Partie C.

$h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$ $\qquad \in \,]0;+\infty[$

1) $h'(x) = 2 - 2 \times \frac{1}{x}$ $\qquad$ La fonction h est dérivable en tant que somme de fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$.

$h'(x) = 2 - \frac{2}{x}$

$2 - \frac{2}{x} > 0$

$\frac{2}{x} > 2$

$x > 1$

3)

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

$h(1) = 2\times 1 - 3 - 2\ln(1)$
$= 2 - 3 - 2\times 0$
$= 2 - 3$
$\boxed{h(1) = -1}$

2) $\lim\limits_{x\to 0^+} \ln(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to 0^+} x = 0$

Par somme, $\lim\limits_{x\to 0^+} 2x - 3 = -3$

Par produit, $\lim\limits_{x\to 0^+} -2\ln(x) = +\infty$

Donc, par somme $\lim\limits_{x\to 0^+} 2x - 3 - 2\ln(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to +\infty} 2x - 3 - 2\ln(x) = x\left(2 - \frac{3}{x} - \frac{2\ln(x)}{x}\right)$

$\lim\limits_{x\to +\infty} x = +\infty$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{-3}{x} = 0 \qquad \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$ (croissance comparée)

~~Pour~~ Par produit et quotient, $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{2\ln(x)}{x} = 0$

Par somme, $\lim\limits_{x\to +\infty} 2 - \frac{3}{x} - \frac{2\ln(x)}{x} = 2$

Par produit, $\lim\limits_{x\to +\infty} x\left(2 - \frac{3}{x} - \frac{2\ln(x)}{x}\right) = +\infty$

Donc, $\lim\limits_{x\to +\infty} h(x) = +\infty$

4) Sur l'intervalle $]0;1[$, la fonction est strictement décroissante et continue puisqu'elle est dérivable. Il existe donc une unique solution appelée α pour $h(x) = 0$ ~~par le que~~ d'après le théorème de bijection.

Nom de famille : (Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage) ZARDI

Prénom(s) : MOHAMED

Numéro Inscription :

Né(e) le : 21/03/2007

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : Mathématiques Matière : .... Session : ....

Exercice 1

Partie A :

1) On fait une répétition d'une même expérience de Bernoulli (avec remise) d'une manière indépendante, que l'on répète 20 fois avec une probabilité de succès (tirer un composant défectueux) égale à 0,03. On assimile cette expérience à la variable aléatoire X qui suit une loi binomiale qui prend ~~en~~ paramètres $n = 20$ et $p = 0,03$.

$\mathcal{B}(20 ; 0,03)$

2) $P(X=1) = \binom{20}{1} 0,03^1 \times (1-0,03)^{20-1}$

$= \binom{20}{1} 0,03 \times 0,97^{19}$

$P(X=1) \simeq 0,336$

La probabilité d'avoir exactement u

2) $P(X=0) = \binom{20}{0} 0,03^0 \times (1-0,03)^{20-0}$

$= \binom{20}{0} 1 \times 0,97^{20}$

$P(X=0) = 0,97^{20} \simeq \boxed{0,544}$

La probabilité d'avoir exactement aucun composant défectueux dans le lot est d'environ égale à 0,544.

3) $P(X=2) = \binom{20}{2} 0,03^2 \times (1-0,03)^{20-2}$

$= \binom{20}{2} 0,03^2 \times (0,97)^{18}$

$P(X=2) \simeq \boxed{0,099}$

La probabilité d'avoir exactement deux composants défectueux dans le lot est d'environ égale à 0,099.

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(X \leq 0) = 1 - P(X=0)$

$= 1 - 0,544$

$P(X\geq 1) = 0,456$

La probabilité d'avoir au moins un composant défectueux dans le lot est environ égale à 0,456.

Partie B.

1) ~~P(X=0)~~ On fait une répétition d'une même expérience de Bernoulli d'une manière indépendante que répète n fois avec une probabilité de succès identique à celle vue dans la Partie A.

$P(X=0) = \binom{n}{0}(0,03)^0(0,97)^n$

$= 0 + 1\times 0,97^n$

$\boxed{P(X=0) = 0,97^n}$

2) $P(X\geq 1) = 1 - P(X=0) = \boxed{1-0,97^n}$

L'expression de $P(X\geq 1)$ en fonction de n est $P(X\geq 1) = 1-0,97^n$

3) $P(X\geq 1) > 0,95$

$1-0,97^n > 0,95$

$0,97^n < 1-0,95$ $(-1<0)$

$\boxed{0,97^n < 0,05}$

4) $0,97^n < 0,05$

$\ln(0,97^n) < \ln(0,05)$

$n \ln 0,97 < \ln 0,05$

$n > \frac{\ln 0,05}{\ln 0,97}$ $(0<\ln x<1)$

$n > 98,352$

La taille minimale du lot doit être supérieure à 99 composants pour que la probabilité d'obtenir au moins un composant défectueux soit supérieure à 0,95.

Exercice 2 :

Partie A.

1) $\ln(x^2+3x) = \ln(4)$

Domaine de définition : $x^2+3x>0 \iff x(x+3)>0$; $x>0$ ou $x>-3$

$]0;+\infty[$

$x^2+3x = 4$

$x^2+3x-4 = 0$

$\Delta = 3^2-4\times 1\times(-4)$

$\Delta = 9+16$

$\Delta = 25 > 0$

$x_1 = \frac{-3-\sqrt{25}}{2\times 1} = \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = \boxed{-4} \notin]0;+\infty[$

$x_2 = \frac{-3+\sqrt{25}}{2\times 1} = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = \boxed{1} \in]0;+\infty[$

Donc, $x=1$ car -4 n'appartient pas au domaine de définition.

2) $\ln(x) \geq \ln(2x-1)$

Domaine de définition : $2x-1>0 \iff 2x>1 \iff x>\frac{1}{2}$

$]\frac{1}{2};+\infty[$

$x \geq 2x-1$

$x-2x \geq -1$

$-x \geq -1$

$\boxed{x\leq 1}$ $(1 \in]\frac{1}{2};+\infty[)$

Partie B :

1) $f(x) = \ln(3x^2+1)$ La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$, ~~car tout~~

Rappel : $f' = \frac{u'}{u}$

Donc, $u(x) = 3x^2+1$ et $u'(x) = 6x$

$f'(x) = \frac{6x}{3x^2+1} = \frac{6\cancel{x}}{\cancel{x}(3x+\frac{1}{x})} = \boxed{\frac{6}{3x+\frac{1}{x}}}$

2) $g(x) = x^3\ln(x) - 2x$ La fonction f est dérivable sur $]0;+\infty[$.

Rappel : $g' = \frac{u'v-v'u}{v^2}$

$u = x^3$ $v = \ln(x)$

$u' = 3x^2$ $v' = \frac{1}{x}$

$g'(x) = \frac{(3x^2)(\ln(x)) - (\frac{1}{x})(x^3)}{(\ln(x))^2} = \frac{3x^2\ln(x) - \frac{x^3}{x}}{(\ln(x))^2} = \frac{3x^2\ln(x) - x^2}{(\ln x)^2} = \boxed{\frac{x^2(3\ln(x)-1)}{(\ln(x))^2}}$

$= \frac{x^2(\ln(x^3)-1)}{(\ln(x))^2}$

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : ZARDI
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : MOHAMED

Numéro Inscription :

Né(e) le : 21/03/2007

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....
Epreuve : Maths........................ Matière : .... Session : ....

4) (suite de la page 4)
Similairement, sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$, la fonction est strictement croissante et continue. Il existe donc une unique solution pour $h(x)=0$ notée β sur cet intervalle.
On a donc $0 < \alpha < 1 < \beta$

5) D'après la calculatrice, $0{,}3 < \alpha < 0{,}4$
et $2{,}3 < \beta < 2{,}4$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Partie B (suite)

2) Comme produit et somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$, g est également dérivable sur cet intervalle.
On a ~~par ailleurs~~ alors, pour tout x réel strictement positif :

$$g'(x) = 3x^{3-1} \times \ln x + x^3 \times \frac{1}{x} - 2 \times 1$$

$$= 3x^2 \ln x + x^2 - 2$$

$$g'(x) = x^2(3\ln x + 1) - 2$$

Partie C.

1) h est une somme de fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$, elle est donc elle aussi dérivable sur cet intervalle. On a, pour tout x réel positif strictement :

$$h'(x) = 2 \times 1 - 0 - 2 \times \frac{1}{x} = 2 - \frac{2}{x}$$

$$= \frac{2x-2}{x}$$

$$h'(x) = \frac{2(x-1)}{x}$$

2) On a : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} \ln x = -\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} 2x - 3 = -3$

Par somme, on a alors $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} h(x) = +\infty$

Soit x un réel strictement positif. On a :

$$h(x) = 2x - 3 - 2\ln x = x\left(2 - \frac{3}{x} - 2\frac{\ln x}{x}\right)$$

Or on sait que $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$, et par croissance comparée, $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

Par somme, on a alors : $\lim\limits_{x \to +\infty} 2 - \frac{3}{x} - 2\frac{\ln x}{x} = 2$

On a enfin, par produit :

$$\lim_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$$

Nom de famille : BEN BRAHIM
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : JAWAD

Numéro Inscription :

Né(e) le : 10/02/2009

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : .... Matière : .... Session : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 1

Partie A

1) Si l'on considère l'évènement « On prélève un composant défectueux » comme un succès, le tirage d'une pièce est une épreuve de Bernoulli de paramètre $p = 0{,}03$. ~~En répé~~ X correspond alors au nombre de succès lorsque l'on répète n fois la même épreuve de Bernoulli de manière indépendante, d'où :
$X \hookrightarrow \mathcal{B}(n;0{,}03)$
On a ~~exp~~ donc dans notre cas : $X \hookrightarrow \mathcal{B}(20;0{,}03)$.

2) Lorsqu'on a aucun composant défectueux dans le lot, cela correspond à $X = 0$, ~~d'où~~ On a cependant :

$$P(X=0) = \binom{20}{0} \times (0{,}03)^0 \times (1-0{,}03)^{20-0} = (0{,}97)^{20} \approx 0{,}544$$

La probabilité de n'avoir aucun composant défectueux dans le lot est donc de 54,4% environ

3) On a : « On obtient exactement deux composants défectueux » est équivalent à $\{X=2\}$
Or :

$$P(X=2) = \binom{20}{2} \times (0{,}03)^2 \times (1-0{,}03)^{20-2} = 190 \times 0{,}03^2 \times 0{,}97^{18}$$

$$P(X=2) \approx 0{,}099.$$

La probabilité d'avoir exactement deux composants défectueux est donc de 9,9% environ.

4) On a : $\overline{\{X \geq 1\}} = \{X < 1\} = \{X = 0\}$
D'où : $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - 0{,}97^{20} \approx 0{,}456$
La probabilité d'obtenir au moins un ~~élément~~ composant défectueux dans le lot est donc de 45,6%

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Partie B

1) Comme vu en question A.1, $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n;0{,}03)$

D'où :

$P(X=0) = \binom{n}{0} \times (0{,}03)^0 \times (1-0{,}03)^{n-0} = 0{,}97^n$

2) On a $\overline{\{X \geq 1\}} = \{X=0\}$ d'où :

$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1-0{,}97^n$

3) $P(X \geq 1) > 0{,}95 \Leftrightarrow 1-0{,}97^n > 0{,}95$

$\Leftrightarrow 1-0{,}95 > 0{,}97^n$

$\Leftrightarrow 0{,}97^n < 0{,}05$

4) On a $0{,}97>0$ d'où $0{,}97^n>0$ et $0{,}05>0$. On peut donc, en vertu de la croissance stricte de la fonction logarithme, transformer l'inéquation précédente :

$0{,}97^n < 0{,}05 \Leftrightarrow \ln(0{,}97^n) < \ln(0{,}05)$

$\Leftrightarrow n \ln(0{,}97) < \ln(0{,}05)$

On a $0<0{,}97<1$ d'où $\ln(0{,}97)<0$. Alors :

$n\ln(0{,}97) < \ln(0{,}05) \Leftrightarrow n > \dfrac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}97)}$.

On obtient à la calculatrice $\dfrac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}97)} \approx 98{,}4$. n étant entier, on a :

$n > \dfrac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}97)} \Leftrightarrow n \geq 99$

Pour que la probabilité d'avoir au moins un défaut soit supérieure à 0,95, il faut que le lot contienne au moins 99 composants

Exercice 2 :

Partie A

1) L'équation n'a de sens que si $x^2+3x>0$. On fait alors un tableau de signes en sachant que $x^2+3x = x(x+3)$:

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2+3x		$+$	0	$-$	0	$+$	

On résout alors l'équation sur $\mathbb{R} \setminus [-3;0]$.

$\ln(x^2+3x) = \ln(4) \Leftrightarrow x^2+3x=4$

$\Leftrightarrow x^2+3x-4=0$

$\Leftrightarrow x^2+4x-x-4=0$

$\Leftrightarrow x(x+4)-(x+4)=0$

$\Leftrightarrow (x-3)(x+4)=0$

$\Leftrightarrow x=3$ ou $x=-4$

Ces deux valeurs appartiennent à $\mathbb{R}\setminus[-3;0]$ d'où :

$S_{\mathbb{R}\setminus[-3;0]} = \{3;-4\}$

2) L'inéquation n'a de sens que si $x>0$ ET $2x-1>0$. On étudie alors l'inéquation sur $]\frac{1}{2};+\infty[$.

$\ln x \geq \ln(2x-1) \Leftrightarrow x \geq 2x-1$ car $\ln$ est croissante sur $\mathbb{R}_+^*$

$\Leftrightarrow 0 \geq 2x-x-1$

$\Leftrightarrow 0 \geq x-1$

$\Leftrightarrow x \leq 1$

D'où $S_{]\frac{1}{2};+\infty[} =]\frac{1}{2};1]$

Partie B

1) Posons $u(x) = 3x^2+1$. Cette fonction polynôme est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $u'(x) = 3\times 2x^{2-1} = 6x$. Par ailleurs on a, pour tout x réel :

$0 \leq x^2 \Rightarrow 1 \leq 3x^2+1 \Rightarrow 0 < u(x)$

On a alors $f(x) = \ln(u(x))$. u étant dérivable et strictement positive sur $\mathbb{R}$, f est également dérivable, et :

$f'(x) = \dfrac{u'(x)}{u(x)} = \dfrac{6x}{3x^2+1}$.

....../......

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : BEN BRAHIM
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : JAWAD

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ……………………… Section/Spécialité/Série : ………………………

Epreuve : ……………………… Matière : ……………………… Session : ………………………

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Patie C (suite)

3) On rapelle que $h'(x) = \frac{2(x-1)}{x}$

x	0		1		$+\infty$
Signe de $x-1$		$-$	0	$+$	
Signe de x	0	$+$		$+$	
Signe de $h'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de h	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

$h(1) = 2\times1 - 3 - 2\ln(1)$
$= 2 - 3 - 0$
$h(1) = -1$

4) [~~On~~] On sait que h est derivable sur $\mathbb{R}_+^*$ d'où elle y est aussi continue.
On a $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} h(x) = +\infty$; (~~de~~) $h(1) = -1$; $0 \in [-1; +\infty[$ et

h strictemet décroissante sur $]0;1]$. D'après le théorème de la bijection, il existe alors un unique réel $\alpha \in]0;1[$ tel que $h(\alpha)=0$.
De la même manière, on a :
$0 \in]h(1); \lim\limits_{x\to+\infty} h(x)[$ et h strictent croissante sur $]1;+\infty[$.
D'où par le corollaire du Théorème des valeurs intermédiaires il existe un unique $\beta > 1$ tel que $h(\beta) = 0$.
On a donc : $0 < \alpha < 1 < \beta$. avec $h(\alpha) = h(\beta) = 0$, où α et β sont uniques.

5) On obtient à la calculatrice : $2,3 < \beta < 2,4$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

..../....

..../....

....../....

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : (Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)	K H A L S I
Prénom(s) :	S A F É
Numéro Inscription :	
Né(e) le :	04 / 10 / 2008

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : .... Matière : Math...................................... Session : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice n°2 : Fonction logarithme Partie A

L'equation est positif si et seulement si $x^2+3x>0$

1) $\cancel{\ln(x^2+3x)=\ln(4)}$ $\ln(x^2+3x)=\ln(4)$

$\cancel{\ln x^2+\ln 3x=\ln 4}$ $\ln(x^2+3x)-\ln(4)=0$

$\frac{\ln(x^2+3x)}{\ln 4}=\boxed{\frac{x^2+3x}{-4}}$

L'inequation est positif si et seulement si $x>0$ et $2x-1>0$

2) $\ln(x)\geq \ln(2x-1)$

$\cancel{\ln(x)+0}\leq \ln(x)+\ln(2x-1)$

$0\leq \ln x+\ln(2x-1)$

$0\leq x+2x-1 \iff 0\leq 3x-1$

$\frac{1}{3}\leq\frac{3x}{3}$ $x\geq\frac{1}{3}$

$D_f\ ]\frac{1}{3};+\infty[$

Partie C

h definie sur $]0;+\infty[$

$h(x)=2x-3-2\ln(x)$

1) $h'=2-0-\ln 2^{1}$

$=2-\ln 2$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}=2x-3-2\ln x$

$=+\infty-3+\infty$

$=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}=+\infty$

0	$+\infty$	$2-\ln 2$	$-\infty$

....../....

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Partie B

1) $f(x) = \ln(3x^2+1)$

$f'(x) = \ln 3 + 0$

$\boxed{f'(x) = \ln 3}$

2) $g(x) = x^3 \ln(x) - 2x$

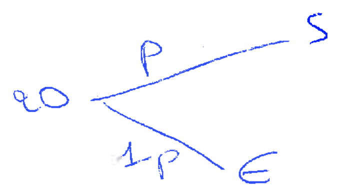
$=$

Exercice n°1

$p = 0{,}03$

$P(X = 0{,}03)$

1) La variable aléatoire X suit une loi binomiale, c'est la loi de bernoulli car elle consiste à obtenir un succès ou un echec.



$n = 20$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$

..../....

..../....

Partie C :

1) $h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

$h'(x) = 2 - 2\ln(x)$

ln est définie sur $]0;+\infty[$ et est strictement croissante sur cet intervalle et puisque on l'a soustrait à 2 alors la fonction h' sera de signe négatif sur l'intervalle $]0;+\infty[$

2) $\lim\limits_{h \to 0^+} 2 - 2\ln(x) = +\infty$

$\lim\limits_{h \to +\infty} 2 - 2\ln(x) = -\infty$

3)

x	0		$+\infty$
$2-2\ln(x)$		$-$	
variations de h	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : (Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage) JEBIRA

Prénom(s) : SAMI

Numéro Inscription :

Né(e) le : 10/02/2008

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : Evaluation de Mathématique Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : Mathématique Matière : Mathématique Session : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Partie A)

1) Le tirage avec remise est une épreuve de Bernoulli dont l'une des deux issus : « de composant tiré est défectueux » conduis à un succès. On répète cette épreuve $n = 20$ fois de manière aléatoire, identique et indépendante d'ordre 20.
La variable aléatoire X indique le nombre de composants défectueux tirés dans ce lot donc le nombre de succès.
On note $p = 0,03$ la probabilité de tirer un composant défectueux.
Donc elle suit la loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,03$.

2) Soit $P(X=0)$ la probabilité d'avoir exactement aucun composant défectueux dans le lot.

$P(X=0) \simeq 0,544$ La probabilité d'avoir aucun composant défectueux est d'environ 0,544

Soit $P(X=2)$ la probabilité d'avoir exactement deux composants défectueux dans le lot.

