Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BELCADHI
PRENOM : (en majuscules) YOLDEZ
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 08/01/2008
1.2

Concours / Examen : ..................... Section / Spécialité / Série : .....................
Epreuve : Bac Blanc Matière : Mathématiques

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : .....................

$P(X=2) \simeq 0{,}268$

B) $P(X \geq 3) \simeq 0{,}524$

C) $E(X) = n.p$

$E(X) = 10 . \frac{4}{15}$

$E(X) = \frac{8}{3}$

$E(X) \simeq 2{,}7$

Le joueur en jouant 10 parties consécutifs peut espérer gagner 2,7 fois.

Page / nombre total de pages

Page / nombre total de pages

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) MARRAKCHI
PRENOM : (en majuscules) AHMED
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 03/06/2008
1.2

Concours / Examen : ........ Section / Spécialité / Série : ........
Epreuve : ........ Matière : ........

CONSIGNES
• Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
• En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
• Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
• Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
• Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ........

Suite Exercice 2

T est une tangeante de la courbe C qui représente la Fonction F ainsi:

T est la tange d'un point ou la Fonction est convexe ainsi T est en dessous de la courbe C

5c) Elle n'admet car F devenir croissante donc impossible qu'une tangeant passe par O car la tangeant est au dessous de la courbe

Page / nombre total de pages

Page / nombre total de pages

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) [redacted]
PRENOM : (en majuscules) [redacted]
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : [redacted]
1.2

Concours / Examen : ................ Section / Spécialité / Série : ................
Epreuve : ................ Matière : ................

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ................

Exercice 3

1) a loi de probabilité de X

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $P(X_i)$ | $\frac{2}{30}$ | $\frac{6}{30}$ | $\frac{8}{30}$ | $\frac{14}{30}$ |
| $X_i$ | 9 | 4 | 0 | a |

b) on doit trouver a pour que $E_{(x)} = 0$

$$E_{(x)} = \frac{9\times 2}{30} + \frac{4\times 6}{30} + \frac{0\times 8}{30} + \frac{14\times a}{30} = 0$$

donc $\frac{7}{5} + \frac{7a}{15} = 0$

$$\frac{7a}{15} = \frac{-7}{5}$$

$$7a = \frac{15\times -7}{5}$$

$$7a = -21$$

$$a = \frac{-21}{7}$$

$$a = -3$$

2) Pour que un joueur gagne une partie

il Faut que sont gain soit $> 0$ donc $X > 0$

donc Il Faut ~~qu'il obtien~~ que la Fléché

atterisse soit ~~sure~~ sur une case rouge ou verte

P(R) P.V

donc $P(p) = (P(R) \cup P(V))$

$= \frac{2}{30} + \frac{6}{30}$

$P(p) = \frac{4}{15}$

3) On répèté 10 Fois la même expériance

de manière indépendante à deux issue possible

gagner ou perdre Y est la variable aléatoire

qui compte le nombre de partie gagnante donc

Y suit une loie Binomial $B(10 ; \frac{4}{15})$

a) $P(Y=2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(\frac{11}{15}\right)^8$

$= 0{,}268$

b) $P(Y \geqslant 3) = 0{,}524$

c) Dans une loi binomial $E_Y = n \times p$

$= 10 \times \frac{4}{15}$

$\simeq 2{,}7$



Donc En moyenne Sur 10 partie

On espère gagner 2,67 parties

donc d'après le théorème du point fixe

la limite de $U_n$ ($n \to +\infty$) sera une solution de $g(x) = x$

d'après la question 3 partie A on sait que

$g(x) = x$ admet deux solutions

$x_1 = 0$ $\quad x_2 = 1$

Or on sait que $U_n$ est majoré par et qu'elle

croissante donc on écarte $x_1$

Ainsi $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 1$

## Partie C

1) On a $V_n = 1 - U_n$ $\quad V_n^2 = 1^2 - 2U_n + U_n^2$

$V_n^2 = 1 - 2U_n + U_n^2$

$V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

$= 1 - (2U_n - U_n^2)$

$= 1 - 2U_n + U_n^2$

$V_{n+1} = V_n^2$

2) $V_0 = 1 - 0,1 = 0,9$

$V_1 = 0,9^2 = 0,81$

$V_2 = (0,81)^2 = 0,656$



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) MARRAKCHI
PRENOM : (en majuscules) AHMED
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 03/06/2008
1.2

Concours / Examen : Section / Spécialité / Série :

Epreuve : Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

# Exercice 4 :

## Partie A :

1) On a $g(x) = 2x - x^2$ et la fonction $g$ définie sur $[0;1]$

$g'(x) = 2 - 2x$ $\qquad \lim\limits_{x \to 1} g(x) = 1$

Cherchons $2 - 2x > 0$ $\qquad \lim\limits_{x \to 0} g(x) = 0$

$-2x > -2$

$x < 1$

Or $g$ est défini sur $[0;1]$
donc $g'(x)$ sera positif sur $[0;1]$

| $x$ | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|
| Signe $g'(x)$ | | $+$ | |
| Variation $g$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ |

On sait que : ~~$\lim_{x \to 0} g(x) = 0$~~ $g(0) = 0$

et $g(1) = 1$

et on sait que $g$ est strictement croissant

sur $[0;1]$ donc pour tout $x \in$ ~~leur image~~ $[0;1]$

~~seront entre~~ $g(0) \leq g(x) \leq g(1)$

$0 \leq g(x) \leq 1$

Ainsi $g(x) \in [0;1]$

3) On résout $g(x) = x$

$2x - x^2 = x$

$-x^2 + x = 0$

$\Delta = 1$

$x_1 = 0$

$x_2 = 1$

Partie B

1) Initialisation : on a $U_0 = 0,1$ D'autre part $U_1 = 0,19$



Ainsi $U_1 > U_0$

donc la propriété a été initialisé au rang 0

Hérédité :

Supposons qu'il existe un entier n tel que

$0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

Nous montrerons qu'alors $0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

On remarque $U_{n+1} = g(U_n)$

et on sait que $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

$g(0) \leq g(U_n) \leq g(U_{n+1}) \leq g(1)$ on applique g strictement croissante sur $[0;1]$

$0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

Conclusions : La propriété est bel et bien héréditaire

On a donc pour tout entier n $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

2) On sait que d'après la question précédente

que $U_{n+1} \geq U_n$ donc $U_n$ est strictement croissant

On sait que $U_{n+1} \leq 1$ donc la suite est majorée par 1

On déduit ainsi que $U_n$ est convergente

3) On sait que la Fonction g est continue

et que $U_{n+1} = g(U_n)$

et on sait que $U_n$ converge

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) MARRAKCHI

PRENOM : (en majuscules) AHMED

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 03/06/2008

1.2

Concours / Examen : ........................ Section / Spécialité / Série : ........................

Epreuve : ........................ Matière : ........................

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ........................

Suite exercice 4

Initialisation : d'une part $V_0 = 0,9$ $V_1 = 0,81$

d'autre part $V_1 = 0,9^{2\times1} = 0,81$

Donc la propriété a été initialisé

Hérédité : supposons qu'il exisiste un entier n

tel que $V_n = 0,9^{(2n)}$

Nous montrons qu'alors $V_{n+1} = 0,9^{2n+2} = (0,9^{n})^2 \times 0,9^2$

On a $V_{n+1} = V_n^2$

donc $V_{n+1} = (0,9^{2n})^2 = (0,9^{n})^2 \times 0,9^2$

$V_{n+1} = 0,9^{2n+2}$

Conclusions

donc la propriété est héréditaire

et on a donc pour tout entier naturel n, $V_n = 0{,}9^{2n}$

3) On $V_n = 1 - U_n$

$U_n = 1 - V_n$

$U_n = 1 - 0{,}9^{2n}$

4) Comme $-1 < -0{,}9 < 1$

$\lim_{n \to +\infty} -0{,}9^n = 0$

ainsi $\lim_{n \to +\infty} (-0{,}9^n)^2 = 0$ par produit

ainsi $\lim_{n \to +\infty} U_n = 1$ par somme

Partie D

~~6) $U_n \geqslant 0{,}99$~~

~~$1 - 0{,}9^{2n} \geqslant 0{,}99$~~

~~$-0{,}9^{2n} \geqslant -0{,}01$~~ on applique ln ↗ sur $]0;+\infty[$

~~$2n \ln(0{,}9) \geqslant -0{,}01$~~ car ln est négative sur $]0;1 ... [$

~~$2n \leqslant \frac{-0{,}01}{\ln 0{,}9}$~~

~~$n \geqslant$~~



La valeur renvoyé par ce programe est 22

$U_n \geqslant 0{,}99$

$1 - ((0{,}9)^2)^n \geqslant 0{,}99$

$-(0{,}9^2)^n \geqslant -0{,}01$

$0{,}01 \leqslant (0{,}9^2)^n$

$\ln(0{,}01) \geqslant n \ln(0{,}9^2)$

$\frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}9^2)} \leqslant n$

on applique ln ↗ sur $]0;+\infty[$ mais ln entre 0 et 1 est négative donc changement de l'inéquation

$21{,}86 \leqslant n$

donc $n = 22$

2) La suite $U_n$ converge plus rapidement car ~~$U_n$ s'écrit sous la de puissance~~ $U_n = 1 - 0{,}9^{2n}$ et $U_{n+1} = 2U_n - U_n^2$

Or que $W_{n+1} = 0{,}5 W_n + 0{,}5$

les ~~Hons~~ deux suit ont pour $U_0 = 0{,}1$

$W_0 = 0{,}1$

étant donné que $U_n$ évolue avec des puissance de n contrairement à $W_n$, il est normal que $U_n$ converge plus rapidement

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) MARRAKCHI

PRENOM : (en majuscules) AHMED

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 03/06/2008

1.2

Concours / Examen : ..................... Section / Spécialité / Série : .....................

Epreuve : EDS Math Matière : Math

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : .....................

Exercice 1

1) réponse C

2) réponse C

3) réponse B

4) réponse C

5) réponse D

Page / nombre total de pages

4.a) par lecture graphique on conjecture que l'abscice du point d'inflexion est d'environ 0,2 car c'est la ou la tange traverse la courbe $\mathcal{C}$

5a) ~~$Y\, T\left(\frac{1}{e}\right) = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\, \frac{1}{e}$~~

~~$Y\, T\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{3}{e}x - \frac{4}{e^2}$~~

On sait que $y = f'(a)(x-a) + f\,a$

$T_{\frac{1}{e}}\; y = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$

$T_{\frac{1}{e}}\; y = -0{,}37 \cdot x + \frac{0{,}37}{e} - 0{,}14$

On sait que $\frac{0{,}37}{e} - 0{,}14 \simeq 0$

donc la tangeante T à C au point d'abscisse $\frac{1}{e}$ passe par l'origine O du repère

car $-0{,}37x = 0$ s'annule quand $x = 0$

5b) On sait que F est convexe sur $]e^{-1,5}\ +\infty[$ et on sait que $\frac{1}{e}$ est compris dans cette interval

On sait que quand une fonction est convexe alors ses tangeante sont en dessous de sa courbe





## Exercice 2

$F(x) = x^2 \cdot \ln x$

1) $F(ab) = (ab)^2 \times \ln(a \times b)$

$= (a^2 \times b^2) \times (\ln(a) + \ln(b))$

$= a^2b^2 \ln a + a^2b^2 (\ln b)$

d'autre part on a $b^2 \cdot f(a) + a^2\, F(b) = b^2(a^2 \ln a) + a^2(b^2 \ln b)$

$= b^2a^2 \ln(a) + a^2b^2 \ln b$

donc $F(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) Cherchons $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$

par produit $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = +\infty$

Cherchons $\lim\limits_{x \to 0^+} F(x)$

F(x) s'écrit sous la forme de $x^n \ln x$

donc par croissance comparé $\lim\limits_{x \to 0^+} F(x) = 0$

3)a) La Fonction F s'écrit sous la Forme de U.V

donc $F'(x) = 2x\ln x + \frac{x^2}{x}$

$= 2x\ln x + x$

$F'(x) = x(2\ln x + 1)$

3.b) on sait que $x > 0$ car F est définie sur $]0;+\infty[$

donc $F'(x)$ prend le signe de $2\ln x + 1$

Cherchons $2\ln x + 1 > 0$

$2\ln x > -1$

$\ln x > \frac{-1}{2}$ On applique exponentiel Fonction définie est croissant et $>0$ sur $\mathbb{R}$.

$x > e^{-0,5}$

| $x$ | $0$ | | $e^{-0,5}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Signe $F'x$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| Variation de f | ‖ $0$ | ↘ | | ↗ | $+\infty$ |



6) Etudions la convexité de F

On sait que $F'(x) = x(2\ln(x)+1)$

$F''(x) = 1 \times 2\ln x + 1 + \frac{2x}{x}$

$= 2\ln x + 1 + 2$

$F''(x) = 2\ln x + 3$

Cherchons $2\ln x + 3 > 0$

$2\ln x > -3$

$\ln x > \frac{-3}{2}$ On applique exponentielle croissante et définie sur $\mathbb{R}$

$x > e^{-1,5}$

| $x$ | $0$ | | $e^{-1,5}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Signe $F''(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |

donc F est concave sur $]0; e^{-1,5}]$

car sa dérivé seconde est négative sur cette intervalle

et F est convexe sur $]e^{-1,5}; +\infty[$

car sa dérivé seconde est positive sur cette interval

donc F admet un point d'inflexion de coordonnés $e^{-1,5}; -\frac{3}{2e^3}$

5) a) $y = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$

$f\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e^2}$ $\quad$ $f'\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}$

$\cancel{y = -\frac{1}{e^2}\left(x - \frac{1}{e}\right) + f}$

$y = -\frac{1}{e}x + \left(-\frac{1}{e}\right)^2 + \left(-\frac{1}{e^2}\right)$

$y = -\frac{1}{e}x$ elle passe bien par l'origine du repère.

b) La tangente t de coef directeur $-\frac{1}{e}$ passe en dessous de la courbe car elle ~~convexe~~ concave en $]0 ; e^{-\frac{3}{2}}]$

6) Voir annexe.





Exercice 1 :

question 1 : B
question 2 : C
question 3 : D
question 4 : C
question 5 : C

Exercice 2 :

1) $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$, $f(x) = x^2 \ln(x)$

$f(ab) = (ab)^2 \ln(ab)$

$f(ab) = (ab)^2 \ln a + \ln b$

$f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) $\forall x \in \mathbb{R}^{+*}$, $\lim\limits_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$

$\lim\limits_{x \to 0^+} x^2 \ln(x) = 0^-$ $\boxed{\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$

Par produit, $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$.

3)a) $\forall x \in \mathbb{R}^{+*}$, $f(x) = x^2 \ln x$

avec $u(x) = x^2$ $u'(x) = 2x$ et $v(x) = \ln x$
$v'(x) = \frac{1}{x}$

$f'(x) = 2x \ln x + x^2\left(\frac{1}{x}\right)$

$f'(x) = 2x \ln x + x$
$f'(x) = x(2\ln x + 1)$.

b)

| $x$ | $0$ | | $e^{-\frac{1}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | $\Vert$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| variation de $f(x)$ | $0$ | $\searrow$ | $f(e^{-\frac{1}{2}})$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

$f(e^{-\frac{1}{2}}) \approx -0{,}18$

on cherche $2\ln x + 1 > 0$
$\ln x > -1$



$\ln x > -\frac{1}{2}$ ) e croissante sur $\mathbb{R}$
$e^{\ln x} > e^{-\frac{1}{2}}$

$x > e^{-\frac{1}{2}}$ et on ajoute les limites de la qst 2.

4) a) Par lecture graphique,
$0{,}4 \geq x_I \geq 0{,}3$

b) On calcule $f''(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}^{+*}$,

$f''(x) = (2\ln x + 1) + x \times \frac{2}{x}$

$f''(x) = \frac{x(2\ln x + 1) + 2x}{x} = \frac{x(2\ln x + 3)}{x}$

On étudie le signe de $f''(x)$ pour trouver la convexité de $f$

$\forall x \in \mathbb{R}^{+*}$, $2\ln x + 3 = 0$
$2\ln x = -3$
$\ln x = -\frac{3}{2}$
$e^{\ln x} = e^{-\frac{3}{2}}$
$x = e^{-\frac{3}{2}}$

| $x$ | $0$ | | $e^{-\frac{3}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f''(x)$ | $\Vert$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| Convexité de $f$ | $\Vert$ | ~~concave~~ concave | $0$ | ~~convexe~~ convexe | |

Les coordonnés de sont point d'inflexion sont
$I\left(e^{-\frac{3}{2}} ; -\frac{3}{2e^3}\right)$

2) a) $v_0 = 0,9$

$v_1 = 0,9^2 = 0,81$ $\quad v_2 = 0,6561$

b) $\forall n \in \mathbb{N}, \quad v_n = 0,9^{(2^n)}$

~~Hér~~ Initialisation : Pour $n = 0$ on a $v_0 = 0,9^{2^0} = 0,9$, l'égalité est vérifié pour $n = 0$.

Hérédité : Supposons qu'il existe un entier $k$ tel que $v_k = 0,9^{(2^k)}$, montrons qu'alors $v_{k+1} = 0,9^{(2^{k+1})}$

$v_k = 0,9^{2^k}$ on élève au carré

~~$v_k^2 = 0,9^{2^k} \times 0,9^2$~~

$v_k \times v_k = 0,9^{2^k} \times 0,9^2$

$v_k^2 = 0,9^{2^{k+1}}$ or $v_{k+1} = v_k^2$

$v_{k+1} = 0,9^{2^{k+1}}$

On peut en conclure que $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 0,9^{2^n}$

4) $\forall n \in \mathbb{N}, \quad v_n = 1 - u_n$

$u_n = 1 - v_n$ or $v_n = 0,9^{2^n}$

$u_n = 1 - 0,9^{2^n}$

5) $\lim\limits_{n \to +\infty} 0,9^{2^n} = 0$ car $-1 < 0,9 < 1$

et $\lim\limits_{n \to +\infty} 1 - 0,9^{2^n} = 1$ Par soustraction,

$\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) GHORBAL
PRENOM : (en majuscules) SOPHIE
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 24/06/2008
1.2

Concours / Examen : ........ Section / Spécialité / Série : ........
Epreuve : ........ Matière : ........



Session : ........

Exercice 4 :

Partie A :

1) $\forall x \in [0; 1], \quad g(x) = 2x - x^2$

$g'(x) = 2 - 2x$ $\quad$ On cherche $2 - 2x = 0$

~~$2$~~$x = 1$

| $x$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|
| signe de $g'(x)$ | $+$ | $0$ |
| variations de $g(x)$ | $0 \nearrow$ | $1$ |

$g(0) = 0$
$g(1) = 1$

$g(x)$ est croissante sur $I = [0; 1]$

2) $\forall x \in [0, 1]$, on cherche $g(x) \in [0, 1]$

~~$0 \leq x \leq 1$~~
~~$0 \leq x^2 \leq 1$~~
~~$0 \geq -x^2 \geq -1$~~

$g(0) = 2\times 0 - 0^2 = 0$ et $g(1) = 2\times 1 - 1^2 = 1$
Sachant que $g$ est croissante sur $[0, 1]$ et continue, $\forall x \in [0, 1]$ $g(x) \in [0, 1]$

3) $\forall x \in [0, 1]$ $g(x) = x$

$2x - x^2 = x$
$x - x^2 = 0$
~~$x^2 = x$~~ $x^2 = x$ $S = \{0, 1\}$

$g(0) = 0$ et $g(1) = 1$

Partie B:

1) $\forall n \in \mathbb{N}$, $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

Initialisation: Pour $n = 0$ on a $U_0 = 0,1$
et $U_1 = 2\times 0,1 - (0,1)^2 = 0,19$
$0 \leq U_0 \leq U_1 \leq 1$, l'inégalité est vérifié pour $n = 0$.

Hérédité: Supposons qu'il existe un entier $k$ tel que $0 \leq U_k \leq U_{k+1} \leq 1$, montrons qu'alors $0 \leq U_{k+1} \leq U_{k+2} \leq 1$.



$0 \leq U_k \leq U_{k+1} \leq 1$ or on sait $U_{n+1} = g(U_n)$
$g$ croissante sur $[0, 1]$
$g(0) \leq g(U_k) \leq g(U_{k+1}) \leq g(1)$
d'après la qst 3 (partie A), $g(0) = 0$ $g(1) = 1$

$0 \leq U_{k+1} \leq U_{k+2} \leq 1$

On peut en conclure que $\forall n \in \mathbb{N}$, $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$.

2) $(U_n)$ est une suite croissante car $U_n \leq U_{n+1}$, et bornée par 0 et 1, elle converge.

3) Soit $U_{n+1} = g(U_n)$ et $g$ une fonction continue et strictement croissante sur $[0; 1]$, D'après le théorème du point fixe, la limite $l$ de $U_n$ est solution de l'équation $g(x) = x$.

