = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$

$\cancel{v_1 = 1 - v_1}$

$v_1 = v_0^2 = (0{,}9)^2 = 0{,}81$

$v_2 = v_1^2 = 0{,}6561$

2.b) Initialisation : pour $n = 0$, on a $U_0 = 0,9$

et on a $V_n = 1 - U_n$

donc pour $n = 0$ on a bien $V_0 = 1 - 0,1$
$= 0,9^{(2^n)}$

et pour $n = 0$ on a $V_{n+1} \Leftrightarrow V_1 = (V_0)^{2\times 1}$
$= V_0$
$= 0,81$

On a bien une propriété qui est vraie

Hérédité : On suppose que pour un certain réel k on a $V_k = 0,9^{2^k}$ montrons qu'alors $V_{k+1} = 0,9^{2^{k+1}}$

$V_k = 0,9^{2^k}$ } on multiplie par x^2
$(V_k)^2 = 0,9^{(2^k)^2}$
$V_{k+1} = 0,9^{2^{k\times 2}}$
$V_{k+1} = 0,9$
$\Rightarrow V_{k+1} = 0,9^{2^{k+1}}$

L'hérédité est vérifiée au rang n suivant, donc par principe de récurence, pour tout $n \in \mathbb{N}$ $V_n = 0,9^{(2^n)}$

3. Puisque $V_n = 1 - U_n$, alors $U_n = -V_n + 1$

$U_n = 0,9^{2^n} + 1$

On a $-1 < 0,9 < 1$ d'après le théorème des gendarmes
donc $\lim_{x\to+\infty} 0,9^{2^n} = 0$
donc $\lim_{x\to+\infty} 0,9^{2^n} + 1 = 1$ } Ainsi $\lim_{x\to+\infty} (U_n) = 1$

Partie D :

~~b) La valeur renvoyée par ce programme python est n, ce qui correspond au nombre le plus petit de temps (en semaine) avant qu'une proportion de la population~~ ~~ou 99 % de la population à~~

1) b) La valeur renvoyée par ce programme python est n, qui donne au bout de combien de semaines après le lancement, 99 % de la population a installé l'application dans cette ville de 10 000 habitants soit lorsque cette proportion est supérieure ou égal à 9900 habitants.

2) On a donc $W_0 = 0,1$ et $W_{n+1} = 0,5W_n + 0,5$ qui définissent cette nouvelle suite (W_n).

Lorsqu'on cherche sa limite on aboutit à ça
$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} (W_n) = \lim_{x\to+\infty} (W_{n+1}) = \lim_{x\to+\infty} 0,5 W_n + 0,5$

Pour $n = 0$ on a donc $(W_1) = 0,5 \times W_0 + 0,5$
$= 0,05 + 0,5$

Il est remarque $-1 < 0,05 < 1$
mais $-1 < 0,05 < 0,9 < 1$
De plus $0,5 < 1$
même si $0,55 \neq 0$, la suite (V_n) va converger vers 1 beaucoup plus rapidement.

Partie C :

1) $v_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

$v_{n+1} = 1 - 2U_n + U_n^2$

$v_n^2 = 1 - (2v_{n-1} - U_n^2 - 1)^2$

$U_n^2 = (1-(2U_{n-1} - U_n^2 - 1))(1+(2U_{n-1} - U_n^2 - 1))$

2) a) $v_0 = 1 - U_0$ $\quad$ $v_1 = 1 - 0,9$ $\quad$ $v_2 = 1 - 0,1$

$\Leftrightarrow U_0 = 1 - 0,1$ $\quad$ $v_1 = 0,1$ $\quad$ $v_2 = 0,9$

$\Leftrightarrow U_0 = 0,9$

Partie D :

~~1) [illegible]~~

2) La suite U_n converge beaucoup plus vite que la suite W_n car la suite U_n est sous la forme d'un polynôme du second degré qui converge plus vite qu'une suite avec seulement un produit.