$P(X=2) \simeq 0,099$ La probabilité d'avoir exactement deux composants défectueux est d'environ 0,099

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

4) Soit $P(X \geqslant 1)$ la probabilité d'obtenir au moins une pièce défectueuse.

$$P(X \geqslant 1) = 1 - P(X < 1)$$
$$= 1 - P(X \leqslant 0)$$
$$\approx 1 - 0{,}544$$
$$\simeq 0{,}456$$ donc la probabilité d'obtenir au moins une pièce défectueuse est de 0,456

Partie B)

1) $P(X=0) = \binom{n}{k} 0{,}95^{n} = \binom{n}{0} 0{,}95^{n}$

2) $P(X \geqslant 1) = 1 - \binom{n}{k} 0{,}95^{n} = 1 - \binom{n}{1} 0{,}95^{n}$

3) ~~H~~ Hq $P(X \geqslant 1) > 0{,}95$

Soit $P(X \geqslant 1) = 1 - 0{,}95^{n}$

On $P(X \geqslant 1) > 0{,}95 = 1 - 0{,}95^{n} > 0{,}95$
$$= 0{,}95^{-n} < 0{,}95 - 1$$
$$= 0{,}95^{n} < 0{,}05$$

Exercice 2 :

Partie A)

1) $\ln(x^2+3x) = \ln(4)$

$\Leftrightarrow x^2+3x = 4$

$\Leftrightarrow x^2+3x-4$ soit x^2+3x-4 sous la forme a^2+bx+c avec $a=1$; $b=3$; $c=-4$

on calcule alors le discriminant (Δ) :

$$\Delta = b^2-4ac$$
$$= 9-4\times1\times(-4)$$
$$= 9+16$$
$$= 25$$

Or $25>0$ alors la fonction compode deux racines x_1 et x_2

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

donc $S = \{-4 ; 1\}$

2) $\ln(x) \geqslant \ln(2x-1)$

$\Leftrightarrow x \geqslant 2x-1$

$\Leftrightarrow -2x+x \geqslant -1$

$\Leftrightarrow -x \geqslant -1$

$\Leftrightarrow x \leqslant 1$

Partie B)

1) $f(x) = \ln(3x^2+1)$ soit f sous la forme $u \times v$ avec $u(x) = \ln(X)$, $u'(x) = \ln(x)$, $v(x) = 3x^2+1$, $v'(x) = 6x$

$u'v + uv$ ~~ofé~~ $\ln(3x^2+1) - \ln(6x)$

2) $g(x) = x^3 \ln(x) - 2x)$

$g'(x) = 3x^2 \ln(x) - 2$

Exercice 1

Pt A :

1) Cet echantillon est assimilé a une experience avec deux issues possibles
succès : le composant electronique est defectueux avec $p = 0,03$
echec : le composant electronique n'est pas defectueux $1 - p = 1 - 0,03 = 0,97$.
Cette experience est assimilée à un tirage avec remise où l'experience/est l'évenément répété $n = 20$ fois de maniere et est independante et identique variable aléatoire X denombrant le nombre de succes et qui suit la loi binomiale de paramètre $B(20; 0,03)$.

$P(X=k) \binom{n}{k} p^k \times (1-p)^{n-k}$

2) $P(X=0) \binom{20}{0} 0,03^0 \times (1-0,03)^{20} \simeq 0,543$

3) $P(X=2) \binom{20}{2} 0,03^2 \times (1-0,03)^{18} \simeq 0,098$

4) $P(X \geq 1) \Leftrightarrow 1 - P(X=0) \Leftrightarrow 1 - 0,543 \simeq 0,457$.

la probabilité d'obtenir au moins un composant defectueux revient à dire que l'element contraire est de n'obtenir aucun element defectueux ainsi $1 - P(X=0) = P(X \geq 1)$

Pt B

1) $P(X=0) = (1-0,03)^n$
$= 0,97^n$

2) $P(X \geq 1) = (1 - 0,543)^n$
$= 0,457^n$

3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$
$1 - P(X=0) > 0,95$
$0,97^n$

$\ln 0{,}97^n < \ln 0{,}05$

$0 < \frac{\ln 0{,}05}{n \ln 0{,}97}$

$0 < n \ln (0{,}97 - 0{,}05)$

$0 < n \ln (0{,}92)$

Ex 2 :

pt A.

1) $\ln (x^2 + 3x) = \ln (4)$ — cela n'est possible ssi $x^2 + 3x > 0$

$x^2 + 3x = 4$

$x^2 + 3x - 4 = 0$

racine évidente $x_1 = 1$

$\Delta = 9 - 4 \times 1 \times (-4)$

$= 25$

$\sqrt{\Delta} = 5$

$x_2 = -4$

$\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + 5}{2} = 1$

$= \frac{-3 - 5}{2} = -4$

$S = \{-4 ; 1\}$

2) $\ln (x) \geq \ln (2x - 1)$

$e^{\ln (x)} \geq e^{\ln 2x - 1}$

$x \geq 2x - 1$

$-x \geq -1$

$x \leq 1$.

cela n'est possible ssi $x > 0$ et $2x - 1 > 0$

$x > \frac{1}{2}$

pt B

1) $f(x) = \ln (3x^2 + 1)$

$f'(x) = \frac{6x}{3x^2 + 1}$

$\ln' u = \frac{u'}{u}$

2) $g(x) = x^3 \ln (x) - 2x$

$u = x^3$ $v = \ln (x)$

$u' = 3x^2$ $v' = \frac{1}{x}$

$g'(x) = x^3 \times \frac{1}{x} + 3x^2 \times \ln(x) - 2$

$= \frac{x^3}{x} + 3x^2 \ln (x) - 2$

$= x^2 + 3x^2 \ln x - 2$

pt C

1) $h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

$h'(x) = 2 - \frac{2}{x}$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} x \left(2 - \frac{3}{x} - \frac{2\ln(x)}{x}\right)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{3}{x} = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2\ln(x)}{x} = 0$ par croissance comparée

par somme :

$\lim\limits_{x \to \infty} h(x) = +\infty$

2) $\lim\limits_{x \to 0^+} 2\ln(x) = -\infty \iff -2\ln(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 0} 2x = 0$

par somme, $\lim\limits_{x \to 0^+} h(x) = +\infty$.

3)

	0	α	1	β	$+\infty$
h'			+		
h	$+\infty$				$+\infty$

4) h est continue et croissante sur $]0 ; +\infty[$ elle admet donc 2 solutions α et β $0 < \alpha < 1 < \beta$

Partie B

1) $f(x) = \ln(3x^2+1)$
$f(x) = \ln(3x^2) + \ln(1)$
$f'(x) = u'v + uv'$
$f'(x) = \left(\frac{1}{x} \times 3x^2\right) + \ln(x) \times 6x$

$u(x) = \ln(x)$
$u'(x) = \frac{1}{x}$
$v(x) = 3x^2$
$v'(x) = 6x$

$f'(x) = \frac{3x^2}{x} + \ln(6x)$
$= 3x$

2) $g(x) = x^3 \ln(x) - 2x$
$g'(x) = [3x^2 \ln(x)] + (x^3 \times \frac{1}{x})] - 2$
$= \left(\ln(3x^2) + \frac{x^3}{x}\right) - 2$
$= \ln(3x^2) + x^2 - 2$

Partie C

Étude de signe

x	0 $\quad$ $+\infty$
$h'(x)$	$+$

1) $h'(x) = 2 - \left(\frac{2}{x}\right)$
$h'(x) = \frac{2x-2}{x}$
$\text{donc } h'(x) > 0$

2) $\lim_{x \to 0^+} (2x - 3 - 2\ln(x))$
$\lim_{x \to 0^+} 2x = 0$ $\quad$ $\lim_{x \to 0^+} = -3$
$\lim_{x \to 0^+} -2\ln(x) = -\infty$
Par somme $\lim_{x \to 0^+} h(x) = -2$

Nom de famille : (Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage) BENRABEH
Prénom(s) : ARWA
Numéro Inscription :
Né(e) le : 17/03/2008
(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....
Epreuve : .... Matière : .... Session : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 1

1) L'expérience est répéte 20 fois de manière identique et indépendante car on nous dit qu'on peut assimiler le prélèvement à un tirage avec remise. De plus, il y a 2 issues : succès (composant défectueux) et échec.
Donc la variable aléatoire ~~X~~ suit une loi binomiale de paramètres $p = 0{,}03$ et $n = 20$

2) $P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
$P(X=0) = \binom{20}{0}(0{,}03)^0(1-0{,}03)^{20}$

$P(X=0) = 0{,}544$

3) $P(X=2) = 0{,}099$ d'après la calculatrice

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$
$= 0{,}456$

La probabilité d'obtenir au moins 1 composant défectueux est $\approx 45{,}6\%$

Partie B

1) $P(X=0) = \binom{n}{0}(0{,}03)^0(1-0{,}03)^n$
$= (0{,}97)^n$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

2) $P(x \geq 1) = 1 - P(x=0)$
Or $P(X=0) = (0,97)^n$
$P(x \geq 1) = 1-(0,97)^n$

3) $P(x \geq 1) > 0,95$

$1 - (0,97)^n > 0,95$
$(-0,97)^n > -0,05$
$(0,97)^n < 0,05$

4) D'après la calculatrice, la taille minimale

$n = 98$
$1^{ère}$ étape
$\ln(0,97^n) < \ln(0,05)$
$n \ln 0,97 < \ln 0,05$
$\boxed{n} 0,97 < 0,05$
$n < \frac{0,05}{0,97}$
$n < 0,0515$

Exercice 2

1) $\ln(x^2+3x) = \ln(4)$
$\ln(x^2) + \ln(3x) = \ln(4)$
$x^2 + 3x = 4$
$x^2 + 3x - 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= (3)^2 - 4 \times 1 \times -4$
$\Delta = 25$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2}$

$x_1 = 1$ ou $x_2 = -4$

2) ~~$\ln(x) \geq \ln(2x-1)$~~
~~$\ln(x) \geq \ln(2x) - \ln(1)$~~
~~$\geq$~~

Domaine de définition :
- $x > 0$
- $2x - 1 > 0 \iff 2x > 1 \iff x > \frac{1}{2}$

$x \in]0 ; \frac{1}{2}[$

- Inéquation :
$\ln(x) \geq \ln(2x-1)$
$\ln(x) \geq \ln(2x) - \ln(1)$ Or $\ln(1)=0$
$\ln(x) \geq \ln(2x)$
$x \geq 2x$
$0 \geq 2x - x$
$0 \geq x$
$S = \{0\}$

~~Si~~ ~~Sa~~

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : BENRABEH
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : ARWAR

Numéro Inscription : **Né(e) le :** / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : ………………………………… **Section/Spécialité/Série :** ……………………………………………………………

Epreuve : ………………………………… **Matière :** …………………………… **Session :** …………………………………

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

$\lim\limits_{h\to+\infty} 2x - 3 - \ln(x)$ est une forme indeterminée

$\lim\limits_{h\to+\infty} x\left(2 - \frac{3}{x} - \frac{\ln(x)}{x}\right)$

~~or~~ $\lim\limits_{h\to+\infty} x = +\infty$ $\lim\limits_{h\to+\infty} 2 - \frac{3}{x} - \frac{\ln(x)}{x} = 2$

Par produit $\lim\limits_{h\to+\infty} h(x) = +\infty$

3)

x	0	α	1	β	$+\infty$
	$-$			$+$	
$h()$	$2 \searrow$		1	$\nearrow$	$+\infty$

4) ~~h(x) est~~ D'après le théorème des valeurs intermédiaires (...)
$h(x)$ est une fonction continue et strictement croissante sur int

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

3.

$h(1) = 2-3-2\ln(1)$
$= 2-3$
$= -1$

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$h(x)$	|| $+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

4. h est dérivable et donc continue sur $]0;+\infty[$

Sur $]0;1[$, h est strictement monotone (décroissant) et 0 est compris entre $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x) = +\infty$ et $h(1) = -1$ $\Rightarrow$ Alors d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique réel α tel que $h(\alpha) = 0$ sur $]0;1[$

si $x = 1$ $h(x) = 0$ n'admet pas de solutions.

Sur $]1;+\infty[$ h est strictement monotone (croissant) et 0 est compris entre $h(1) = -1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$ $\Rightarrow$ d'après le théorème de la bijection, il existe un unique réel β tel que $h(\beta) = 0$ sur $]1;+\infty[$.

$\Rightarrow$ Sur $]0;+\infty[$ $h(x) = 0$ admet 2 solutions tel que $0 < \alpha < 1$ et $1 < \beta$

donc $0 < \alpha < 1 < \beta$

5. À l'aide de la calculatrice, on a : $2{,}3 < \beta < 2{,}4$

ex 2

Partie A

1) * pour $x \in]-\infty;-3[\cup]0;+\infty[$

$\ln(x^2+3x) = \ln(4)$
$\Leftrightarrow e^{\ln(x^2+3x)} = e^{\ln(4)}$
$\Leftrightarrow x^2+3x = 4$
$\Leftrightarrow x^2+3x-4 = 0$

* Pour $x \in \mathbb{R}^*$

$x^2+3x > 0$
$x(x+3) > 0$

$x > 0$ si $x > 0$ et $x+3 > 0$ si $x > -3$

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	||	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$	||	$+$	
$x(x+3)$		$+$		$-$	||	$+$	

$\ln(x^2+3x)$ est définie pour tout $x \in]-\infty;-3[\cup]0;+\infty[$

$\Delta = 3^2 - 4\times 1\times(-4)$
$= 9+16$
$\Delta = 25 > 0$ $\Rightarrow$ l'équation admet 2 solutions notées x_1 et x_2

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
$= \dfrac{-3-5}{2}$
$= -4$

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
$= \dfrac{-3+5}{2}$
$= 1$

-4 et $1 \in]-\infty;-3[\cup]0;+\infty[$
$\Rightarrow \ln(x^2+3x) = \ln(4)$ pour $x = -4$ ou $x = 1$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

2. $x > 0$ si $x > 0$ et $2x-1 > 0$ si $x > \frac{1}{2}$ ⇒

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$2x-1$		$-$		$-$	0	$+$	

⇒ x et $2x-1$ sont strictement positifs si $x \in]\frac{1}{2};+\infty[$

⇒ pour $x \in]\frac{1}{2};+\infty[$

$\ln(x) \geq \ln(2x-1)$

$x \geq 2x-1$ car la fonction exponentielle est croissante sur $\mathbb{R}$

$x-1 \leq 0$

$x \leq 1$ or $1 \in]\frac{1}{2};+\infty[$

⇒ $S = \{1\}$

Partie B

1) $f(x) = \ln(3x^2+1)$ f est définit et dérivable sur $\mathbb{R}$ comme composée d'une fonction ln dérivable sur $\mathbb{R}^*_+$ et d'une fonction du second degrés définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

(dérivable sur $\mathbb{R}$ car $3x^2+1 > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$)

$3x^2+1 > 0$

$3x^2 > -1$

$x^2 > -\frac{1}{3}$

or x^2 ~~aussi~~ est toujours positif

⇒ $3x^2+1$ est toujours positif

f est sous la forme $f = U \circ V$ avec $U(x) = \ln(x)$ d'où $U'(x) = \frac{1}{x}$
et $V(x) = 3x^2+1$ d'où $V'(x) = 6x$

et $f' = V' \times U'(V)$

⇒ $f'(x) = 6x \times \frac{1}{3x^2+1}$

$f'(x) = \frac{6x}{3x^2+1}$

2) $g(x) = x^3 \ln(x) - 2x$ g est sous la forme $g = U \times V + W$

g est définie et dérivable sur $\mathbb{R}^*_+$ comme somme d'une fonction affine dérivable sur $\mathbb{R}$, et du produit de la fonction cube définie sur $\mathbb{R}$ et de la fonction exponentielle définie sur $\mathbb{R}^*_+$.

avec $U(x) = x^3$ d'où $U'(x) = 3x^2$
et $V(x) = \ln(x)$ // $V'(x) = \frac{1}{x}$
// $W(x) = -2x$ // $W'(x) = -2$

⇒ $g'(x) = 3x^2 \ln(x) + \frac{1}{x} x^3 - 2$
$= 3x^2 \ln(x) + x^2 - 2$
$= x^2 (3\ln(x) + 1) - 2$

Partie C pour $x \in]0;+\infty[$

1) $h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$ h est définie et dérivable sur $\mathbb{R}^*_+$ comme somme d'une fonction affine dérivable sur $\mathbb{R}$ et d'une fonction exponentielle

h est sous la forme $h = W + U \times V$
avec $W(x) = 2x-3$ d'où $W'(x) = 2$
et $U(x) = -2$ // $U'(x) = 0$
// $V(x) = \ln(x)$ // $V'(x) = \frac{1}{x}$

⇒ $h'(x) = 2 - 2 \times \frac{1}{x}$
$= 2 - \frac{2}{x}$

$h'(x) \geq 0$
$2 - \frac{2}{x} \geq 0$
$\frac{2}{x} \leq 2$
$\frac{x}{2} \geq \frac{1}{2}$ car la fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}^*$
$x \geq 1$

⇒ $h'(x) \geq 0$ lorsque $x \geq 1$ sur $x \in [1;+\infty[$

2) $\lim_{x\to 0^+} 2x = 0$ ⇒ par somme $\lim_{x\to 0^+} 2x-3 = -3$ et $\lim_{x\to 0^+} \ln(x) = -\infty$

⇒ par produit $\lim_{x\to 0^+} -2\ln(x) = +\infty$ ⇒ par somme $\lim_{x\to 0^+} h(x) = +\infty$

~~Pour~~ x $h(x) = 2x - 2\ln(x) - 3$
$= -2(-x\ln(x)) - 3$

$\lim_{x\to+\infty} \ln(x) = +\infty$ et $\lim_{x\to+\infty} -x = -\infty$ ⇒ par produit $\lim_{x\to+\infty} -x\ln(x) = -\infty$

⇒ par produit $\lim_{x\to+\infty} -2(-x\ln(x)) = +\infty$ ⇒ par somme $\lim_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$

Nom de famille : J c r i b i
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : O m a r

Numéro Inscription : Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : ……………………… Section/Spécialité/Série : ………………………
Epreuve : ……………………… Matière : ……………………… Session : ………………………

Exo 1

Partie A $n = 20$

1)

L'expérience est assimilée à un tirage aléatoire et avec remise.
Les 2 issues sont : le composant est défectueux ($p = 0,03$) ou il ne l'est pas ($1 - p = 0,97$)
On répète l'expérience $n = 20$ fois de manière identique et indépendante.

X est la variable aléatoire qui dénombre les composants défectueux dans n
Elle suit une loi binomiale de facteurs $n = 20$ et $p = 0,03$

2) $P(X=0) = \binom{20}{0} 0,03^0 (0,97)^{20}$

$\simeq 0,544$ d'après la calculatrice

3) $P(X=2) = \binom{20}{2} 0,03^2 (0,97)^{18}$

$\simeq 0,099$ d'après la calculatrice

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1)$

$= 1 - P(X \leq 0)$

$= 1 - P(X=0)$

$\simeq 0,456$ $\Rightarrow$ La probabilité qu'au moins 1 composant sur 20 soit défectueux est de 45,6 %.

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Partie B

1) $P(X=0) = \binom{n}{0} 0{,}03^0 (0{,}97)^n$

$= \binom{n}{0} \times (0{,}97)^n$

2) $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1)$

$= 1 - P(X=0)$

$= 1 - \binom{n}{0} \times 0{,}97^n$

3) $P(X \geq 1) > 0{,}95$

$\Leftrightarrow 1 - \binom{n}{0} \times 0{,}97^n > 0{,}95$

$\Leftrightarrow \binom{n}{0} \times 0{,}97^n > 0{,}05$

$\Leftrightarrow 0{,}97^n < 0{,}05$ car $\binom{n}{0} = -1$

4) $0{,}97^n < 0{,}05$

$\ln(0{,}97)^n < \ln(0{,}05)$

$n \ln(0{,}97) < \ln(0{,}05)$

$\cancel{n > \frac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}97)}}$ ~~car $\ln(0{,}97) > 0$~~

$-n \ln(0{,}97) > -\ln(0{,}05)$

$n > \frac{\ln 0{,}05}{\ln 0{,}97}$ car $-\ln 0{,}97 > 0$

$n > 98{,}3$

$\Rightarrow n > 98$

$\Rightarrow$ Le plus petit lot est un lot de taille $n = 99$.

donc $\boxed{h'(x) \geq 0 \ \forall x \geq 1}$ et $\boxed{h'(x) \leq 0 \ \forall x \leq 1}$

2) $\lim\limits_{x \to 0^+} 2x-3 = -3$

$\lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$

par produit ; $\lim\limits_{x \to 0^+} -2\ln(x) = +\infty$

par somme, $\boxed{\lim\limits_{x \to 0^+} h(x) = +\infty}$

$h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$
$= x\left(2 - \frac{3}{x} - \frac{2\ln(x)}{x}\right)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{3}{x} = 0$ par croissance comparée

par produit et sommes, $\lim\limits_{x \to +\infty} 2 - \frac{3}{x} - \frac{2\ln(x)}{x} = 2 - 0 = 2$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$

par produit, $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty}$

3)

x	0		1		$+\infty$
signe de $h'(x)$		$-$		$+$	
variation de h	$+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

$h(1) = 2 - 3 - 2 \times 0$
$= -1$

4) * pour $0 < x < 1$, h est strictement décroissante et continue

* $h(]0;1]) = [-1;+\infty[$ et $0 \in]-1;+\infty[$

selon le théorème de bijection, il existe un réel α unique tel que $0 < \alpha < 1$ et $h(\alpha) = 0$

* pour $1 < x$; $h(x)$ est strictement croissante et continue.