D'après la question 3 (partie A), $S = \{0, 1\}$
or la suite est croissante
donc $\lim_{n\to+\infty} U_n = 1$

ce qui signifie que théoriquement au bout d'un grand nombre de semaines, 100% de la population aura l'application.

Partie C:

1) $\forall n \in \mathbb{N}$, $V_n = 1 - U_n$

$V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$
$V_{n+1} = 1 - (2U_n - U_n^2)$
$V_{n+1} = 1 - 2U_n + U_n^2$
On retrouve une identité remarquable
$V_{n+1} = (1 - U_n)^2 = V_n^2$

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) GHORBAL

PRENOM : (en majuscules) SOPHIE

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 24/08/2008

1.2

Concours / Examen : ........................ Section / Spécialité / Série : ........................

Epreuve : ........................ Matière : ........................

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ........................

Partie D : | l'exercice 4)

1) a) Voir annexe

b) À la calculatrice $n = 6$ $\forall n \in \mathbb{N}$, le plus petit $n$ tel que $U_n \geq 0,99$ est 6.

2) Les 2 suites ont comme point de départ $U_0 = 0,1$ $W_0 = 0,1$, or $U_1 = 0,19$ et $W_1 = 0,55$ et donc avec la récurrence $U_{n+1} \leq W_{n+1}$, pourtant les 2 converges vers 1 mais la suite $(U_n)$ doit "~~et~~ rattraper son retard" sur $(W_n)$, elle converge beaucoup plus vite vers 1.

Exercice 3 :

1) a) X suit une loi quelconque :

| probabilités couleur de la case | N = $\frac{14}{30}$ | V = $\frac{6}{30}$ | R = $\frac{2}{30}$ | B = $\frac{8}{30}$ |
|---|---|---|---|---|
| euros gagné ou perdu | − a | +4€ | +9€ | 0€ |

b) $E(X) = \frac{8}{30} \times 0 + \frac{2}{30} \times 9 + \frac{6}{30} \times 4 + \frac{14}{30} \times (-a) = 0$

$E(X) = -a\frac{14}{30} + \frac{7}{5} = 0$

$\cancel{3}\, a \frac{14}{30} = \cancel{a}\, \frac{1}{5}$

$a = \frac{\cancel{7}\, 5}{\frac{14}{30}}$

$a = 3$

Pour que le jeu soit équitable $a = 3$, soit on perd 3 euros si on touche une case noir.

2) Pour un gain strictement positif, le joueur doit ~~soit~~ toucher la cible rouge ou verte.

$P(R) = \frac{2}{30}$ $P(V) = \frac{6}{30}$

$P(\text{gagner}) = P(R) + P(V)$
$= \frac{2}{30} + \frac{6}{30}$

$P(\text{gagner}) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$ $\cancel{\approx 0{,}2}$

La probabilités qu'un joueur gagne est de $\frac{4}{15}$.



3) On répète 10 parties consécutives, du même jeu, de manière indépendante, avec 2 issues (gagner la partie ou perdre). Soit $Y$ la variable ~~a~~ représentant la victoire d'une partie, qui suit une loi binomiale $B(10; \frac{4}{15})$

a) $P(Y=2) = \binom{2}{10} \left(\frac{4}{15}\right)^2 \left(1 - \frac{4}{15}\right)^8$

À la calculatrice ~~$P(Y$~~ $P(Y=2) \approx 0{,}268$

b) $P(Y \geq 3) = \binom{3}{10} \left(\frac{4}{15}\right)^3 \left(1 - \frac{4}{15}\right)^7$

$P(Y \geq 3) \approx 0{,}524$

c) $E(Y) = n \times p$
$E(Y) = 10 \times \frac{4}{15}$ $\cancel{\approx 2{,}733}$ $= \frac{8}{3}$

En moyenne, on peut espérer ~~de~~ gagner environ 2,7 parties pour 10 parties consécutives jouer.

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) TRABELSI

PRENOM : (en majuscules) ABDERRAHMANE

N° candidat : 

N° d'inscription : 

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 21/09/2008

1.2

Concours / Examen : ……………… Section / Spécialité / Série : ………………

Epreuve : ……………… Matière : ………………

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ………………

Exercice 4.C.1

1 On sait que $v_n = 1 - u_n$ et que $v_{n+1} = v_n^2$ et que $u_{n+1} = 2u_n - u_n^2$

$v_n = 1 - u_n$

$v_{n+1} = 1 - u_{n+1}$

$v_{n+1} = 1 - (2u_n - u_n^2)$

$v_{n+1} = 1 - 2u_n + u_n^2$

$v_{n+1} = (1 - u_n)^2$

$v_{n+1} = v_n^2$

4.C.2.a.

Pour calculer $v_0$, $v_1$ et $v_2$ Il nous faut $u_0$, $u_1$ et $u_2$ :

$v_0 = 1 - u_0 = 0,9$

$v_1 = 1 - u_1$

$v_1 = 1 - 0,19$

$v_1 = 0,81$

$v_2 = 1 - u_2$

$= 1 - 0,3439$

$v_2 = 0,6561$

$u_0 = 0,1$

$u_1 = 2u_0 - u_0^2$

$u_1 = 2 \times 0,1 - (0,1^2)$

$u_1 = 0,19$

$u_2 = 2u_1 - (u_1^2)$

$u_2 = 0,3439$

4.C.3

Page / nombre total de pages 05/05

Page / nombre total de pages

Page / nombre total de pages

Page / nombre total de pages

Exercice 4.A.1 $g(x) = 2x - x^2$

$g'(x) = x(2-x)$


soit $x = 0$ ou $2 - x = 0$

$\cancel{2 - x}$

$-x = -2$

$x = 2 \in [0;1]$

$g(0) = 0$

$g(1) = 1$

4.A.2

Grace à l'exercice precedent nous pouvons voir les variations de g, pour l'intervalle $[0;1]$ g est croissante de $g(0)$ a $g(1)$. Nous pouvons voir que $x \in [0;1]$ et que $g(x) \in [0;1]$ car elle est croissante de 0 a 1.

4.A.3. On a $g(x) = x$, On resoud:

$g(x) = x$

$2x - x^2 = x$

$x - x^2 = 0$

$x(1-x) = 0$

soit $x = 0$ ou $1 - x = 0$

$-x = -1$

$x = 1$

$S \{0;1\}$

4.B.1 Tout d'abord grace aux exercices precedents ont sait que la ~~suite~~ fonction g est croissante donc on sait deja que $u_n \leq u_{n+1}$.
De plus on sait aussi que l'intervalle de la fonction g est $[0;1]$ donc $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$.

Page / nombre total de pages 04/05

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) TRABELSI
PRENOM : (en majuscules) ABDERRAHMANE
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 21/05/2008
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série : Maths
Epreuve : Mathématiques
Matière : Maths

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ..................

Exercice 1.

1. B  2. C  3. B  4. C  5. C

Exercice 2 . 1

$f(x) = x^2 \ln(x)$ On doit démontrer que $f(ab) = b^2 \times f(a) + a^2 \times f(b)$

$f(ab) = (ab)^2 \times \ln(ab)$

$= a^2 \times b^2 \times (\ln(a) + \ln(b))$ $\qquad f(a) = a^2 \times \ln(a)$

$= a^2 \times b^2 \times (b^2 \times \ln(a)) + a^2 \times b^2 \times (a^2 \times \ln(b))$ $\qquad f(b) = b^2 \times \ln(b)$

$= b^2(\ln(a) + a^2) + a^2(\ln(b) + b^2)$

$= b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2.2.a. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln(x) = +\infty$

car $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} x^2 \ln(x) = 0$

car $\lim\limits_{x \to 0} x^2 = 0$ et $\lim\limits_{x \to 0} \ln(x) = 1$

2.3.a On doit verifier que $f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$

$f'(x) = 2x \ln(x) + x$

$f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$

Page / nombre total de pages 01/05

2.3.B

| $x$ | $0$ | | $e^{-\frac{1}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | $0$ | $\searrow$ | $\frac{-1}{2e}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

$f'(x) = 0$
$x(2\ln(x)+1) = 0$
soit $x = 0$ ou $2\ln(x)+1 = 0$
$2\ln(x) = -1$
$\ln(x) = -\frac{1}{2}$
$x = e^{-\frac{1}{2}}$

$f(e^{-\frac{1}{2}}) = \frac{-1}{2e}$

2.4.A $x_I \simeq 0{,}606$
$0{,}6 < x_I < 0{,}7$

2.4.B $f$ est convexe pour $x = 1$ quand $f(x) = 0$

2.5.A Non la Tangente T à C ne passe pas par l'origine O du repère

2.5.B T est presque toujours en dessous de la courbe C sauf au point I où il est confondu avec la tangente.



Exercice 3 1.A
Le jeu consiste à lancer une flèche aléatoirement
Les cases ont toutes la même probabilité d'être atteinte.
X suit la binomiale car le jeu de flèche est aléatoire et il ne dépend pas d'un autre lancé.

3.2 Si la flèche atteint sur la case noire : le joueur perd de l'argent (14 cases noires)
Si la flèche atteint sur une case bleu : le joueur ne perd rien et ne gagne rien (8 cases bleu)
Si la flèche atteint sur une case verte : le joueur gagne 4 euros (6 cases vertes)
Si la flèche atteint sur une case rouge : le joueur ~~ag~~ gagne 9 euros ; 2 cases rouges.

$\frac{2+6}{2+6+8+14} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$ la probabilité que un joueur gagne est de $p = \frac{8}{30}$ ou $\frac{4}{15}$

3.3.a $p = \frac{4}{15}$ On va calculer la probabilité qu'il gagne exactement 2 fois :

$P(X=2) = \binom{n}{k} p^k + (1-p)^{n-k}$

$= \binom{10}{2} \times \frac{4}{15}^2 + \left(1-\frac{4}{15}\right)^{10-2}$

$P(X=2) \simeq$ ~~0,005~~ ~~0,045~~ $0{,}268$

3.3.b On va calculer la probabilité qu'il gagne au moins 3 fois :

$P(X \geq 3) \simeq 0{,}524$

3.3.c
$E(x) = n \times p$ ~~car~~ L'espérance de cette loi de probabilité
$= 10 \times \frac{4}{15}$ est de $\frac{8}{3}$
$= \frac{40}{15}$
$E(x) = \frac{8}{3}$

$v_2 = (v_1)^2$

$= (0,81)^2$

$\boxed{v_2 = 0,6561}$

b) Initialisation :

pour $n = 0$ on a $v_0 = 0,9$

or : $0,9^{(2^0)} = (0,9)^1 = 0,9$

Ainsi $v_0 = 0,9^{2^0} = 0,9$.

P(0) est vraie

Hérédité :

pour $n \in \mathbb{N}$, supposons que $v_n = 0,9^{(2^n)}$

montrons alors que $v_{n+1} = v_n^2$

En effet, $v_n = 0,9^{2^n}$

Donc $v_{n+1} = 0,9^{2^{n+1}}$

$= 0,9^{2^n \times 2}$

$= (0,9^{2^n})^2$

Ainsi

$v_{n+1} = (v_n)^2$

la Proposition est Héréditaire.

De ce fait, d'après le principe de raisonnement par récurrence, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$v_n = 0,9^{(2^n)}$

3) on a $v_n = 1 - u_n$

et $v_n = 0,9^{2^n}$

$(\Rightarrow)$ $1 - u_n = 0,9^{2^n}$

$-u_n = 0,9^{2^n} - 1$

Ainsi $\boxed{u_n = -0,9^{2^n} + 1}$

4) on a $-1 < 0,9 < 1$

Ainsi $\lim_{n \to +\infty} (0,9)^{2^n} = 0$

par produit, $\lim_{n \to +\infty} -(0,9)^{2^n} = 0$

Par somme, $\lim_{n \to +\infty} -(0,9)^{2^n} + 1 = 1$



Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) ALLANI

PRENOM : (en majuscules) MERIEM

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 20/02/2008

1.2

Concours / Examen : Bac Blanc

Section / Spécialité / Série : 2026

Epreuve : Mathématiques

Matière : X

CONSIGNES
• Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
• En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
• Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
• Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
• Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : 2026

## Exercice 4 :

### Partie A

$D_g = [0 ; 1]$ ; $g(x) = 2x - x^2$

1) $g'(x) = 2 - 2x$

$g'(x) = 2(1 - x)$

$1 - x > 0$

$(\Rightarrow)$ $-x > -1$

$x < 1$

Ainsi :

| $x$ | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ |

Ainsi $g'(x) > 0$ pour tout $x \in [0 ; 1]$

Donc $g$ est strictement croissante sur $[0 ; 1]$

2) $g(0) = 2 \times 0 - 0^2$

$g(0) = 0$ et $g(1) = 2 \times 1 - (1)^2$

$g(1) = 1$

or $g$ est strictement croissante sur $[0 ; 1]$

Ainsi pour tout $x \in [0 ; 1]$ ; $g(x) \in [0 ; 1]$

3) $g(x) = x$

$\Leftrightarrow 2x - x^2 = x$

$\Leftrightarrow x - x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x(1-x) = 0$

Donc $x = 0$ ou $x = 1$

$S = \{0 ; 1\}$

Partie B :

1) Initialisation

pour $n = 0$ on a :

$u_0 = 0,1$

et $u_1 = 2 \times u_0 - (u_0)^2$

$= 2 \times 0,1 - (0,1)^2$

$u_1 = 0,19 > u_0$

Ainsi : $0 \leq 0,1 \leq 0,19 \leq 1$

Donc $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$

$P(0)$ est vraie.

Hérédité : pour $n \in \mathbb{N}$, supposons que :

$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

Montrons que cela est vrai au rang $n+1$.

En effet on a : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

D'une part,

$\Rightarrow 2 \times 0 \leq 2u_n \leq 2u_{n+1} \leq 2$

$\Rightarrow 0 \leq 2u_n \leq 2u_{n+1} \leq 2$

D'autre part

$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

$\Rightarrow 0^2 \leq u_n^2 \leq u_{n+1}^2 \leq 1$



Donc $0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$ pour $n \in \mathbb{N}$.

D'après le principe de raisonnement par récurrence, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

on a : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$.

2) on a : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

$(u_n)$ est croissante et est majorée.

Ainsi d'après le Théorème de la convergence monotone, $(u_n)$ converge.

3) La suite $(u_n)$ converge vers un réel $x$.

$g$ est une fonction continue sur $[0 ; 1]$

tel que $g(u_n) = u_{n+1}$

ainsi $g(x) = x$ on a trouvé précédemment que $x = 0$ ou $x = 1$

$(u_n)$ est croissante donc $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n = 1$

d'après le Théorème du point fixe.

Ainsi puisque $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n = 1$,

la population fermée ayant installé l'application ne dépassera pas 10 000 habitants.

Partie C : $v_n = 1 - u_n$

1) $v_{n+1} = 1 - u_{n+1}$

$= 1 - (2u_n - u_n^2)$

$= 1 - 2u_n + u_n^2$

$= (1 - u_n)^2$

$v_{n+1} = v_n^2$

2) a) $v_0 = 1 - u_0$

$v_0 = 1 - 0,1$

$\boxed{v_0 = 0,9}$

$v_1 = 1 - u_1$

$= 1 - (2 \times 0,1 - (0,1)^2)$

$\boxed{v_1 = 0,81}$

# Exercice 1

1) B

2) C

3) D

4) C

5) C



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) ALCANI
PRENOM : (en majuscules) NERIEN
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 20/02/2008
1.2

Concours / Examen : Mathématiques
Section / Spécialité / Série : X
Epreuve : Bac Blanc
Matière : Mathématiques



Session : 2026

## Suite de l'Exercice 4

Ainsi, $\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$.

## Partie D :

1) a) (voir annexe)

1) b) La valeur renvoyée est : $n = 6$.

2) $\begin{cases} w_0 = 0,1 \\ w_{n+1} = 0,5 w_n + 0,5 \end{cases}$

$(w_n)$ converge vers 1.

Dans cet exercice, la suite $(u_n)$ converge plus vite que la suite $(w_n)$ vers 1 car
C[illegible] $u_n = -0,9^{2^n} + 1$ ; $(u_n)$ est donc la somme d'une fonction puissance avec 1.
tandis que $w_{n+1} = 0,5 w_n + 0,5$ est la somme d'une multiplication et de 0,5. C'est ce qui explique la convergence rapide $(u_n)$ par rapport à $(w_n)$.

Exercice 3

(a)

Soit X la variable aléatoire qui représente le gain algébrique du joueur en euro.

On a : a 30 cases parmis elles, 2 Rouges, 6 vertes, 8 bleues, et 14 noires.

La loi de probabilité de X est :

| $x_i$ | (9€) | (4€) | (0€) | a € | somme |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(x_i)$ | $\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ | $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ | $\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$ | $\frac{14}{30} = \frac{7}{15}$ | 1 |

(b) Afin que le jeu soit équitable il faut que :

$E(X) = 0$

$\iff \sum_{x_i} x_i p_i = 0$

Donc :

$9 \times \frac{1}{15} + 4 \times \frac{1}{5} + 0 \times \frac{4}{15} + a \times \frac{7}{15} = 0$

$\Rightarrow \frac{9}{15} + \frac{4}{5} + \frac{7a}{15} = 0$

$\frac{7a}{15} = -\frac{7}{5}$

$\Rightarrow 5(7a) = (15 \times 7) \times -1$

$35a = -105$

$\boxed{a = -3}$

Ainsi a doit être égale à -3 euros pour que le jeu soit équitable.

2) Un joueur est considéré gagnant si il obtient un gain strictement positif.

il doit avoir alors soit la case rouge soit la case verte.

Ainsi $p = P(V) + P(R)$

$= \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$

$= \frac{1 \times 3 + 1}{15}$

$\boxed{P = \frac{4}{15}}$ Ainsi la probabilité de gagner une partie est de $\frac{4}{15}$

3) Soit Y la variable aléatoire tel que :

$Y \hookrightarrow (10 ; \frac{4}{15})$

(a) $P(Y=2) = \binom{10}{2} \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(1 - \frac{4}{15}\right)^{10-2}$

$P(Y=2) = \binom{10}{2} \left(\frac{16}{225}\right) \times \left(\frac{11}{15}\right)^8$

$P(Y=2) = 0,267$ (arrondi au millième)

La probabilité qu'il gagne exactement 2 fois est d'environ 0,267

(b) $P(Y \geq 3) = 1 - P(Y \leq 2)$

$= 1 - 0,4761$

$= 0,524$ (arrondi au millième)

La probabilité qu'il gagne au moins 3 fois est de 0,524.

(c) $E(Y) = n \times p$ avec $\begin{cases} n = 10 \\ p = \frac{4}{15} \end{cases}$

$\Rightarrow E(Y) = 10 \times \frac{4}{15}$

$E(Y) = \frac{8}{3}$ soit environ 3. (arrondi à l'unité)

En moyenne, un joueur peut espérer gagner 3 parties sur 10.

Ainsi, sur l'intervalle $[0 ; e^{-3/2}]$ f est concave.

sur $[e^{-3/2} ; +\infty[$ f est convexe.

La fonction f admet un point d'inflexion I lorsque $x = e^{-3/2}$.

$$f(e^{-3/2}) = (e^{-3/2})^2 \times \ln(e^{-3/2})$$
$$= e^{-3} \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$
$$f(e^{-3/2}) = -\frac{3}{2} e^{-3}$$

Ainsi :
$$I\left(e^{-3/2} ; -\frac{3}{2} e^{-3}\right)$$

5a) $T : y = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$

$T : y = \frac{1}{e}\left(2\ln\left(\frac{1}{e}\right) + 1\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + \left(\left(\frac{1}{e}\right)^2 \ln\left(\frac{1}{e}\right)\right)$

$T : y = \frac{1}{e}\left(2 \times (-1) + 1\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + \left(\frac{1}{e^2} \times (-1)\right)$

$T : y = \frac{1}{e} \times (-1)\left(x - \frac{1}{e}\right) + \frac{-1}{e^2}$

$T : y = -\frac{1}{e}x + \cancel{\frac{1}{e^2}} - \cancel{\frac{1}{e^2}}$

Donc $T : y = -\frac{1}{e}x$ ; ainsi la tangente en $e^{-1}$ est une fonction linéaire. Elle passe donc par l'origine O du repère.

b) ~~$f(x) - y = x^2\ln(x) - e^{-1}x$~~

~~Soit $g(x) = f(x) - y$ ; $D_g = ]0 ; +\infty[$~~

~~$g(x) = x^2\ln(x) - e^{-1}x$ | g est dérivable sur $]0 ; +\infty[$~~

sur $[0 ; e^{-3/2}]$ C est en dessous de T car elle est concave.