Exercice 3 :

1) a)
Le lancer de flèche peut être considéré comme un tirage avec remise qui se fait de manière aléatoire et indépendante. Il s'agit d'une expérience de Bernoulli, où il y a plusieurs issues avec l'issue gagnante « le joueur gagne ». On répète l'expérience n fois. et la probabilité de gagner est de $p = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$
On note X la variable aléatoire « la flèche atteint une case gagnante ». X suit la loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) JEBIRA
PRENOM : (en majuscules) SAMI
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 10/02/2008
1.2

Concours / Examen : Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Baccalauréat Blanc Matière : Mathématiques

Session : 2026

Exercice 4

Partie A :

1) Soit $g(x) = 2x - x^2$ un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$ avec $a = -1$; $b = 2$; $c = 0$
on calcule alors le discriminant Δ :

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= 4 - 4 \times (-1) \times 0$
$= 4 > 0$ le discriminant est de signe positif alors la fonction admet exactement 2 racines $x1$ et $x2$.

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2-2}{-2} = \frac{0}{2} = 0$

$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2+2}{-2} = \frac{4}{2} = 2$

alors $S\{0 ; 2\}$ mais puisque l'on étudie la fonction sur l'intervalle $[0 ; 1]$ alors la fonction admet seulement 0 en tant que solution.

Puisque la fonction est un polynôme du second degré alors son signe dépend du signe de a, qui, ici est négatif alors la fonction a le signe de a à l'extérieur des racines et n'a pas le signe de a à l'intérieur des racines.

x	0		1
signe de g	0	+	
variation de g	↗		

On note alors que dans l'intervalle $[0;1]$, la fonction est strictement croissante.

3. $g(x) = x \iff 2x - x^2 = x \iff -x^2 + x$

on calcule le discriminant Δ :

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 1 - 0$ $\quad 1 > 0$ donc il y a 2 solutions $x1$ et $x2$

$x1 = \frac{-1-1}{-2} = \frac{0}{2} = 0$ $\qquad x2 = \frac{-1+1}{-2} = \frac{2}{2} = 1$

Donc, $S \{0; 1\}$

Partie B :

1) $P(n) = 0 \leqslant U_n \leqslant U_{n+1} \leqslant 1$

Initialisation : pour $n = 0$ on vérifie que la propriété P est vraie pour le premier terme de la suite.

$0 \leqslant 0,1 \leqslant 2 \times 0,1 - 0,1^2 \leqslant 1$

$\iff 0 \leqslant 0,1 \leqslant 0,2 - 0,01 \leqslant 1$

$\iff 0 \leqslant 0,1 \leqslant 0,19 \leqslant 1$

$\iff 0 \leqslant U_0 \leqslant U_{0+1} \leqslant 1$ Alors la propriété est vraie pour un entier $n = 0 \; \forall n \in \mathbb{N}$

Hérédité :

Supposons que pour un entier n quelconque : $0 \leqslant U_n \leqslant U_{n+1} \leqslant 1$

Montrons alors que la propriété est vraie pour un rang $n+1 \; \forall n \in \mathbb{N}$

$0 \leqslant U_{n+1} \leqslant U_{n+1+1} \leqslant 1$

$0 \leqslant U_{n+1} \leqslant U_{n+2} \leqslant 1$

$0 \leqslant U_n \leqslant U_{n+1} \leqslant 1$

$0 \leqslant U_n^2 \leqslant (U_{n+1})^2 \leqslant 1$

$\iff 0 \geqslant -U_n^2 \geqslant -(U_{n+1})^2 \geqslant -1$

$\iff 2U_n \geqslant 2U_n - U_n^2 \geqslant 2U_n - (U_{n+1})^2 \geqslant 2U_n - 1$

$\iff 2 \geqslant 2U_n \geqslant 2U_n - U_n^2 \geqslant 2U_n - (U_{n+1})^2 \geqslant 2U_n - 1 \geqslant 0$

On note que la fonction carré est strictement croissante et croît fortement donc $2 \geqslant 2U_n - U_n^2$ donc la suite U_n est décroissante

Alors la propriété P est vraie $\forall n \in \mathbb{N}$.

2) La suite est strictement décroissante, elle admet un minorant 1, la suite est monotone.

D'après le théorème de la convergence monotone, la suite converge car elle est minorée par 1 et elle est décroissante.

3) $\lim\limits_{n \to +\infty} 2U_n - 1 = +\infty$

$\lim\limits_{n \to +\infty} -U_n^2 = -\infty$

Par croissance comparée on peut en déduire que la $\lim U_n = -\infty$

on en déduit que la population utilise de moins en moins.