$h([1;+\infty[) = [-1;+\infty[$ et $0 \in [-1;+\infty[$

donc selon le théorème de bijection, il existe un réel β unique tel que $1 < \beta$ et $h(\beta) = 0$

ainsi ; $h(x)$ admet exactement deux solutions dans son intervalle de définition, telles que $0 < \alpha < 1 < \beta$

5) $\boxed{2,3 < \beta < 2,4}$

Nom de famille : BOUHELA
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : YOUSSEF

Numéro Inscription :

Né(e) le : 15/01/2009

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : .... Matière : .... Session : ....

Exercice 1 :

A.1) Il s'agit ici de prélever un lot de composants au hasard. L'expérience aléatoire (prélever 1 composant) est répétée de manière identique est indépendante (" La production est suffisamment importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage sans remise "). La variable X, à laquelle on associe le nombre de composants défectueux suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,03$ ($X \hookrightarrow B(20; 0,03)$) $=1-0,03$

2) cela correspond à : $P(X=0) = \binom{20}{0}(0,03)^0(0,97)^{20-0}$
$= 0,97^{20}$

$\boxed{P(X=0) = 0,544.}$

3) $P(X=2) = \binom{20}{2}(0,03)^2(0,97)^{18}$
$= 0,099$ selon la calculatrice

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$*
$= 1 - 0,544$
$\boxed{= 0,456}$

* $P(X<0) = P(X=0)$

pour un tirage de 20 composants, la probabilité qu'au moins 1 entre eux soit défectueux est de 45,6%

B.1) $P(X=0) = \binom{n}{0}(0,03)^0(0,97)^{n-0}$
$= 1 \times 1 \times (0,97)^n$
$\boxed{= (0,97)^n}$

2) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$
$\boxed{= 1 - (0,97)^n}$

3) $P(X \geq 1) \geq 0,95 \iff 1 - 0,97^n > 0,95$
$\iff -(0,97)^n > -0,05$
$\iff (0,97)^n < 0,05$

CQFD

4) $0{,}97^n < 0{,}05$

$\Leftrightarrow \ln(0{,}97^n) < \ln(0{,}05)$

$n\ln(0{,}97) < \ln(0{,}05)$, $0{,}97 < 1$ donc $\ln(0{,}97) < \ln(1)$

$\Leftrightarrow \ln(0{,}97) < 0$

$n > \dfrac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}97)}$

$n > 98{,}352$

il faut donc un lot d'au moins 99 composants pour que la probabilité d'obtenir au moins un défectueux soit supérieure à 0,95

Exercice 2 :

1) L'équation a du sens ssi $x^2+3x>0$

$x^2+3x=0 \Leftrightarrow x(x+3)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=-3$

À partir du signe du coefficient du carré, on a :

$\ln(x^2+3x)$ existe quand $x\in]-\infty;-3[\cup]0;+\infty[$

on résoudra l'équation dans cet intervalle.

$\ln(x^2+3x)=\ln(4)$

$\Leftrightarrow x^2+3x=4$ selon les propriétés de $f: x\mapsto\ln(x)$

$\Leftrightarrow x^2+3x-4=0$

racine évidente : $x_1=1$ car $1+3-4=0$

$x_2=\dfrac{c}{x_1 a}$ → on sait que $x_1x_2=\dfrac{c}{a}$

$=\dfrac{-4}{1}$

$=-4$

puisque $\{1;-4\}\in]-\infty;-3[\cup]0;+\infty[$, alors : $\boxed{S=\{-4;1\}}$

2) L'équation a du sens lorsque :

$\begin{cases}x>0\\2x-1>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\2x>1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\x>\frac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\in]0;+\infty[\\x\in]\frac{1}{2};+\infty[\end{cases}$

par intersection, on résoudra dans $]\frac{1}{2};+\infty[$

$\ln(x)\geq\ln(2x-1)$

$\Leftrightarrow x\geq 2x-1$

$-x\geq-1$

$\Leftrightarrow x\leq 1$

$\Leftrightarrow x\in]-\infty;1]\cap]\frac{1}{2};+\infty[$

$\Leftrightarrow x\in]\frac{1}{2};1]$

$\boxed{S=]\frac{1}{2};1]}$

B.1) $\ln(3x^2+1)$ existe. $3x^2+1>0 \Leftrightarrow 3x^2>-1 \Leftrightarrow x^2>-\frac{1}{3}$

donc f est définie sur $\mathbb{R}$

elle est donc dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que fonction logarithmique

$f(x)=\ln(u)$ avec $u=3x^2+1$

$u'=6x$

$\Leftrightarrow f'(x)=\dfrac{u'}{u}=\boxed{\dfrac{6x}{3x^2+1}}$

2) $g(x)=x^3\ln(x)-2x$

définie sur $\mathbb{R}^{+*}$, g est dérivable sur ce même intervalle en tant que produit et somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^{+*}$

$g(x)=uv-2x$

avec $u=x^3$ $v=\ln(x)$

$u'=3x^2$ $v'=\frac{1}{x}$

$g'(x)=u'v+uv'-2$

$=3x^2\ln x+x^3\times\frac{1}{x}-2$

$=3x^2\ln x+x^2-2$

$\boxed{=x^2(3\ln x+1)-2}$

C.1) h est dérivable sur $\mathbb{R}^{+*}$ en tant que produit et somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^{+*}$

$h'(x)=2-0-2\times\frac{1}{x}$

$=2-\frac{2}{x}$

$=\dfrac{2x-2}{x}$

$\forall x\in]0;+\infty[$; $x>0$ donc il nous suffira d'étudier le signe de $2x-2$:

$2x-2\geq0 \Leftrightarrow 2x\geq2 \Leftrightarrow x\geq1$

On dresse le tableau de signes de $x(x+3)$:

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x(x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\forall x \in]-\infty;-3[\cup]0;+\infty[$, $x(x+3)>0$

Donc, on résout dans $]-\infty;-3[\cup]0;+\infty[$:

$\ln(x^2+3x)=\ln(4) \Leftrightarrow e^{\ln(x^2+3x)} = e^{\ln(4)}$ car $f: x\mapsto e^x$ est une fonction qui pour chaque antécédent admet une image unique

$\Leftrightarrow x^2+3x=4$

$\Leftrightarrow x^2+3x-4=0$

On résout $x^2+3x-4=0$:

$\Delta = b^2-4ac$
$= 9-4\times1\times(-4)$
$= 9+16$
$= 25>0$

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3-\sqrt{25}}{2} = \dfrac{-3-5}{2} = -4 \in]-\infty;-3[\cup]0;+\infty[$

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3+5}{2} = 1 \in]-\infty;-3[\cup]0;+\infty[$

Nom de famille : (Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage) CHAOUCH

Prénom(s) : YASHIN

Numéro Inscription :

Né(e) le : 06/04/2008

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : Mathématiques Matière : .... Session : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 1

Partie A :

1) Le prélèvement d'un lot de 20 composants pour vérification est une série de 20 épreuves aléatoires, identiques et indépendantes (car assimilée à un tirage avec remise) se soldant par 2 issues, dont l'une est appelée succès « le composant est défectueux » de probabilité 0,03.
On est donc en présence d'un schéma de Bernoulli d'ordre 20.
X prend pour valeur le nombre de composants défectueux, donc le nombre de succès. Elle suit donc une loi binomiale de paramètre 20 et 0,03. D'où : $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$, $0\leq k\leq 20$

2) La probabilité d'avoir exactement un composant défectueux dans le lot est :

$P(X=1) = \binom{20}{1}\times 0{,}03^1\times 0{,}97^{19}$

$\boxed{P(X=1)\approx 0{,}336}$ à 10^{-3} près (calculatrice)

(car $X \hookrightarrow \mathcal{B}(20;0{,}03)$, donc $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k\times(1-p)^{n-k}$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

3) La probabilité d'avoir exactement 2 composant défectueux est :

$P(X=2) = \binom{20}{2} \times 0{,}03^2 \times 0{,}97^{18}$

Avec la calculatrice, on obtient :

$P(X=2) \approx 0{,}099$ à 10^{-3} près

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(\overline{X \geq 1})$
$= 1 - P(X<1)$
$= 1 - P(X=0)$
$= 1 - \binom{20}{0} \times 0{,}03^0 \times 0{,}97^{20}$

À la calculatrice, on trouve $P(X \geq 1) = 0{,}456$ à 10^{-3} près

- On en déduit que dans le lot de 20 composants, il y a environ 46% de chance d'obtenir au moins 1 composant défectueux.

Partie B :

1) $X \sim B(n ; 0{,}03)$ donc, on a :

$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Ici, $P(X=0) = \binom{n}{0} \times 0{,}03^0 \times 0{,}97^n$
$= 1 \times 1 \times 0{,}97^n$
$= 0{,}97^n$

2) $P(X \geq 1) = 1 - P(\overline{X \geq 1})$
$= 1 - P(X<1)$
$= 1 - P(X=0)$
$= 1 - 0{,}97^n$

3) $P(X \geq 1) > 0{,}95 \iff 1 - 0{,}97^n > 0{,}95$ (question 2.)
$\iff -0{,}97^n > -0{,}05$
$\iff 0{,}97^n < 0{,}05$ car $-1<0$

L'inéquation $P(X \geq 1) > 0{,}95$ est bien équivalente à $0{,}97^n < 0{,}05$.

4) On cherche à résoudre $0{,}97^n < 0{,}05$:

$0{,}97^n < 0{,}05 \iff \ln(0{,}97^n) < \ln(0{,}05)$ car $f : x \mapsto \ln(x)$ est croissante sur $]0;+\infty[$

$\iff n\ln(0{,}97) < \ln(0{,}05)$ car $0{,}97>0$

$\iff n > \frac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}97)}$ car $\ln(0{,}97)<0$

$\iff n > 98{,}352$ à 10^{-3} près

Or $n \in \mathbb{N}$, donc $n = 99$

La taille minimale du lot est donc de 99 composants.

Exercice 2 :

Partie A :

L'équation existe si et seulement si $x^2+3x>0$.

Or : $x^2+3x>0 \iff x(x+3)>0$

3) On peut donc établir le tableau de variations de h :

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$	$\|$	$-$	0	$+$	
h	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

$h(1) = 2\times 1 - 3 - 2\ln(1)$
$= 2 - 3 - 2\times 0$
$= -1$

4) Sur $]0;1[$:

- h est strictement décroissante
- h est continue (car dérivable)
- $h(]0;1[) =]-\infty ; -1[$ et $0 \in]+\infty ; -1[$
- D'après le théorème de la Bijection, l'équation $h(x)=0$ admet une unique solution, sur $]0;1[$; notée α, tel que $0 < \alpha < 1$;

Sur $]1;+\infty[$:

- h est strictement croissante
- h est continue (car dérivable)
- $h(]1;+\infty[) =]-1;+\infty[$

•D'après le théorème de la Bijection, l'équation

Exercice 2 : (suite Question 1.)

Finalement : $S = \{-4 ; 1\}$

2) L'inéquation existe si et seulement si $x > 0$ et $2x - 1 > 0$.

On, $\forall x \in]\frac{1}{2} ; +\infty[$, $2x - 1 > 0$

et $\forall x \in]0 ; +\infty[$, $x > 0$.

Donc, on résout l'inéquation sur $]\frac{1}{2} ; +\infty[$:

$\ln(x) \geq \ln(2x-1) \Leftrightarrow x \geq 2x - 1$ car $f : x \mapsto \ln(x)$ est croissante sur $]0;+\infty[$

$\Leftrightarrow -x \geq -1$

$\Leftrightarrow x \leq 1$ car $-1 < 0$

Finalement, $S =]\frac{1}{2} ; 1]$

Partie B :

1)

$\ln(3x^2+1)$ existe si et seulement si $3x^2+1 > 0$, c'est-à-dire si $x \in \mathbb{R}$. Donc, on a : $D_f = \mathbb{R}$.

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que composée de fonctions usuelles aussi dérivables sur cet intervalle.

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Pour tout réel x, on a : $f'(x) = \frac{3\times 2x}{3x^2+1}$

$= \frac{6x}{3x^2+1}$

2) g est définie sur $\mathbb{R}$.

g est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que somme et produits de fonctions usuelles aussi dérivables sur cet intervalle.

Pour tout réel x, on a : $g'(x) = 3x^2\ln(x) + \frac{x^3}{x} - 2$

$= 3x^2\ln(x) + x^2 - 2$

Partie C :

1) La fonction h est dérivable sur $]0;+\infty[$ en tant que somme de fonctions usuelles aussi dérivables sur cet intervalle.

Pour tout $x \in]0;+\infty[$, $h'(x) = 2 - \frac{2}{x}$

$= \frac{2x-2}{x}$

$= \frac{2(x-1)}{x}$

$2>0$ et $x>0$, donc $h'(x)$ est du signe de $x-1$.

On, $x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$

On en déduit que :

$$\boxed{\begin{array}{l} \bullet\ \forall x \in]0,1[,\ h'(x) < 0 \\ \bullet\ \forall x \in]1;+\infty[,\ h'(x) > 0 \\ \bullet\ \text{pour } x = 1,\ h'(x) = 0 \end{array}}$$

2) • $\lim_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$, donc par produit $\lim_{x\to 0^+} -2\ln(x) = +\infty$

$\lim_{x\to 0^+} 2x = 0$, donc par somme $\lim_{x\to 0^+} 2x-3-2\ln(x) = +\infty$

$$\boxed{\text{Finalement, } \lim_{x\to 0^+} h(x) = +\infty}$$

• $h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

$= x\left[2 - \frac{3}{x} - \frac{2\ln(x)}{x}\right]$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$, par croissance comparées

$\lim_{x\to+\infty} -\frac{3}{x} = 0$, par inverse

Par somme $\lim_{x\to+\infty} 2 - \frac{3}{x} - \frac{2\ln(x)}{x} = 2 > 0$

$\lim_{x\to+\infty} x = +\infty$, donc par produit $\lim_{x\to+\infty} x\left[2-\frac{3}{x}-\frac{2\ln(x)}{x}\right] = +\infty$

$$\boxed{\text{Finalement, } \lim_{x\to+\infty} h(x) = +\infty}$$

....../......

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : C H A O U C H
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : Y A S M I N

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : Mathématiques Matière : .... Session : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 2 (suite, Question 4)

$h(x)=0$ admet une unique solution sur $]1;+\infty[$, notée β, tel que $\beta>1$.

Finalement, on a bien démontrer que l'équation $h(x)=0$ admet exactement 2 solutions α et β telles que $0<\alpha<1<\beta$

5) À l'aide de la calculatrice, on trouve :

$h(2) \approx -0,386$ à 10^{-3} près <0

$h(3) \approx 0,803$ à 10^{-3} près >0

Donc, $2<\beta<3$

$h(2,3) \approx -0,066$ à 10^{-3} près <0

$h(2,4) \approx 0,049$ à 10^{-3} près >0

Finalement : $\boxed{2,3<\beta<2,4}$ (à 10^{-1} près)

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

$f'(x) = \frac{u'}{u}$

$\boxed{f'(x) = \frac{6x}{3x^2+1}}$

2) g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ comme produit et somme de fonctions dérivables sur $]0\,;+\infty[$

$u(x) = x^3$ $\quad v(x) = \ln(x)$

$u'(x) = 3x^2$ $\quad v'(x) = \frac{1}{x}$

Donc $u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = 3x^2\ln(x) + \frac{x^3}{x}$

$= 3x^2\ln(x) + x^2$

$= x^2(3\ln(x) + 1)$

$\boxed{g'(x) = x^2(3\ln(x)+1) - 2}$

Partie C : sur $]0\,;+\infty[$

1) h est dérivable comme somme de fonctions dérivables sur $]0\,;+\infty[$

$h(x) = 2 - \frac{2}{x}$

$h'(x) = \frac{2x-2}{x}$

$\boxed{h'(x) = \frac{2(x-1)}{x}}$

$x > 0$ car $x \in]0\,;+\infty[$ donc le signe de $h'(x)$ dépend du dénominateur :

$2x - 2 > 0$

$2x > 2$

$x > 1$

x	0		1		$+\infty$
x			$+$		
$2x-2$		$-$	0	$+$	
$h'(x)$		$-$	0	$+$	

Donc, $h'(x) > 0$ lorsque $x \geq 1$.

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : C H A H E R L I
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : N O U R H A Y E T

Numéro Inscription :

Né(e) le : 14/04/2008

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : Evaluations Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : .... Matière : Maths Session : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 1 Partie A

1) On répète la même expérience 20 fois de manière aléatoire et indépendante (tirage avec remise).

À chaque tirage, la probabilité de succès (tirer un composant défectueux) est égale à 0,03.

Donc X suit la loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0{,}03$.

Ainsi,

$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

$P(X=k) = \binom{20}{k} 0{,}03^k (1-0{,}03)^{20-k}$

$P(X=k) = \binom{20}{k} 0{,}03^k \times (0{,}97)^{20-k}$

2) On calcule $P(X=0)$:

$P(X=0) = \binom{20}{0} 0{,}03^0 \times (0{,}97)^{20}$

Avec la calculatrice, $\boxed{P(X=0) \approx 0{,}54}$

3) On calcule $P(X=2)$:

$P(X=2) = \binom{20}{2} 0{,}03^2 \times (0{,}97)^{18}$

Avec la calculatrice, on trouve $\boxed{P(X=2) \approx 0{,}10}$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$

Avec la calculatrice, on trouve $\boxed{P(X \geq 1) \approx 0,46}$

→ Cela signifie que la probabilité de tirer au moins 1 composant defectueux en répétant l'expérience plusieurs fois (un nombre suffisamment grand de fois) est égale à environ 0,46.

Partie B même

1) On répète l'expérience n fois de manière aléatoire et indépendante (tirage avec remise)

La probabilité de succès est égale à 0,03.

X suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0,03$.

$P(X=0) = \binom{n}{0} 0,03^0 \times (1-0,03)^{n-0}$

$= \binom{n}{0} 1 \times (0,97)^n$

$= 0,97^n$ (car $\binom{n}{0} = 1$, il y a une seule façon d'obtenir 0 sur n fois)

2) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$

Donc, $\boxed{P(X \geq 1) = 1 - 0,97^n}$

3) $P(X \geq 1) > 0,95$

$1 - 0,97^n > 0,95$

$0,97^n < 1 - 0,95$ (car $\cancel{-1<0}$)

$\boxed{0,97^n < 0,05}$

4) La fonction ln est définie sur $]0 ; +\infty[$,

....../......

On applique la fonction ln,

$\ln(0,97^n) < \ln(0,05)$

$n \ln(0,97) < \ln(0,05)$

$n > \frac{\ln(0,05)}{\ln(0,97)}$ (car $\ln(0,97) < 0$)

$\boxed{n > 98}$

La taille minimale du lot est de 98.

Exercice 2 Partie A

1) $\ln(x^2 + 3x) = \ln(4)$

$x^2 + 3x = 4$ (car $\ln(a) = \ln(b) \Leftrightarrow a = b$)

$x^2 + 3x - 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 9 - 4 \times 1 \times (-4)$

$\Delta = 9 - 16$

$\Delta = -7 < 0$ L'équation n'admet pas de racines.