Sur $[e^{-3/2} ; +\infty[$ C est au dessus



Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) ALLANJ

PRENOM : (en majuscules) MÉRIEM

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 20/02/2008 1.2

Concours / Examen : Bac Blanc Section / Spécialité / Série : X

Epreuve : Mathématiques Matière : Mathématiques

CONSIGNES
- *Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.*
- *En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.*
- *Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.*
- *Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.*
- *Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.*

Session : 2026

## Exercice 2

$D_f = ]0 ; +\infty[$ ; $f(x) = x^2 \ln(x)$

1) Soit a et b deux réels strictement positifs.

D'une part, $f(ab) = (ab)^2 \times \ln(ab)$
$$= a^2b^2 \times (\ln(a) + \ln(b))$$
$$= a^2b^2 \ln(a) + a^2b^2 \ln(b)$$

D'autre part :
$$b^2 f(a) + a^2 f(b) = b^2(a^2 \times \ln(a)) + a^2 \times (b^2 \times \ln(b))$$
$$= a^2b^2 \ln(a) + a^2b^2 \ln(b)$$
$$= f(ab)$$

Ainsi $f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) $\lim_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$

$\lim_{x \to 0^+} x^2 = 0$

Ainsi $\lim_{x \to 0^+} x^2 \ln(x) = 0$ par croissance comparée

Donc $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$

par Produit, $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln(x) = +\infty$

Donc, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

3.a) pour tout $x > 0$ on a :

$f(x) = x^2 \ln(x)$, Donc $f$ est sous la forme

$f(x) = u(x) \times v(x)$

avec $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v(x) = \ln(x) \end{cases}$ et

$\begin{cases} u'(x) = 2x \\ v'(x) = \dfrac{1}{x} \end{cases}$

Ainsi $f'(x) = u'(x)v(x) + v'(x)u(x)$

$f'(x) = 2x \times \ln(x) + x^2 \times \dfrac{1}{x}$

$f'(x) = 2x\ln(x) + x$

$f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$

b) $f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$

$2\ln(x) + 1 > 0$

$\iff 2\ln(x) > -1$

$\ln(x) > -\dfrac{1}{2}$

la fonction exponentielle est strictement croissante :

$\iff e^{\ln(x)} > e^{-1/2}$

$\iff x > e^{-1/2}$

Ainsi

| $x$ | $0$ | | $e^{-1/2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | | $+$ | | |
| $2\ln(x)+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| variation de $f$ | $0$ | $\searrow$ | $-\dfrac{1}{2e^4}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |



$f(e^{-\frac{1}{2}}) = (e^{-\frac{1}{2}})^2 \times \ln(e^{-\frac{1}{2}})$

$= \dfrac{1}{e^4} \times \left(-\dfrac{1}{2}\right)$

$f(e^{-\frac{1}{2}}) = -\dfrac{1}{2e^4}$

4) (a) Par lecture graphique ~~graphique~~ on peut conjecturer que le point d'inflexion $I$ est compris entre $0,1 < I < 0,3$ (au dixième).

(b) on a $f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$

$f'$ est sous la forme $v(x) \times u(x)$ avec

$\begin{cases} u(x) = x \\ u'(x) = 1 \\ v(x) = 2\ln(x) + 1 \\ v'(x) = \dfrac{2}{x} \end{cases}$

Ainsi $f''(x) = 1(2\ln(x)+1) + x\left(\dfrac{2}{x}\right)$

$\Rightarrow f''(x) = 2\ln(x) + 1 + 2$

$= 2\ln(x) + 3$

$2\ln(x) + 3 > 0$

$\Rightarrow 2\ln(x) > -3$

$\ln(x) > -\dfrac{3}{2}$

On applique la fonction exponentielle qui est strictement croissante.

$\Rightarrow e^{\ln(x)} > e^{-3/2}$

$\Rightarrow \boxed{x > e^{-3/2}}$

| $x$ | $0$ | | $e^{-3/2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) ALLANI

PRENOM : (en majuscules) NERIEN

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 20/02/2008

1.2

Concours / Examen : Bac Blanc

Section / Spécialité / Série : X

Epreuve : Mathématiques

Matière : X

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : 2026

(Suite de l'exercice 2)

~~Ainsi,~~

$\cancel{= x(2\ln(x)+1) - \frac{1}{e}}$

~~graphiquement sur $]0 ; \frac{1}{e}[$~~

~~dessus de T.~~

~~sur $]\frac{1}{e} ; +\infty[$ C est~~

• de T (sa tangente) car elle est convexe.

• sur $e^{3/2}$ C et T se croisent.

c) →

↳ C n'a pas d'autres tangentes qui passent par l'origine O

b) (voir l'annexe)

*Page / nombre total de pages*

*Page / nombre total de pages*

C) 1) $v_n = 1 - u_n$

$u_n = -v_n + 1$

$v_{n+1} = 1 - u_{n+1}$

$= 1 - (2u_n - u_n^2)$

$= 1 - 2u_n + u_n^2$

$= 1 - 2(-v_n + 1) + (-v_n + 1)^2$

$= 1 + 2v_n - 2 - 2v_n + v_n^2 + 1$

$= v_n^2$

2) a) $v_0 = 1 - u_0$

$= 1 - 0,1$

$= 0,9$

$v_1 = v_0^2$

$= 0,9^2$

$= 0,81$

$v_2 = v_1^2$

$v_2 = 0,81^2$

$= 0,6561$

2) b) $P_n$ : « $v_n = 0,9^{2n}$ »

Initialisation : pour $n = 1$

$v_1 = 0,81$ et $0,9^{2\times1} = 0,81$

Donc $v_n = 0,9^{2\times1}$

Donc $P_1$ est vraie

Hérédité :

On suppose pour un entier $n$ que $P_n$ est vraie soit $v_n = 0,9^{2n}$.

On veut démontrer qu'alors $P_{n+1}$ est vraie soit $v_{n+1} = 0,9^{2n+2}$



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) MEDFAI
PRENOM : (en majuscules) IYED AHMED
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 14/02/2008
1.2
Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve :
Matière : Mathématiques



Exercice 1

1) C
2) D
3) B
4) C
5) D

Exercice 4

A) 1) $g(x) = 2x - x^2$

$g'(x) = 2 - 2x$

$g'(x) = 0$ ; $2 - 2x = 0$ ; $x = 1$

$g'(x) > 0$ ; $2 - 2x > 0$ ; $x < 1$

$g'(x) < 0$ ; $2 - 2x < 0$ ; $x > 1$

| $x$ | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | |
| $g$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ |

$g(0) = 2\times0 - 0^2$
$= 0$

$g(1) = 2\times1 - 1^2$
$= 1$

2) D'après la question A). 1), $g$ est strictement croissante sur $[0;1]$. De plus, $g(0)=0$ et $g(1)=1$ donc puisque $g(0) \in [0;1]$ et $g(1) \in [0;1]$, $g(x) \in [0;1]$ pour tout $x \in [0;1]$

3) $g(x) = x$
$2x - x^2 = 0$
$-x^2 + x = 0$ $\quad S = \{0;1\}$

L'équation possède deux solutions évidentes qui sont $x = 0$ et $x = 1$

B). 1) $P_n$ : « $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ »

Initialisation : pour $n = 0$

$u_0 = 0,1$ et $u_1 = 2u_0 - u_0^2$
$= 2 \times 0,1 - 0,1^2$
$= 0,19$

Donc $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$
Donc $P_0$ est vraie

Hérédité :

On suppose pour un entier $n$ que $P_n$ est vraie soit $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

On veut démontrer qu'alors $P_{n+1}$ est vraie soit $0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$



$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ (Hypothèse de récurrence)

$g(0) \leq g(u_n) \leq g(u_{n+1}) \leq g(1)$ car $x \mapsto g(x)$ est strictement croissante sur $[0;1]$

$0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$

Donc $P_{n+1}$ est vraie

Conclusion

$P_n$ est initialisée pour $n = 0$ et héréditaire. Donc $P_n$ est vraie $\forall n \in \mathbb{N}$, soit $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$

2) D'après la question B). 1), $(u_n)$ est croissante et majorée par 1, donc d'après le théorème des convergences monotone, $(u_n)$ converge vers une limite $l \leq 1$

3) $(u_n)$ converge et $u_{n+1} = g(u_n)$

Donc d'après le théorème du point fixe, $(u_n)$ admet une limite $l$ tel que :
$g(l) = l$
avec $l_1 = 0$ et $l_2 = 1$ d'après la question A) 3)

Or $0 < u_0$ et la suite est croissante. Puisque $l_2 \leq 1$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$

Donc dans le contexte de l'exercice, la part de la population qui possède l'application tendra vers 100%

$f'(x) < 0$

$\Rightarrow x(2\ln(x)+1) < 0$

Or $x > 0$ donc $f'(x)$ et du signe de $2\ln(x)+1$

$\Rightarrow 2\ln(x)+1 < 0$

$\ln(x) < -\frac{1}{2}$ car $2 > 0$

$x < e^{-\frac{1}{2}}$ car $x \mapsto e^x$ et strictement croissante

| $x$ | $0$ | | $\sqrt{e^{-1}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | ‖ $0$ | $\searrow$ | $e^{-1}\ln(\sqrt{e^{-1}})$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

$f(\sqrt{e^{-1}}) = \sqrt{e^{-1}}^2 \ln(\sqrt{e^{-1}})$

$= e^{-1}\ln(\sqrt{e^{-1}})$

4) a) Par lecture graphique : $0,2 \leq x_I \leq 0,3$

b) $f''(x) = 1 \times (2\ln(x)+1) + x \times \frac{2}{x}$

$= 2\ln(x) + 1 + 2$

$= 2(\ln(x) + \frac{1}{2} + 1)$

$= 2(\ln(x) + \frac{3}{2})$

$f''(x) \geq 0$

$\Rightarrow 2(\ln(x) + \frac{3}{2}) \geq 0$

Or $2 > 0$ donc $f''(x)$ et du signe de $\ln(x) + \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \ln(x) + \frac{3}{2} \geq 0$

$\ln(x) \geq -\frac{3}{2}$

$x \geq e^{-\frac{3}{2}}$ car $x \mapsto e^x$ est strictement croissante





Exercice 4 (suite)

2) b) $v_n = 0,9^{2n}$ (Hypothèse de récurrence)

$(v_n)^2 = (0,9^{2n})^2$

$v_{n+1} = 0,9^{2n+2}$

Donc $P_{n+1}$ est vraie

Conclusion :

$P_n$ est initialisée pour $n=1$ et héréditaire.
Donc $P_n$ est vraie $\forall n \in \mathbb{N}$ soit $v_n = 0,9^{2n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

3) $u_n = 1 - v_n$

$= 1 - 0,9^{2n}$

4) $\lim\limits_{n \to +\infty} 2n = +\infty$ par produit

$\lim\limits_{X \to +\infty} 0,9^X = 0$ car $0 < 0,9 < 1$ et $X > 0$

Donc $\lim\limits_{n \to +\infty} 0,9^{2n} = 0$ par composée de fonctions

Donc $\lim\limits_{n \to +\infty} 1 - 0,9^{2n} = 1$ par somme

Donc $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$

D).1).b) La valeur renvoyée par l'appel de cette fonction est : 6

2) La suite $(u_n)$ converge beaucoup plus vite vers 1 que la suite $(w_n)$ puisque dans "$u_n = 1 - 0{,}9^{2^n}$", $0{,}9^{2^n}$ va se rapprocher beaucoup plus vite de 0 en raison de la puissance que de "$w_{n+1} = 0{,}5 w_n + 0{,}5$" que l'on peut assimiler à une fonction affine qui croît de manière proportionnelle vers 1.

Exercice 2

1) $f(x) = x^2 \ln(x)$

$f(ab) = (ab)^2 \ln(ab)$

$= (a^2 \times b^2)(\ln(a) + \ln(b))$

$= b^2 a^2 \ln(a) + a^2 b^2 \ln(b)$

$= b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) En $+\infty$ :

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ car $x > 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$

Donc $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln(x) = +\infty$ par produit

Donc $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$



En 0 :

$\lim\limits_{x \to 0^+} x^2 = 0$ car $0 < x < 1$

$\lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$

Donc $\lim\limits_{x \to 0^+} x^2 \ln(x) = 0$ par croissance comparé

Donc $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$

3).a) $f(x) = x^2 \ln(x)$

$f'(x) = 2x \ln(x) + x^2 \times \frac{1}{x}$

$= 2x \ln(x) + x$

$= x(2\ln(x) + 1)$ $\forall x > 0$

b) $f'(x) = 0$

$\Leftrightarrow x(2\ln(x) + 1) = 0$

$x = 0$ ou $2\ln(x) + 1 = 0$

$0 \notin ]0;+\infty[$ $\quad \ln(x) = -\frac{1}{2}$

$x = e^{-\frac{1}{2}}$

$x = \sqrt{e^{-1}} \in ]0;+\infty[$

$f'(x) > 0$

$\Leftrightarrow x(2\ln(x) + 1) > 0$

$x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $2\ln(x) + 1$

$\Rightarrow 2\ln(x) + 1 > 0$

$\ln(x) > -\frac{1}{2}$ car $2 > 0$

$x > e^{-\frac{1}{2}}$ car $x \mapsto e^x$ est strictement croissante

3) a) ~~$X \rightsquigarrow \mathcal{B}(10 ; \frac{4}{15})$~~

Soit $X'$ la variable aléatoire représentant le nombre de parties gagnées tel que : $X' \rightsquigarrow \mathcal{B}(10; \frac{4}{15})$

$$P(X'=2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(\frac{11}{15}\right)^8$$

$$\simeq 0{,}268$$

La probabilité que le joueur gagne exactement 2 fois est d'environ 0,268

b) $P(X' \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$

$$\simeq 0{,}524$$

La probabilité qu'il gagne au moins 3 fois est d'environ 0,524

c) $E(X') = 10 \times \frac{4}{15}$

$$= \frac{8}{3}$$

Le joueur peut espérer gagner $\frac{8}{3}$ d'euros à chaque partie (environ 2,67 €)





Exercice 2 (suite)

4) b)

| $x$ | $0$ | | $e^{-\frac{3}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| convexité | | concave | | convexe | |

Donc $x_I = e^{-\frac{3}{2}}$

5) a) $f\left(\frac{1}{e}\right) = \left(\frac{1}{e}\right)^2 \ln\left(\frac{1}{e}\right)$

$$= \cancel{\ln\left(\frac{1}{e}\right)}$$

$$= \frac{1}{e^2}\left(\ln(1) - \ln(e)\right)$$

$$= \frac{1}{e^2} \times -1$$

$$= -\frac{1}{e^2}$$

$$f'\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e}\left(2\ln\left(\frac{1}{e}\right)+1\right)$$
$$= \frac{1}{e}\left(2(\ln(1)-\ln(e))+1\right)$$
$$= \frac{1}{e}\left(2\times(-1)+1\right)$$
$$= -\frac{1}{e}$$

$$T : y = f'\left(\tfrac{1}{e}\right)\left(x-\tfrac{1}{e}\right)+f\left(\tfrac{1}{e}\right)$$
$$= -\frac{1}{e}\left(x-\frac{1}{e}\right)-\frac{1}{e^2}$$
$$= -\frac{x}{e}+\frac{1}{e^2}-\frac{1}{e^2}$$
$$= -\frac{x}{e}$$

en $x=0$ : ~~en~~ $T : y = -\frac{0}{e}$

$y = 0$

Donc T passe par le point $(0;0)$ soit l'origine O du repère.

b) $\cancel{f(x)-\left(-\frac{x}{e}\right) = x^2\ln(x)+\frac{x}{e}}$

$\cancel{= \frac{ex^2\ln(x)+x}{e}}$

$\cancel{= \frac{ex(x\ln(x)+1)}{e}}$



~~$e>0$ et $x>0$ donc $f(x)-\left(-\frac{x}{e}\right)$ est du signe de $x\ln(x)+1$~~

~~$x\ln(x)+1\geq 0$~~
~~$x\ln(x)\geq -1$~~

$f$ est concave sur $]0;e^{-\frac{3}{2}}]$ et est convexe sur $[e^{-\frac{3}{2}};+\infty[$. ~~Or la tangent~~ $\frac{1}{e}>e^{-\frac{3}{2}}$, donc la tangente T se trouve en dessous de la partie convexe ~~donc~~ et de la partie concave. Donc C est au dessus de T sur $]0,+\infty[$

Exercice 4

1) a)

| $X_i$ | 9 | 4 | 0 | $-a$ |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | $\frac{1}{15}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{4}{15}$ | $\frac{7}{15}$ |

b) $E(X)=0$

$\Leftrightarrow 9\times\frac{1}{15}+4\times\frac{1}{5}+0\times\frac{4}{15}+(-a)\times\frac{7}{15}=0$

$\frac{7}{5}-a\frac{7}{15}=0$

$-a\frac{7}{15}=-\frac{7}{5}$

$a=\frac{7}{5}\times\frac{15}{7}$

$a=3$

Pour que le jeu soit équitable, le joueur doit perdre 3 euros

2) ~~Si un joueur~~

$p = P(\text{gagner 9 euros})+P(\text{gagner 4 euros})$

$= \frac{1}{15}+\frac{1}{5}$

$= \frac{4}{15}$

Page / nombre total de pages 04 / 19

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) ZARAA
PRENOM : (en majuscules) LINA
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 10/09/2007
1.2

Concours / Examen : Baccalauréat Blanc Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Mathématiques Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : 2025/2026

EXERCICE 3

1)

a) La variable aléatoire représentant le gain algébrique, X, suit une loi de probabilité conditionelle, et possède 4 issues.

b)

| $x_i$ | 9 € | 4 € | 0 | $-a$ € |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | $\frac{2}{30}$ | $\frac{6}{30}$ | $\frac{8}{30}$ | $\frac{14}{30}$ |

$$E(x) = \sum X_i P_i$$

Cherchons quand $E(x) = 0$

On aura donc

$$E(x) = 9 \times \frac{2}{30} + 4 \times \frac{6}{30} + 0 + -a \times \frac{14}{30} = 0$$

ou encore $\frac{18}{30} + \frac{24}{30} - \frac{14a}{30} = 0$

Page / nombre total de pages 01 / 19

$$-\frac{14a}{30} = -\frac{7}{5}$$

$$-14a = -\frac{7\times 30}{5}$$

$$a = \frac{7\times 30}{14\times 5}$$

ce qui nous donne finalement $a = 3$.

Ainsi, pour que le jeu soit équitable, il faut que $a = 3$ € et donc que le joueur perde 3 euros.

2) un joueur est considéré comme gagnant si il a un gain strictement positif, donc strictement supérieur à 0.
Dans ce cas, le joueur est gagnant si il atteint une case rouge ou une case verte.

Ici $P_N + P_B + \underbrace{P_V + P_R}_{p} = 1$

Ces quatres probabilités forment une partition de l'univers. Pour déterminer $p$, il suffit d'aditionner $P_V$ et $P_R$.



alors

On sait que $P_R = \frac{2}{30}$ et $P_V = \frac{6}{30}$

alors $p = \frac{2}{30} + \frac{6}{30} = \frac{8}{30}$ ou encore $\boxed{\frac{4}{15}}$

3) a) En jouant 10 parties consécutives, le joueur répète 10 fois la même expérience à 2 issues de manière identique et indépendante, la variable aléatoire $X$, suit donc une loi binomiale de paramètres $\mathcal{B}\left(10; \frac{4}{15}\right)$ ayant comme succès « le joueur gagne la partie ».
→ Nous pourrons donc utiliser cette loi pour déterminer le probabilités suivantes.

D'après la loi binomiale : $P(X=k) = \binom{n}{k} \times (p)^k \times (1-p)^{n-k}$

$$P(X=2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(1-\frac{4}{15}\right)^{10-2}$$

$$P(X=2) \approx 0{,}268$$

b) Cherchons $P(X \geqslant 3)$ :

À la calculatrice, $P(X \geqslant 3) \approx 0{,}524$

c) $E(x) = n \times p$.

On a donc $E(x) = 10 \times \frac{4}{15} \approx 2{,}67$

→ En moyenne, on espère gagner environ 2,67 fois.

justifiant ainsi que pour tout $n \in [0;1]$

$0 \leq u_n \leq 1$ et $0 \leq u_{n+1} \leq 1$.

Finalement on obtient bel et bien que

$$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$$

2. Nous avons montré que $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$, nous remarquons donc que :
- $u_n \leq u_{n+1}$ donc la suite est croissante
- et qu'elle est majorée par 1.

D'après le Théorème de convergence monotone, la suite est croissante et majorée par 1, alors elle converge.

3. La suite est définie par la relation $u_{n+1} = g(u_n)$.

De plus, la suite converge et la fonction $g(x)$ est continue car elle est dérivable.
Alors d'après le Théorème du point fixe, la limite de la suite $(u_n)$ est une solution de l'équation

$$f(l) = l.$$

Or nous avons précédemment résolu la même ~~E~~ équation $f(x) = x$





# EXERCICE 4

## PARTIE A

$$g(x) = 2x - x^2$$

1) Pour étudier les variations de $g(x)$, étudions le signe de $g'(x)$ sur $[0;1]$.