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) JEBIRA
PRENOM : (en majuscules) SAMI
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 10/02/2008
1.2

Concours / Examen : .... Section / Spécialité / Série : ....
Epreuve : Baccalauréat Blanc Matière : Mathématiques

CONSIGNES
• Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
• En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
• Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
• Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
• Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ....

b) $P(X=0) \simeq 0{,}73$ alors pour que le jeu soit équitable, il faudrait que $a = 0{,}73$.

2) Soit $\frac{2}{30} \Leftrightarrow \frac{1}{15}$ la probabilité qu'un joueur gagne en tombant sur une case rouge (gain $= 9 > 0$)

Soit $\frac{6}{30} \Leftrightarrow \frac{3}{15}$ la probabilité qu'un joueur gagne en tombant sur une case verte (gain $= 4 > 0$)

La probabilité qu'un joueur gagne $= \frac{1}{15} + \frac{3}{15}$
$\Leftrightarrow \frac{4}{15}$

3) a) $P(X=2) = \binom{10}{\frac{4}{15}} \left(1 - \frac{4}{15}\right)^n \simeq 0{,}268$

b) $P(X \geq 3) = 1 - P(X < 2)$
$\simeq 1 - 0{,}476$
$\simeq 0{,}524$

c) $E(X) = n \times p = 10 \times \frac{4}{15} = \frac{40}{15}$

Exercice 1 :

1) ~~B~~ C

2) C

3) ~~B~~ D

4) C

5) C

Exercice 2 :

2) $\lim_{x \to 0} x^2 = 0$ $\lim_{x \to 0} \ln x = -\infty$ il s'agit d'une forme indéterminée.

$x^2 \ln x = x(x \ln x)$ $\lim_{x \to 0} x \ln x = 0$ $\lim_{x \to 0} x = 0$

par produit $\lim_{x \to 0} f = 0$ ~~par produit~~

$\lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ $\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$ donc lim de $f = +\infty$ par produit

3) a) soit $f(x)$ sous la forme $u \times v$ avec $u(x) = x^2$ $u'(x) = 2x$ $v(x) = \ln x$ $v'(x) = \frac{1}{x}$

$f' = u'v + uv'$

$f'(x) = 2x \times \ln(x) + x^2 \times \frac{1}{x}$

$= 2x \ln x + x$

$= x(2 \ln x + 1)$

b)

x	0		$+\infty$
signe de f'		$+$	
variation de f	0	$\nearrow$	$+\infty$

f' est strictement positif sur $\mathbb{R}^{+*}$

4) a) On remarque que dans $x = 0{,}5$ à $x = 0{,}7$ un point d'inflexion apparaît

b) Puisque les tangentes sont au dessus de la courbe de f, alors on peut en déduire que la fonction f est convexe et elle admet un point d'inflexion en 1.

5) a) La tangente T à C un point d'abscisse $\frac{1}{e}$ passe par l'origine du repère O.

b) La tangente T est strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$ alors, elle ci sera toujours au dessus de la courbe C de f.

c) C n'admet pas d'autres tangentes passant par O.

1) $f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

$f(ab) = f(a) * f(b)$

$f(ab) = a^2 \ln(a) + b^2 \ln(b)$

$f(ab) = b^2 \ln(a) + a^2 \ln(b)$

2) g est définie sur [0;1] donc $\forall x \in [0;1]$ $\in g(x)$

3) g est continue

$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 0^+} g(x) = 0 \\ \lim\limits_{x \to 1} g(x) = 1 \end{cases}$ 0 ∈ [0;1] et g est strictement croissant donc g(x) = 0 admet une unique equation α en [0;1]

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 0^+} 2x = 0 \\ \lim\limits_{x \to 0^+} -x^2 = 0 \end{array}\right\}$ par somme, $\lim\limits_{x \to 0^+} 2x - x^2 = 0$

D'où $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x) = 0$

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 1} 2x = 2 \\ \lim\limits_{x \to 1} -x^2 = -1 \end{array}\right\}$ par somme $\lim\limits_{x \to 1} 2x - x^2 = 1$

D'où $\lim\limits_{x \to 1} g(x) = 1$

Partie B :

$\begin{cases} u_0 = 0{,}1 \\ u_{n+1} = 2u_n - u_n^2 \end{cases}$, $\forall n \in \mathbb{N}$