Donc $\boxed{S = \{\emptyset\}}$

2) $\ln(x) \geq \ln(2x-1)$

$x \geq 2x - 1$ (car $\ln(a) \geq \ln(b) \Leftrightarrow a \geq b$)

$x - 2x \geq -1$

$-x \geq -1$

$\boxed{x \leq 1}$ (car $-1 < 0$)

$S = \{]0 ; \frac{1}{2}[\cap]\frac{1}{2} ; 1[\}$

Partie B :

1) La fonction $U(x) = 3x^2 + 1$ est dérivable comme fonction polynomiale

La fonction $\ln(x)$ est dérivable

....../......

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : C H A H E R L i
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : N O U R H A Y E T

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : Évaluation   Section/Spécialité/Série :

Epreuve :   Matière : Maths   Session :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

2) $\lim_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$

$\lim_{x \to 0^+} -2\ln(x) = +\infty$, par produit

$\lim_{x \to 0^+} \underline{2x - 3 - 2\ln(x)} = +\infty$ par produit et par somme.

$h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x) = x\left(2 - \frac{3}{x} - \frac{2\ln(x)}{x}\right)$

$\lim_{x \to +\infty} x = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{3}{x} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$, par croissance comparée

$\lim_{x \to +\infty} x\left(2 - \frac{3}{x} - \frac{2\ln(x)}{x}\right) = +\infty$, par somme et par produit.

3) et 4) D'après ~~le~~ tableau fourni à la question 1,

x	0		α		1		β		$+\infty$
$h'(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
h	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$f(1) = -1$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

4) D'après le tableau de variations de h,
La fonction est continue (car dérivable), strictement décroissante sur $]0;1[$ et strictement croissante sur $]1;+\infty[$. De plus $0 \in (f(]0;1[))$ et $0 \in (f(]1;+\infty[))$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

D'après le ~~théorème~~ théorème de la bijection, $h(x) = 0$ admet deux solutions α et β telles que $0 < \alpha < 1 < \beta$ (voir tableau de variation)

5) Avec la calculatrice, on trouve,
$f(2,3) \approx -0,03$
et $f(2,4) \approx 0,08$

Ainsi $\boxed{2,3 < \beta < 2,4}$

$$g'(x) = 3x^2 \ln(x) + x^3 \times \frac{1}{x} - 2$$

$$= 3x^2 \ln(x) + \frac{x^3}{x} - 2$$

$$g'(x) = 3x^2 \ln(x) + x^2 - 2$$

PARTIE C

1) $h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

$h'(x) = 2 - 2 \times \frac{1}{x}$

$= 2 - \frac{2}{x}$

$= \frac{2x - 2}{x}$

$2x - 2 \geqslant 0$ et $x \geqslant 0$

$2x \geqslant 2$

$x \geqslant 1$

$h'(x)$ est positive lorsque $x \geqslant 1$.

2) $\lim\limits_{x \to 0^+} 2x - 3 - 2\ln(x) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} 2x - 3 - 2\ln(x) = +\infty$

3)

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
h	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Exo 2 PARTIE B

1) $f(x) = \ln(3x^2 + 1)$ $f'(x) = \frac{1}{3x^2 + 1}$

Exo 1 PARTIE A

1) Soit la répétition d'une expérience aléatoire indépendante, le prélèvement au hasard d'un lot de composants pour vérification. On répète le prélèvement 20 fois, pour lequel la probabilité qu'il soit défectueux est égale à 0,03. La variable aléatoire X suit donc la loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,03$.

2) $P(X = 0) = 0,544$ d'après la calculatrice.

3) $P(X = 2) = 0,099$ d'après la calculatrice.

4) $P(X \geqslant 1) \iff 1 - P(X = 0)$
$\iff 1 - 0,544 = 0,456$

La probabilité d'avoir au moins un composant défectueux est égale à 0,456 soit 45,6 %.

PARTIE B

1) On sait que,

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Donc par $k = 0$ et $p = 0,03$ on a,

$P(X=0) = \binom{n}{0}\ 0,03^0 (1-0,03)^{n-0}$

$= (1-0,03)^n$

$P(X=0) = 0,97^n$.

2) $P(X \geqslant 1) = 1 - P(X=0)$

$= 1 - 0,97^n$

3) $P(X \geqslant 1) = 1 - 0,97^n$

Donc $P(X \geqslant 1) \geqslant 0,95$

$\Leftrightarrow 1 - 0,97^n \geqslant 0,95$

$\Leftrightarrow -0,97^n \geqslant -0,05$

$\Leftrightarrow 0,97^n \leqslant 0,05$

4) $0,97^n \leqslant 0,05$

$\ln(0,97^n) \leqslant \ln(0,05)$ car $\ln \nearrow$.

$n \ln(0,97) \leqslant \ln(0,05)$

Or $\ln(0,97) \geqslant \ln(0,05)$

Donc $0,97 \geqslant 0,05$

$\Leftrightarrow n \geqslant \dfrac{\ln(0,05)}{\ln(0,97)}$

$\Leftrightarrow n \geqslant 98,35$

La taille minimale du lot est donc 98.

Exo 2. PARTIE A

1) $\ln(x^2 + 3x) = \ln(4)$

pour que l'équation soit possible :

$x^2 > 0$; $3x > 0$ et $4 > 0$

$x > 0$

Donc $D_f =]0; +\infty[$.

$\ln(x^2+3x) = \ln(4)$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x = 4$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 9 + 16$

$= 25$

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3-5}{2} = -4$

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3+5}{2} = 1$

$-4 \notin]0;+\infty[$

$1 \in]0;+\infty[$

Donc $S = \{1\}$.

2) $\ln(x) \geqslant \ln(2x-1)$

$x > 0$ et $2x - 1 \geqslant 0$

$2x \geqslant 1$

$x \geqslant \frac{1}{2}$

$\ln(x) \geqslant \ln(2x-1)$

$\Leftrightarrow x \geqslant 2x - 1$

$\Leftrightarrow x - 2x \geqslant -1$

$\Leftrightarrow -x \geqslant -1$

$\Leftrightarrow x \leqslant 1$

PARTIE B

2) $g(x) = x^3 \ln(x) - 2x$

forme : $u \times v \Leftrightarrow u'v + uv'$

3)

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$		↘		↗	

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : (Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage) CHIHAOUI

Prénom(s) : INES

Numéro Inscription :

Né(e) le : 09/05/2007

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : Proba / ln **Section/Spécialité/Série :** Tle 1

Epreuve : .... **Matière :** .... **Session :** ....

CONSIGNES

- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Ex 1 :

1) L'échantillon suit un tirage au hasard et avec remise.
Il y a deux issues possibles :
Succès : " le composant vérifié est défectueux " avec probabilité $p = 0{,}03$
Echec : " le composant vérifié n'est pas défectueux " avec probabilité $1-p = 0{,}97$
On effectue l'expérience $n = 20$ fois de manière identique et indépendante.
La variable aléatoire X dénombrant le nombre de composants vérifiés étant défectueux suit la loi binomiale avec pour paramètres $n = 20$ et $p = 0{,}03$

2) $P(X=0) = \binom{20}{0} \times 0{,}03^0 \times (1-0{,}03)^{20}$

$= 0{,}544$

3) $P(X=2) = \binom{20}{2} \times 0{,}03^2 \times (1-0{,}03)^{18}$

$= 0{,}099$

4) $P(X \geq 1) = 1 - p(X<1)$
$= 1 - p(X \leq 0)$
$= 0{,}456$

La probabilité d'avoir au moins un composant défectueux parmi 20 est de 0,45.

Partie B :

1) $P(X=0) = \binom{n}{0} \times 0{,}95^0 \times (1-0{,}95)^{n-0}$

2) $P(X \geq 1) = 1 - p(X<1)$
$= 1 - p(X \leq 0)$
$= 1 - \binom{n}{0} \times 0{,}95^0 \times 0{,}05^{n-0}$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

3) $P(X \geq 1) > 0{,}95$

$1 - P(X < 1) > 0{,}95$

$1 - P(X = 0) > 0{,}95$

$1 - (1-p)^n > 0{,}95$

$1 - 0{,}95 > (1-p)^n$

$0{,}05 > (1-p)^n$

$0{,}05 > 0{,}97^n$

4) $0{,}05 > 0{,}97^n$ } $y = \ln x$ est une fonction strictement ↗ sur $]0; +\infty[$

$\ln(0{,}05) > \ln(0{,}97^n)$

$\ln(0{,}05) > n \ln(0{,}97)$

$\dfrac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}97)} < n$

$98{,}35 < n$

La taille minimale du lot serait alors de 99 composants

Exercice 2 :

Partie A :

1) Déterminons le domaine de définition

$x^2 + 3x > 0 \quad \Rightarrow \quad D_f =]0; +\infty[$

Alors,

$\ln(x^2 + 3x) = \ln(4)$

$x^2 + 3x = 4$

$x^2 + 3x - 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 3^2 - (4 \times -4)$

$\Delta = 25 > 0$

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3 - \sqrt{25}}{2}$

$x_1 = -4$

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3 + \sqrt{25}}{2}$

$x_2 = 1$

Donc,

~~$S = \{-4; 1\}$~~

$S = \{1\}$

2) $\ln(x) \geq \ln(2x - 1)$

Déterminons le domaine de définition :

$x > 0$ et $2x - 1 > 0$

$2x > 1$

$x > \frac{1}{2}$

alors $D_f =]\frac{1}{2}; +\infty[$

Alors, $\ln(x) \geq \ln(2x - 1)$

$x \geq 2x - 1$

$x - 2x \geq -1$

$-x \geq -1$

$x \geq 1$

Donc $S = [1; +\infty[$

Partie B :

1) $f(x) = \ln(3x^2 + 1) \Rightarrow f$ s'écrit sous la forme (uv) :

avec $u(x) = \ln x$ et $v(x) = 3x^2 + 1$

$u'(x) = \frac{1}{x}$ $\quad v'(x) = 6x$

$f'(x) = (uv)' = u'v + uv'$

$= \frac{1}{x}(3x^2 + 1) + \ln x \times 6x$

$f'(x) = 3x + \frac{1}{x} + 6x \ln x$

2) $g(x) = x^3 \ln(x) - 2x$

$g'(x) = 3x^2 \times \frac{1}{x} - 2$

$g'(x) = \dfrac{3x^2}{x} - 2$

$g'(x) = 3x - 2$

Partie C :

1) $h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

$h'(x) = 2 - 2 \times \frac{1}{x}$

$h'(x) = 2 - \frac{2}{x}$

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

~~$h(x)$~~ ~~est croissante~~ $h'(x) < 0$ en $]0; 1[$ et $h'(x) > 0$ en $]1; +\infty[$

Partie B

1) $f(x) = \ln(3x^2+1)$

$f'(x) = \dfrac{(3x^2+1)'}{(3x^2+1)}$

$\boxed{f'(x) = \dfrac{6x}{3x^2+1}}$

2) $g(x) = x^3\ln(x) - 2x$

$g'(x) = (x^3)'\ln(x) + x^3\dfrac{1}{x} - 2$

$g'(x) = 3x^2\ln(x) + x^2 - 2$

Partie C

1) $h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

$h'(x) = \dfrac{2x}{x} - \dfrac{2}{x}$

$= \dfrac{2x-2}{x}$

$= \dfrac{2(x-1)}{x}$

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	

2)

$2x \to 0$

$\ln(x) \to -\infty$

$2\ln(x) \to -2\times(-\infty) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to 0^+} h(x) = 0 - 3 + \infty = +\infty$

$2x \to +\infty$

$-3 \to -3$

$-2\ln(x) \to -\infty$

c'est une forme indéterminé

$h(x) = 2x\left(1 - \dfrac{3}{2x} - \dfrac{\ln(x)}{x}\right)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3}{2x} = 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x)}{x} = 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} = +\infty$

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : BEN JERAD
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : YASSINE

Numéro Inscription :

Né(e) le : 02 / 01 / 2008

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : .... Matière : .... Session : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Ex 1 Partie A

1) X suit une loi binomiale car chaque composant à une probabilité fixe d'être defectueux (0,03), les tirages sont indépendants, et on a un nombre fixe de tirage ($n=20$). Donc X suit une loi binomiale $B(20, 0.03)$.

2) $P(X=0) = \cancel{20 \times 0,03 \times (0,97)^{18} = 0,544}$

$1\times1 \times (0,97)^{20} \simeq 0,544$

3) $\cancel{P(X=2) = 190 \times 0,0009 \times (0,97)^{18}} \simeq 0,$

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) =$

$= 1 - 0,544$

$\simeq 0,456$

cela montre qu'il y a environ 45,6% de chances d'avoir au moins un composant defectueux dans un lot de 20.

3) $P(X = K) = \binom{n}{K} p^K (1-p)^{n-K}$

$n = 20$

$K = 2$

$p = 0,03$

$1 - p = 0,97$

Donc $P(X=2) = \binom{20}{2}(0,03)^2 \times (0,97)^{18} \simeq 0,032$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Partie B

1) ~~P(X≥~~

$1-p = 1-0{,}03$
$= 0{,}97$

$P(X=0) = 0{,}97 \times 0{,}97 \ldots = (0{,}97)^n$

Donc par l'utilisation de la loi binomial

$P(X=0) = \binom{n}{0}(0{,}03)^0(0{,}97)^n$

$= 1 \times 1 \times (0{,}97)^n$
$= (0{,}97)^n$

2) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$

pour trouver $P(X\geq 1)$ nous devons utiliser le resultat de la question precedente.

Donc

$P(X \geq 1) = 1-(0{,}97)^n$

3) $P(X \geq 1) > 0{,}95$

on remplace $P(X\geq 1)$ par son expression $1-(0{,}97)^n > 0{,}95$

$1-(0{,}97)^n > 0{,}95$

$-(0{,}97)^n > 0{,}95 - 1$

$(0{,}97)^n < 0{,}05$

4)

$\Rightarrow \ln((0{,}97)^n) < \ln(0{,}05)$

$\Rightarrow \ln(a^b) = b\ln(a)$.

$\Rightarrow n \times \ln(0{,}97 < \ln(0{,}05)$

$0 < 0{,}97 < 1$ ~~donc~~

$n > \frac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}97)} \Rightarrow n > \frac{-2{,}995}{-0{,}030}$

$\Rightarrow n > 98{,}349$ ~~donc~~

Donc la taille minimale du lot à prélever pour la probabilité d'obtenir au moins un composant defectueux soit superieur à 0,95 est de 99 composants.

Ex 2 Partie A

1) $\ln(x^2+3x) = \ln(4)$

$x^2+3x = 4$

$x^2+3x-4 = 0$

$(x+4)(x-1) = 0$

$\boxed{x=-4}$ ou $\boxed{x=1}$

2) $\ln(x) \geq \ln(2x-1)$

$x \geq 2x-1$ et $x > 0$ et $2x-1 > 0$

$1 \geq x$, $x > 0$, $x > \frac{1}{2}$

$\boxed{\frac{1}{2} < x < 1}$

PC :

1) $h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

$v = 2x - 3 \qquad u = -2\ln(x)$

$v' = 2x \qquad u' = \frac{-2}{x}$

$h'(x) = u \times v' + u' \times v$

$= -2\ln(x) \times 2x + \frac{-2}{x} \times (2x - 3)$

$= -4x\ln(x) + \frac{-4x+6}{x}$

2) $\lim_{x \to 0^+} h(x) = 0$

$\lim_{x \to \infty^+} h(x) = 0$

3)

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$h(x)$	

4) $h(x) \Rightarrow 2x - 3 - 2\ln(x) = 0$

$x_1 = 0,3$

$x_2 = 2,35$

telles que $0 < 0,3 < 1 < 2,35$

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : MAATOUG
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : SAFA

Numéro Inscription :

Né(e) le : 20/02/2009

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ……………… Section/Spécialité/Série : ………………

Epreuve : ……………… Matière : Maths……… Session : ………………

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 1 :

P1 :

1) cette variable aléatoire X est indépendante (tirage avec remise) pour un n nombre d'échantillon qui est 20 dont cette partie et pour une probabilité qu'un composant soit défectueux $p = 0,03$.

2) * la probabilité d'avoir $P(X=0)$, c'est à dire zero composant défectueux dans le lot :

$P(X=0) = 0,543$

Donc la probabilité d'avoir aucun composant défectueux est 0,543.

3) $P(X = 2) = 0,988$

* la probabilité d'avoir deux composants défectueux est 0,988

4) $P(X \geqslant 1) = 0,456$

* la probabilité d'avoir un composant défectueux ou plus est 0,456.

P2 :

1) $P(X=0) \Leftrightarrow \binom{n}{k}(1-p)^n > 0,55$

2) $P(X \geqslant 1) \Leftrightarrow \binom{n}{1}(1-0,95)^n > 0,95$

3) $P(X \geqslant 1) > 0,95$

on passe par l'événement contraire

$\Leftrightarrow 1 - P(X \geqslant 1) > 0,95$

$\Leftrightarrow P(X \geqslant 1) \leqslant 0,05$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

- pour $n = 2$ et $p = 0{,}03$:

$P(X \geq 1) = 0{,}05$

et pour $n = 1$ et $p = 0{,}03$

$P(X \geq 1) = 0{,}03$

Exercice 2 :

PA :

1)

$\ln(x^2+3x) = \ln(4)$

$\Leftrightarrow \ln(x^2+3x) - \ln(4) = 0$

$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{x^2+3x}{4}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{x^2+3x}{4} = 0$

$\Leftrightarrow x(x+3)$

$x_1 = -4$

$x_2 = 1$

2) $\ln(x) \geq \ln(2x-1)$

$\Leftrightarrow \ln(x) - \ln(2x-1) \geq 0$

PB :

1) $f(x) = \ln(3x^2+1)$

$f'(x) = \ln(2 \times 3x + 1)$

$= \ln(6x+1)$

2) $g(x) = x^3 \ln(x) - 2x$

$v = x^3$ $\quad u = \ln(x)$

$v' = 3x^2$ $\quad u' = \frac{1}{x}$

$g'(x) = \ln(x) \times x^3 + \frac{1}{x} \times 3x^2 - 2x$

$= x^3 \ln(x) + 2x^2 - 2x$

Nom de famille : Z a a f a n
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : y o u s s e f

Numéro Inscription :

Né(e) le : 29 / 12 / 2008

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : .... Matière : Math .... Session : ....

Exercice 1 :

Partie A :

1) X suit une loi binomiale $B(n = 20, P = 0{,}03)$

2) $P(X=0) = (0{,}97)^{20} \simeq 0{,}543$

3) $P(X=2) = \binom{20}{2} \cdot (0{,}03)^3 \cdot (0{,}97)^{18}$

$\approx 0{,}125$

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - 0{,}543 = 0{,}457$

Donc il y a environ 45,7 %.

Partie B :

1) $P(X=0) = 0{,}97^n$

2) $P(X \geq 1) = 1 - 0{,}97 = 0{,}03$

3)

$np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$

on a $p = 0{,}95$ donc $n = 0{,}05 \geq 5$

donc $n \geq 100$

np ne sera grand si $n \geq 100$

Donc pour n assez grand, on peut approximer par :

$N(m = 0{,}95n\,;\ \sigma = 0{,}95 \times 0{,}05n = 0{,}0475n)$

4)

Pou

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Exercice 2 :

Partie A :

1) $\ln(x^2+3x) = \ln(4)$

$\ln(\cancel{x}) = \ln(4)$

$x^2+3x = 4$

$x^2+3-4=0$

$(x+4)(x-1)=0$

Donc $x=-4$ ou $x=1$

mais il faut que $x>0$

pour $x=-4$: $16-12=4>0$

pour $x=1$:

Dans les deux cas possibles

2)

$\ln(x) \geqslant \ln(2x-1)$

$x>0$ ou $2x-1>0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

comme logarithme est croissant : $x \geqslant 2x-1$

$x \leqslant 1$

donc $\frac{1}{2} < x \leqslant 1$

$S = x \in]\frac{1}{2}, 1]$

Partie B :

1) $f(x) = \ln(3x^2+1)$

$f'(x) = \frac{6x}{3x+1}$

2) $g(x) = x^3 \ln(x) - 2x$

$g'(x) = 3x^2 \ln(x) + x^2 - 2$

Partie C :

1) $h(x) = 2x-3-2\ln(x)$

$h'(x) = 2-\frac{2}{x} = \frac{2x-2}{x} = \frac{2(x-1)}{x}$

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	

2) limite $h(x) = +\infty$

car $-2\ln(x) = +\infty$

3)

x	0		1		$+\infty$
$h(x)$		$\searrow$	-1	$\nearrow$	

$h(1) = 2-3-2\ln(1) = -1$

4) la fonction est continue vers $+\infty$ et avec un minimum négative

donc :

$\alpha \in]0;1[$

$\beta > 1$

5) $h(2) = 2.2-3-2\ln(2) = 4-3-2\ln(2) \simeq 0{,}386$

$h(3) = 2.3-3-2\ln(3) = 6-3-2\ln(3) \simeq 0{,}802$

donc $\beta \in [2;3]$

$h(2{,}5) \simeq 0{,}17$

Encadrement :

$\beta \in [2{,}5]$

2) Determination d l'intervalle de definition:

Il faut que $x > 0$ et $2x - 1 > 0$

On a $2x-1 > 0$
$\Leftrightarrow 2x > 1$
$\Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

Donc on etudie l'équation sur l'intervalle $]\frac{1}{2};+\infty[$

On a, $\ln(x) \geq \ln(2x-1)$, On applique la fct exponentielle qui est croissante
$\Leftrightarrow x \geq 2x-1$
$\Leftrightarrow 1 \geq x$
$\Leftrightarrow x \leq 1$

Or, On travaille sur l'intervalle $]\frac{1}{2};+\infty[$ donc, cette inéquation n'a pas de solution sur cet intervalle

Partie B :

1 - f Intervalle de definition :

Il faut que $3x^2+1 > 0$
Donc, $x \in \mathbb{R}$ puisque $3x^2+1>0$ pour tout x

f est derivable sur $\mathbb{R}$ en tant fonction de base.

$$f'(x) = \frac{6x}{3x^2+1}$$

2) On etudie la fonction g sur $x \in]0;+\infty[$

g est derivable sur $\mathbb{R}^{+*}$ en tant que produit et somme de fonctions de base.