On a $g'(x) = 2 - 2x$

On a donc
$$-2x + 2 \geq 0$$
$$-2x \geq -2$$
$$2x \leq 2$$
$$x \leq 1$$

on divise par $-1 < 0$, l'ordre change

De plus $g(0) = 0$ et $g(1) = 1$

On aura finalement :

| $x$ | 0 | 1 |
| --- | --- | --- |
| Signe de $g'(x)$ | + | |
| Variations de $g(x)$ | 0 $\nearrow$ | 1 |

→ la fonction $g$ est donc croissante sur $[0;1]$.

2. pour tout $x \in [0;1]$, appliquons $g(x)$ qui est croissante sur $[0;1]$, on a :

$$0 \leq x \leq 1$$

$$g(0) \leq g(x) \leq g(1)$$

$$0 \leq g(x) \leq 1$$

} on applique $g(x) \nearrow$ l'ordre est conservé

Alors pour tout $x \in [0;1]$ on a bel et bien $g(x) \in [0;1]$.

3. On résout $g(x) = x$ dans $[0;1]$

on a donc $2x - x^2 = x$

$$-x^2 + 2x - x = 0$$



$$-x^2 + x = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$= 1^2 - (4 \times -1 \times 0)$$
$$= 1$$

$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{1}}{-2} \qquad x_2 = \frac{-1+\sqrt{1}}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-2}{-2} = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = 0$$

→ l'équation $g(x) = x$ a donc deux solutions dans $[0;1]$.

$S = \{0;1\}$.

## PARTIE B

1) la suite $(u_n)$ est définie par récurrence. On lui applique la fonction $g(x)$, dont on a étudié les variations précédemment.

- la fonction $g(x)$ est croissante, ce qui explique que $u_n \leq u_{n+1}$
- De plus, nous avons démontré que pour tout $x \in [0;1]$, $g(x) \in [0;1]$. Ici on applique $g(x)$ à $u_n$ alors quand $0 \leq u_n \leq 1$

$$g(0) \leq g(u_n) \leq g(1)$$

$$0 \leq u_{n+1} \leq 1$$

Nous pourrons conclure que pour tout entier naturel $n$, $U_n = 0{,}9^{(2^n)}$

3. On sait que :

$$V_n = 1 - U_n$$

alors $-U_n = V_n - 1$

et $U_n = -V_n + 1$

donc en fonction de $n$,

$$U_n = -0{,}9^{(2^n)} + 1$$

4) $\lim\limits_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$

$-1 \leq -0{,}9 \leq 1$, alors par composé de limite $\lim\limits_{n \to +\infty} -0{,}9^{2^n} = 0$

Ainsi, Par Somme $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 1$

PARTIE D : b) le code python renvoie 6.

2) le nouveau modèle multiplie deux petits nombres 0,1 et 0,5 puis ne rajoute que 0,5. Alors que la suite $(U_n)$, élève dès le début un petit nombre (0,1) au carré puis le soustrait. En l'élevant au carré elle ne fait que le rendre plus petit, donc quand elle le soustrait, il est presque négligeable. De plus, elle double le terme précédent, qui lui ne fait qu'augmenter car la suite est croissante.





et avons déterminé deux solutions qu'on appelera ici $l_1$ et $l_2$.

Nous avons trouvé $l_1 = 1$ et $l_2 = 0$

Or, on nous informe que le premier terme de la suite $u_0 = 0{,}1$, alors la solution $l_2$ est impossible dans ce cas.

Ainsi, nous pouvons en conclure que la limite $\lim\limits_{n \to +\infty} (U_n) = 1$.

Cela signifie que sur une longue période, 100 % de la population possédera l'application.

PARTIE C

1) On sait que $V_n = 1 - U_n$

Alors $V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

or $U_{n+1} = 2U_n - U_n^2$

alors $V_{n+1} = 1 - 2U_n + U_n^2$

Nous remarquons cependant que

$1 - 2U_n + U_n^2$ correspond à l'expression

développée de $(1 - U_n)^2$.

Nous obtenons ainsi que :

$V_{n+1} = (1 - U_n)^2$ soit $\boxed{V_{n+1} = (V_n)^2}$

2. $V_0 = 1 - U_0$
$= 1 - 0,1$
$V_0 = 0,9$.

$V_1 = (V_0)^2 = 0,81$.

$V_2 = (V_1)^2 = 0,6561$.



b) Initialisation : Vérifions que pour

$n = 0$, on a $V_0 = 0,9^{(2^0)}$

$V_0 = 0,9^1 = 0,9$.

la propriété a été initialisée au rang 0.

Supposons qu'il existe un réel $k$, tel

que : $V_k = 0,9^{(2^k)}$, on montrera qu'alors

$V_{k+1} = 0,9^{(2^{k+1})}$

On a supposé que :

$V_k = 0,9^{(2^k)}$

on a donc $V_{k+1} = 0,9^{(2^{k+1})}$

ou encore $V_{k+1} = 0,9^{(2^k \times 2)}$

or nous savons que $a^{(b \times c)} = (a^b)^c$

ce qui nous donne $V_{k+1} = (0,9^{2^k})^2$

or $0,9^{2^k} = V_k$.

Nous retrouvons bel et bien que

$V_{k+1} = (V_k)^2$

→ l'hérédité a été vérifiée

4) a) on conjecture graphiquement que $0,1 \leq x_I \leq 0,3$

b) Pour étudier la convexité de $f(x)$, cherchons $f''(x)$ et étudions son signe.

$$f''(x) = f'(x(2\ln x + 1))$$
$$= 1 \times 2\ln x + 1 + x \times 2 \times \frac{1}{x}$$
$$= 2\ln x + 1 + \frac{2\cancel{x}}{\cancel{x}}$$
$$= 2\ln x + 1 + 2$$
$$f''(x) = 2\ln x + 3$$

Étudions le signe de $f''(x)$.

$$2\ln x + 3 > 0$$
$$2\ln x > -3$$
on divise par $2 > 0$, donc on maintient l'ordre.
$$\ln x > \frac{-3}{2}$$
$$e^{\ln x} > e^{-3/2}$$
on applique exponentielle qui est ↗ sur $]0;+\infty[$ donc on maintient l'ordre.
$$x > e^{-3/2}$$





EXERCICE 2

$$f(x) = x^2 \ln x$$

1. Cherchons $f(ab)$ pour $a$ et $b$, des réels strictement positifs.

On a $f(ab) = (ab)^2 \times \ln(ab)$

on sait que $(a \times b)^2 = a^2 \times b^2$

De plus $\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$

Cela nous donne donc :

$$f(ab) = (ab)^2 (\ln(a) + \ln(b))$$
$$= (ab)^2 \times \ln(a) + (ab)^2 \times \ln(b)$$

ou encore $\underbrace{a^2 \times b^2 \times \ln(a)}_{f(a)} + \underbrace{a^2 \times b^2 \times \ln(b)}_{f(b)}$

or $f(a) = a^2 \ln(a)$ et $f(b) = b^2 \ln(b)$

Cela nous laisse finalement :

$$\boxed{f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)}$$

2. $\lim\limits_{x \to 0^+} x^2 \ln x = 0$

par croissance comparée, disant que.

$\lim\limits_{x \to 0^+} x^n \ln x = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$

De plus $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$ par composé de limites

Alors par produit $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln x = +\infty$

3. a) Calculons $f'(x)$ :

$f'(x) = x^{\cancel{2}} \times \frac{1}{x} + 2x \times \ln x$

$= x + 2x \ln(x)$

ou encore $x(1 + 2\ln(x))$



on retrouve bel et bien que pour tout $x > 0$

$$\boxed{f'(x) = x(2\ln x + 1)}$$

b) étudions le signe de $f'(x)$.

$x(2\ln x + 1) > 0$

quand $x > 0$

ou quand $2\ln x + 1 > 0$

$2\ln x > -1$ on divise par $2 > 0$, l'ordre ne change pas.

$\ln x > \frac{-1}{2}$ on applique exponentielle ↗ sur $]0;+\infty[$ => on maintient l'ordre.

$e^{\ln x} > e^{-1/2}$

$x > e^{-1/2}$

| | $x$ | 0 | | $e^{-1/2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| SIGNE | $x$ | | + | | + | |
| | $2\ln x + 1$ | | − | 0 | + | |
| | $f'(x)$ | | − | 0 | + | |
| Variations de $f(x)$ | | 0 | ↘ | $f(e^{-1/2})$ ≈ 0,61 | ↗ | $+\infty$ |

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) ZARAA
PRENOM : (en majuscules) LINA
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 10/09/2007
1.2

Concours / Examen : Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Suite exercice 2 :

une fonction est convexe lorsque sa dérivée seconde est positive et est concave lorsque sa dérivée seconde est négative.

| $x$ | $0$ | $e^{-3/2}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| signe de $f''(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| Convexité de $f(x)$ | concave | | convexe |

la dérivée seconde s'annule et change de signe en $e^{-3/2}$, alors $e^{-3/2}$ est l'abcisse $x_I$, du point d'inflexion de la courbe C.

I a donc pour coordonnées $(e^{-3/2} ; f(e^{-3/2}))$

ou encore $I(e^{-3/2} ; -0{,}075)$

5) au point d'abcisse $\frac{1}{e}$, la tangente T à C admet comme équation :

$y : T = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$

A-t-on $f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(0 - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right) = 0$ ?

Application numérique à la calculatrice :

$f'\left(\frac{1}{e}\right) - \frac{1}{e} + f\left(\frac{1}{e}\right) = 0.$

→ La Tangente au point d'abcisse $\frac{1}{e}$ passe bel et bien par l'origine du repère O $(0;0)$.

b) $\frac{1}{e} \in [e^{-3/2} ; +\infty[$

Or sur cet interval, la fonction est convexe. Une fonction convexe est en dessous de ses ~~tangentes et au~~ sécantes et au dessus de ses tangentes, alors C est au dessus de T. sur $[e^{-3/2} ; +\infty[$, sur $]0; e^{-3/2}]$ T est au dessus de C et en $\frac{1}{2}$, ils se coupent.

c) on calcule

$y : T = f'(0)(x - 0) + f(0)$



EXERCICE 1 :

1) Réponse C

2) Réponse C

3) Réponse B

4) Réponse C

5) Réponse D

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : SATOURI
(en majuscules)
PRENOM : ADEM
(en majuscules)
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 29/02/2008
1.2

Concours / Examen : Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exercice 1:
1) A
2) C
3) A
4) B
5) A

Page / nombre total de pages
01/01

Page / nombre total de pages
/

atteint cette valeur.

Soit alors le tableau de signe de $f'(x)$ :

| $x$ | $0$ | | $e^{(-\frac{1}{2})}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | $\Vert$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| variations de $f(x)$ | $0$ | $\searrow$ | $-\frac{e^{-1}}{2}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

$\lim\limits_{x \to e^{(-\frac{1}{2})}} x^2 \ln(x) = -\frac{e^{-1}}{2}$ $\left(\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)\right)$

4. a) $0.2 \leq x_I \leq 0.3$

b) Une fonction est dites convexe lorsqu'elle se trouve au dessus de ses tangentes, ou, en d'autres termes, que sa dérivée seconde est positive.

$f''(x) = 1 \times (2\ln(x)+1) + x \cdot \frac{2}{x}$

$= 2\ln(x) + 1 + 2$

$= 2\ln(x) + 3$

$2\ln(x) + 3 > 0$ | $\ln(x) > -\frac{3}{2}$ | $x > e^{(-\frac{3}{2})}$

$2\ln(x) > -3$ | $e^{\ln(x)} > e^{(-\frac{3}{2})}$



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) KAABI
PRENOM : (en majuscules) OMAR
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 04/09/2008
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série : Math
Epreuve : Math
Matière : Math



Session : 2026

## Exercice 1

1. Question 1 : réponse C ; $x+y-2z+7=0$
2. Question 2 : réponse C ;
3. Question 3 : réponse B ; (D) et (P) sont sécants en $M(-2;0;2)$
4. Question 4 : réponse C ; non coplanaires
5. Question 5 : réponse D

## Exercice 2

1. On remplace $x$ par $ab$ :

$f(x) = x^2 \ln x$

$f(ab) = (ab)^2 \ln ab$

On en cherche :

$f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

$= b^2(a^2 \ln a) + a^2(b^2 \ln b)$

$f(ab) = (ab)^2 \ln a + (ab)^2 \ln b$

Et d'après les propriétés de ln ($\ln(ab) = \ln a + \ln b$)

$(ab)^2 \ln ab = (ab)^2 \ln a + (ab)^2 \ln b$

Qui est le résultat trouvé precedement.

3. Puisque la fonction ln n'est définis qu'en $0^+$, nous n'étudions que la limite de la fonction $f$ en $0^+$.

$\lim\limits_{x \to 0^+} x^2 \ln(x) = 0$ (par croissance comparée)

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln(x) = +\infty$ car :

$$\left\{\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty \end{array}\right\} \text{ Par produit } \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

3. a. $f(x) = x^2 \ln(x)$

$(x^2)' = 2x$

$(\ln(x))' = \frac{1}{x}$

$f'(x) = (u'v) + (uv')$



$f'(x) = (2x)(\ln x) + (x^2)\left(\frac{1}{x}\right)$

$= 2x \ln x + \frac{x^2}{x}$

$= 2x \ln x + x$

$= x(2\ln(x) + 1)$

b. Sur $]0;+\infty[$ :

$f'(x) = x(2\ln(x)+1)$

~~($x > 0$ ; le signe de $f'(x)$ dépends donc de celui de $2\ln(x)+1$. La fonction ln est strictement croissante sur cet intervalle et positive. Si on la multiplie par 2 elle ne changera pas et si on lui ajoute 1, une constante positive, elle restera positive.)~~

$x > 0$ et différent de 0. Le signe dépends de celui de $2\ln(x)+1$.

On sait que la fonction $\ln(x)$ est négative sur $]0;1[$.

$2\ln(x)+1 > 0$

$2\ln(x) > -1$

$\ln(x) > -\frac{1}{2}$ on applique la fonction $e^x$ qui est positive et croissante sur notre intervalle, cela ne changera donc pas l'ordre

$e^{\ln(x)} > e^{(-\frac{1}{2})}$

$x > e^{(-\frac{1}{2})}$

$e^{(-\frac{1}{2})} \approx 0{,}606$ ; qui est compris entre 0 et 1, $\ln(x)$ sera négative

3. a) Cette expérience est constituée de 10 épreuves consécutives, indépendantes
(C'est un schéma de Bernoulli)
Chaque épreuve n'a que deux issues : – réussite (gagne la partie)
– échec
Alors la variable aléatoire $X$ suit une loi Binomiale de paramètre $(10 ; \frac{4}{15})$
La probabilité de gagner exactement 2 fois est calculée par :

$$P(X=2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(1-\frac{4}{15}\right)^{10-2}$$

$$= 0.26764$$

$$\simeq 0.2676$$

b. $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$

$$= 0.5238$$

$$\simeq 0.5240 \text{ (d'après la calculatrice)}$$

c) L'espérance d'une loi Binomiale se calcule par :

$$E(X) = np$$

$$= 10 \times \frac{4}{15}$$

$$= \frac{8}{3}$$

$E(X) > 0$ ; le jeu est favorable pour le joueur





Exercice 2

4. a (suite) La dérivée seconde est positive sur $[e^{(-\frac{3}{2})} ; +\infty[$ où $f(e^{-\frac{3}{2}})$ est le point d'inflexion ($f$ est convexe où $f''$ est positive), $x_I\left(e^{-\frac{3}{2}} ; -\frac{3e^{-3}}{2}\right)$.

5. a. $T : y = f'(a) + f(a)(x-a)$

5. b. D'après la calculatrice on a l'abscisse $\frac{1}{e}$, $T$ est en dessous de $C$

Exercice 3

1. a) La variable aléatoire $X$ est modélisée par la loi suivante :

| $X_i$ | $R = \frac{2}{30}$ | $V = \frac{6}{30}$ | $B = \frac{8}{30}$ | $N = \frac{14}{30}$ |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $+9$ | $+4$ | $+0$ | $-a$ |

b. L'espérance de cette loi de probabilité est calculée par la somme des produits entre $X$ et $P$ :

$$E(X) = \left(\frac{2}{30} \times 9\right) + \left(\frac{6}{30} \times 4\right) + \left(\frac{14}{30} \times (-a)\right) + \left(0 \times \frac{8}{30}\right)$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{4}{5} - \frac{14a}{30}$$

$$= \frac{7}{5} - \frac{7}{15}a$$

On cherche $E(x) = 0$ ; soit :

$$\frac{7}{5} - \frac{7}{15}a = 0$$

$$\frac{7}{15}a = \frac{7}{5}$$

$$7a = 21$$

$a = 3$



2. Les cibles permettant d'avoir un gain strictement positif sont les cibles vertes et rouges de probabilités $P(V) = \frac{6}{30}$ et $P(R) = \frac{2}{30}$. $P(\text{Gagner})$ est la somme de ces deux probabilités :

$$P(\text{Gagner}) = \frac{1}{15} + \frac{3}{15}$$

$$= \frac{4}{15}$$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$ ; $V_n = 0,9^{(2^n)}$

3. On sait que : $V_n = (0,9)^{(2^n)}$.

et que $V_n = 1 - U_n$.

Alors $U_n = 1 - V_n$

$= 1 - (0,9)^{(2^n)}$

4. $(U_n)$ s'assimile à une suite géométrique de raison $q = 0,9$

On sait que si : $-1 < q < 1$ ; alors $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 0$,

Ici $-1 < 0,9 < 1$, donc $\lim\limits_{n \to +\infty} -(0,9)^{(2^n)} = 0$

$\lim\limits_{n \to +\infty} 1 = 1$ ; par somme $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 1$

Partie D

1. a. Voir annexe

b. L'algorithme renvoie 6.

2. $(U_n)$ converge plus vite car c'est ~~une~~ $(0,9)^{(2^n)}$ ~~qui~~ décroît plus vite que $0,9\,W_n$.





Exercice 4

Partie A

1. $g'(x) = 2 - 2x$

Sur $[0,1]$ :

$2 - 2x > 0$

~~$2 > 2x$~~ $-2x > -2$

$2x < 2$

~~ssi~~ $x < 1$

Soit alors le tableau de signe de $g'(x)$ :

| $x$ | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|
| signe de $g'(x)$ | | $+$ | $0$ |
| Variation de $g(x)$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ |

3. $g(x) = x$

$2x - x^2 = x$

$2x - x^2 - x = 0$

$x - x^2 = 0$

$-x^2 + x = 0$

$\Delta = 1^2 - 4(-1) \times 0$

$= 1$

$\Delta > 0$ ; il existe deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-6 + \sqrt{1}}{-2}$ ; $x_2 = 1$

$= 0$

$0$ et $1 \in [0 ; 1]$, donc $S = \{0 ; 1\}$

Partie C

1. $V_{n+1} = 1 - u_{n+1}$

$= 1 - (2u_n - u_n^2)$

$= 1 - 2u_n + u_n^2$

On $V_n^2 = 1^2 - u_n^2$

$= 1 - 2u_n + u_n^2$



2. a. $V_0 = 1 - u_0$
$= 0,9$

$V_1 = 0,~~7~~9$

$V_2 = ~~0,6~~ \; 0,5359$

b. * Initialisation

Pour $n = 0$ ; $V_0 = 0,9$ et

$V_n = 0,9^{(2^n)}$

$V_0 = 0,9^{(2^0)}$

$= 0,9$

La propriété est initialisée.

* Hérédité

On suppose qu'il existe un certain entier $k$ pour lequel $V_k = 0,9^{(2^k)}$ est vraie, et montrons qu'alors $V_{k+1} = 0,9^{(2^{k+1})}$

$V_k = 0,9^{(2^k)}$

$V_k^2 = \left(0,9^{(2^k)}\right)^2$

$= 0,9^{(2k+1)}$

On a ; $V_k^2 = V_{k+1}$ (comme vu dans la question 1), alors la propriété est héréditaire.

~~(3. On a $V_k$)~~

* Conclusion

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) KAABI

PRENOM : (en majuscules) OMAR

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 04/09/2008

1.2

Concours / Examen : ............ Section / Spécialité / Série : ............

Epreuve : ............ Matière : ............

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ............

Partie B (exercice 4)

~~1~~

~~2. $(U_n)$ est ~~ ~~monotone~~ croissante ~~et majorée par 1.~~~~

3. La limite de $U_n$ est la la solution de l'équation $f(x) = x$ d'après le théorème du point fixe. En effet, $U_n$ est définie par la relation $U_{n+1} = g(U_n)$ ; $f$ est continue et $U_n$ converge. $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 1$ ; puisque $U_n$ est minorée par 0. À la fin, tout le monde aime l'application.