1) montrons par récurrence, $\forall n \in \mathbb{N}$, "$P_n : 0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$" est vrai ;

Initialisation

$u_0 = 0{,}1$ d'une part

D'autre part, $0 \leq 0{,}19 \leq u_{n+1} \leq 1$

d'où $0 \leq u_1 \leq u_{n+1} \leq 1$

P_0 est vrai

Hérédité : Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que "$P_n : 0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$" est vrai, démontrons que $\forall n \in \mathbb{N}$, "$P_{n+1} : 0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$" est vrai

P_n est vraie $\Rightarrow 0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ $\times 2$

$0 \leq 2u_n \leq 2u_{n+1} \leq 2$

$-u_n^2 \leq 2u_n - u_n^2 \leq 2u_n - u_n^2 + 1 \leq 2 - u_n^2$ $-u_n^2$

$0 \leq -u_n^2 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 2 - u_n^2$

$0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 2$

P_{n+1} est vraie.

Conclusion : L'initialisation est vérifiée, sa veracité est héréditaire. D'après le raisonnement par recurrence $\forall n \in \mathbb{N}$ P_n : "$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$" est vraie.

2. La suite u_n est croissante et majorée par 1, donc ~~par~~ d'après le theorème de convergence monotone (u_n) converge vers ℓ.

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BACCOUCHE
PRENOM : (en majuscules) SELINA
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 01/12/2008
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Mathématiques Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Bac Blanc - Mathématique

Exercice 1

1) a
2) C
3) B
4) C
5) D

Exercice 2

On a f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x^2 \ln(x)$.

1) $f(ab) = (ab)^2 \ln(ab)$

$= a^2 b^2 \; \ln(a) + \ln(b)$

$=$

2) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 0^+} x^2 = 0 \\ \lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty \end{array}\right\}$ par produit, il s'agit d'une forme indeterminée donc par croissance comparée $\lim\limits_{x \to 0^+} x^2 \ln(x) = 0$

D'où $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty \end{array}\right\}$ par produit, $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln(x) = +\infty$

D'où, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

3a) f est dérivable

f' s'écrit sous forme de $(UV)'$ avec $U = x^2$ et $U' = 2x$

$V = \ln x$ et $V' = \frac{1}{x}$

$f'(x) = 2x \times \ln(x) + x^2 \times \frac{1}{x}$

$= 2x \ln(x) + \frac{x^2}{x}$

$= 2x \ln(x) + x$

$= x(2\ln(x) + 1)$

b) puisque $x > 0$

$2\ln(x) > 0 \quad \forall x > 0$

$2\ln x + 1 > 0$

$2\ln(x) > -1$

$\ln(x) > \frac{-1}{2}$

$\exp(\ln(x)) > e^{-\frac{1}{2}}$

$x > e^{-1/2}$

x	0		$e^{-1/2}$		$+\infty$
f'_x		$+$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$f(e^{-1/2})$	$\nearrow$	$+\infty$

4a) voir annexe

4b) f' est dérivable

f'' s'écrit sous forme de $(UV)'$ avec $U = x$ et $U' = 1$

$V = 2\ln(x) + 1$ et $V' = 2 \times \frac{1}{x} = \frac{2}{x}$

$f''(x) = 1 \times 2\ln(x)+1 + x \times \frac{2}{x}$

$= 2\ln x + 1 + \frac{2x}{x}$

$= 2\ln x + 1 + 2$

$= 2\ln x + 3$

$2\ln(x) > 0 \quad \forall x > 0$

$2\ln(x) + 3 > 0$

$2\ln(x) > -3$

$\ln(x) > \frac{-3}{2}$

$\exp(\ln(x)) > e^{-3/2}$

$x > e^{-3/2}$

x	0		$e^{-3/2}$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$		convexe	$I(e^{-3/2}; f(e^{-3/2}))$	convexe	

$f''(x) > 0$ donc convexe sur $]0; +\infty[$

$f''(x)$ admet un point d'inflexion $I(e^{-3/2}; f(e^{-3/2}))$

5) Soit $y = f'(a)(x-a) + f(a)$ l'expression de la tangente :