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC
Nom de famille : OUEDERNI
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) : RAFIF
Numéro Inscription :
Né(e) le : 21/11/2008
(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)
(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : Mathematiques
Section/Spécialité/Série :
Epreuve :
Matière :
Session :

Exercice 1 :

Partie A :

1) On repète 20 fois une experience aléatoire, indépendante (semblable à un tirage avec remise) à 2 issues (correct / deffectueux) de manière identique. La probabilité de succès (produit deffecteux) est de 0,03. Ainsi, on note X la variable aléatoire qui associe le nombre de succès. Donc, X suit la loi binomiale, de paramètres $n = 20$ et $p = 0,03$

2) $P(X=0) = \binom{20}{0} 0,03^0 (1-0,03)^{20-0}$

$$\boxed{P(X=0) = 0,544}$$

3) $P(X=2) = \binom{20}{2} 0,03^2 (1-0,03)^{20-2}$

$$\boxed{P(X=2) = 0,099}$$

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$
$P(X \geq 1) = 0,456$

Nous pouvons conclure à partir de ce resultat que la probabilité d'avoir plus d'un composant deffectueux dans le lot de 20 composants est de 0,456.

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Partie B :

1) $P(X=0) = \binom{n}{0} 0{,}03^0 (1-0{,}03)^{n-0}$

$= 1 \times 1 \times (0{,}97)^n$

$P(X=0) = (0{,}97)^n$

2) $P(X \geqslant 1) = 1 - P(X=0)$

$P(X \geqslant 1) = 1 - (0{,}97)^n$ → $P(X=0)$ d'après la qst precedente

3) $P(X \geqslant 1) > 0{,}95$

$\Leftrightarrow 1 - (0{,}97)^n > 0{,}95$

$\Leftrightarrow -(0{,}97)^n > -0{,}05$

$\Leftrightarrow 0{,}97^n < 0{,}05$

4) On a : $0{,}97^n < 0{,}05$) ln strictement croissante

$\Leftrightarrow \ln(0{,}97^n) < \ln(0{,}05)$

$\Leftrightarrow n\ln(0{,}97) < \ln(0{,}05)$) $\ln(x<1)$ est négatif

$\Leftrightarrow n > \dfrac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}97)}$

$\Leftrightarrow n \geqslant 99$

La taille minimale du lot, pour que la probabilité d'obtenir au moins 1 composant deffectueux soit superieure à 0,95 est 99.

Exercice 2 :

Partie A :

1 - Determination de l'intervalle de définition

Premièrement, il faut que $x^2+3x > 0$

On a, $x^2+3x > 0$

Calcul du discriminant :

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= 3^2 - 4 \times 1 \times 0$
$= 9$

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3-\sqrt{9}}{2\times 1} = -3$

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3+\sqrt{9}}{2\times 1} = 0$

On etudie sur l'intervalle $x \in]-\infty ; -3[\; ;]0 ; +\infty[$

$\ln(x^2+3x) = \ln(4)$) On applique la fct exponentielle qui est croissante

$\Leftrightarrow x^2+3x = 4$

$\Leftrightarrow x^2+3x-4 = 0$

Calcul de Δ :

$\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-4)$
$= 9 + 16$
$= 25$

$x_1 = \dfrac{-3-\sqrt{25}}{2\times 1} = -4$

$x_2 = \dfrac{-3+\sqrt{25}}{2\times 1} = 1$

Donc, $\ln(x^2+3x) = \ln(4)$ pour $x=-4$ ou $x=1$

$S = \{-4 ; 1\}$

5 – D'après la calculatrice, $2{,}3 < \beta < 2{,}4$

Nom de famille : OUEDERNI
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : RAFIF

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : .... Matière : .... Session : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 2, Partie B

2 (suite) :

$$g'(x) =$$

$$= 3x^2 \times \ln(x) + x^3 \times \frac{1}{x} - 2$$

$$g'(x) = 3x^2 \times \ln(x) + x^2 - 2$$

$$\boxed{g'(x) = x^2(3\ln(x) + 1) - 2}$$

Partie C :

1 – h est dérivable en tant que somme de fonctions de base.

$$h'(x) = 2 - \frac{2}{x}$$

$$2 - \frac{2}{x} > 0$$

$$\iff \frac{2}{x} < 2$$

$$\iff x > 1$$

Donc, $h'(x) > 0$ lorsque $x > 1$
et $h'(x) < 0$ lorsque $x < 1$

2 – $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x)$

$\lim\limits_{x\to 0^+} 2x = 0$ par ~~somme~~ produit

$\lim\limits_{x\to 0^+} \ln(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to 0^+} -2\ln(x) = +\infty$ par ~~se~~ produit

$\lim\limits_{x\to 0^+} \cancel{h(x)}\ 2x-3-2\ln(x) = +\infty$ par somme

$\boxed{\lim\limits_{x\to 0^+} h(x) = +\infty}$

On a $h(x) = 2x-3-2\ln(x)$
$= x\left(2-\dfrac{3}{x}-2\dfrac{\ln(x)}{x}\right)$

$\lim\limits_{x\to +\infty} x = +\infty$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{-3}{x} = 0$ par quotient

$\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x} = 0$ par croissance comparée

$\lim\limits_{x\to +\infty} -2\dfrac{\ln(x)}{x} = 0$ par produit

$\lim\limits_{x\to +\infty} 2-\dfrac{3}{x}-2\dfrac{\ln(x)}{x} = 2$ par somme

$\lim\limits_{x\to +\infty} x\left(2-\dfrac{3}{x}-2\dfrac{\ln(x)}{x}\right) = +\infty$

$\boxed{\lim\limits_{x\to +\infty} h(x) = +\infty}$

3 –

x	0		1		$+\infty$
signe de $h'(x)$		$-$	0	$+$	
Variation de h	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

$h(1) = -1$

4 – Sur l'intervalle $]0\,;1]$,

h est strictement décroissante
h est continue car elle est dérivable
et 0 appartient à l'intervalle image $]+\infty\,;-1]$.

Donc d'après le théorème de bijection, il existe une unique solution sur $]0\,;1]$ pour $h(x)=0$ qu'on nomme α.

Sur $[1\,;+\infty[$,

h est strictement croissante, et continue car elle ~~s~~ est dérivable et 0 appartient à l'intervalle image $[-1\,;+\infty[$.

Donc d'après le théorème de bijection, il existe une unique solution sur $[1\,;+\infty[$ pour $h(x)=0$ qu'on nomme β.

Nous pouvons en déduire qu'il existe 2 solutions à l'équation $h(x)=0$, α et β.

Or $0<\alpha<1$ et $1<\beta$

Ainsi, $0<\alpha<1<\beta$.

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$= \frac{-3\ +5}{2}$$
$$\boxed{x_1 = 1}$$
↳ $\in]0;+\infty[$

$$\boxed{S = \{-4;1\}}$$

$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$= \frac{-3-5}{2}$$
$$x_2 = \frac{-8}{2}$$
$$\boxed{x_2 = -4}$$
↳ $\in]-\infty;-3[$

② $\ln(x) \geq \ln(2x-1)$

vérifions d'abord Domaine de définition

$x > 0$ et $2x-1 > 0$
$\Leftrightarrow 2x > 1$
$\Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

$x \in]0;+\infty[\cap]\frac{1}{2};+\infty[$

→ Résoudre : $\ln(x) \geq \ln(2x-1)$ on applique exp car elle est strictement positive
$\Leftrightarrow x \geq 2x-1$
$\Leftrightarrow x - 2x - 1 \geq 0$
$\Leftrightarrow -x - 1 \geq 0$
$\Leftrightarrow -x \geq 1$
$\boxed{\Leftrightarrow x \leq 1}$ $x \in]-\infty; 1]$

hors on a Domaine de définition $]0;+\infty[\cap]\frac{1}{2};+\infty[$

Donc $\boxed{S =]0;1]}$

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC
Nom de famille : SOUISSI
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) : YOMNA
Numéro Inscription :
Né(e) le : 11/08/2009
(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)
(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : Maths
Section/Spécialité/Série :
Epreuve : Matière : Session :

Exercice 1 :
Partie 1 :

1) On a la répétition d'une même expérience, épreuve de Bernoulli $n = 20$ fois de manière indépendante (avec remise) et identique. Soit $p = 0{,}03$, la probabilité du succès : un composant soit défectueux.
X suit donc une loi Binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0{,}03$ (X variable aléatoire).

$$P(X=k) = \binom{n}{k} \times (p)^k \times (1-p)^{n-k}$$ avec $0 \leq k \leq 1$

② $P(X=0)$
↳ Aucun composant défectueux donc $k = 0$

à l'aide de la calculatrice
$$P(X=0) = \binom{n}{0} \times (0{,}03)^0 \times (1-0{,}03)^{n-0}$$
$\boxed{P(X=0) \simeq 0{,}737}$ Donc la probabilité d'avoir exactement 0 composant défectueux est de 0,544 environ.

③ $P(X=2)$
↳ on cherche exactement 2 composants défectueux donc $k = 2$

$$P(X=2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$$
$$= P(X=0) + P(X=1) + \binom{n}{0} \times (0{,}03)^2 \times (1-0{,}03)^{n-2}$$
$\boxed{P(X=2) \simeq 0{,}032}$ arrondie au 10^{-3}

La probabilité d'avoir exactement 2 composants défectueux est de 0,032.

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$
$= 1 - \binom{m}{0} \times (0{,}03)^0 \times (1-0{,}03)^m$

$\boxed{P(X \geq 1) \simeq 0{,}262}$

Donc la probabilité qu'au moins 1 composant soit défectueux est 0,262.
↳ Donc il n'y a pas beaucoup de composant défectueux → bonne usine.

Partie 2 :

1) $P(X=0) = \binom{m}{0} \times (p)^0 \times (1-p)^{m-0}$
$P(X=0) = 1 \times (0{,}03)^0 \times (1-0{,}03)^m$
$P(X=0) = 1 \times 1 \times (1-0{,}03)^m$
$\boxed{P(X=0) = 0{,}97^m}$

2) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$
$= 1 - 0{,}97^m$
$\boxed{P(X \geq 1) = 1 - 0{,}97^m}$

3) $P(X \geq 1) > 0{,}95 \iff 1 - 0{,}97^m > 0{,}95$
$\iff -0{,}97^m > 0{,}95 - 1$
$\iff -0{,}97^m > -0{,}05$
$\boxed{P(X \geq 1) > 0{,}95 \iff 0{,}97^m < 0{,}05}$

2./8

4) $P(X \geq 1) > 0{,}95 \iff 0{,}97^m < 0{,}05$

on applique la fonction Ln puisqu'elle est strictement croissante

$\iff \ln(0{,}97^m) < \ln(0{,}05)$
$\iff m . \ln(0{,}97) < \ln(0{,}05)$
$\iff m > \dfrac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}97)}$
$\iff m > 98{,}3$

donc $\boxed{m = 99}$

La taille minimale du lot qu'il faut prélever pour que la probabilité d'obtenir au moins un composant défectueux est $m = 99$.

Exercice 2 :

Partie A :

1) Résoudre $\ln(x^2+3x) = \ln(4)$
Vérifions d'abord le domaine de définition :

Df : $x^2 + 3x > 0$ $\quad 4 > 0$
$x(x+3) > 0$

x	$-\infty$	-3		0	$+\infty$
x^2+3x	$+$	0	$-$	‖	$+$

$x > 0$ ou $x + 3 > 0$
$\iff x > -3$
$x \in]-\infty ; -3[\cup]0 ; +\infty[$

Résoudrons donc l'équation :
$\ln(x^2+3x) = \ln(4)$ $\qquad \ln(a) = \ln(b) \iff a = b$
$\iff x^2 + 3 = 4$
$\iff x^2 + 3 - 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= 3^2 - 4 \times -4 \times 1$
$= 9 + 16$
$\boxed{\Delta = 25 > 0}$

3./8

④ Grâce au ~~tableau~~ tableau de variation, on voit que sur $]0;1[$ $x<0$ $h(x)$ est strictement décroissante donc $h(x)=0$ ↳ et admet une solution α sur $]0;1[$.

Sur $]1;+\infty[$, $x>0$ $h(x)$ est strictement croissante donc $h(x)=0$ admet une solution β sur $]1;+\infty[$ puisqu'elle s'annulle et elle est continue.

D'après le thérorème des valeurs intermédiaires, $h(x)=0$ admet 2 solutions α et β tel que $0<\alpha<1<\beta$.

⑤ $0<\alpha<1$

$$\boxed{0{,}3<\alpha<0{,}4}$$

$2<\beta<3$

$$\boxed{2{,}3<\beta<2{,}4}$$

À l'aide de la calculatrice, on cherche un encadrement des solutions α et β puis par dicotomie on retreints cet intervalle pour avoir une amplitude de 10^{-1}

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC
Nom de famille : SOUISSI
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) : YOMNA
Numéro Inscription :
Né(e) le : 11/08/2009
(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)
(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....
Epreuve : .... Matière : .... Session : ....

Partie B :

① $f(x)=\ln(3x^2+1)$

La fonction f est dérivable sur son domaine de définition en tant que composée de fonction ln dérivable.

soit $u=3x^2+1$

$u'=3\times 2x$

$u'=6x$

Donc $f'(x)=\dfrac{u'}{u}$

$$\boxed{f'(x)=\frac{6x}{3x^2+1}}$$

② $g(x)=x^3\times\ln(x)-2x$

La fonction g est dérivable sur son domaine de définition en tant que produit et somme de polynomes et fonctions ln dérivables.

soit $u=x^3$ $\quad v=\ln(x)$

$u'=3x^2$ $\quad v'=\dfrac{1}{x}$

$g'(x)=3x^2\times\ln(x)+\dfrac{1}{x}\times x^3-2$
$=3x^2.\ln(x)+x^2-2$

$$\boxed{g'(x)=3x^2\times\ln(x)+x^2-2}$$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Partie C :

$$h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$$

1. La fonction h est dérivable sur $]0;+\infty[$ en tant que somme de fonctions polynomes et ln dérivables :

$$h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$$

$$h'(x) = 2 - 2 \times \frac{1}{x}$$

$$\boxed{h'(x) = 2 - \frac{2}{x}}$$

$$2 - \frac{2}{x} > 0 \iff -\frac{2}{x} > -2$$

$$\iff -\frac{2}{x} \times x > -2 \times x$$

$$\iff -2 > -2x$$

$$\iff \frac{-2}{2} > -x$$

$$\iff -1 > -x$$

$$\boxed{\iff x > 1}$$

→ Donc sur $]0;1[$ $x < 0$ (négatif)

et sur $]1;+\infty[$; $x > 0$ (positif)

2. $\lim\limits_{x \to 0^+} = 2x - 3 - 2\ln(x)$

$\lim\limits_{x \to 0^+} 2x = 0$

$\lim\limits_{x \to 0^+} -3 = -3$

$\lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x \to 0^+} -2 = -2$ par produit $\lim\limits_{x \to 0^+} -2\ln(x) = +\infty$

Donc par somme $\boxed{\lim\limits_{x \to 0^+} h(x) = +\infty}$

$$\lim_{x \to +\infty} 2x - 3 - 2\ln(x)$$

$$\lim_{x \to +\infty} x\left(2 - \frac{3}{x} - 2 \times \frac{\ln(x)}{x}\right)$$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} -\frac{3}{x} = 0$ $\lim\limits_{x \to +\infty} 2 = 2$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$ $\lim\limits_{x \to +\infty} -2 = -2$

par produit

$\lim\limits_{x \to +\infty} -2\frac{\ln(x)}{x} = 0$

Donc par somme et produit $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty}$

3. définie sur $]0;+\infty[$

x	$-\infty$	0		1		$+\infty$
Signe de $h'(x)$		‖	$-$	0	$+$	
variations de h		‖ $+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

$$f(1) = 2 \times 1 - 3 - 2\ln(1)$$

$$\boxed{f(1) = -1}$$

2) $\ln(x) \geq \ln(2x-1)$

~~Tu x~~ On a alors

$x > 0$ et $2x - 1 > 0 \iff 2x > +1$
$\iff x > \frac{1}{2}$

L'inéquation est alors définie sur $x \in]-\frac{1}{2} ; +\infty[$.

$\ln(x) \geq \ln(2x-1)$
$\iff x \geq 2x - 1$
$\iff -x \geq -1$
$\iff x \leq 1$

Exercice 2 : Partie B

1) $f'(x) = \frac{1}{3x^2+1} \cdot 6x$
$= \frac{6x}{3x^2+1}$

2) $g'(x) = 3x \cdot \ln(x) + \frac{1}{x} \cdot x^3 - 2$
$= 3x \ln(x) + \frac{x^3}{x} - 2$
$= 3x \ln(x) + x^2 - 2$

Exercice 2 : Partie C

$h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

1) $h'(x) = 2 - 2\left(\frac{1}{x}\right)$
$= 2 - \frac{2}{x}$

Étudions alors le signe de $h'(x)$.

$h'(x) \geq 0 \iff 2 - \frac{2}{x} \geq 0$
$\iff -\frac{2}{x} \geq -2$
$\iff -2 \geq -2x$ On sait que $x > 0$
$\iff -1 \geq -x$
$\iff 1 \leq x$

$h'(x)$ est alors ~~p~~ négatif sur $]-\infty ; 1[$, puis positif sur $]1 ; +\infty[$.

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : (Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage) BEN LAGHA

Prénom(s) : YANIS

Numéro Inscription : + L'INFINI

Né(e) le : 09/06/2008

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : Evaluation

Section/Spécialité/Série :

Epreuve : ~~Loy~~ Fonction ln + Loi Binom

Matière : Maths

Session : 2026

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 1 : Partie A

1) L'épreuve "vérifier si un composant électrique est ~~defectu~~ défectueux" n'a que deux issues, un succès (le composant est défectueux) ou un échec (le composant n'est pas défectueux). De plus, ce prélèvement étant un tirage au sort avec remise, toute épreuve est indépendante des autres dans ~~leur~~ son déroulement et résultat.

La variable aléatoire X suit alors une loi binomiale de $p = 0{,}03$ et $n = 20$.

2) $P(X=0) = \binom{20}{0} \cdot 0{,}03^0 \cdot 0{,}97^{20-0}$
$= \binom{20}{0} \cdot 1 \cdot 0{,}97^{20}$
$\approx 0{,}544$

3) $P(X=2) = \binom{20}{2} \cdot 0{,}03^2 \cdot 0{,}97^{18}$
$\approx 0{,}099$

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$
$= 0{,}456$.