1. On a $U_{n+1} = g(U_n)$

donc puisque $g$ est croissante alors $f(U_n) \geq U_n$

donc $U_{n+1} \geq U_n$ donc la suite est croissante. On a aussi : $U_n$ est borné par 0 et 1 (~~[illegible]~~) puisque $g$ n'est

Page / nombre total de pages 13/14

positive que sur $[0;1]$ et que $n \in \mathbb{N}$, $n > 0$ ;
~~[illegible]~~ et puisque $u_{n+1} = g(u_n)$ ~~[illegible]~~.

Ainsi on a :

$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

2. $u_n$ est croissante et majorée, alors d'après le théorème des convergences monotones, $u_n$ est convergente.

$$2\ln x + 3 = 0 \iff 2\ln x = -3 \iff \ln x = -\frac{3}{2} \iff e^{\ln x} = e^{-\frac{3}{2}} \iff x = e^{-\frac{3}{2}} > 0$$

$$2\ln x + 3 > 0 \iff 2\ln x > -3 \iff \ln x > -\frac{3}{2} \iff e^{\ln x} > e^{-\frac{3}{2}} \iff x > e^{-\frac{3}{2}}$$

exp est croissante sur IR

| $x$ | $0$ | | $e^{-\frac{3}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $2\ln x + 3$ | \|\| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f''(x)$ | \|\| | $-$ | $0$ | $+$ | |

$$f(e^{-\frac{3}{2}}) = \left(e^{-\frac{3}{2}}\right)^2 \times \ln(e^{-\frac{3}{2}}) = e^{-3} \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$f(e^{-\frac{3}{2}}) = -\frac{3}{2}e^{-3}$$

Ainsi $f$ est concave sur $]0; e^{-\frac{3}{2}}]$, puis convexe sur $[e^{-\frac{3}{2}}; +\infty[$ et admet un point d'inflexion $I\left(e^{-\frac{3}{2}}; -\frac{3}{2}e^{-3}\right)$.

5) a) Calculons l'équation de la tangente au point d'abscisse $\frac{1}{e}$.

$$T : y = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = \left(\frac{1}{e}\right)^2 \times \ln\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e^2} \times (-\ln e)$$

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e^2}$$

$$f'\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e}\left(2\ln\left(\frac{1}{e}\right) + 1\right) = \frac{1}{e}(-2+1)$$

$$f'\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}$$





Exercice 1

Question 1 : B

Question 2 : C

Question 3 : D

Question 4 : C

Question 5 : C

Exercice 2

1) on a $f(x) = x^2 \ln x \quad \forall x \in ]0; +\infty[$

donc $\forall (a,b) \in \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^*$,

$$f(ab) = (ab)^2 \ln(ab) = a^2b^2(\ln a + \ln b) = a^2b^2 \times \ln a + a^2b^2 \times \ln b = (a^2\ln a)b^2 + (b^2 \ln b)a^2$$

$$\boxed{f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)}$$

2) D'abord, en 0 par valeur supérieure :

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x^2 \ln x = 0$ par croissance comparée

donc $\boxed{\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = 0}$

Ensuite, en $+\infty$ :

- $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

donc par produit $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$

3) a) $f(x) = x^2 \ln x \quad \forall x > 0$

on a donc $f = u \times v$ avec $u(x) = x^2$

$\Rightarrow u'(x) = 2x$

et $v(x) = \ln x$

$\Rightarrow v'(x) = \frac{1}{x}$

alors $f' = u'v + v'u$

donc $f'(x) = 2x \times \ln x + \frac{1}{x} \times x^2 \quad \forall x > 0$

$= 2x \ln x + x$

$\boxed{f'(x) = x(2\ln x + 1)}$

b) $2\ln x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \ln x = -\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow e^{\ln x} = e^{-1/2}$

$\Leftrightarrow x = e^{-\frac{1}{2}} > 0$

$2\ln x + 1 > 0$

$\Leftrightarrow 2\ln x > -1$

$\Leftrightarrow \ln x > -\frac{1}{2}$ } exponentielle est croissante sur $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow e^{\ln x} > e^{-\frac{1}{2}}$

$\Leftrightarrow x > e^{-\frac{1}{2}}$



| $x$ | $0$ | | $e^{-\frac{1}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $x$ | ‖ | $+$ | | $+$ | |
| Signe de $2\ln x + 1$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| Signe de $f'(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| Variations de $f$ | ‖ | $0$ ↘ | $-\frac{1}{2}e^{-1}$ | ↗ | $+\infty$ |

$f(e^{-\frac{1}{2}}) = (e^{-\frac{1}{2}})^2 \times \ln(e^{-\frac{1}{2}})$

$= e^{-1} \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

$f(e^{-\frac{1}{2}}) = -\frac{1}{2}e^{-1}$

4) a) Graphiquement, on peut conjecturer que $0,2 < x_I < 0,3$.

b) D'après 3)a), on a $f'(x) = x(2\ln x + 1) \quad \forall x > 0$

d'où $f' = u \times v$ avec $u(x) = x$

$\Rightarrow u'(x) = 1$

et $v(x) = 2\ln x + 1$

$\Rightarrow v'(x) = 2 \times \frac{1}{x}$

alors $f'' = u'v + v'u$

donc $f''(x) = 2\ln x + 1 + 2 \times \frac{1}{\cancel{x}} \times \cancel{x} \quad \forall x > 0$

$f''(x) = 2\ln x + 3 \quad \forall x > 0$

Il faut maintenant étudier le signe de la dérivée seconde.

3) a) Nous pouvons assimiler cette situation à la répétition d'une épreuve de Bernoulli de manière successive, indépendante et aléatoire, à deux issues :
le Succès (S) : "gagner une partie" de probabilité $p = \frac{4}{15}$
l'échec ($\bar{S}$) : "perdre une partie" de probabilité $1-p = \frac{11}{15}$
Soit Y la variable aléatoire qui suit cette loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = \frac{4}{15}$

$$p(Y=2) = \binom{10}{2}\left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(\frac{11}{15}\right)^8$$

$p(Y=2) \approx 0{,}268$ arrondi au millième

La probabilité qu'il gagne exactement 2 fois est d'environ 0,268.

b) $p(Y \geq 3) = 1 - p(Y \leq 2)$
$p(Y \geq 3) \approx 0{,}524$ arrondi au millième

La probabilité qu'il gagne au moins trois fois est d'environ 0,524.

c) $Y \sim B(10; \frac{4}{15})$

donc $E(Y) = 10 \times \frac{4}{15}$

$E(Y) = \frac{8}{3}$

Le joueur peut donc espérer gagner en moyenne ~~dans~~ d'environ 2,667 parties ($\frac{8}{3}$ exactement).



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) DEN RAFANA
PRENOM : (en majuscules) MOHAMED
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 15/03/2008
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Mathématiques Matière :


Session : 2026 J-1

donc $T : y = -\frac{1}{e}\left(x - \frac{1}{e}\right) - \frac{1}{e^2}$

$T : y = -\frac{1}{e}x + \frac{1}{e^2} - \frac{1}{e^2}$

$T : y = -\frac{1}{e}x$

La tangente T à C au point d'abscisse $\frac{1}{e}$ est donc une droite linéaire, et passe donc par l'origine O du repère.

b) $-1 > -\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow e^{-1} > e^{-\frac{3}{2}}$ car $e^x$ est croissante sur $\mathbb{R}$

D'après 4)b), f est convexe sur $[e^{-\frac{3}{2}}; +\infty[$ puisque $\frac{1}{e} \in [e^{-\frac{3}{2}}; +\infty[$ alors la tangente au point d'abscisse $\frac{1}{e}$ est donc en dessous de la courbe

Par conséquent, C est au dessus de T sur $[e^{-\frac{3}{2}}; +\infty[$
Sur $]0; e^{-\frac{3}{2}}[$ : $f(x) - \left(-\frac{1}{e}x\right) = x^2\ln x + \frac{1}{e}x$
~~$x > 0$, $\ln x > 0$~~ $= x\left(x\ln x + \frac{1}{e}\right)$
$x\ln x + \frac{1}{e} = 0$
$\Leftrightarrow x\ln x = -\frac{1}{e}$ n'admet aucune solution sur $]0; e^{-\frac{3}{2}}[$ d'après la calculatrice
$x\ln x + \frac{1}{e} > 0$
$\Leftrightarrow x\ln x > -\frac{1}{e}$ est toujours vraie sur $]0; e^{-\frac{3}{2}}[$ d'après la calculatrice



alors $x > 0$ et $x\ln x + \frac{1}{e} > 0$ donc C au dessus de T sur $]0; e^{-\frac{3}{2}}[$

Par conséquent, $\mathcal{C}$ est au dessus de $T$ sur $\mathbb{R}^{+}_{*} \setminus \{\frac{1}{e}\}$ et elles s'intersectent en $x = \frac{1}{e}$.

c) Soit $a \in ]0; +\infty[$ et on cherche s'il existe $T_a$ passant par $O$.

$$T_a : y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

Il faut voir si on trouve $y = 0$ lorsque $x = 0$ pour une autre valeur de $a$ que $\frac{1}{e}$

$$\begin{aligned} f'(a)(0-a) + f(a) &= a(2\ln a + 1) \times (-a) + a^2 \ln a \\ &= -a^2(2\ln a + 1) + a^2(\ln a) \\ &= a^2(-2\ln a - 1 + \ln a) \\ &= a^2(-\ln a - 1) \\ &= -a^2(\ln a + 1) \end{aligned}$$

Résolvons $f'(a)(0-a) + f(a) = 0$

$\iff -a^2(\ln a + 1) = 0$

$\iff -a^2 = 0$ ou $\ln a + 1 = 0$

Or $a \in ]0; +\infty[$ donc $-a^2 = 0$ est impossible

$\ln a = -1$

$e^{\ln a} = e^{-1}$

$a = e^{-1}$

alors $S = \{e^{-1}\}$

Cette ~~solution~~ équation n'admet qu'une unique solution sur $\mathbb{R}^{+}_{*}$. Ainsi, $\mathcal{C}$ n'admet pas d'autre tangente passant par $O$.

d) Voir Annexe.



Exercice 3]

1) a) on note ~~[illegible]~~

N : « toucher une case noire »

B : « toucher une case bleue »

V : « toucher une case verte »

R : « toucher une case rouge »

Ces événements constituent une partition de l'univers.

D'après l'énoncé, il y a équiprobabilité car les cases ont toutes la même chance d'être atteintes.

~~donc $p(N) + p(B) + p(V) + p(R) = 1$~~ D'après le tableau :

~~Or $p(N) = p(B) = p(V) = p(R)$~~

~~donc $4p(N) = 1$~~ $p(N) = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$ $p(B) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

$\iff$ ~~$p(N) = \frac{1}{4}$~~

$p(V) = \frac{6}{30} = \frac{3}{15}$ et $p(R) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

| $x_i$ | $-a$ | $0$ | $4$ | $9$ |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | $\frac{7}{15}$ | $\frac{4}{15}$ | $\frac{3}{15}$ | $\frac{1}{15}$ |

b) $E(X) = 0$

$\iff \sum x_i p_i = 0$ $\iff -\frac{7}{15}a + 0 \times \frac{4}{15} + 4 \times \frac{3}{15} + 9 \times \frac{1}{15} = 0$

$\iff$ ~~$-0{,}25a + 0{,}25 \times 0 + 0{,}25 \times 4 + 0{,}15 \times 9 = 0$~~ $\iff -\frac{7}{15}a + \frac{21}{15} = 0$

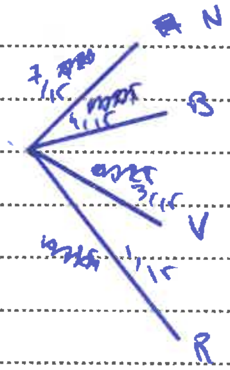
$\iff$ ~~$-0{,}25a + 1 + 2{,}25 = 0$~~ $\iff \cancel{15} \times \frac{7}{\cancel{15}}a = \frac{21}{\cancel{15}} \times \cancel{15}$

$\iff$ ~~$0{,}25a = 3{,}25$~~ $\iff a = 3$

$\iff$ ~~$a = 13$~~

Pour que le jeu soit équitable, $a$ doit être égal à 3.

2) Visualisons la situation par un arbre pondéré :




Obtenir un gain strictement positif revient à toucher une case verte ou rouge.

~~D'après la formule des probabilités totales~~ donc $p = p(R) + p(V)$

$= \frac{1}{15} + \frac{3}{15}$

$\boxed{p = \frac{4}{15}}$

2) a) $v_0 = 1 - u_0$
$= 1 - 0{,}1$
$\boxed{v_0 = 0{,}9}$

$v_1 = v_0^2$
$= 0{,}9^2$
$\boxed{v_1 = 0{,}81}$

$v_2 = v_1^2$
$= 0{,}81^2$
$\boxed{v_2 = 0{,}6561}$

b) Soit P la propriété : « $v_n = 0{,}9^{(2^n)}$ » $\forall n \in \mathbb{N}$

Initialisation : $v_0 = 0{,}9$ D'après a)
$0{,}9^{(2^0)} = 0{,}9^1 = 0{,}9$
on a bien $v_0 = 0{,}9^{(2^0)}$
donc pour $n = 0$, ~~au rang~~ P est vraie.

Hérédité : Supposons qu'il existe un entier $k \in \mathbb{N}$ tel que $v_k = 0{,}9^{(2^k)}$
Montrons que $v_{k+1} = 0{,}9^{(2^{k+1})}$

on a $v_{k+1} = v_k^2$ d'après 1)

donc $v_{k+1} = \left(0{,}9^{2^k}\right)^2$
$(2^k \times 2^1)$
$= 0{,}9^{(2^{k+1})}$
$v_{k+1} = 0{,}9^{(2^{k+1})}$

Ainsi, si P est vraie au rang $k$, alors elle l'est aussi au rang $k+1$.
Conclusion : D'après le raisonnement par récurrence, $v_n = 0{,}9^{(2^n)}$ $\forall n \in \mathbb{N}$.





Exercice 4]

A] 1) $g(x) = 2x - x^2$ $\forall x \in [0;1]$
$\Rightarrow g'(x) = 2 - 2x$

$2 - 2x = 0$
$\Leftrightarrow x = 1$

| $x$ | 0 | | 1 |
|---|---|---|---|
| $-2x+2$ | | + | 0 |
| $g'(x)$ | | + | 0 |

$g$ est strictement croissante sur $[0;1]$

2) ~~g étant strictement croissante sur~~
$0 \leq x \leq 1$
D'après 1), $g$ est strictement croissante sur $[0;1]$
donc $g(0) \leq g(x) \leq g(1)$

$g(0) = 2 \times 0 - 0^2 = 0$
$g(1) = 2 \times 1 - 1^2 = 2 - 1 = 1$
$\forall x \in [0;1]$
Ainsi $\forall$ $0 \leq g(x) \leq 1 \Leftrightarrow \boxed{g(x) \in [0;1]}$ $\forall x \in [0;1]$

3) $g(x) = x$ avec $x \in [0;1]$

$\Leftrightarrow 2x - x^2 = 0$ "

$\Leftrightarrow x - x^2 = 0$ "

$\Leftrightarrow x(1-x) = 0$ "

donc $x = 0$ ou $1 - x = 0$

$x = 1$

$$S = \{0; 1\}$$

B] 1) Soit P la propriété : « $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$ »

Initialisation : $u_0 = 0,1$

$u_1 = 2u_0 - u_0^2$

$= 2 \times 0,1 - 0,1^2$

$u_1 = 0,19$

on a bien $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$

donc P est vraie lorsque $n = 0$.

Hérédité : Supposons qu'il existe un entier $k \in \mathbb{N}$ tel que $0 \leq u_k \leq u_{k+1} \leq 1$

Montrons que $0 \leq u_{k+1} \leq u_{k+2} \leq 1$

on a $0 \leq u_k \leq u_{k+1} \leq 1$

or puisque $g$ est croissante sur $[0;1]$ d'après A] 1)

alors $g(0) \leq g(u_k) \leq g(u_{k+1}) \leq g(1)$

donc $0 \leq u_{k+1} \leq u_{k+2} \leq 1$



Ainsi, si P est vraie au rang $k$, alors elle l'est aussi au rang $k+1$.

Conclusion : D'après le raisonnement par récurrence, $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$

2) D'après 1), $u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$

$\Leftrightarrow$ $(u_n)$ est croissante et majorée par 1.

D'après le théorème de convergence monotone, $(u_n)$ converge.

3) On a : • $u_{n+1} = g(u_n)$

• $(u_n)$ converge vers une limite que l'on nomme $\ell$

• $g$ est continue en $\ell \in [0;1]$

D'après le théorème du point fixe,

$g(\ell) = \ell$

Ainsi d'après I] 3)

$\ell = 0$ ou $\ell = 1$

$\ell = 0$ est à rejeter car $u_n \geq 0$ et est croissante.

Par conséquent $\boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = 1}$

Ainsi, après un grand nombre d'années, environ 100 % de la population (toute la population) possèdera l'application.

C] 1) $v_n = 1 - u_n$ $\forall n \in \mathbb{N}$

$\Leftrightarrow v_{n+1} = 1 - u_{n+1}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

$= 1 - 2u_n + u_n^2$ "

$= u_n^2 - 2u_n + 1$ "

$= (u_n - 1)^2$ "

$= (1 - u_n)^2$ "

$\boxed{v_{n+1} = v_n^2}$ "

Page / nombre total de pages

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BEN RAYANA
PRENOM : (en majuscules) MOHAMED
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 15/03/2008
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Maths
Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : 2026 B-1

3) $v_n = 1 - u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$\Leftrightarrow u_n = 1 - v_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$\Leftrightarrow \boxed{u_n = 1 - 0{,}9^{(2^n)}} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

4) $u_n = 1 - 0{,}9^{(2^n)} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

- $\lim_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$ car $1 < 2$

- $\lim_{n \to +\infty} -0{,}9^{(2^n)} = 0$ par composition car $-1 < -0{,}9 < 1$

donc $\boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = 1}$ par somme

D] 1)a) Voir Annexe

b) Il faut résoudre l'inéquation $u_n \geq 0{,}99$

$u_n \geq 0{,}99$ avec $n \in \mathbb{N}$

$1 - 0{,}9^{(2^n)} \geq 0{,}99$

$\Leftrightarrow -0{,}9^{(2^n)} \geq -0{,}01$

$\Leftrightarrow 0 < 0{,}9^{(2^n)} \leq 0{,}01$

ln est croissante sur $]0; 0{,}01]$

donc $\ln(0{,}9^{2^n}) \leq \ln(0{,}01)$

$\Leftrightarrow 2^n \ln(0{,}9) \leq \ln(0{,}01)$

$\Leftrightarrow 2^n \geq \dfrac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}9)}$ car $\ln(0{,}9) < 0$ puisque $0 < 0{,}9 < 1$

Page / nombre total de pages
13/14

$2^n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,9)} > 0$ car $\ln(0,01) < 0$ $(0,01<1)$ et $\ln(0,9) < 0$

de même ln est croissante sur $\left]\frac{\ln(0,01)}{\ln(0,9)} ; +\infty\right[$

donc $\ln(2^n) \geq \ln\left(\frac{\ln(0,01)}{\ln(0,9)}\right)$

$\iff n\ln(2) \geq \ln\left(\frac{\ln(0,01)}{\ln(0,9)}\right)$

$\iff n \geq \frac{\ln\left(\frac{\ln(0,01)}{\ln(0,9)}\right)}{\ln(2)}$ car $2 > 1 \Rightarrow \ln 2 > 0$

$\iff n \geq 5,45$ arrondi au centième

donc le plus petit entier naturel $n$ tel que $u_n \geq 0,99$ est 6.

Cette fonction renvoie alors 6.

2) le premier modèle est un modèle exponentielle :
$u_n = 1 - 0,9^{2^n}$
pour converger vers 1, d'abord, $0,9^{2^n}$ converge vers 0 $\iff$ $2^n$ ~~converge~~ diverge vers ~~inf~~ $+\infty$.
donc $(u_n)$ converge vers 1 aussi vite que $2^n$ diverge.