$f'(a) = \frac{1}{e}(2\ln(\frac{1}{e}) + 1) = 0$

$f(a) = f(\frac{1}{e})$

$y = 0(x - \frac{1}{e}) + f(\frac{1}{e})$

$y = f(\frac{1}{e})$

La position relative de ~~$\mathscr{C}$~~ $\mathscr{C}$ et T est que $T/\mathscr{C}$ donc la tangente est au dessous de $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\frac{1}{e}$ et passe par l'origine O du repère.

c. $\mathscr{C}$ admet qu'une seule tangente en $y = f(\frac{1}{e})$

Exercice 4

Partie A

on g définie sur $[0;1]$ par $g(x) = 2x - x^2$

$2x - x^2 \Leftrightarrow x(2-x)$

$\boxed{x = 0}$ ou $2 - x = 0$

$-x = -2$

$\boxed{x = 2}$

$g'(x) = 2 - 2x$

$2 - 2x > 0$

$-2x > -2$

$x > \frac{-2}{-2}$

$x > 1$

x		0		1
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0
$g(x)$	$\searrow$		$\nearrow$	

Sur $[0;1]$, $g(x)$ est strictement croissante

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BACCOUCHE

PRENOM : (en majuscules) SELIMA

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 01 / 12 / 2008

1.2

Concours / Examen : Bac Blanc

Section / Spécialité / Série :

Epreuve : Mathematiqu

Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

3) un converge, et c'est une suite croissante et majorée par 1.

Dans ce cas $\lim_{x \to +\infty} u_n = 1$.

L'evolution de la proportion de la population ayant installé l'application ~~s'est baissé de 1~~ est passée à 1.

Partie C

Soit $v_n = 1 - u_n$, la suite auxilliaire (v_n), $\forall n \in \mathbb{N}$

1) $v_{n+1} = 1 - u_{n+1}$ $\qquad$ $v_n^2 = (1-u_n)^2$

$v_{n+1} = 1 - 2u_n - u_n^2$ $\qquad$ $v_n^2 = 1 - \cancel{u_n} - u_n + \cancel{u_n}$

$v_{n+1} = 1 - u_n(2 + u_n)$ $\qquad$ $v_n^2 = 1 - u_n$

$v_{n+1} = 1(-2u_n + u_n^2)$ $\qquad$ $u_n^2 = v_n$

$v_{n+1} = -2u_n + u_n^2$

$1 - u_n = v$, alors $(1-u_n)^2 = v_n^2$

donc $v_{n+1} = v_n^2$

2a) $v_0 = 1 - u_0$ $\qquad$ $v_1 = 1 - u_1$ $\qquad$ $v_2 = 1 - u_2$

$= 1 - 0,1$ $\qquad$ $= 1 - 0,19$ $\qquad$ $= 1 - 0,3439$

$= 0,9$ $\qquad$ $= 0,81$ $\qquad$ $= 0,6561$

b) $\begin{cases} v_0 = 0,9 \\ v_{n+1} = v_n^2 \end{cases}$, $\forall n \in \mathbb{N}$

montrons par recurrence $\forall n \in \mathbb{N}$, "P_n : $v_n = 0,9^{2n}$" est vrai.

Initialisation : Pour $N = 0$

$v_0 = 0,9$

P_0 est vraie

Hérédité : Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que "P_n : $v_n = 0{,}9^{2^n}$" est vraie, démontrons que $\forall n \in \mathbb{N}$, "P_{n+1} : $0{,}9^{2^{n+1}}$" est vraie

P_n est vraie $\Rightarrow 0{,}9^{2^n}$

$0{,}9^{2^{n+1}} \Leftrightarrow 0{,}9^{2(2u_n - u_n^2)}$

$\Leftrightarrow 0{,}9^{4u_n - 2u_n^2}$

$\Leftrightarrow 0{,}9^{2(2u_n - u_n^2)}$

$\Leftrightarrow 0{,}9^{2^{n+1}}$

P_{n+1} est vraie

Conclusion : L'initialisation est vérifiée, sa veracité est héréditaire. D'après le raisonnement par récurrence $\forall n \in \mathbb{N}$, "P_n : $v_n = 0{,}9^{2^n}$" est vraie

3) $u_{n+1} - u_n = \cancel{2u_n} - u_n^2 - u_n$

$= u_n(2 - u_n - 1)$

4) La suite u_n ~~converge vers 1~~, ~~car~~, il s'agit de la plus grande valeur de l'encadrement, donc $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$