Si l'on tire au sort avec remise 20 composantes électroniques, il y a 45,6% de chance qu'au moins une soit défectueuse.

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Exercice 1 : Partie B

1) $P(X=0) = \binom{n}{0}\cdot 0{,}03^0 \cdot 0{,}97^{n-0}$

$= \binom{n}{0}\cdot 0{,}97^n$

$= 0{,}97^n$

2) $P(X\geq 1) = 1-0{,}97^n$

3) $P(X\geq 1) > 0{,}95$

$\iff 1-0{,}97^n > 0{,}95$

$\iff -0{,}97^n \geq -0{,}05$

$\iff 0{,}97^n \leq 0{,}05$ ← On multiplie par -1 des deux côtés, ce qui change le sens de l'inéquation.

4) $0{,}97^n < 0{,}05$

$\iff \ln(0{,}97^n) < \ln(0{,}05)$ ← La fonction ln est strictement croissante sur IR, et on a : $0{,}97^n \in]0;+\infty[$ et $0{,}05 \in]0;+\infty[$

$\iff n\cdot\ln(0{,}97) < \ln(0{,}05)$

$\iff n < \frac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}97)}$

On peut donc appliquer ln à cette inéquation sans en changer le sens.

$\iff n < 98{,}352$

On a alors un lot de taille minimale 99 pour que l'on ait une chance d'avoir un composant défectueux supérieur à 0,95.

Exercice 2

1) $\ln(x^2+3x) = \ln(4)$

Sachant que ln est définie sur tout $x \in]0;+\infty[$, pour pouvoir avoir $\ln(x^2+3x)$, on doit alors avoir :

$x^2+3x > 0$

On a ici un polynome du second degré. Étudions son déterminant.

$\Delta = 3^2 = 9$ $\qquad x_1 = \frac{-3-3}{2} = -\frac{6}{2} = -3$

$x_2 = \frac{-3+3}{2} = 0$

x^2+3x est alors positive pour tout $x > -3$ et tout $x > 0$. Elle est alors positive sur l'intervalle $]-\infty;-3[\cap]0;+\infty[$.

$\ln(x^2+3x) = \ln(4)$

$x^2+3x = 4$

$x^2+3x-4 = 0$

On a ici un polynome du second degré.

$\Delta = 3^2 - 4(1\cdot(-4))$ $\qquad x_1 = \frac{-3-5}{2}$ $\qquad x_2 = \frac{-3+5}{2}$

$= 9+16$

$= 25$ $\qquad = -4$ $\qquad = 1$

$-4 \in]-\infty;-3[$ et $1 \in]0;+\infty[$.

On a alors $x=-4$ et $x=1$ comme solution.

Nom de famille : BEN LAGFA
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : YANIS

Numéro Inscription :　　　　**Né(e) le :** __ / __ / ____
(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : ……………………………… **Section/Spécialité/Série :** ………………………………

Epreuve : ……………………………… **Matière :** ……………………… **Session :** ………………………

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

2) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} 2x = 0^+$; $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} \ln(x) = -\infty$; $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} -2\ln(x) = +\infty$, par produit

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} 2x-3 = -3$, par soustraction ; $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} h(x) = +\infty$, par soustraction

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} -2\ln(x) = -\infty$, par produit ; $\lim\limits_{x \to +\infty} 2x-3 = +\infty$, par somme et produit.

Soit $X = 2x-3$. $\lim\limits_{+\infty} X = +\infty$. $\lim h(x) = \lim X - \ln(x) = +\infty$ par croissance comparée.

On a alors $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} h(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$

3)

x	0		1		$+\infty$
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	

où $h(1) = 2 - 3 - 2\ln(1)$
$= -1$

4) La fonction $h(x)$ est constante et définie sur $]0 ; +\infty[$. Elle est décroissante ~~de l'infini~~ jusqu'à -1 (qui est son minimum), puis croissante jusqu'à $+\infty$.

~~D'après le TVI,~~ $0 \in]+\infty ; -1[\cap]-1 ; +\infty[$.

Donc d'après le TVI 0 apparaît 2 fois

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : ALLANI
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : MERIEN

Numéro Inscription :

Né(e) le : 20 / 02 / 2008

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : Mathématiques **Section/Spécialité/Série :** ……

Epreuve : …… **Matière :** Maths **Session :** 2024

CONSIGNES

- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 2

Partie A : Resolution d'equation et d'inéquations

1) $\ln(x^2+3x) = \ln(4)$

la fonction exponentielle : (appliquée)

$\Rightarrow e^{\ln(x^2+3x)} = e^{\ln(4)}$

$\Leftrightarrow x^2+3x = 4$

$\Leftrightarrow x^2+3x-4=0$

on remarque que 1 est une racine évidente car :

$1^2+3\times1-4=0$

Ainsi $x_1 = 1$

et $x_1 x_2 = \frac{-4}{1}$

Ainsi $x_2 = -4 \notin]0;+\infty[$.

Donc : $S = \{1\}$

Domaine de définition :

$x^2+3x > 0$

$\Rightarrow x(x+3) > 0$

$\Rightarrow x > 0$ ou $x > -3$.

Ainsi $D =]0;+\infty[$.

2) $\ln(x) \geqslant \ln(2x-1)$

On applique la fonction exponentielle qui est strictement croissante.

Donc $\Rightarrow e^{\ln(x)} \geqslant e^{\ln(2x-1)}$

Ainsi $x \geqslant 2x-1$

$\Rightarrow x-1<0$

$\boxed{x \leq 1}$

$S =]\frac{1}{2};1]$.

Domaine de définition.

$2x-1>0$

$\Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

et $x>0$

Ainsi, $D =]\frac{1}{2};+\infty[$.

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Partie B calcul de dérivées :

1) $f(x) = \ln(3x^2+1)$ la fonction est dérivable sur $\mathbb{R}$ car $3x^2+1>0$.

Ainsi $f'(x) = \frac{3\times 2x}{3x^2+1}$

$f'(x) = \frac{6x}{3x^2+1}$

f est sous la forme $\ln(u(x))$ avec $u(x)= 3x^2+1$; $u'(x)=6x$.

Ainsi $f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$

2) $g(x) = x^3\ln(x) - 2x$

$g'(x) = 3x^2\ln(x) + \frac{x^3}{x} - 2$

$g'(x) = 3x^2\ln(x) + x^2 - 2$

$g'(x) = x^2(3\ln(x)+1) - 2$

la fonction g est dérivable pour tout $x > 0$

• g est sous la forme $u(x)v(x)$ avec

$u(x) = x^3$ | $u'(x) = 3x^2$

et $v(x) = \ln(x)$ | $v'(x) = \frac{1}{x}$

Alors $g'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$.

Partie C Etude de fonction :

$D_h =]0;+\infty[$

$h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

1) $h'(x) = 2 - 0 - \frac{2}{x}$

$h'(x) = 2 - \frac{2}{x}$

$h'(x) = \frac{2x-2}{x}$ or $x>0$

$h'(x) = \frac{2(x-1)}{x}$

Ainsi, le signe de $h'(x)$ est celui de $2x-2$

x	0		1		$+\infty$
$2x-2$	‖	$-$	0	$+$	
$h'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

On a : $2x - 2 > 0$

$2x > 2$

$x > 1$

2) on a $h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$.

$\lim_{x\to 0^+} \ln(x) = -\infty$

par produit, $\lim_{x\to 0^+} -2\times\ln(x) = +\infty$.

$\lim_{x\to 0^+} 2x = 0$ (par produit).

Par somme, $\lim_{x\to 0^+} h(x) = +\infty$

• $h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

$= x\left(2 - \frac{3}{x} - 2\left(\frac{\ln(x)}{x}\right)\right)$

Par croissance comparée :

$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0 \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} -2\left(\frac{\ln(x)}{x}\right) = 0$

$\lim_{x\to+\infty} -\frac{3}{x} = 0$ (par quotient)

par somme, $\lim_{x\to+\infty} 2 - \frac{3}{x} - 2\left(\frac{\ln(x)}{x}\right) = 2$.

Par produit, $\lim_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$.

3)

x	0		1		$+\infty$
h	‖ $+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

$h(1) = 2\times 1 - 3 - 2\ln(1)$

$h(1) = -1$

4) la fonction h est la somme de la fonction logarithme népérien et la fonction polynôme. Ainsi, h est continue sur son ensemble de définition.

Sur $]0;1]$;

$h(]0;1]) = [-1;+\infty[$

or $0 \in [-1;+\infty[$.

Sur $[1;+\infty[$

$h([1;+\infty[) = [-1;+\infty[$

est $0\in[-1;+\infty[$

De ce fait, d'après la bijection du théorème des valeurs intermédiaires il existe α et β telle que $h(x) = 0$.

or $\alpha \in]0;1]$

et $\beta \in [1;+\infty[$.

Ainsi $0 < \alpha < 1 < \beta$

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : ALLANI
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : NERIEN

Numéro Inscription :

Né(e) le : 20 / 02 / 2008

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : Mathematiques

Section/Spécialité/Série :

Epreuve : //

Matière : Maths

Session : 2026

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

(Suite de l'exercice)

5) À l'aide de la calculatrice, par dichotomie, (en representant la fonction h sur [...] ... le menu graphe et en appliquant la dichotomie) on trouve que ... :

$$2,3 < \beta < 2,4 \text{ (arrondi à } 10^{-1} \text{ près)}$$

Exercice 1 Partie A : Étude pour un lot de 20 composants

$p = 0,03$
$n = 20$

1) La variable aléatoire suit une loi binomiale car il s'agit de 20 répétitions d'une expérience aléatoire, de manière ~~aléatoire~~ indépendante (au hasard) ("pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise) et identique de composants électroniques). Donc la variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre n = 20 et p = 0,03

Ainsi $X \hookrightarrow (20 ; 0,03)$

2) $P(X=0) = \binom{20}{0} (0,03)^0 \times (1-0,03)^{20-0}$

$P(X=0) = 1 \times 1 \times (0,97)^{20}$

$P(X=0) = 0,544$ (à 10^{-3} près)

Ainsi, la probabilité d'avoir aucun composant défectueux est de 0,544.

3)

$P(X=2) = \binom{20}{2} (0,03)^2 \times (1-0,03)^{20-2}$

$P(X=2) = 0,099$ (à 10^{-3} près)

La probabilité d'avoir exactement deux composants défectueux à 10^{-3} près est de 0,099.

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$

$= 1 - (0{,}543)$

$\boxed{P(X \geq 1) = 0{,}456}$ arrondi au millième

$\Rightarrow$ la probabilité d'avoir au moins 1 composant défectueux sur 20 est de 0,456 arrondi au millième.

Partie B Détermination de la taille du lot

1) $P(X=0) = \binom{n}{0} (0{,}03)^0 \times (1 - 0{,}03)^{n-0}$ (n est un entier)

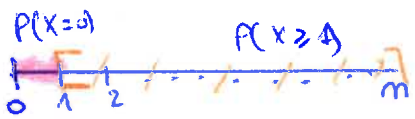
$= 1 \times 1 \times (0{,}97)^n$

$P(X=0) = (0{,}97)^n$

2) $n \in \mathbb{N}$.

Ainsi $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$

$P(X \geq 1) = 1 - (0{,}97)^n$



3) $P(X \geq 1) = 1 - (0{,}97)^n$ on $P(X \geq 1) > 0{,}95$.

$\Rightarrow 1 - (0{,}97)^n > 0{,}95$

$\Leftrightarrow -(0{,}97)^n > -0{,}05$

$\Leftrightarrow (0{,}97)^n < 0{,}05$

4) on a $0{,}95^n < 0{,}05$.

on applique la fonction ln qui est strictement croissante sur son domaine de définition.

Ainsi, $\ln(0{,}97^n) < \ln(0{,}05)$

$\Leftrightarrow n \ln(0{,}97) < \ln(0{,}05)$

Ainsi : $n < \dfrac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}97)}$

on $\dfrac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}97)} \approx 98{,}35$ or $n \in \mathbb{N}$.

Ainsi, la taille minimale du lot est $\boxed{n=99}$ pour que $P(X \geq 1) > 0{,}95$.

Fin du devoir

2) ~~On sait que lim~~

$\lim\limits_{x\to+\infty} 2 - 2/x$?

$\lim\limits_{x\to+\infty} 2 = 2$
$\lim\limits_{x\to+\infty} 2/x = 0$ } Par somme $\lim\limits_{x\to+\infty} 2 - 2/x = 2$.

$\lim\limits_{x\to0^+} 2 - 2/x$?

$\lim\limits_{x\to0^+} 2 = 2$
$\lim\limits_{x\to0^+} x = 0^+$ } Par fonction composée $\lim\limits_{x\to0^+} -2/x = -\infty$.

3)

x	$-\infty$	0		1		$+\infty$
$h'(x)$	$+$	‖	$-$	0	$+$	
$h(x)$	↗	‖ $-\infty$	↘	$h(1) = -1$	↗	2

4) $h(x) = 0$ admet deux solutions α et β telles que $0 < \alpha < 1 < \beta$

La courbe représentente de la fonction h coupe l'axe des abscisse en deux points.

• Sur l'intervalle $]0;1]$, la fonction est strictement décroissante et continue alors sur $]0;1]$ $h(x)$ admet une solution α pour $h(x) = 0$. tel que $0 < \alpha < 1$, d'après le théorème des valeurs intermédiaires.

• Sur l'intervalle $[1;+\infty[$, la fonction h est strictement continue et croissante, alors sur ce même intervalle, $h(x)$ admet aussi une solution β pour $h(x) = 0$ tel que $\alpha < 1 < \beta$ d'après le TVI

Nom de famille : LUCIANI
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : INÈS

Numéro Inscription :

Né(e) le : 14/02/2008

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....
Epreuve : .... Matière : Mathématiques Session : ....

Exercice 1 :

Partie A :

1) Cette expérience est assimilée à un tirage au hasard avec remise. Il y a deux issues possibles.
•Succès : "Le composant est défectueux" de probabilité $P = 0{,}03$
•Echec : "Le composant n'est pas défectueux" de probabilité $1 - p = 0{,}97$.
On répète l'expérienee $n = 20$ fois de façon identique et indépendente.
Ainsi, la variable aléatoire X dénombrant le nombre de succès $p = 0{,}03$ parmi $n = 20$ fois, suit le principe d'une loi binomiale de paramètre $n = 20$ et $p = 0{,}03$ $\mathcal{B}(20; 0{,}03)$.

2) On note X la variable aléatoire.
$P(X=0) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$
$= \binom{20}{0} \times 0{,}03^0 \times 0{,}97^{20}$
$P(X=0) = 0{,}54$ arrondi à 10^{-3}.

3) On note X la variable aléatoire.
$P(X=2) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$
$= \binom{20}{2} \times 0{,}03^2 \times 0{,}97^{18}$.
$P(X=2) = 0{,}1$, arrondi à 10^{-3}

4) $P(X \geqslant 1) \Leftrightarrow 1 - P(X < 1)$
$\Leftrightarrow 1 - P(X \leqslant 1 - 1)$
$\Leftrightarrow 1 - P(X \leqslant 0)$.
$\Leftrightarrow 1 - 0{,}54$
$P(X \geqslant 1) = 0{,}46$.

$P(X \geqslant 1)$ signifie obtenir au plus 1 pièce défectueuse dans l'échantillon.

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Partie B.

1) $P(X=0) = 0,54n$

2) $P(X \geqslant 1) = 1-0,54n$

3.

Exercice 2.

Partie A:

2) $\ln x > \ln(2x-1)$

$e^{\ln x} > e^{\ln(2x-1)}$

$x > 2x-1$

$-x > -1$

$x < 1$

Df : $x > 0$

$2x-1 > 0$

$2x > 1$

$x > 1/2$.

Df : $]0 ; 1/2[\cup]1/2 ; +\infty[$.

$1 \in]1/2 ; +\infty[$ donc $S = \{]1/2 ; 1]\}$.

1) $\ln(x^2+3x) = \ln 4$.

$e^{\ln(x^2+3x)} = e^{\ln 4}$

$x^2+3x = 4$

$x^2+3x-4 = 0$

$\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = (3)^2 - 4 \times 1 \times (-4)$

$\Delta = 25$

$\Delta = 5^2 > 0$ donc 2 racines

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-5}{2} = -4$

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+5}{2} = 1$.

Comme ln est definit sur $\mathbb{R}_+^*$

$S = \{1\}$. car $-4 \notin \mathbb{R}_+^*$.

Partie B :

1) $f(x) = \ln(3x^2+1)$.

$\ln(x)$ se dérive tel que $\ln'(x) = 1/x$.

$3x^2+1$ se dérive tel que $(3x^2+1)' = 6x$.

$f'(x) = 1/x \times 6x$

$= \frac{6x}{6^x}$

$= 6$

2) $g(x) = x^3 \ln x - 2x$.

La fonction $g(x)$ s'ecrit sous la forme de $u \times v - w$

qui se derive tel que $(u \times v - w)' = (u'v+uv') - w'$

avec $u(x) = x^3$ $\quad v(x) = \ln x$ $\quad w' = 2$

$u'(x) = 3x^2$ $\quad v'(x) = 1/x$ $\quad -w' = -2$.

$g'(x) = (3x^2 \times \ln x + x^3 \times 1/x) - 2$

$= 3x^2 \times \ln x + x^2 - 2$

$= x^2\left(3 \times \frac{\ln x}{x^2} + 1 - 2/x^2\right)$.

Partie C :

$h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

1) $h'(x) = 2 - 2 \times 1/x$

$= 2 - 2/x$.

$2 - 2/x \geqslant 0$

$-2/x \geqslant -2$

$2/x \leqslant 2$ $\quad) \times x$

$2x/x \leqslant 2x$

$2 \leqslant 2x$ $\quad) \div 2$.

$1 \leqslant x$.

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$	‖	$-$		$+$	
$h(x)$	‖	↘	$h(1) = -1$	↗	$\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = 2$

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : LUCIANI
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : INES

Numéro Inscription : Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : .... Matière : Math .... Session : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

4) Par ballayage de la calculatrice.

$\cancel{\alpha < 2,4}$

$2,3 < \alpha < 2,4$

$\cancel{0,04 < h(x) = 0 < 0}$

$-0,06 < h(x) < 0,04$

B

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Ex 1 :

Partie A :

1) Le tirage de la probabilité est réalisé de manière indépendante et répété
On a attribue le succès $p = 0{,}03$
Que l'on répètera $n = 20$ et X la variable aléatoire

2) $P(X=0) = \binom{n}{k} p^n (1-p)^{n-k}$

$P(X=0) = \binom{20}{0} 0{,}03^0 \times (0{,}99)^{20}$

$\boxed{\simeq 0{,}055}$

3) $P(X=2) = \binom{20}{2} 0{,}03^0 \times 0{,}97^{18}$

$=$

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$
$\simeq 0{,}497$

Partie B :

1) $P(X=0) = (1-p)^n$
$= (1-0{,}03)^{n}$
$= 0{,}97^n$

2) $P(X \geq 1) =$ ~~[illegible]~~
$= 1 - P(X=0)$
$= 1 - 0{,}97^n$

3) $P(X \geq 1) \geq 0{,}95$ ~~démon~~
$\Leftrightarrow 1 - 0{,}97^n > 0{,}95$
$0{,}97^n > 1 - 0{,}95$
$0{,}97^n > 0{,}05$

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : BEN JEMAA
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : SADRI

Numéro Inscription :

Né(e) le : 21/09/2008

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : Maths
Section/Spécialité/Série : Maths
Epreuve : Maths
Matière : Maths
Session : 2025-2026

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Évaluation de mathématiques

Ex 2 :

Partie A

1) L'équation est réel si et seulement si $x > 0$:

$\cancel{2x}\ x^2 + 3x > 0$ ~~$(x-4>0)$~~
$x^2 > 0$
$3x > 0$

$\ln(x^2 + 3x) = \ln(4)$
$x^2 + 3x = 4$
$x^2 + 3x - 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= 9 + 16$
$\boxed{\Delta = 25}$
$\Delta > 0$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \frac{-3-\sqrt{25}}{2}$ ou $= \frac{-3+\sqrt{25}}{2}$

$x_1 = -4$ ou $x_2 = 1$

$S = \{-4 ; 1\}$

2) L'inéquation est réel si et seulement si $x>0$:

$$2x-1>0 \text{ et } x>0$$
$$2x>1$$
$$x>\frac{1}{2} \text{ et } x>0$$

$\ln(x) \geqslant \ln(2x-1)$

$x \geqslant 2x-1$

~~[illegible]~~

$2x-1-x \leqslant 0$

$x-1 \leqslant 0$

$\boxed{x \geqslant 1}$

$S=[1;+\infty[$

Partie B :

1) $f(x)=\ln(3x^2+1)$

$f'(x)=\dfrac{1}{3x^2+1}$

2) $g(x)=x^3\ln(x)-2x$

$=x(x^2\ln(x)-2)$

$=$

Partie C :

1) $h(x)=2x-3-2\ln(x)$

$h'(x)=2-\dfrac{2}{x}$

$2-\dfrac{2}{x}=0 \Leftrightarrow x=1$

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	

2) $\lim\limits_{+\infty} 2x-3-2\ln(x)=+\infty$

~~[illegible]~~ $\lim\limits_{0^+}=-\infty$

3) $2x-3-2\ln(x)=0$

$2x-3=2\ln(x)$

$e^{2x-3}=x^2$

$x=\sqrt{e^{2x-3}}$ ou $x=-\sqrt{e^{2x-3}}$

x	0		$\sqrt{e^{2x-3}}$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

$\ln(0{,}97) \approx -0{,}030459$, donc

$$n > \frac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}97)} \approx \frac{-2{,}9957}{-0{,}030459} \approx 98{,}3$$

Donc $n_{min} = 99$

Exercice 2.