Or $2^n$ étant une suite exponentielle en elle même, en l'infini, elle est extrêmement plus rapide que n'importe quel modèle linéaire.
Ainsi, $(u_n)$ converge vers 1, beaucoup plus rapidement que $(w_n)$.

continuité de la question 5)a). Puisque $x \in ]0; +\infty[$,
$-xe^{-1}$ passe par l'origine du repère quand $x=0$

~~b) D'après la question 4)b), la courbe~~
~~fonction f est convexe sur $[e^{-\frac{3}{2}}$~~ ;

b) f étant concave sur $[0; \frac{1}{e}]$, alors
la courbe est ~~au~~ ~~dessus~~ dessous de
toutes les tangentes dont la tangente
T en conséquence.

c)



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) HAMZAOUI
PRENOM : (en majuscules) ISMAEL SATYAVAN
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 17/04/2008



Concours / Examen : ........ Section / Spécialité / Série : ........
Epreuve : Mathématiques ........ Matière : ........



Session : 2025/26

Exercice 1 :

1) Réponse B
2) Réponse C
3) Réponse D
4) Réponse C
5) Réponse C

Exercice 2 :

1)

2) $f(x) = x^2 \ln x$

$\lim\limits_{x \to 0^+} x^2 \ln x = 0^-$ par croissance comparée.

donc $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0^-$ par croissance comparée

$\lim\limits_{x + \infty} x^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln x = +\infty$ par produit.

donc $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ par produit.

3) a) $f(x) = x^2 \ln x$

$f'(x) = (2x \times \ln x) + \left(\frac{1}{x} \times x^2\right)$

$f'(x) = 2x \times \ln x + \frac{x^2}{x}$ $\quad x \in ]0;+\infty[$

$f'(x) = 2x \times \ln x + x$

$f'(x) = x(2\ln x + 1)$

de la forme $u \times v$
avec $u = x^2$
$u' = 2x$
$v = \ln x$
$v' = \frac{1}{x}$

b) $x > 0$, donc le signe dépend de $2\ln x + 1$.

$\Leftrightarrow 2\ln x + 1 > 0$

$\Leftrightarrow \ln x^2 > -1$

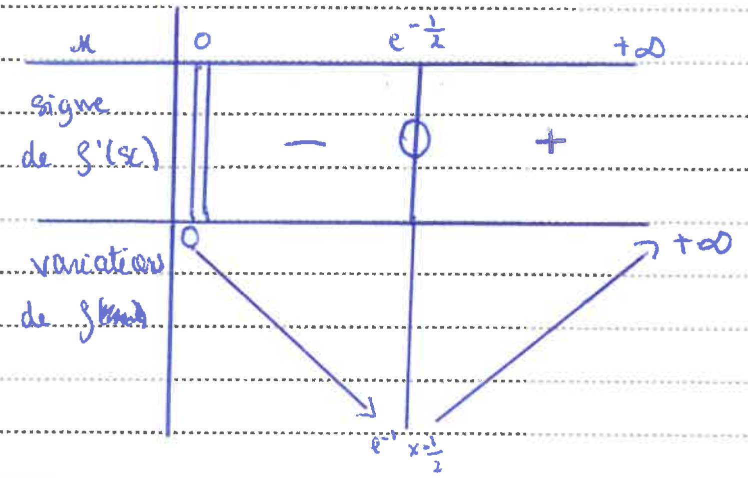
$\Leftrightarrow x^2 > e^{-1}$ avec $e > 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} > \sqrt{e^{-1}}$ avec fonction racine croissante sur $]0;+\infty[$

$\Leftrightarrow x > \sqrt{e^{-1}}$

$\Leftrightarrow x > e^{-\frac{1}{2}}$






$x \in ]0;+\infty[$

4) a) Par lecture graphique, nous pouvons conjecturer que $2{,}2 < x_1 < 2{,}3$.

b) $f'(x) = x(2\ln x + 1)$

$f''(x) = (1 \times 2\ln x + 1) + \left(2 \times \frac{1}{x}\right) \times x$ $\quad x \in ]0;+\infty[$

$f''(x) = 2\ln x + 1 + \frac{2x}{x}$

$f''(x) = 2\ln x + 1 + 2$

$f''(x) = 2\ln x + 3$

$f''(x) = 2\left(\ln x + \frac{3}{2}\right)$

de la forme $u \times v$
avec $u = x$
$u' = 1$
$v = 2\ln x + 1$
$v' = \frac{2}{x}$

Pour étudier sa convexité, calculons lorsque $f''(x) = 0$ :

$2 > 0$,

$\Leftrightarrow \ln x + \frac{3}{2} = 0$

$\Leftrightarrow \ln x = -\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow x = e^{-\frac{3}{2}}$

donc les coordonnées du point d'inflexion $I\left(e^{-\frac{3}{2}} ; f\left(e^{-\frac{3}{2}}\right)\right)$.

5) a) $T : y = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$

$= e^{-1}(2\ln e^{-1} + 1)(x - e^{-1}) + (e^{-1})^2 \times \ln e^{-1}$

$= e^{-1}(-2 + 1)(x - e^{-1}) + e^{-2} \times -1$

$= -xe^{-1} + e^{-2} + (-e^{-2})$

$= -xe^{-1}$.

3) $g(x) = x$

$\iff 2x - x^2 = x$

~~$x = \ldots$~~

~~$x \ldots$~~ avec $x \in [0;1]$

$\iff x(2 - x) = x$

$2 - x = \frac{x}{x}$

$2 - x = 1$

$-x = -1$

$x = 1$.

Dans l'intervalle $[0;1]$, $g(x) = x$ pour $x = 1$.

Partie B :

" $P_n : 0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ ".

1) Initialisation :

D'une part, $u_0 = 0,1$ et $u_1 = 2 \times u_0 - u_0^2$

$= 2 \times 0,1 - 0,1^2$

$= 0,2 - 0,01$

$= 0,19$.

D'autre part $0 \leq 0,1 \leq 0,19 \leq 1$.

Donc $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$.

La propriété $P_n$ est vérifiée au rang $n = 0$.

Hérédité :

Soit $n$ fixé, supposons que :

$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$.

Démontrons que alors

$0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$.

On pose $g(u_n) = u_{n+1}$.

$g(0) \leq g(u_n) \leq g(u_{n+1}) \leq 1$.

$0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$.

$g$ étant strictement croissante sur l'intervalle $[0;1]$, et continue, et majorée par 1,

(page suivante)



Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) HAMZAOUI

PRENOM : (en majuscules) ISMAEL SATYAVAN

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 17/04/2008

1.2

Concours / Examen : ……… Section / Spécialité / Série : ………

Epreuve : Mathématiques Matière : ………

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : 2025/26

Exercice 3 :

1)a)

| $x_i$ | 9 | 4 | 0 | a |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ |

b) $E(X) = \frac{9}{4} + \frac{4}{4} + 0 + \frac{1a}{4}$ avec a réel posit.

$= \frac{13}{4} + \frac{1a}{4}$.

Pour que l'espérance soit nulle :

$\frac{13}{4} + \frac{a}{4} = 0$

$\frac{a}{4} = \frac{-13}{4}$

$a = \frac{-13}{4} \times 4$

$a = \frac{-52}{4}$

$a = -13$

a doit être égale à $-13$ pour que le jeu soit équitable.

2) Un joueur gagne de l'argent si et seulement si il atteint une case rouge ou verte. La probabilité d'atteindre une case rouge est de 0,25. La probabilité d'atteindre une case verte est de 0,25 aussi.
Soit p la probabilité qu'un joueur gagne :
$p = 0,25 + 0,25$
$p = 0,50$.

3) a) $p(X = k) = \binom{n}{k} (p)^k (1-p)^{n-k}$

$p(X = 2) = \binom{10}{2} \left(\frac{4}{15}\right)^2 \left(\frac{11}{15}\right)^8$

À la calculatrice, $p(X=2) \simeq 0,268$.
La probabilité qu'il gagne exactement 2 fois est de 0,268.

b) $P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3)$
$= 1 - P(X \leq 2)$
À la calculatrice, $1 - P(X \leq 2) = 1 - 0,476$
$\approx 0,524$
La probabilité qu'il gagne au moins 3 fois est de 0,524.

c) On répète 10 fois, de manière identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli, qui consiste lancer une flèche sur une cible. Il existe seulement deux issues ; succès ou échec. Le succès consiste à gagner une partie, avec $p(S) = \frac{4}{15}$. L'échec consiste à ne pas gagner la partie avec $P(\overline{S}) = 1 - p = 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$.



Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où le joueur gagne une partie. X suit une loi binomiale de paramètres $X \sim \mathcal{B}(10; \frac{4}{15})$ avec $n = 10$ et $p = \frac{4}{15}$.

$E(Y) = n \times p$
$E(Y) = 10 \times \frac{4}{15}$
$E(Y) = \frac{40}{15}$

On gagne alors en moyenne $\frac{40}{15}$ €, soit environ 2,66 euros.

Exercice 4 :

1) $g(x) = 2x - x^2$
$g'(x) = 2 - 2x$ $\qquad 2 - 2x > 0 \iff 1 > x$

| $x$ | 0 | | 1 |
|---|---|---|---|
| signe $g'(x)$ | | + | |
| variations $g$ | | ↗ | |

$x \in [0;1]$.

2) $g(0) = 0$ $\qquad \forall x \in [0;1]$.
$g(1) = 1$.
Le ~~minimum~~ minimum étant 0, et le maximum étant 1, avec g continue car dérivable, et strictement croissante sur cet intervalle, alors : pour tout $x \in [0;1]$, on a $g(x) \in [0;1]$.

On multiplie le chiffre compris entre -1 et 1, par un chiffre lui aussi compris entre -1 et 1 (-1 et 1 non compris), alors la valeur met lentement de temps à augmenter.





alors, $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$.

Conclusion : $u_n$ étant initialisée au rang 0 et héréditaire, la propriété $P_n$ est vraie soit : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

3) $u_n$ étant croissante et majorée par 1,
↳ strictement
alors d'après le théorème des convergences monotones, $u_n$ converge.

3) $g(u_n) = u_{n+1}$, g est continue et strictement croissante, alors l vérifie l'équation
$f(l) = l$.
D'après la question 3 de la partie A,
$f(x) = x$ pour $x = 1$.
Donc la limite de $u_n$ est 1.
~~$\lim u_n = 1$~~

Dans le contexte de l'exercice, toute la population aura l'application à la fin.

Partie C :

1) $V_n = 1 - U_n$ $\quad \forall n \in \mathbb{N}$.

$V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$
$V_{n+1} = 1 - 2U_n + U_n^2$
$V_{n+1} = (1 - U_n)^2$
$V_{n+1} = V_n^2$

2)a) $V_0 = 1 - U_0$
$V_0 = 1 - 0,1$
$V_0 = 0,9$

$V_1 = 1 - U_1$
$V_1 = 1 - 0,19$
$V_1 = 0,81$

$V_2 = 1 - U_2$
$V_2 = 1 - (2 \times 0,19 - 0,19^2)$
$V_2 = 1 - (0,38 - 0,0361)$
$V_2 = 1 - 0,3439$
$V_2 = 0,6561$

2)b) Initialisation :

$P_n : V_n = 0,9^{(2^n)}$

$V_n$ est initialisée au rang $n = 0$.

$\cancel{V_0 = 0,9^{(2 \times 0)}}$
$\cancel{V_0 = 0,9^2}$
$V_0 = 0,9^{(2^0)}$
$V_0 = 0,9^1$
$V_0 = 0,9$



Hérédité :

Soit $n$ fixé, supposons que
$V_n = 0,9^{(2^n)}$.
Démontrons qu'alors
$V_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$.

$\cancel{V_n = 0,9^{(2^n)}}$

On sait que : $V_{n+1} = V_n^2$
$V_{n+1} = (0,9^{(2^n)})^2$ (hypothèse de récurrence)
$V_{n+1} = (0,9)^{(2^{n+1})}$.

Conclusion :
$V_n$ étant initialisée au rang 0 et héréditaire, alors la propriété $P_n$ est vraie soit : $V_n = 0,9^{(2^n)}$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

3) $V_n = 1 - U_n$ $\quad n \in \mathbb{N}$

$U_n + V_n = 1$
$U_n = V_n + 1$
$U_n = 0,9^{(2^n)} + 1$

4) $\lim_{n \to +\infty} V_n = 0$, car $-1 < 0,9 < 1$.

donc $\lim_{n \to +\infty} U_n = 1$, par somme.

Partie D :

1) a) Annexe
b) La valeur renvoyée par l'appel de cette fonction est 6.

2) La suite $U_n$ converge beaucoup plus vite vers 1 que $W_n$ car $W_0 = 0,1$ et $W_{n+1} = 0,5\, W_n + 0,5$, et lorsque

Hérédité :

~~Supposons que P(n) est vraie, c'est-à-dire que $0\le u_n\le u_{n+1}\le 1$~~

Supposons que P(n) est vraie à un certain rang n, c'est-à-dire que $0\le u_n\le u_{n+1}\le 1$.

Montrons que P(n+1) est vraie, c'est-à-dire que $0\le u_{n+1}\le u_{n+2}\le 1$.

D'après l'hypothèse de récurrence,

$0\le u_n\le u_{n+1}\le 1$.

$0\le u_n\le u_{n+1}\le 1$

~~$0\le u_0\le u_1\le 1$~~

$0\le u_1\le u_{n+1}\le 1$

$0\le 0{,}19\le u_2\le 1$

$0\le 0{,}19\le 2\times 0{,}19-0{,}19^2\le 1$

$0\le 0{,}19\le 0{,}3439\le 1$

$0\le u_{n+1}\le u_{n+2}\le 1$

Alors P(n+1) est vraie.

Conclusion : initialisée

La propriété est ~~initialisée~~ et héréditaire, d'où P(n) est vraie pour tout $n\in\mathbb{N}$. c'est-à-dire que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $0\le u_n\le u_{n+1}\le 1$.

2) La suite est croissante et majorée par 1, donc $(u_n)$ est convergente.

3)

PARTIE C :

$v_n=1-u_n$

1) $v_{n+1}=1-u_{n+1}$ $\quad v_n^2=(1-u_n)^2$

$=1-0{,}19$ $\quad =(1-u_0)^2$

$=0{,}81$ $\quad =(1-0{,}1)^2$

$=0{,}9^2$

$=0{,}81$



(dernière page) *

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) AGREBI
PRENOM : (en majuscules) SANDRA
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 21/10/2008
1.2
Concours / Examen : 
Section / Spécialité / Série :
Epreuve :
Matière : Mathématique



Exercice 1 :

1) ~~A~~ B

2) ~~D~~ C

3) ~~A~~ ~~B~~ C

4) C

5) C

Exercice 3 :

*1) a) ~~C'est la répétition de n=1 épreuves indépendantes, identiques et successives~~

~~$X\sim B(n;p)$~~

~~$X\sim B(1;p)$~~

b) $E(X)=0$

2) La probabilité p qu'un joueur gagne est de ~~$\frac{8}{4}$~~ : 6+2 = 8 cases rouges et vertes donc $\frac{8}{32}$.

3) $p=\frac{4}{15}$ $\quad n=10$

a) $P(X=k)=\binom{n}{k}\times p^k(1-p)^{n-k}$

$P(X=2)=\binom{10}{2}\times\frac{4^2}{15}\left(1-\frac{4}{15}\right)^{10-2}$

Je n'ai pas pu utiliser ma calculatrice

$P(X=2) \approx$

b) $P(X \geq 3) = 1 - P(X=2)$
$\approx$

c) $E(X) = n \times p$

Exercice 4 :

$U_{n+1} = 2U_n - U_n^2$
$U_0 = 0,1$

PARTIE A :

$g(x) = 2x - x^2$

on calcule $g'(x) = 2 - 2x$

on pose $-2x + 2 = 0$

$-2x = -2$

$x = \frac{-2}{-2}$

$x = \frac{2}{2}$

$x = 1$



| $x$ | 0 | | 1 | |
|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | + | 0 | − |
| $g(x)$ | | ↗ | 1 | ↘ |

$g(1) = 2 \times 1 - 1^2$
$= 2 - 1$
$= 1$

2) $g(x) = x$ et $x \in [0;1]$, donc pour tout $x \in [0;1]$ $g(x) \in [0;1]$.

3) $g(x) = x$
$\Leftrightarrow g(1) = 1$
$g(1) = 2x - 1^2$
$= 2 - 1$
$= 1$ donc $g(1) = 1$
$\Leftrightarrow g(x) = x$.

PARTIE B :

On considère la propriété $P(n)$ : $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

Initialisation :

Vérifions que ~~la~~ $P(0)$ est vraie ~~pour tout n∈N~~

$0 \leq U_0 \leq U_{0+1} \leq 1$
$0 \leq 0,1 \leq U_1 \leq 1$
$0 \leq 0,1 \leq 2U_0 - U_0^2 \leq 1$
$0 \leq 0,1 \leq 2 \times 0,1 - 0,1^2 \leq 1$
$0 \leq 0,1 \leq 0,2 - 0,01 \leq 1$
$0 \leq 0,1 \leq 0,19 \leq 1$

Alors $P(n)$ est vraie.

$\ln(x) = 0$

$x = e^0$

$x = 1$

$f'(x) = x(2\ln(1) + 1)$

$= x(2 \times 0 + 1)$

$= x(0+1)$

$= x \times 1$

$= x$

on pose $f'(x) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$

| $x$ | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | ↘ | ↗ | |

$f(0) = x^2 \ln(0)$

~~on pose $f'(x) = 0$~~

| $x$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f(x)$ | ↘ | $0$ | ↗ |

$f(1) = x^2 \ln(1)$

$= 1^2 \ln(1)$

$= 1 \times 0$

$= 0$



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) AGREBI
PRENOM : (en majuscules) SANDRA
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 21/10/2008
1.2
Concours / Examen : ........ Section / Spécialité / Série : ........
Epreuve : ........ Matière : Maths



donc $v_{n+1} = v_n^2$

2)a) $v_0^2 = (1 - u_0)^2$

$= (1 - 0,1)^2$

$= 0,9^2$

$= 0,81$ donc $v_0 = \sqrt{0,81}$

$= 0,9$

$v_1 = 1 - u_{0+1}$

$= 1 - u_1$

$= 1 - 0,19$

$= 0,81$

$v_2 = 1 - u_2$

$= 1 - 0,3439$

$= 0,6561$

b) On considère la propriété $\forall n$, $P(n)$ : $v_n = 0,9^{(2n)}$

Initialisation :

Vérifions que $P(0)$ est vraie.

$v_0 = 0,9^{(2\times 0)}$

$= 0,9^0$

$= 1$

Alors $P(0)$ est vraie.

Hérédité :

Supposons que $P(n)$ est vraie à un certain rang $n$, c'est-à-dire que $v_n = 0,9^{(2n)}$. Montrons que $P(n+1)$ est vraie.

c'est-à dire que $U_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$
D'après l'hypothèse de récurrence, on a : $U_n = 0,9^{(2^n)}$.

$$U_n = 0,9^{(2^n)}$$
$$U_1 = 0,9^{(2^1)}$$
$$U_1 = 0,9^2$$
$$U_1 = 0,81$$
$$U_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$$

Alors $P(n+1)$ est vraie.
Conclusion :
La propriété est initialisée et héréditaire d'où $P(n)$ est vrai pour tout $n \in \mathbb{N}$. C'est-à dire, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = 1 - u_n$.

3) $u_n$ :
$$U_n = 1 - u_n$$
$$U_n - 1 = -u_n$$
$$u_n = -(U_n - 1)$$
$$u_n = -U_n + 1$$
$$u_n = -(0,9^{(2^n)}) + 1$$

4) $\lim\limits_{n \to +\infty} -1 = -1$
$\lim\limits_{n \to +\infty} 0,9^{(2^n)} = +\infty$
Par produit, $\lim\limits_{n \to +\infty} -(0,9^{(2^n)}) = -\infty$

$\lim\limits_{n \to +\infty} 1 = 1$ Par somme, $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n) = 1 - \infty$.



Exercice 2 :
$f(x) = x^2 \ln(x)$

1) $f(ab) = (ab)^2 \ln(ab)$

2) $f(x) = x^2 \ln(x)$

- $\lim\limits_{x \to 0} x^2 = 0$
$\lim\limits_{x \to 0} \ln(x) = -\ln(x)$
Par produit, $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$

- $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$
$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$
Par produit, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

3) a) $f(x) = x^2 \ln(x)$
$= u \times v$
$u = x^2 \quad v = \ln(x)$
$u' = 2x \quad v' = \frac{1}{x}$

$$f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$
$$= \frac{(2x \times \ln(x)) - (x^2 \times \frac{1}{x})}{(\ln(x))^2}$$
$$= \frac{2x \times \ln(x) - x^2/x}{(\ln(x))^2}$$
$$= \frac{x(2\ln(x) - 1)}{(\ln(x))^2}$$
$$= x(2\ln(x) + 1)$$

b) $f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$
on pose
$\ln(x) = 0$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) AGREBI
PRENOM : (en majuscules) SANDRA
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 21 / 10 / 2008
1.2

Concours / Examen : ........ Section / Spécialité / Série : ........

Epreuve : ........ Matière : Maths

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ........