Exercice 3

1) a. $P(X=k) = \binom{n}{k} \times p^k (1-p)^{n-k}$, la loi de probabilité de X

b) $E_X = n \times p$

2) $p = \frac{13}{30}$ est la probabilité qu'un joueur gagne

3 a) $p(X=2) = \binom{n}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \left(1 - \frac{4}{15}\right)^{2-\frac{4}{15}}$

$\simeq 0{,}268$

b) $p(X \geq 3) \Leftrightarrow 1 - p(X < 3)$

$\Leftrightarrow 1 - P(X < 3-1)$

$\Leftrightarrow 1 - P(X \leq 2)$

$= 0{,}735$

$E(X) = n \times p$

c) $E(X) = 10 \times \frac{4}{15}$

$= \frac{8}{3}$

$\simeq 2{,}6$

Il faudrait en moyenne 2 parties pour que le joueur gagne.

Exercice 4

Partie D

2) La raison des 2 suites est différente, ce qui explique que (u_n) converge plus rapidement vers ℓ que la suite (v_n)

2) On a $x = 1 \in [0;1]$
et $g(1) = 2\times 1 - 1^2$
$= 1$
Donc $g(1) \in [0;1]$
Donc pour tout $x \in [0;1]$, on a $g(x) \in [0;1]$

3) $g(x) = x$
$2x - x^2 = x$
$2x - x^2 - x = 0$
$\Leftrightarrow -x^2 + 2x - x = 0$
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 2^2 - 4\times(-1)\times(-1)$
$\Delta = 4 - 4\times 1$
$\Delta = 4 - 4$
$\Delta = 0$
$x = \frac{-b}{2a}$
$x = \frac{-2}{2\times(-1)}$
$x = \frac{-2}{-2}$
$x = 1$

Partie B :

1) Initialisation : Pour $n = 0$, on a $U_0 = 0,1$ et $0 \leq 0,1 \leq 1$ donc $0 < U_n < 1$

Hérédité : Supposons qu'à un certain rang k, on a $1 \leq U_k \leq 1$, démontrons qu'au rang $k+1$ on a $0 \leq U_k \leq U_{k+1} \leq 1$, en effet $U_{k+1} = 2U_k - U_k^2$ et pour $k = 0$ on a $U_{k+1} = 0$ donc $0 \leq U_{k+1} \leq 1$
donc $0 \leq U_k \leq U_{k+1} \leq 1$

Conclusion : La propriété est initialisée et héréditaire donc pour tout n on a $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

2) On a U_n est majorée par 1 donc U_n converge vers 1

3)

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) ELOUDI
PRENOM : (en majuscules) IRAM
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 23/03/2009
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Mathématiques
Matière : Mathématiques

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exercice 1 :
Question 1 : réponse C
Question 2 : réponse C
Question 3 : réponse D
Question 4 : réponse C
Question 5 : réponse D

Exercice 2 :
1)

2) $f(x) = x^2 \ln(x)$
$\lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim_{x\to+\infty} \ln(x) = +\infty$
par produit $\lim_{x\to+\infty} x^2 \ln(x) = +\infty$

$\lim_{x\to 0^+} x\left(x + \frac{\ln(x)}{x}\right) = 0$

$\lim_{x\to 0^+} x = 0$ et $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(x)}{x} = 0$
par somme $\lim_{x\to 0^+} x + \frac{\ln(x)}{x} = 0$
et $\lim_{x\to 0^+} x = 0$ donc par produit $\lim_{x\to 0^+} x\left(x + \frac{\ln(x)}{x}\right) = 0$

3.a) $f(x) = x^2 \ln(x)$
$f'(x) = 2x\times\ln(x) + x^2\times\frac{1}{x}$ $\quad U = x^2 \quad U' = 2x$
$f'(x) = 2x\ln(x) + \frac{x^2}{x}$ $\quad V = \ln(x) \quad V' = \frac{1}{x}$
$f'(x) = 2x\ln(x) + x$
$f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$
Donc pour tout $x > 0$ $f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$

b) $f'(x) = x(2\ln(x)+1)$

$x > 0$ $\quad 2\ln(x) + 1 \geqslant 0$

$2\ln(x) \geqslant -1$

$\ln(x) \geqslant -\frac{1}{2}$ $\Big) e \nearrow$

$e^{\ln(x)} \geqslant e^{-1/2}$

$x \geqslant e^{-1/2}$

x	0		$e^{-1/2}$		$+\infty$
Variations de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Signe de f		↘		↗	