PARTIE A

1) $\ln(x^2+3x-4) = \ln(4)$

$x^2+3x-4 > 0$

$(x+4)(x-1) > 0 \Rightarrow x < -4$ ou $x > 1$

$x^2+3x-4 = 4$

$x^2+3x-8 = 0$

$\Delta = 9+32 = 41$

$x = \dfrac{-3+\sqrt{41}}{2}$

$\dfrac{-3-\sqrt{41}}{2} \approx -4{,}702 \Rightarrow < -4$ (vérification ✓)

$\dfrac{-3+\sqrt{41}}{2} \approx 1{,}702 \Rightarrow > 1$ (vérification ✓)

Solutions : $\left\{ \dfrac{-3-\sqrt{41}}{2} ; \dfrac{-3+\sqrt{41}}{2} \right\}$

2) $x^2-1 > 0 \Rightarrow x < -1$ ou $x > 1$

Sur $[-2\pi ; -1[$, on a $x < -1$

$x^2 - 1 = 4$

$x^2 = 5$

$x = -\sqrt{5}$ ou $x = \sqrt{5}$

seul $x = -\sqrt{5} \approx -2{,}236$ appartient à $[-2\pi ; -1[$

car $-2\pi \approx -6{,}283$

Solution : $\{-\sqrt{5}\}$

Exercice 1

PARTIE A :

1) On note X la variable aléatoire égale au nombre de composants défectueux dans le lot

chaque composant a 2 issues : "défectueux" (probabilité $p = 0{,}03$) ou "non défectueux" (probabilité $1-p = 0{,}97$)

les 20 tirages sont indépendants.

Donc X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n=20 ; p=0{,}03)$

2) $P(X=2) = \binom{20}{2} (0,8)^2 (0,2)^{18}$

$\binom{20}{2} = 190$ donc :

$190 \times 0,64 \times (0,2)^{18}$

$(0,2)^{18} = (10^{-1} \times 2)^{18} = 10^{-18} \times 2^{18} = 10^{-18} \times 262144$

$P(X=2) \approx 190 \times 0,64 \times 2,62144 \times 10^{-13}$

$\approx 3,19 \times 10^{-11}$

3) $P(X=3) = \binom{20}{3} (0,8)^3 (0,2)^{17}$

$\binom{20}{3} = 1140$

$(0,8)^3 = 0,512$

$1140 \times 0,512 \times (0,2)^{17} \approx 583,68 \times (3,2768 \times 10^{-12})$

$1140 \times 0,512 \approx 583,68$

$583,68 \times 1,31072 \times 10^{-12} \approx 7,65 \times 10^{-10}$

4) $P(X=4) = \binom{20}{4} (0,8)^4 (0,2)^{16}$

$\binom{20}{4} = 4845$

$(0,8)^4 = 0,4096$

$(0,2)^{16} = 6,5536 \times 10^{-12}$

$4845 \times 0,4096 \approx 1984,512$

$1984,512 \times 6,5536 \times 10^{-12} \approx 1,300 \times 10^{-8}$

PARTIE B

1) $P(X=0) = \binom{n}{0} (0,8)^0 (0,2)^n = 1 \times 1 \times (0,2^n)$

donc : $P(X=0) = 0,2^n$

2) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - 0,2^n$

3) $1 - 0,2^n > 0,95$

$p = 0,8$ donc $P(X=0) = 0,2^n$ donc

$0,2^n < 0,05$.

4) $\ln(0,2^n) < \ln(0,05)$

$n \ln(0,2) < \ln(0,05)$

$\ln(0,2) < 0$ donc :

$n > \dfrac{\ln(0,05)}{\ln(0,2)}$

$\ln(0,05) \approx -2,9957$

$\ln(0,2) \approx -1,6094$

$n > \dfrac{-2,9957}{-1,6094} \approx 1,8618$

Donc entier naturel [illegible] : $n \geq 2$

Si $p = 0,03$

$1 - (0,97)^n > 0,95 \Leftrightarrow 0,97^n < 0,05$

$n \ln(0,97) < \ln(0,05)$

Nom de famille : ABID
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : YOUCEF

Numéro Inscription :

Né(e) le : 01/02/2008

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : ……………………… **Section/Spécialité/Série :** ………………………

Epreuve : ……………………… **Matière :** ……………………… **Session :** ………………………

PARTIE B : $f(x) = \ln(3x^2+1)$

1) $f(x) = \dfrac{\ln(x^2+1)}{x}$

$$f'(x) = \frac{\frac{2x}{x^2+1} \times x - \ln(x^2+1) \times 1}{x^2} = \frac{\frac{2x^2}{x^2+1} - \ln(x^2+1)}{x^2}$$

2) $g(x) = x^3 \ln(x) - 2x$

$g(x) = \dfrac{1}{x^2-2x}$

$g'(x) = -\dfrac{2x-2}{(x^2-2x)^2} = -\dfrac{2(x-1)}{x^2-2x^2}$

PARTIE C :

1) $h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

$h'(x) = 2 - 2\dfrac{2}{x} = 2\dfrac{x-2}{x}$

Signe de $h(x)$ sur $]0, +[$

Numérateur : $2x - 2 = 2(x-1)$ s'annule en $x = 1$, positif si $x > 1$, négatif si $x < 1$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

numérateur : $x>0$ sur l'ensemble de la définition.

Donc :

$h'(x)>0$ si $x>1$

$h'(x)<0$ si $0<x<1$

$h'(x)=0$ si $x=1$

2) en 0^+ :

$\lim_{x\to 0^+} 2x-3=-3$

$\lim_{x\to 0^+} \ln(x)=-\infty$ donc $-2\ln(x)\to+\infty$

$\lim_{x\to 0^+} h(x)=+\infty$

En $+\infty$:

$\lim_{x\to+\infty} 2x-3=+\infty$

$\lim_{x\to+\infty} \ln(x)=+\infty$ mais $2x$ domine $\ln(x)$

$2x-2\ln(x)$: $2x$ est prépondérant, donc

$\lim_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

$h(1)=2(1)-3-2\ln(1)=2-3-0=-1$

4) d'après le tableau :

h est strictement décroissante sur $]0;1]$

avec $\lim_{x\to 0^+} h(x)=+\infty$ et $h(1)=-1<0$

D'après le théorème des valeurs intermédiaires,

il existe un unique $\alpha\in\,]0;1[$ tel que $h(\alpha)=0$.

2. $\ln(x) \geq \ln(2x-1)$ Tout d'abord il faut que $x>0$ et $2x-1>0$

$\ln(x) \geq \ln(2x-1)$

$x \geq 2x-1$

$x-1 \geq 0$

$x \geq 1$

$2x-1>0$ $\quad x>0$

$2x>1$

$x>\frac{1}{2}$

De ; $]\frac{1}{2} ; +\infty[$

$S_R = [1 ; +\infty[$

Partie B

1. $f(x) = \ln(3x^2+1)$ Il faut que $3x^2+1>0$

$3x^2+1>0$

$3x^2>-1$

$x^2>-\frac{1}{3}$

$x>\sqrt{-\frac{1}{3}}$

$f'(x) = \frac{3}{3x^2+1}$

2. $g(x) = x^3\ln(x) - 2x$ Il faut que $x>0$

$g(x) = x(x^2\frac{\ln(x)}{x} - 2)$

$g'(x) = \cancel{1}\, 2x \times \frac{\frac{1}{x}}{x}$

$g'(x) = 2x$

Partie C.

$h(x) = 2x-3-2\ln(x)$ Il faut que $x>0$

1. $h'(x) = 2 - \frac{2}{x}$

$-\frac{2}{x} + 2 = 0$

$-\frac{2}{x} = -2$

$-2 = -2x$

$x = 1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

3. $2x-3-2\ln(x) = 0$

$\cancel{2x}-2\ln(x) = 3-2x$

$-2x = e^{3-2x}$

$x = \frac{e^{3-2x}}{-2x}$

x	$-\infty$		$+\infty$

2. $\lim_{x \to 0^+} 2x-3-2\ln(x) = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} 2x-3-2\ln(x) = +\infty$

Exercice 1. Partie A

1. La variable aléatoire X suit une loi binomiale parce que on peut ~~on~~ l'assimiler a un tirage avec remise où le prelevent ne depend pas d'un autre.

La variable aleatoire X suit une loi binomiale comme parametre $p=0{,}03$ et $n=20$

2.

$P(X=0) = 0{,}055$

3 $P(X=2) = 0{,}099$

4. $P(X \geq 1) = 0{,}336$

La ~~prob~~ probabilité qu'on trouve un ou plus de composant defectueux sur 20 composants est de 0,336.

Partie B.

1. $P(X=0)$

Exercice 2.

Partie A.

1) $\ln(x^2+3x) = \ln(4)$ Tout d'abord il faut que $x^2+3x>0$

$x^2+3x>0$

$\Delta = b^2-4ac$

$= 9-12$

$\Delta = 9 > 0$ 2 solution

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\quad$ $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \frac{-3-\sqrt{9}}{2}$ $\quad$ $x_2 = \frac{-3+\sqrt{9}}{2}$

$x_1 = \frac{6}{2}$ $\quad$ $x_2 = \frac{0}{2}$

$x_1 = 3 > 0$ $\quad$ $x_2 = 0$ pas supérieur à 0

~~$D_e:]3;+\infty[$~~

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
x^2+3x		$+$	0	$-$	0	$+$	

$D_e:]-\infty; 0[\cup]3; +\infty[$

$\ln(x^2+3x) = \ln(4)$

$x^2+3x = 4$

$x^2+3x-4=0$

$\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = 3^2-4\times1\times(-4)$

$\Delta = 9+16$

$\Delta = 25 > 0$ 2 solution

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\quad$ $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \frac{-3-\sqrt{25}}{2}$ $\quad$ $x_2 = \frac{-3+\sqrt{25}}{2}$

$x_1 = -4$ $\quad$ $x_2 = 1$

$S_R \{-4\}$

2) $g(x) = x^3 \ln(x) - 2x$

$g'(x) = 3x^2 \ln(x) + x^2 - 2$

Partie C :

1) $h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

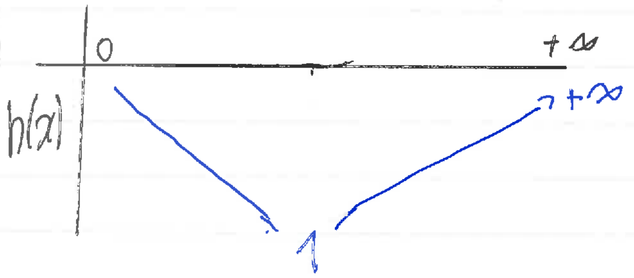
$h'(x) = 2 - \frac{2}{x}$

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	

2) $\lim\limits_{x \to 0^+} h(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$

3)



$h(x)$ admet un minimum en . .

4) L'équation $h(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β telles que $0 < \alpha < 1 < \beta$, car les limites sont positives, h est continue est admet un minimum en 1.

5)

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : GRAF
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : ALIA

Numéro Inscription :

Né(e) le : 25/05/2007

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : MATHS Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : .... Matière : .... Session : ....

Exercice 1 : $p = 0,03$

Partie A : $n = 20$

1) On estime que la probabilité qu'un composant soit défectueux à $p = 0,03$ alors la probabilité qu'il soit non défectueux est de 0,7.
Alors les paramètres sont $n=20$ et $p = 0,03$

2) $P(X=0) = \binom{20}{0} (0,03)^0 (0,97)^{20}$
$P(X=0) \approx 0,543$

3) $P(X=2) = \binom{20}{2} (0,03)^2 (0,97)^{18}$
$P(X=2) \approx 0,114$

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$
$\approx 0,457$

Donc, la probabilité d'avoir au moins 1 composant défectueux dans le lot de 20 composants est de 45,7%

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Partie B : $n \to$ un entier inconnu

$p = 0,95$

1) $P(X=0) = (1-p)^n = 0,97^0$

2) $P(X \geqslant 1) = 1 - 0,97^0 = 0,03$

3) $P(X \geqslant 1) \geqslant 0,95$ on veut montrer que

on fait $1 - 0,97 \geqslant 0,95$
alors on a $0,97 \leqslant 0,05$
donc les deux inéquations sont égales.

4)

....../......

Exercice 2 :

Partie A :

1) $\ln(x^2+3x) = \ln(4)$
$\Leftrightarrow x^2+3x = 4$
$x^2+3x-4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= 3^2 - 4 \times 1 \times (-4)$
$= 9 + 16$
$= 25$

alors on a $x_1 = -4$ et $x_2 = 1$

$S = \{-4 ; 1\}$

2) $\ln(x) \geqslant \ln(2x-1)$

$x \geqslant 2x - 1$
$x - 2x - 1 \geqslant 0$
$-x - 1 \geqslant 0$
$x \leqslant 1$

Donc $S = [1 ; +\infty]$

Partie B :

1) $f(x) = \ln(3x^2+1)$
$f'(x) = \dfrac{1}{3x^2+1}$

....../......

- $\lim\limits_{x\to 0^+} 2x = 0$

$\lim\limits_{x\to 0^+} -3 = -3$

$\lim\limits_{x\to 0^+} -2\ln(x) = +\infty$

Par somme, $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x) = +\infty$

3)

x	0		1		$+\infty$
$h(x)$		↗	1	↘	

4) $0 < \alpha < 1 < \beta$

$]0;+\infty[$ $]0;1[$:

- l'équation est continue car elle est dérivable sur $]0;\cancel{+\infty}1[$
- l'équation est ↗ ~~strict~~ sur $]0;\cancel{+\infty}1[$
- $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x) = +\infty$; $0 \in]-1;+\infty[$
- $\lim\limits_{x\to 1^+} h(x) = -1$

$]1;+\infty[$:

- l'équation est continue car dérivable sur $]1;+\infty[$
- l'équation est ↘ sur $]1;+\infty[$
- $\lim\limits_{x\to 1^+} h(x) = -1$; $\lim\limits_{x\to +\infty} h(x) = +\infty$; $0 \in]-1;+\infty[$

..../....

Evaluation de Maths :

Exercice 1 :

$p = 0{,}03$

PARTIE A :

$X = 20$

$n = 20$

$p = 0{,}03$

1) c'est la répétition de 20 épreuves indépendantes identiques.

$X \sim B(20 ; 0{,}03)$

2) soit d la probabilité qu'un composant soit défectueux.

on sait que $P(d) = 0{,}03$

$P(\bar{d}) = 1 - 0{,}03$
$= 0{,}97$

La probabilité d'avoir aucun composant défectueux est de 0,97, soit 0,00097 à 10^{-3}.

3)

4) $P(X \geq 1) = 1 - p(X \leq a-1)$

..../....

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

~~PARTIE B~~
~~1) f(x) = ex~~

Exercice 2 : PARTIE A :

1) $\ln(x^2+3x) = \ln(4)$

$x^2 + 3x = 4$

$x^2 + 3x - 4 = 0$

$a = 1$; $b = 3$; $c = -4$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 3^2 - 4 \times 1 \times (-4)$

$= 9 + 16$

$= 25$

$\Delta > 0$ alors l'équation admet 2 solutions :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\qquad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \frac{-3+5}{2}$ $\qquad = \frac{-3-5}{2}$

$= \frac{2}{2}$ $\qquad = \frac{-8}{2}$

$= 1$ $\qquad = -4$

$S = \{-4 ; 1\}$

2) $\ln(x) \geq \ln(2x-1)$

$x \geq 2x - 1$

$x - 2x \leq -1$

$x - 2x + 1 \leq 0$

$-x + 1 \leq 0$

$-x \geq -1$

$x \geq 1$

..../....

Partie B :

1) $f(x) = \ln(3x^2+1)$

$f'(x) = \frac{6x}{3x^2+1}$

2) $g(x) = x^3 \ln(x) - 2x$

$g'(x) = \cancel{\frac{3x^2}{x}}\ \cancel{2x}\ \frac{x^3}{x} - 2$

PARTIE C :

$h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

1) ~~$h(x) = 2 - \frac{2}{x}$~~ $\quad h'(x) = 2 - \frac{2}{x}$ $\qquad$ on pose $2 - \frac{2}{x} = 0$

$-\frac{2}{x} = -2$

$-2 = -2 \times x$

$-2x = -2$

$x = \frac{-2}{-2}$

$x = 1$

~~$2x - 2 = 0$~~

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$	‖	+	0	−	
$h(x)$	‖	↗		↘	

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} 2x = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} -3 = -3$

$\lim\limits_{x\to+\infty} -2\ln(x) = -\infty$

C'est une forme indeterminée de type « $+\infty - \infty$ ».

Pour lever l'indetermination, on factorise :

$2x - 3 - 2\ln(x) = x(2 - 3/x - 2\ln(x)/x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} 2 = 2$

$\lim\limits_{x\to+\infty} -3/x = 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} -2\ln(x)/x = 0$

Par somme, $\lim\limits_{x\to+\infty} 2 - 3/x - 2\ln(x)/x = 2$

Par produit, $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$

..../....

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : AGREBI
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : SANDRA

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : .... Matière : .... Session : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 1. Partie B :

1) $P(X=0)$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$P(X=0) = \binom{n}{0} 0{,}95^0 (1-0{,}95)^{n-0}$$

2) $P(X \geq a) = 1 - P(X \leq a-1)$
$= 1 - 0{,}95(X \leq a-1)$

3)

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

..../....

..../....