$I(x\,;\,f(x))$

$I(1\,;\,0)$

a) la courbe C semble être en dessous de l'axe des abscisses entre 0,1 et 1, puis passe au dessus en passant par son point d'inflexion I et tend vers $+\infty$.

b) f est concave sur $[0\,;\,1]$ et convexe sur $[1\,;+\infty[$ d'après le graphique. Ainsi, son point d'inflexion se trouve en 1, avec $I(1\,;0)$.

5)a) $O(0;0;0)$

* Exercice 3 question 1)a) :

1)a)

| $X = x_i$ | 14 | 8 | 6 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X = x_i)$ | $\frac{7}{16}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{16}$ | $\frac{1}{16}$ |

$f(e^{-\frac{1}{2}}) = (e^{-\frac{1}{2}})^2 \ln(e^{-\frac{1}{2}})$

$\Rightarrow f(e^{-\frac{1}{2}}) = e^{-1} \times (-\frac{1}{2})$

$\Rightarrow f(e^{-\frac{1}{2}}) = \frac{1}{e} \times (-\frac{1}{2})$

$\Rightarrow f(e^{-\frac{1}{2}}) = -\frac{1}{2e}$

c) a. Par lecture graphique :

$0,1 < x_1 < 0,3$

b. Nous avons : $f'$

$f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$

$f'(x) = x(\ln(x^2) + 1) = U \times V$

$U(x) = x \rightarrow U'(x) = 1$

$V(x) = \ln(x^2) + 1 \rightarrow V'(x) = \frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x}$

Donc :

$f''(x) = U'V + UV'$

$\Rightarrow f''(x) = \ln(x^2) + 1 + x(\frac{2}{x})$

$\Rightarrow f''(x) = 2\ln(x) + 1 + 2$

$\Rightarrow f''(x) = 2\ln(x) + 3$

Résolvons l'équation :

$2\ln(x) + 3 = 0$

$\Leftrightarrow 2\ln(x) = -3$

$\Leftrightarrow \ln(x) = -\frac{3}{2}$





~~Exercice 1~~

Question 1 :

Exo 2

1) $f(x) = x^2 \ln(x)$

$\Rightarrow f(ab) = (ab)^2 \ln(ab)$

$\Rightarrow f(ab) = a^2 \times b^2 \times (\ln(b) + \ln(a))$

$\Rightarrow f(ab) = a^2 \times b^2 \times \ln(a) + a^2 \times b^2 \times \ln(b)$

~~$(\Rightarrow f(ab) = b^2 \ln(a) + a^2 \ln($~~

Nous savons que :

$\begin{cases} f(a) = a^2 \ln(a) \\ f(b) = b^2 \ln(b) \end{cases}$

Donc :

$f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) $f(x) = x^2 \ln(x)$

Limite de f(x) en $0^+$ :

$\lim\limits_{x \mapsto 0} x^2 = 0$

$\lim\limits_{x \mapsto 0} \ln(x) = -\infty$

Par croissance comparée :

$\lim\limits_{x \mapsto 0} x^2 \ln(x) = 0^-$

$\Rightarrow \lim\limits_{x \mapsto 0} f(x) = 0^-$

Limite de f(x) en $+\infty$ :

$\lim\limits_{x \mapsto +\infty} x^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x \mapsto +\infty} \ln(x) = +\infty$

Par produit :

$\Rightarrow \lim\limits_{x \mapsto +\infty} f(x) = +\infty$

3) a. $f(x) = x^2 \ln(x) = U \times V$

$U(x) = x^2 \longrightarrow U'(x) = 2x$

$V(x) = \ln(x) \longrightarrow V'(x) = \frac{1}{x}$



$f'(x) = U'V + UV'$

$f'(x) = 2x \ln(x) + x^2 \times \frac{1}{x}$

$\Rightarrow f'(x) = 2x \ln(x) + x$

$\Rightarrow f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$

b. Posons l'équation :

$x(2\ln(x) + 1) = 0$

$x = 0$ ou $2\ln(x) + 1 = 0$

impossible car $0 \notin ]0;+\infty[$

$\Leftrightarrow 2\ln(x) = -1$

$\Rightarrow \ln(x^2) = -1$

$\Rightarrow e^{\ln(x^2)} = e^{-1}$

$\Rightarrow x^2 = \frac{1}{e}$

$x = \sqrt{e^{-1}}$ ou $x = -\sqrt{e^{-1}}$

$-\sqrt{e^{-1}} \notin ]0;+\infty[$

Donc :

$S = \{ e^{-\frac{1}{2}} \}$

Tableau de signe de f'(x) et de variations de f :

| $x$ | $0$ | | $e^{-\frac{1}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | $0$ | $\searrow$ | $-\frac{1}{2e}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

c) On sait que l'ordonnée à l'origine $p$ se définit par cette relation :

~~[illegible]~~

$p = -f'(x)\times x + f(x)$ La suite dans la page 5.

Nous devons vérifier que :

$-f'(x)x + f(x) = 0$ n'admet qu'une seule solution $\forall x \in ]0;+\infty[$

$\Rightarrow x^2(2\ln(x)+1) + x^2 \cancel{\times} \ln(x) = 0$

$\Rightarrow x^2(2\ln(x) + 1 + \cancel{x}\ln(x)) = 0$

$x^2 = 0$ ou $2\ln(x) + \cancel{x}\ln(x) + 1 = 0$

impossible car $0 \notin ]0;+\infty[$

$2\ln(x) + \cancel{x}\ln(x) + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2\ln(x) + \cancel{x}\ln(x) = -1$

$\Rightarrow \cancel{(2x\ln(x))} = -1$ $\quad 3\ln(x) = -1$

$\Leftrightarrow \cancel{\ln(x)(2+x) = -1}$ $\Rightarrow \ln(x) = -\frac{1}{3}$

$\Rightarrow \cancel{\ln(x)}$ $\quad \Rightarrow e^{\ln(x)} = e^{-\frac{1}{3}}$

$x = e^{-\frac{1}{3}}$

$\Leftrightarrow x\ln(x) = -1 - 2\ln(x)$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1-2\ln(x)}{\ln(x)}$

6) $x_I = e^{-\frac{3}{2}} \simeq 0{,}22$ au $100^{ème}$ près

$y_I = -\frac{3}{2} \times e^{-3} \approx -0{,}07$ au $100^{ème}$ près



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) AMARA
PRENOM : (en majuscules) FARES
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 26/12/2008



Concours / Examen : Bac blanc Section / Spécialité / Série :

Epreuve : Mathématiques Matière :



Session :

Ex 2 Suite :

4) b.

$\Leftrightarrow \ln(x) = -\frac{3}{2}$

$\Rightarrow e^{\ln(x)} = e^{-\frac{3}{2}}$

$\Rightarrow x = e^{-\frac{3}{2}}$

(c) Tableau de signes de $f''(x)$ :

| $x$ | $0$ | | $e^{-\frac{3}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| Convexité de $f(x)$ | | Concave | | Convexe | |

Donc, le point d'inflexion $I$ a pour coordonnées

$I(e^{-\frac{3}{2}} ; f(e^{-\frac{3}{2}}))$

$f(e^{-\frac{3}{2}}) = (e^{-\frac{3}{2}})^2 \ln(e^{-\frac{3}{2}})$

$f(e^{-\frac{3}{2}}) = e^{-3} \times -\frac{3}{2}$

$f(e^{-\frac{3}{2}}) = -\frac{3}{2} \times e^{-3}$

Donc, $I(e^{-\frac{3}{2}} ; -\frac{3}{2} \times e^{-3})$

5) a. L'équation de la tangente :

$T_{\frac{1}{e}} : y = f'(\frac{1}{e})(x - \frac{1}{e}) + f(\frac{1}{e})$

$f'(\frac{1}{e}) = \frac{1}{e}(2\ln(\frac{1}{e}) + 1)$

$\Rightarrow f'(\frac{1}{e}) = e^{-1}(2\ln(e^{-1}) + 1)$

$\Rightarrow f'(\frac{1}{e}) = e^{-1}(-2 + 1)$

$\Rightarrow f'(\frac{1}{e}) = -e^{-1}$

$f(\frac{1}{e}) = (\frac{1}{e})^2 \ln(\frac{1}{e})$

$\Rightarrow f(\frac{1}{e}) = e^{-2} \ln(e^{-1})$

$\Rightarrow f(\frac{1}{e}) = -e^{-2}$

Donc :

$T_{\frac{1}{e}} : y = -e^{-1}(x - \frac{1}{e}) - e^{-2}$



$\Rightarrow y = -e^{-1}x + e^{-1} \times e^{-1} - e^{-2}$

$\Rightarrow y = -e^{-1}x + \cancel{e^{-2}} - \cancel{e^{-2}}$

$\Rightarrow y = -e^{-1}x$

Donc :

$T_{\frac{1}{e}} : y = -e^{-1}x$

L'équation de la tangente au point d'abscisse $\frac{1}{e}$ s'écrit sous la forme :

$y = mx + p$

$p = 0$

Donc : la tangente passe par l'origine du repère.

b. On sait que :

$e^{-1} \approx 0,37$ au $100^{ème}$ près

et

$x_I = e^{-\frac{3}{2}} \approx 0,22$ au $100^{ème}$ près

$e^{-1} > x_I$

Sachant que :

$f(x)$ est convexe dans l'intervalle $]e^{-\frac{3}{2}} ; +\infty[$

Donc T se trouve en dessous de C

b) Nous devons calculer :

$P(Y \geq 3)$

$P(Y \geq 3) = 1 - P(Y \leq 2)$

$P(Y \geq 3) \approx 1 - 0,476$

$P(Y \geq 3) \approx 0,524$ au $1000^{ème}$ près

c) Par définition de l'espérance d'une loi binomial :

$E(Y) = n \times p$

$\Rightarrow E(Y) = 10 \times \frac{4}{15}$

$\Rightarrow E(Y) = \frac{40}{15} = \frac{8}{3}$

En moyenne, après plusieurs lancés, le joueur gagner $\frac{8}{3}$ fois de l'argent.

Ex 4

Partie A

1)

$g(x) = 2x - x^2$

$g'(x) = 2 - 2x$

$g'(x) = 2(1-x)$

$2 > 0$

$1 - x = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$



Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) AMARA

PRENOM : (en majuscules) FARES

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 26/12/2007

1.2

Concours / Examen : Bac Blanc

Section / Spécialité / Série :

Epreuve : Mathématiques

Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Ex 1 Suite :

5) En C.

$p = -f'(x)x + f(x)$

$\Rightarrow p = -x(2\ln(x) + 1) \times x + x^2 \ln(x)$

$\Rightarrow p = -x^2(2\ln(x) + 1) + x^2 \ln(x)$

$\Rightarrow p = x^2(-2\ln(x) - 1 + \ln(x))$

$\Rightarrow p = x^2(-\ln(x) - 1)$

$p = 0$

$\Rightarrow x^2(-\ln(x) - 1) = 0$

$x^2 = 0$ ou $-\ln(x) - 1 = 0$

$0 \notin ]0;+\infty[$ $\Leftrightarrow \ln(x) = -1$

$\Rightarrow e^{\ln(x)} = e^{-1}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{e}$

C admet une unique tangente passant par O en $x = \frac{1}{e}$

Exo 3

1) loi de probabilité de X

| $x$ | $-a$ | 0 | 4 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{14}{30}$ | $\frac{8}{30}=\frac{4}{15}$ | $\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{15}=\frac{2}{30}$ |

2) Pour que le jeu soit équitable :

$E(x) = 0$

$\Rightarrow -a \times \frac{14}{30} + 0 \times \frac{8}{30} + 4 \times \frac{6}{30} + 9 \times \frac{2}{30} = 0$

$\Rightarrow \frac{-a \times 14}{30} + \frac{24}{30} + \frac{18}{30} = 0$

$\Rightarrow \frac{-a \times 14 + 24 + 18}{30} = 0$

$\Leftrightarrow -a \times 14 + 24 + 18 = 0$

$\Rightarrow -14a = -42$

$\Rightarrow a = \frac{42}{14} = 3$

2) Pour qu'un joueur gagne, la flèche doit atteindre une case verte ou une case rouge

Sachant qu'il y a 6 cases vertes et 2 cases rouges parmi les 30 cases, alors :

$p = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

3)

a. Soit l'épreuve « tirer une fléchette », le joueur peut perdre ou gagner de l'argent. C'est une épreuve de Bernoulli.
Soit S le succès l'évènement : « le joueur gagne de l'argent » $p(S) = \frac{4}{15}$

L'épreuve est répétée 10 fois de manière identique et indépendante. C'est un schéma de Bernoulli.
Soit Y la variable aléatoire donnant le nombre de fois où le joueur gagne de l'argent.
Y suit donc une loi binomiale de paramètres :

$n = 10$ et $p = \frac{4}{15}$

Nous devons calculer $P(Y=2)$ :
On sait que :

$P(Y=2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(1-\frac{4}{15}\right)^8$

$P(Y=2) \approx 0{,}268$ au $1000^{ème}$ près

Donc, par le théorème des points fixes :
soit $\ell$ la limite de la suite $(U_n)$ :

$\ell = g(\ell)$

Grâce à la question 3 de la partie A, nous en avons déduis que :

$\ell = 0$ ou $\ell = 1$

Sachant que :

$0 \leq U_n \leq U_{n+1}$

alors, la limite de la suite $(U_n)$ :

$\lim\limits_{n \to +\infty} (U_n) = 1$

Donc, après n semaines, toutes la population installera la nouvelle application

Partie C

1) On sait que :

$V_n = 1 - U_n$

$\Rightarrow V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

$\Rightarrow V_{n+1} = 1 - 2U_n + U_n^2$

Essayons de démontrer que $1 - 2U_n + U_n^2 = (1-U_n)^2$

$V_{n+1} = V_n^2$

$V_{n+1} = (1-U_n) \times (1-U_n)$





| $x$ | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ |
| $g$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ |

2) $g(0) = 2 \times 0 - 0^2$
$g(0) = 0$

$g(1) = 2 \times 1 - 1^2$
$g(1) = 1$ $\quad g([0;1]) = [0;1]$

Donc, $\forall x \in [0;1]$, $g(x) \in [0;1]$

3) $g(x) = x$

$\Rightarrow 2x - x^2 = x$
$\Leftrightarrow 2x - x^2 - x = 0$
$\Rightarrow x^2 - x = 0$
$\Rightarrow x(x-1) = 0$

$x = 0$ ou $x - 1 = 0$
$x = 1$

$S = \{0 \, ; \, 1\}$

Partie B

1) Nous savons que :

$$\begin{cases} g(x) = 2x - x^2 \\ U_{n+1} = 2U_n - U_n^2 \end{cases}$$

Donc :

$U_{n+1} = g(U_n)$

Soit $P_n$ la propriété suivante :
$P_n$ : « $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$ », $\forall n \in \mathbb{N}$

Initialisation :
Pour $n = 0$

$U_0 = 0{,}1$

$U_1 = 2 \times U_0 - U_0^2$
$\Rightarrow U_1 = 2 \times 0{,}1 - 0{,}1^2$
$\Rightarrow U_1 = 0{,}19$

$0 \leq 0{,}1 \leq 0{,}19 \leq 1$

$\Rightarrow 0 \leq U_0 \leq U_1 \leq 1$



$P_0$ est donc vraie.

Hérédité :

Supposons que pour n entier donné, $P_n$ soit vraie. Démontrons qu'alors :

« $0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$ », $\forall n \in \mathbb{N}$

Nous avons :

$0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

$\Rightarrow g(0) \leq g(U_n) \leq g(U_{n+1}) \leq g(1)$

$$\begin{cases} g(0) = 0 \\ g(1) = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow 0 \leq g(U_n) \leq g(U_{n+1}) \leq 1$

$\Rightarrow 0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

Donc, $\forall n \in \mathbb{N}$, $P_n$ tel que « $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$ » est vraie.

2) Grâce à la question précédente, nous pouvons ~~en avons~~ en conclure que $(U_n)$ est croissante et majorée par 1. Alors, $U_n$ converge.

3) Nous avons :
- $g(U_n) = U_{n+1}$
- $g$ est continue sur $[0 \, ; \, 1]$
- $U_n$ converge

Partie D

1) a. Par l'annexe

b. A l'aide de la calculatrice :

$U_5 \approx 0,966$ au 1000ème près

$U_5 < 0,99$

$U_6 \approx 0,999$ au 1000ème près

$U_6 \geq 0,99$

Donc, la valeur renvoyé par le programme est 6.

2) Nous avons :

$$\begin{cases} U_n = 1 - 0,9^{(2^n)} \\ W_{n+1} = 0,5 W_n + 0,5 \end{cases}$$

En réalité, $0,9^{(2^n)}$ tend ~~vers~~ beaucoup plus vite vers 0 que $0,5W_n$ ne tend vers 0,5. Donc, la suite $(U_n)$ ~~est~~ converge beaucoup plus vite vers 1 que la suite $(W_n)$.

$U_7 = 1$

$W_{35} = 1$



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) AMARA
PRENOM : (en majuscules) FARES
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 26 / 12 / 2008
1.2

Concours / Examen : Bac blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Mathématiques
Matière :

CONSIGNES
• Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
• En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
• Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
• Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
• Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exe 4

Partie C

Suite :

1)

$(1-U_n)^2 = 1 - 2U_n + U_n^2$

$1 - 2U_n + U_n^2 = (1-U_n)^2$

Donc :

$V_{n+1} = V_n^2$

2) a.

$v_0 = 1 - U_0$

$\Rightarrow v_0 = 1 - 0,1$

$\Rightarrow v_0 = 0,9$

$v_1 = 1 - U_1$

~~$(v_1 \Rightarrow$~~

Aussi :

$v_1 = (1-U_0)^2$

$\Rightarrow v_1 = 0,9^2$

$\Rightarrow v_1 = 0,81$

$V_2 = (V_1)^2$

$\Rightarrow V_2 = (0,81)^2$

$\Rightarrow V_2 = 0,6561$

2. Soit $P_n$ la propriété suivante

$P_n$ : « $V_n = 0,9^{(2^n)}$ », $\forall n \in \mathbb{N}$

Initialisation.

Pour $n = 0$

$0,9^{2^0} = 0,9^1 = 0,9$

$V_0 = 0,9$

$V_0 = 0,9^{2^0}$

Donc, $P_0$ est vraie

Hérédité :

Supposons que pour un entier donné, $P_n$ soit vraie. Démontrons qu'alors :
« $V_{n+1} = 0,9^{2^{n+1}}$ », $\forall n \in \mathbb{N}$



Nous avons :

$V_{n+1} = V_n^2$

$\Rightarrow V_{n+1} = \left(0,9^{(2^n)}\right)^2$

$\Rightarrow V_{n+1} = \left(0,9^{2^n \times 2}\right)$

$\Rightarrow V_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$

Ainsi, $\forall n \in \mathbb{N}$, $P_n$ tel que « $V_n = 0,9^{2^n}$ » est vraie.

3) On sait que :

$V_n = 1 - U_n$

$\Leftrightarrow U_n = 1 - V_n$

$\Rightarrow U_n = 1 - 0,9^{2^n}$

4) $U_n = 1 - 0,9^{2^n}$

Limite

$\lim\limits_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} -0,9^x = 0^-$ car $0 < 0,9 < 1$

Par composition :

$\lim\limits_{n \to +\infty} -0,9^{(2^n)} = 0^-$

Par somme :

$\lim\limits_{n \to +\infty} (U_n) = 1$

Page / nombre total de pages

24 / 24

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) AMARA
PRENOM : (en majuscules) FARES
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 26/12/2007

1.2

Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Mathématiques
Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Ex 1

Question 1 : C

Question 2 : C

Question 3 : B

Question 4 : C

Question 5 : D

Page / nombre total de pages

21 / 24

Ex 3 :

1) a)

| $x_i$ | 9 | 4 | 0 | a |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,25 |

$\frac{1}{4} = 0,25$

b) $E(X) = 9\times\frac{1}{4} + 4\times\frac{1}{4} + 0\times\frac{1}{4} + a\times\frac{1}{4} = 0$

$\cancel{\Leftrightarrow 9+4+a=0}$

$\cancel{\Leftrightarrow a = -13} \Leftrightarrow \frac{13}{4} + \frac{a}{4} = 0 \Leftrightarrow a = -13$

$\boxed{a = -13}$

2) $P(P)$ : il y'a 6 cases vertes et 2 cases rouges sur 30 cases au total.
(Il faut soit des cases rouge soit des cases vertes car le gain $> 0$)

$p(P) = \frac{6+2}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

3) On répète 10 fois la même expérience qui est jouer une partie, à 2 issues possibles (gagner ou perdre) indépendamment. Soit Y la variable aléatoire représentant le nombre de gains du joueur. Alors Y suit une loi binomiale de paramètre $B(10; \frac{4}{15})$

On cherche $p(Y=2) = \binom{10}{2}\left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(1-\frac{4}{15}\right)^8$

$p(Y=2) \approx 0,268.$

b) $p(Y \geq 3) = 1 - p(Y \leq 2) \approx 0,524.$

c) $E(Y) = n \times p = 10 \times \frac{4}{15} = \frac{8}{3} \approx 2,67$

En moyenne, sur les 10 parties, le joueur gagne 2,67 fois.