4a) $0{,}6 < I < 0{,}7$

$x_I \approx 0{,}60$

b) $f'(x) = 2x\ln(x) + x$ $\qquad U = 2x \quad U' = 2$

$f''(x) = 2\ln(x) + 2x \times \frac{1}{x} + 0$ $\qquad V = \ln(x) \quad V' = \frac{1}{x}$

$f''(x) = 2\ln(x) + \frac{2x}{x}$

$f''(x) = 2\ln(x) + 2$

$2\ln(x) + 2 > 0$ Donc f est convexe

5a) $T : y = f'(a)(x-a) + f(a)$

$y = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$

$f'\left(\frac{1}{e}\right) \approx -0{,}367$ $\qquad f\left(\frac{1}{e}\right) \approx -0{,}135$

$T : y = -0{,}367\left(x - \frac{1}{e}\right) - 0{,}135$

$y = -0{,}367x + 0{,}135 - 0{,}135$

$y = -0{,}37x$

b) C est au dessous de la courbe et la tangeante T est en dessous de la courbe car $T : y = -0{,}37x < 0$

c)

Exercice 3 :

1a) On répète n fois l'expérience de manière répétive successive et indépendante où il y a deux choix possibles (succès ou échec). Cette expérience suit donc une loi binomiale.

b) D'après la calculatrice $a = -3$

2) Il existe deux cas possibles pour que le gain soit strictement positif, la probabilité p qu'un joueur gagne est de $\frac{4}{15}$

3a) $P(X=k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$

$P(X=2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(1 - \frac{4}{15}\right)^{10-2}$

$= \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(\frac{11}{15}\right)^8$

$\approx 0{,}267$ La probabilité qu'il gagne 2 fois est de 0,267

b) $P(X \geqslant 3) = 1 - P(X \leqslant 2)$

$\approx 0{,}523$

La probabilité qu'il gagne au moins 3 fois est de 0,523.

c) $E(X) = n \times p$

$= 10 \times \frac{4}{15}$

$= \frac{8}{3}$

En moyenne, on considère qu'un joueur peut gagner environ 2,67 fois.

Exercice 4 :

Partie A :

1) $g(x) = 2x - x^2$

$g'(x) = 2 - 2x$

$2 - 2x = 0$

$-2x = -2$

$x = \frac{-2}{-2}$

$x = 1$

x	0		1
Variations de $g'(x)$		$+$	
Signe de g		↗	

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) ELOUDI

PRENOM : (en majuscules) IRAM

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 23/03/2009

1.2

Concours / Examen : Bac Blanc   Section / Spécialité / Série :

Epreuve : Mathématiques   Matière : Mathématiques

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Partie C :

1.) $V_n = 1 - U_n$

$V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

en effet $V_{n+1} = V_n^2$

$= (1 - U_n)^2$

$= 1^2 + 2U_n - U_n^2$

$= 1 + 2U_n - U_n^2$

2a) $V_n = 1 - U_n$

$V_0 = 1 - U_0$

$V_0 = 1 - 0,1$

$V_0 = 0,9$

$V_1 = 1 - V_0$

$V_1 = 1 - 0,9$

$V_1 = 0,1$

$V_2 = 1 - V_1$

$V_2 = 1 - 0,1$

$V_2 = 0,9$

b.) Initialisation : Pour $n = 0$, on a $V_n = 1 - U_n$ et $V_0 = 0,9$

Hérédité : Supposons qu'à un certain rang k on a $V_k = 1 - U_k$, démontrons qu'au rang $k+1$ on a $V_{k+1} = 1 - U_{k+1}$

en effet $V_{k+1} = 1 - 2U_k - U_k^2$

3) $V_n = 1 - U_n$

$U_n = 1 - V_n$

$U_n = 1 - 0{,}9^{(2n)}$

4)

Partie D :

1a) Sur l'annexe

b)

2) (U_n) converge beaucoup plus vite vers 1 que la suite (W_n) car On sait que U_n est minorée par 0,99 contrairement à la suite (W_n).