Partie B

~~Soit $3x^2+1>0$~~

$x^2 \geq 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 3x^2 \geq 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 3x^2+1 \geq 1$ $\forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow 3x^2+1 > 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$

Ainsi $f(x) = \ln(3x^2+1)$ $\forall x \in \mathbb{R}$

Soit $u(x) = 3x^2+1$ $\forall x \in \mathbb{R}$

Donc $f(x) = \ln(u(x))$ $\forall x \in \mathbb{R}$

f est dérivable en tant que composée de fonctions dérivable, fonction polynome et fonction logarithme

$f'(x) = f' = \frac{u'}{u}$ avec $u(x) = 3x^2+1$

$f'(x) = \frac{6x}{3x^2+1}$ $\quad u'(x) = 6x$

2) $g(x) = x^3\ln(x) - 2x$ $\forall x \in]0;+\infty[$

$g'(x) = 3x^2\ln(x) + x^3 \times \frac{1}{x} - 2$ $\forall x \in]0;+\infty[$

$= 3x^2\ln(x) + x^2 - 2$ $\forall x \in]0;+\infty[$

g est dérivable sur $]0;+\infty[$ en tant que produit et somme de fonctions dérivable sur $]0;+\infty[$, les fonctions polynomes et logarithmes

Exercice 1

Partie A

1) On a $n = 20$ répétitions d'une expérience aléatoire et indépendantes (prélèvement de composant électronique pour vérification qu'on assimile à un tirage avec remise) à deux issues (composant défectueux ou non).
À chaque tirage la probabilité qu'un composant soit défectueux est $p = 0,03$.
Et on note X la variable aléatoire correspondant au nombre de composant défectueux dans ce lot.
Ainsi la variable aléatoire X suit la loi Binomiale de paramètre $n = 20$ et $p = 0,03$

2) $P(X=0) = \binom{20}{0} p^0 (1-p)^{n-0}$

$= \binom{20}{0} (0,03)^0 \times (0,97)^{20}$

$\boxed{P(X=0) = 0,544}$

La probabilité d'avoir exactement aucun composant défectueux dans le lot est $P(X=0) = 0,544$

3) $P(X=2) = \binom{n}{2} \times (p)^2 \times (1-p)^{n-2}$

$= \binom{20}{2} \times (0,03)^2 \times (0,97)^{18}$

$\boxed{P(X=2) = 0,099}$

La probabilité d'avoir exactement 2 composant défectueux est $P(X=2) = 0,099$

4) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$

$= 1 - \binom{20}{0} \times (0,03)^0 \times (0,97)^{20}$

$\boxed{P(X \geq 1) = 0,456}$

La probabilité d'avoir au moins un composant défectueux, dans le lot, est de $P(X \geq 1) = 0,456$

Partie B

1) $P(X=0) = \binom{n}{0} \times (0,03)^0 \times (0,97)^n$

$\boxed{\Leftrightarrow P(X=0) = 0,97^n}$

2) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$

$\Leftrightarrow \boxed{P(X \geq 1) = 1 - 0,97^n}$

3) $P(X \geq 1) > 0,95$

$\Leftrightarrow 1 - 0,97^n > 0,95$

$\Leftrightarrow -0,97^n > -0,05$

$\Leftrightarrow \boxed{0,97^n < 0,05}$

4) $0,97^n < 0,05$

$\Leftrightarrow \ln(0,97)^n < \ln(0,05)$

$\Leftrightarrow n \ln(0,97) < \ln(0,05)$

$\Leftrightarrow n > \frac{\ln(0,05)}{\ln(0,97)}$

Car la fonction f tel que $f(x) = \ln(x)$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}^{+*}$ et $0,97^n \in \mathbb{R}^{+*}$ et $0,05 \in \mathbb{R}^{+*}$

Or $\frac{\ln(0,05)}{\ln(0,97)} \simeq 98,3$ et n est un entier

Ainsi $n \geq 99$

Finalement, la taille minimale du lot est $n = 99$

Exercice 2)

Partie A

1) $\ln(x^2 + 3x) = \ln(4)$

L'équation aura du sens si $x^2 + 3x > 0$

$\Leftrightarrow x(x+3) > 0$

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2+3x		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc $x \in]-\infty ; -3[\cup]0 ; +\infty[$

$\ln(x^2 + 3x) = \ln(4)$

$\Leftrightarrow e^{\ln(x^2+3x)} = e^{\ln(4)}$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x = 4$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$

$\Delta = 9 - 4(1)(-4)$
$= 25$

$x_1 = \frac{-3-5}{2}$

$x_1 = -4 \in]-\infty ; -3[\cup]0 ; +\infty[$

$x_2 = \frac{-3+5}{2}$

$x_2 = 1 \in]-\infty ; -3[\cup]0 ; +\infty[$

$S = \{-4 ; 1\}$

2) $\ln(x) \geq \ln(2x-1)$

L'inéquation aura du sens si $x > 0$ et $2x - 1 > 0$

$2x > 1$

$x > \frac{1}{2}$

Donc $x \in]\frac{1}{2} ; +\infty[$

$\ln(x) \geq \ln(2x-1)$

$e^{\ln(x)} \geq e^{\ln(2x-1)}$

$x \geq 2x - 1$

$-x \geq -1$

$x \leq 1$

Car la fonction f tel que $f(x) = e^x$ est croissante sur $\mathbb{R}$

Ainsi $\ln(x) \geq \ln(2x-1)$ $\forall x \in]\frac{1}{2} ; 1]$

....../......

Partie C

$h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}^{+*}$

h est dérivable sur $]0;+\infty[$ en tant que somme de fonctions dérivable sur $]0;+\infty[$, les fonctions polynome et logarithme

$$h'(x) = 2 - \frac{2}{x} = \frac{2x-2}{x} = 2 \times \frac{x-1}{x}$$

Étudier le signe de $h'(x)$ revient à étudier le signe de $x-1$ car $2 > 0$ et $x > 0$ sur $\mathbb{R}^{+*}$

x	0		1		$+\infty$
$x-1$	‖	$-$	0	$+$	
$h'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

2) Soit par produit puis par somme $\lim\limits_{x \to 0} 2x - 3 = -3$

$\lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$

Par produit $\lim\limits_{x \to 0^+} -2\ln(x) = +\infty$

Par somme $\lim\limits_{x \to 0^+} 2x - 3 - 2\ln(x) = +\infty$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

$\boxed{\text{Ainsi } \lim_{x \to 0^+} h(x) = +\infty}$

$h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$ $\quad \forall x \in \mathbb{R}^{+*}$

$= x\left(2 - \frac{3}{x} - 2\times\frac{\ln x}{x}\right)$

~~Lim~~ Par croissance comparée, $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$

Par produit $\lim_{x \to +\infty} -2\times\frac{\ln(x)}{x} = 0$

Par quotient puis par somme, $\lim_{x \to +\infty} 2 - \frac{3}{x} - 2\times\frac{\ln(x)}{x} = 2$

Par produit $\lim_{x \to +\infty} x\left(2 - \frac{3}{x} - 2\times\frac{\ln(x)}{x}\right) = +\infty$

$\boxed{\text{Ainsi } \lim_{x \to +\infty} h(x) = +\infty}$

3)

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
Var de h	‖ $+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

$h(1) = 2\times 1 - 3 - 2\ln(1)$
$= 2 - 3$
$= -1$

4) h est continue sur $\mathbb{R}^{+*}$ en tant que fonction dérivable sur $\mathbb{R}^{+*}$

h est strictement décroissante sur $]0;1[$

et $h(]0;1[) =]-1;+\infty[$
et $0 \in]-1;+\infty[$

D'après le théorème de la bijection $h(x) = 0$ admet une unique solution α sur $]0;1[$ $\Leftrightarrow 0 < \alpha < 1$

D'autre part, h est strictement croissante sur $]1;+\infty[$.

et $h(]1;+\infty[) =]-1;+\infty[$
et $0 \in]-1;+\infty[$

Ainsi, d'après le théorème de la bijection $h(x) = 0$ admet une unique solution β sur $]1;+\infty[$ $\Leftrightarrow 1 < \beta$ ~~$< +\infty$~~

$\boxed{\text{Finalement } h(x) = 0 \text{ admet exactement 2 solutions } \alpha \text{ et } \beta \text{ sur } \mathbb{R}^{+*} \text{ telles que } 0 < \alpha < 1 < \beta}$

5) $2{,}3 < \beta < 2{,}4$

puisque h est définie sur $]0;+\infty[$

$2>0$

$2-\frac{2}{x}<0$

$-\frac{2}{x}>2$

$x>\frac{2}{2}$

$x>1$

2) $\lim_{x\to+\infty} 2x=+\infty$

$\lim_{x\to+\infty} -3=-3$

$\lim_{x\to+\infty} -2\ln(x) = +\infty$ par croissance comparée

par somme, $\lim_{x\to+\infty} 2x-3-2\ln(x)=+\infty$

D'où $\lim_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$

$\lim_{x\to0^+} 2x = 0^+$

$\lim_{x\to0^+} -3=-3$

$\lim_{x\to0^+} -2\ln(x) = -\infty$ par croissance comparée

par somme, $\lim_{x\to0^+} 2x-3-2\ln(x) = -\infty$

3)

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

4) $h(0) = 2\times0-3-2\ln(0)$

$=-3-2\ln(0)$

$=-3-2\times1$

$=-3-2$

$=6$

$\lim_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$ comme expliqué dans la question précédente (2).

$0\in(h(0);\lim_{x\to+\infty}h(x))$

h est continue..

h admet 2 solutions α et β telles que $0<\alpha<1<\beta$ sur $]0;+\infty[$ d'après ~~le~~ théorème des valeurs intermédiaire,

5) À l'aide de la calculatrice.

$f(2,4) < \beta < f(0)$

$0,8 < \beta < 1$

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : (Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage) BACCOUCHE

Prénom(s) : SELIMA

Numéro Inscription :

Né(e) le : 01/12/2008

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : .... Section/Spécialité/Série : ....

Epreuve : .... Matière : .... Session : ....

CONSIGNES

- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 1

1) L'echantillonage est assimilé à un tirage au hasard et avec remise.

Il y a 2 issues possibles:

Succès : nombre de composants défectueux dans ce lot pour $p=0,03$

Echec : nombre de composants non-défectueux dans ce lot pour $1-p = 0,97$

on répète l'expérience n fois et de façon identique et indépendante.

La variable aléatoire X dénombrant le nombre de succès parmi n suit une loi binomiale de paramètre $p=0,03$ et $n=20$

$X \sim B(n;p)$

$X \sim B(20;0,03)$

$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

$P(X=k) = \binom{20}{k} 0,03^k (0,97)^{20-k}$ où $k\in\{0;1;2;\dots 20\}$

2) $P(X=0) = \binom{20}{0} 0,03^0 (0,97)^{20}$

$\approx 0,544$

3) $P(X=2) = \binom{20}{2} 0,03^2 (0,97)^{18}$

$\approx 0,099$

4) $P(X\geq1) = 1-P(X\leq k)$

$=1-P(X\leq k-1)$

$\approx 0,88$

Il y a donc 0,88 composants défectueux en moyenne dans ce lot.

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Partie B :

$P(x=0) = \binom{n}{0} \times 0{,}95^0 \times (0{,}05)^{n-0}$

2) $P(x \geq 1) = 1 - P(x \leq k)$
$= 1 - P(x \leq k-1)$

3) a) $P(x \geq 1) \geq 0{,}95$
$1 - P(x \leq 1) \geq 0{,}95$
$1 - P(x=0) \geq 0{,}95$
$1 - (1-p)^n \geq 0{,}95$
$1 - 0{,}95 \geq (1-p)^n$
$0{,}05 \geq (1-p)^n$ $\quad y = \ln x$ est une fonction croissante sur $]0\,;+\infty[$
$\ln(0{,}05) \geq \ln(1-p)^n$
$\ln(0{,}05) \geq n \ln(1-p)$ $\quad \ln(1-p) < 0$

$\dfrac{\ln(0{,}05)}{\ln(1-p)} \leq n$

le plus petit entier $n = \left[\dfrac{\ln(0{,}05)}{\ln(1-p)}\right] + 1 = 2$

Le plus petit entier $n = 2$

Exercice 2

Partie A :

1) $\ln(x^2+3x) = \ln(4)$
$\exp(\ln(x^2+3x)) = \exp(\ln 4)$
$x^2+3x = 4$
$x^2+3x-4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= 3^2 - 4 \times 1 \times -4$
$= 25$
$\sqrt{\Delta} = 5$

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
$= \dfrac{-3-\sqrt{25}}{2}$ $\quad = \dfrac{-3+\sqrt{25}}{2}$
$= \dfrac{-3-5}{2}$ $\quad = \dfrac{-3+5}{2}$
$= \dfrac{-8}{2}$ $\quad = \dfrac{2}{2}$
$= -4$ $\quad = 1$

$S = \{-4\,;1\}$

2) $\ln(x) \geq \ln(2x-1)$
$\exp(\ln(x)) \geq \exp(\ln(2x-1))$
$x \geq 2x-1$
$x - 2x \geq -1$
$-x \geq -1$
$x \geq 1$

Partie B

1) $f(x) = \ln(3x^2+1)$
f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$
f' s'écrit sous la forme de $\frac{u'}{u}$ avec $u = \ln(3x^2+1)$ et $u' = \ln 6x$
$f'(x) = \dfrac{\ln(6x)}{\ln(3x^2+1)}$

2 $g(x) = x^3 \ln(x) - 2x$
g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$
$(x^3)' = 3x^2$
$(2x)' = 2$
$(\ln(x))' = \frac{1}{x}$
donc $g'(x) = 3x^2 - \frac{1}{x} - 2$

Partie C.

1) $h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$
h est dérivable sur $]0\,;+\infty[$.
h' s'écrit sous la forme de $2 - (u \times v)'$ avec $u = 2$ et $u' = 0$
$v = \ln(x)$ et $v' = \frac{1}{x}$

$h'(x) = 2 - 0 \times \ln(x) + 2 \times \frac{1}{x}$
$= 2 - \frac{2}{x}$

Partie B

1-) Il faut trouvé l'ensemble ~~de fo~~ de def de x

$\ln(3x^2+1)$

$3x^2+1 > 0$

$3x^2 > 1$

$x^2 > \frac{1}{3}$

$x > \sqrt{\frac{1}{3}}$ Donc $x \in$ ~~$]-\infty ; \sqrt{\frac{1}{3}}$~~ $]-\infty ; -\sqrt{\frac{1}{3}}[\cup]\frac{1}{\sqrt{3}} ; +\infty[$

Donc $f(x) = \ln(3x^2+1)$

$f'(x) = \frac{6x}{3x^2+1}$

2-) Il faut tout d'abord définir x

$\ln(x)$

$x > 0$ donc $x \in]0 ; +\infty[$

Donc $g(x) = x^3 \ln(x) - 2x$

$g'(x) =$

On a $u = x^3 \times \ln(x) \Rightarrow u' = 3x^2 \times \ln(x) + \frac{1}{x} \times x^3$

On a $v = 2x \Rightarrow v' = 2$ } $u' = 3x^2 \times \ln(x) + x^2$

~~Donc g'(x)~~

Donc $g'(x) = (3x^2 \times \ln(x)) + x^2 - 2$

Partie C

1-) $h'(x) = 2 - 2 \times \frac{1}{x}$

$= 2 - \frac{2}{x} = \frac{2x-2}{x}$

		1	
x	+		+
$2x-2$	-	0	+
$h'(x)$	-	0	+

2-) $h(x) = 2x - 3 - 2\ln(x)$

$\lim_{x \to 0^+} 2x - 3 - 2\ln(x)$

$\lim 2x = 0$

$\lim 3 = -3$

$\lim -2\ln(x) = +\infty$

} Donc $\lim_{x \to 0^+}$ de $h(x) = +\infty$

Nom de famille : MONTACER
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : QAYEN

Numéro Inscription :

Né(e) le : 14/05/2008

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : Eval Maths   Section/Spécialité/Série :

Epreuve : Maths   Matière : Maths   Session : 2026

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice n°1

Partie A.

1-) Nous somme dans une experience ; composer de 20 epreuves indépendantes. Dont la notation X est assimilé au nombre de reussite lors de cette epreuve ; qui sont d'avoir un composant defectueux. et dont la probabilité est de $P = 0{,}03$;
Ainsi nous pouvons dire que X suit une loi Binomiale de parametre (20 ; 0,03)

2-) Pour avoir exatement aucun composant defectueux, il faut que X le nombre de succès soit nul
Ainsi $P(X=0) =$ ~~...~~ $\simeq 0{,}543$.

3-) Pour avoir exatement deux composant defectueux ; il faut que X le nombre de succès soit egale à 2
Ainsi $P(X=2) =$ ~~...~~ $\simeq 0{,}098$

4-) $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1)$

$= 1 - P(X=0) \simeq 1 - 0{,}543 = 0{,}457$

Donc Nous avons la probabilité que au minimum un objet ou donc plus que 1 soit defectueux.

Partie B.

1-) $P(X=0)$

$\binom{n}{0} 0{,}03^0 (1-0{,}03)^{n-0}$

$(1-0{,}03)^n$

$0{,}97^n$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

2-) $P(X \geq 1)$

$1 - P(X < 1)$

$1 - P(X = 0)$

$1 - 0,97^n$

3-) On sait que $P(X \geq 1)$ en fonction de n c'est ~~0,97~~ $1 - 0,97^n$

Donc

$1 - 0,97^n > 0,95$

$-0,97^n > -0,05$

$0,97^n < 0,05$

4-) On a :

$0,97^n < 0,05$

$\ln(0,97^n) < \ln(0,05)$

$n \times \ln(0,97) < \ln(0,05)$

$n < \dfrac{\ln(0,05)}{\ln(0,97)}$

$n < 98,35$

Donc il faut que la taille du lot soit de $n = 98$

....../......

Exercice 2

Partie A :

1-) $\ln(x^2 + 3x) = \ln(4)$

$x^2 + 3x = 4$

$x^2 + 3x - 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 3^2 - 4 \times 1 \times -4 = 0$

$9 + 16 = 25$

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3 - \sqrt{25}}{2} = \dfrac{-3-5}{2} = \dfrac{-8}{2} = -4$

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3+5}{2} = \dfrac{2}{2} = 5$ Donc $S\{5\}$

Mais tout d'abord il faut trouvé l'ensemble de définition de x

Pour $\ln(x^2 + 3x)$ et avec $\ln(4) > 0$ car $4 > 0$

$x^2 + 3x > 0$

$x(x+3) > 0$

$x > 0$ ou bien $x + 3 > 0$

$x > -3$

Donc $x \in]-3 ; +\infty[$

2-) Determiner l'ensemble de définition de $\ln(x)$ il faut que $x \in]0 ; +\infty[$

$\ln(2x - 1)$

que $2x - 1 > 0$

$2x > 1$

$x > \dfrac{1}{2}$ Donc $x \in]\dfrac{1}{2} ; +\infty[$

Ensuite

$\ln(x) \geq \ln(2x - 1)$

$x \geq 2x - 1$

$-x \geq -1$

$x \leq 1$ Donc $S\{\dfrac{1}{2} ; 1\}$

....../......

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : RAYEN
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : Malak

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : …………………………… **Section/Spécialité/Série :** ……………………………

Epreuve : …………………………… **Matière :** …………………………… **Session :** ……………………………

CONSIGNES
- *Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.*
- *Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.*
- *Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.*
- *Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.*
- *N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.*

et $\lim\limits_{x\to+\infty} 2x - 3 - 2\ln(x)$

$\lim 2x = +\infty$
$\lim -3 = -3$
$\lim -2\ln(x) = -\infty$ } F.I

$\cancel{\text{Donc } h(x) = 2x - 3 - \ln(x^2)}$
$\cancel{\lim\limits_{x\to+\infty} 2x - 3 - \ln(x^2)}$
$\cancel{\lim 2x = +\infty}$
$\cancel{\lim -3 = -3}$
$\cancel{\lim\limits_{x\to\infty} \ln(x^2)}$
$\cancel{\lim\limits_{x\to\infty} x^2 = +\infty}$
$\cancel{\lim\limits_{x\to\infty} (X) = +\infty}$

Donc $h(x) = x\left(2 - \frac{3}{x} - 2\frac{\ln(x)}{x}\right)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(2 - \frac{3}{x} - \frac{2\ln(x)}{x}\right) = x\left(2 - \frac{3}{x} - \frac{2}{x} \times \frac{\ln(x)}{x}\right)$

$\lim x = +\infty$

$\lim 2 = 2$
$\lim \frac{3}{x} = 0$
$\lim \frac{-2}{x} = 0$
$\lim \frac{\ln(x)}{x} = 0$ pour c.c } $\lim\limits_{x\to+\infty} = 2$ } $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

3-)

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$h(x)$	‖ $+\infty$	↘		↗	$+\infty$

4-) ~~Donc $h(\alpha) = 2\alpha - 3 - 2\ln(\alpha)$~~

$h(1) = 2 \times 1 - 3 - 2\ln(1) = -1$

Donc le minimal est ~~un~~ -1

Donc en utilisant le ~~le~~ theoreme de la bijection ~~et que~~ sur 2 intervalle differente

$x \in]0, 1]$ et $]1 ; +\infty[$ et que les 3 trois conditions sont respecté dans les 2 intervalle

la fonction est strictement continue ; ~~mono~~ monotone

et que α et β appartient au deux intervalle image

~~chaque donc~~ $0 = \alpha$ appartient à l'intervalle image $+\infty ; -1$

$0 = \beta$ appatient a l'intervalle imag $-1 ; +\infty$

et que donc on peut dire que $0 < \alpha < 1 < \beta$

....../......

....../......