Exercice 2 :

1) $f(ab) = (ab)^2 \ln ab = a^2 \times b^2 \times (\ln a + \ln b)$
$= a^2b^2 \ln a + a^2b^2 \ln b$

Car $f(a) = a^2 \ln a$ et $f(b) = b^2 \ln b$

Donc $f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$
$= b^2(a^2 \ln a) + a^2(b^2 \ln b)$
$= a^2b^2 \ln a + a^2b^2 \ln b$ (ce qu'on a trouvé juste avant)

2) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} x^2 \ln x.$

$\lim_{x\to 0^+} x^2 = 0$ et $\lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$

Par croissance comparée $(x^n \ln(x))$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} x^2 \ln x$

$\lim_{x\to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim_{x\to +\infty} \ln x = +\infty$

Par produit, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$

3)a) $f'(x) = (x^2)' \times (\ln x) + (\ln x)' \times x^2$
$= 2x \ln x + \frac{1}{x} \cdot x^2$

$\cancel{\frac{2x^2 \ln x + x^2}{x}} = \cancel{\frac{3x^2 \ln x}{x}}$

$= 2x \ln x + x$

$= x(2 \ln x + 1)$

b) Sur $]0;+\infty[$, $x > 0$.

Donc $f'(x)$ suit le signe de $2\ln x + 1$

$2 \ln x + 1 > 0$

$2 \ln x > -1$

$\ln x > -\frac{1}{2}$

$x > e^{-\frac{1}{2}}$ } $e \nearrow$ sur $\mathbb{R}^+$

$x > \frac{1}{\sqrt{e}}$

| $x$ | 0 | | $\frac{1}{\sqrt{e}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f'$ | ‖ | $-$ | 0 | $+$ | |
| variation de $f(x)$ | ‖ 0 | ↘ | $f(\frac{1}{\sqrt{e}})$ | ↗ | $+\infty$ |

$f(\frac{1}{\sqrt{e}}) < 0$

4) a) $0,2 < x_I < 0,3$

b) $f''(x) = x' \times (2\ln x + 1) + (2\ln x + 1)' \times x$

$= 1 \times (2\ln x + 1) + \frac{2}{x} \times x$

$= 2\ln x + 1 + 2 = 2\ln x + 3$

~~3) > 0 donc f'(x) suit le signe de 2ln x~~

$2\ln x + 3 > 0$



$2 \ln x > -3$

$\ln x > -\frac{3}{2}$ } $e \nearrow$ sur $\mathbb{R}^+$

$x > e^{-\frac{3}{2}}$

Lorsque $f''(x) > 0$, $f$ est convexe et lorsque $f''(x) < 0$ $f$ est concave.

Le point d'inflexion est là où $f''(x)$ s'annule et change de signe, ici c'est $e^{-\frac{3}{2}}$

| $x$ | 0 | | $e^{-\frac{3}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f''(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| variation de $f$ | ‖ | concave | | convexe | |

$f(e^{-\frac{3}{2}}) \approx -0,075$  $I(e^{-\frac{3}{2}} ; -0,075)$

5) a) Équation de $T$ : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

ici $a = \frac{1}{e}$. $f'(\frac{1}{e}) = \frac{1}{e}(2 \ln \frac{1}{e} + 1) \approx -0,37$.

$f(\frac{1}{e}) = (\frac{1}{e})^2 \ln(\frac{1}{e}) \approx -0,14$.

$y = -0,37(x - \frac{1}{e}) - 0,14$

$y = -0,37x + \frac{0,37}{e} - 0,14$

$y = 0 \iff -0,37x + \frac{0,37}{e} - 0,14 = 0$

$\iff -0,37x + \frac{0,37}{e} = 0,14$

$\iff -0,37x = 0,14 - \frac{0,37}{e}$

$\iff x = \frac{-(0,14 - \frac{0,37}{e})}{0,37}$

$x = \frac{-0,14 + \frac{0,37}{e}}{0,37} \approx 0$. Donc pour $y = 0$, $x = 0$ d'où la tangente $T$ à $C$ au point d'abscisse $\frac{1}{e}$ passe bien par l'origine.

b) Sur $]0; e^{-\frac{3}{2}}]$, $f$ est concave donc $T$ est au dessus de $C$. Sur $[e^{-\frac{3}{2}}; +\infty[$, $f$ est convexe donc $C$ est au dessus de $T$.

c) $f'(x)$ est le coefficient directeur de la tangente donc de toute tangente de $C$. $f'(x)$ ne s'annule que pour $x = \frac{1}{\sqrt{e}} > 0$.

3) Comme $v_n = 1 - u_n$, donc $u_n = -v_n + 1$

$u_n = -0{,}9^{(2^n)} + 1$

4) $\lim_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$. $-1 < 0{,}9 < 1$ donc

$\lim_{n \to +\infty} 0{,}9^{(2^n)} = 0$

Par somme, $\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$.

Partie D :

1) a) Annexe

b) $n = 6$

2) Pour $u_{n+1}$ on fait $2u_n - u_n^2$, or $0 < u_n^2 \leq 1$

or pour $w_{n+1}$ on fait $\underline{w_n} + 0{,}5$. Diviser par 2 et ajouter 0,5 est plus lent que multiplier 2 par 2 et ajouter un chiffre entre 0 et 1.

Exercice 1 :

Question 1 : réponse B

Question 2 : réponse C

Question 3 : réponse A

Question 4 : réponse C

Question 5 : réponse C





Exercice 4 : Partie A :

1) $g'(x) = (2x)' - (x^2)'$

$= 2 - 2x$

$-2x + 2 \geq 0$

$-2x \geq -2$

$x \leq 1$. Or, ici $x$ est bien $\leq 1$

donc $g'(x) \geq 0$

| $x$ | 0 | | 1 |
|---|---|---|---|
| signe de $g'$ | | + | 0 |
| variation de $g$ | 0 | ↗ | 1 |

$g(0) = 2 \times 0 - 0^2 = 0$ $\quad$ $g(1) = 2 \times 1 - 1^2 = 1$

2) $g(0) = 0 \in [0;1]$ et $g(1) = 1 \in [0;1]$

donc sur $[0;1]$, $g(x) \in [0;1]$.

3) $g(x) = x \iff 2x - x^2 = x$

$\iff 2x - x^2 - x = 0$

$\iff x(2 - x - 1) = 0$

$x(-x+1) = 0$. Donc soit $x=0$ soit $-x+1=0$
$\iff -x=-1$
$\iff x=1$

$x=0$ et $x=1$ sont solutions de l'équation $g(x) = x$

Partie B :

1) Par récurrence :

Initialisation : pour $n=0$, $u_0 = 0,1$.
$u_1 = 2\times u_0 - (u_0)^2$
$= 2\times 0,1 - (0,1)^2 = 0,19$

On a bien $0 \leq 0,1 \leq 0,19 \leq 1$

La propriété est alors initialisée.

Hérédité : Supposons pour ~~un~~ un certain rang $k$, que $0 \leq u_k \leq u_{k+1} \leq 1$. Montrons qu'alors

$0 \leq u_{k+1} \leq u_{k+2} \leq 1$

On a $0 \leq u_k \leq u_{k+1} \leq 1$

$g(0) \leq g(u_k) \leq g(u_{k+1}) \leq g(1)$ g croissante sur $[0;1]$

$0 \leq u_{k+1} \leq u_{k+2} \leq 1$

Conclusion : $\forall n \geq 0$, $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$.

2) $(u_n)$ est croissante car $u_{n+1} \geq u_n$ et elle est majorée par 1.



Donc $(u_n)$ converge vers un réel $l$.

3) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1} =$ [illegible] $1$ d'après l'énoncé car $u_{n+1}$ représente une évolution de la proportion. Par comparaison, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ $(u_{n+1} \geq u_n)$

faux.
Vrai réponse p. 9

Partie C :

1) $v_{n+1} = 1 - u_{n+1}$
$= 1 - (2u_n - u_n^2)$
$= 1 - 2u_n + u_n^2$
$= (1-u_n)^2 = v_n^2$

2) a) $v_0 = 1 - u_0$
$= 1 - 0,1 = 0,9$

$v_1 = 1 - u_1$
$= 1 - 0,19$
$= 0,81$

$v_2 = 1 - u_2$. $u_2 = 2\times u_1 - u_1^2 = 2\times 0,19 - (0,19)^2$
$= 0,3439$
$= 1 - 0,3439$
$= 0,6561$

b) Initialisation : pour $n=0$, $v_0 = 0,9$ et $0,9^{(2^0)} = 0,9^1 = 0,9$. On a bien $v_0 = 0,9^{(2^0)}$
La propriété est alors initialisée.
Hérédité : Supposons pour un certain rang $k$ que $v_n = 0,9^{(2^n)}$. Montrons alors que $v_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$

On a $v_{n+1} = v_n^2$, or $v_n = 0,9^{(2^n)}$

donc $v_{n+1} = \left(0,9^{(2^n)}\right)^2$
$= 0,9^{(2^n \times 2)}$
$= 0,9^{(2^{n+1})}$

Conclusion : $\forall n \geq 0$, $v_n = 0,9^{(2^n)}$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) ABOUDA
PRENOM : (en majuscules) Amine
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 10/07/2008
1.2

Concours / Examen : ........ Section / Spécialité / Série : ........
Epreuve : ........ Matière : ........

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ........

Exercice 4 :

Partie B, question 3) :

Sur $[0 ; 1]$ $g$ est continue (car dérivable) et strictement croissante.
$g(u_n) = u_{n+1}$ et $u_n$ converge vers un réel $l$.
Donc d'après le théorème du point fixe, $l$ est solution de l'équation $g(x) = x$. On avait $x=0$ et $x=1$
or $u_n \geq 0$ et elle est croissante donc $l = 1$
$\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$. Cela veut dire qu'après un très grand nombre de semaine, presque toute la population de la ville ont installé l'application.

Page / nombre total de pages

Page / nombre total de pages

b.

$f''(x) = u.v \Rightarrow u'v + v'u$

$= 1(2\ln x + 1) + \frac{2}{x} \cdot x$

$u = x$

$u' = 1$

$= 2\ln x + 1 + 2$

$v = 2\ln x + 1$

$v' = \frac{2}{x}$

$= 2\ln x + 3$

| | |
|---|---|
| $f''(x) = 0$ | $f''(x) > 0$ |
| $2\ln x + 3 = 0$ | $2\ln x + 3 > 0$ |
| $2\ln x = -3$ | $2\ln x > -3$ |
| $\ln x = \frac{-3}{2}$ | $\ln x > \frac{-3}{2}$ |
| $e^{\ln x} = e^{-\frac{3}{2}}$ | $e^{\ln x} > e^{-\frac{3}{2}}$ |
| $x = e^{-\frac{3}{2}}$ | $x > e^{-\frac{3}{2}}$ |

| $x$ | $0$ | $e^{-\frac{3}{2}}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | $-$ | | $+$ |
| Convexité | concave | | convexe |

point d'inflexion

f est concave sur l'intervalle $]0 ; e^{-\frac{3}{2}}]$ et convexe sur l'intervalle $[e^{-\frac{3}{2}}, +\infty[$ admet 1 point d'inflexion $= e^{-\frac{3}{2}}$





Ex 1

1) C

2) C

3) B

4) C

5) D

Ex2

On a $f(x) = x^2 \ln x$

1)

2) $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ :

$\lim\limits_{x \to 0^+} x^2 = 0$

$\lim\limits_{x \to 0^+} \ln x$

Alors par croissance comparée $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ :

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$
$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$
} par croissance comparée $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

3)
a.
On a $f(x) = x^2 \ln x$ $\quad u = x^2 \quad v = \ln x$
$\quad u' = 2x \quad v' = \frac{1}{x}$

$f'(x) = u.v \Rightarrow u'v + v'u$

$= 2x(\ln x) + \frac{1}{x} \cdot x^2$

$= 2x \ln x + \frac{x^2}{x}$

$= 2x \ln x + x = x(2\ln x + 1)$

b.
$f'(x) = 0$

$x(2\ln x + 1) = 0$

Soit $x = 0$ ou $2\ln x + 1 = 0$

$2\ln x = -1$

$\ln x = \frac{-1}{2}$

$e^{\ln x} = e^{-\frac{1}{2}}$

$x = e^{-\frac{1}{2}}$



$f'(x) \geq 0$

$x(2\ln x + 1) > 0$

$x > 0$ ou $2\ln x + 1 > 0$

$2\ln x > -1$

$\ln x > \frac{-1}{2}$

$e^{\ln x} > e^{-\frac{1}{2}}$

$x > e^{-\frac{1}{2}}$

| $x$ | $0$ | | $e^{-\frac{1}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $0$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | $+\infty$ |

$f(e^{-\frac{1}{2}}) = (e^{-\frac{1}{2}})^2 \ln(e^{-\frac{1}{2}})$

$= e^{\frac{3}{2}} \cdot -\frac{1}{2}$

$= \frac{e^{\frac{3}{2}}}{2}$

4)
a.
$0,2 \leq B \leq 0,3$
Par lecture graphique

Demontrons que $P_n$ est aussi vrai a l'ordre de $n+1$
Soit $0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

On a $U_{n+1} = 2U_n - U_n^2$
Sachant que $U_n$ est strictement croissante
On peut alors appliquer $g(x)$ dans cette suite
Soit

$$g(0) \leq g(U_n) \leq g(U_{n+1}) \leq g(1)$$

$$0 \leq 2U_n - U_n^2 \leq 2U_{n+1} - U_{n+1}^2 \leq 1$$

$$0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$$

. Conclusion
Pour tout $n \in \mathbb{N}$ $P_n$ est hereditaire et vrai a l'ordre $n$
Alors $P_n$ est aussi vraie pour tout $n$
Soit $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

2) La suite converge car elle est strictement croissante avec 1 comme maximum.

3) $g(\ell) = \ell$

$$2\ell - \ell^2 = \ell$$

$$2\ell - \ell^2 - \ell = 0$$

$$\ell - \ell^2 = 0$$

$$\ell(1-\ell) = 0$$

Soit $\ell = 0$ ou $1 - \ell = 0$
$\ell = 1$
Alors la suite $U_n$ a pour limite $\ell = 0$ et $\ell = 1$
c'est à dire que $U_n$ sera toujours compris entre 0 et 1



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BENTURKIA
PRENOM : (en majuscules) LEITH
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 17/08/2008
1.2

Concours / Examen : ...................... Section / Spécialité / Série : ......................
Epreuve : ...................... Matière : ......................

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ......................

5)
a.
$$T_c : y = f'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + f\left(\frac{1}{e}\right)$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{e}\left(2\ln\left(\frac{1}{e}\right) + 1\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + \left(\frac{1}{e}\right)^2 \cdot \ln\left(\frac{1}{e}\right)$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{e}(\ln + 1)\left(x - \frac{1}{e}\right) + \frac{1}{e^2} \cdot \ln 1$$

$$\Leftrightarrow y = 2\left(x - \frac{1}{e}\right) + \frac{1}{e^2}$$

$$\Leftrightarrow y = 2a - \frac{2}{e} + \frac{1}{e^2}$$

b.

Ex 3

1)

a. La probabilité de X suit une loi de Bernoulli. Soit P(X) est indépendante et répétitive.

$X \rightsquigarrow B(30; \frac{1}{30})$

b.

On a R = +9

V = +4

B = 0

N = a

$E(X=0) = \binom{30}{\frac{1}{30}} (0{,}033)^{30} (1-\frac{1}{30})$

$= 0{,}361$

Soit

$R = \frac{2}{30}$

$V = \frac{6}{30}$

$B = \frac{8}{30}$

$N = \frac{14}{30}$

| $x$ | 9 | 4 | 0 | a | Ex |
|---|---|---|---|---|---|
| $P_x$ | $\frac{2}{30}$ | $\frac{6}{30}$ | $\frac{8}{30}$ | $\frac{14}{30}$ | 1 |



Ex 4.A

1)

On a $g(x) = 2x - x^2$

$g'(x) = 0$ $\qquad g'(x) = 2 - 2x$

$2 - 2x = 0$

$\cancel{-2x = -2}$

$2x = 2 \quad x = 1$

$x = 1$

| | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $g'(x)$ | + | |
| $g(x)$ | ↗ | |

2)

3)

Ex 4.B

. Initialisation

Pour $n = 0$ on a $U_0 = 0{,}1$ et $U_1 = 0{,}19$

Soit $0 \leq U_0 \leq U_1 \leq 1$

P est alors v

. Hérédité

Supposons que P est vraie ~~pour~~ a l'ordre n

Soit $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BENTURKIA

PRENOM : (en majuscules) LEITH

N° candidat : 

N° d'inscription : 

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 17 / 08 / 2008

1.2

Concours / Examen : Bac Blanc

Section / Spécialité / Série : 

Epreuve : 

Matière : Math

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : 

Ex4. C

1) . Initialisation

Pour $n=0$

$V_0 = 1 - U_0 \Rightarrow 1 - 0,1 = 0,9$

$V_1 = 1 - U_1 \Rightarrow 1 - 0,19 = 0,81$

$P_n$ est vraie

. Hérédité

Supposons que P sois vrai a l'ordre n

Soit $V_n = 1 - U_n$

Demontrons que P sois aussi vraie a l'ordre n+1

Soit $V_{n+1} = V_n^2$

Sachant que

2)

a. $V_0 = 0,9$

$V_1 = 0,81$

$V_2 = 0,65$

b.

3)

$U_n = 1 - V_n$

$= 1 - 0,9^{(2n)}$

4)

Ex 4. D

~~6~~) $n = 6$



Ex 3

2)

Sachant que

$R = \frac{2}{30}$

$V = \frac{6}{30}$

$B = \frac{8}{30}$

$N = \frac{14}{30}$

la probabilité que le joueur soit gagnant est de $\frac{22}{30}$

car R lui fait gagner 9 euros

V lui fait gagne 4

N lui fait gagner un nombre réel positif

B est le seul ou il ne gagne rien

donc $30 - 8 = 22$

3)

$P(X = 10)$

a.

$P(X \leq 2) = \binom{30}{0,033} \cdot (0,033)^{\frac{+1}{30}} + (1 - 0,033)^{28}$

$= 0,187$

b.

$P(X \geq 3) = 0,060$

c.

$E(X) = n \cdot p$

$= 0,99$

$f'(x) = U \times V$

$U = x$
$V = 2\ln x + 2$
$U' = 1$
$V' = \frac{2}{x}$

$f''(x) = U'V + UV'$
$= 2\ln x + 1 + \frac{2x}{x}$

$= 2\ln x + 1 + 2$
$= 2\ln x + 3$

$2\ln x + 3 > 0$
$2\ln x > -3$
$\ln x > -\frac{3}{2}$
$x > e^{-3/2}$ d e $D_{\mathbb{R}}$

$2\ln x + 3 < 0$
$2\ln x < -3$
$\ln x < -\frac{3}{2}$
$x < e^{-3/2}$ d e $D_{\mathbb{R}}$

| $x$ | $0$ | | $e^{-3/2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe $f''(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| convexité de $f(x)$ | | concave | $0$ | convexe | |

un point d'inflexion est le point ou $f''$ change de signe et change convexite
pour $x = e^{-3/2}$ $f$ passe de concave a convex et $f''(x)$ passe de negative a positive

donc $e^{-3/2}$ est bien un point d'inflexion de coordonné $I(e^{-3/2} ; e^{-3}\ln e^{-3/2} \approx -0{,}07)$

5)a/ on sait que la tangente T a pour equation
$T : y = f'(a)(x-a) + f(a)$
resolvons cette equation avec $a = \frac{1}{e}$




Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) M'HIRSI
PRENOM : (en majuscules) RAYENE
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 27/06/2006
1.2
Concours / Examen : Baccalauréat
Section / Spécialité / Série :
Epreuve :
Matière :




Exercice 1 :

1) C
2) C
3) B
4) C
5) D

Exercice 2 :

1/ $f(x) = x^2 \ln x$

$f(ab) = ab^2 \ln(ab)$
$= ab^2(\ln a + \ln b)$ avec $a > 0$ et $b > 0$
$= ab^2 \ln a + ab^2 \ln b$
$= b^2 \times a^2 \ln a + a^2 \times b^2 \ln b$
$= b^2 f(a) + a^2 \times f(b)$

2) $\lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$ } Par produit $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to 0^+} x^2 = 0$

$\lim_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$ } Par produit $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$

3) a/ $f(x) = U \times V$

$U = x^2$, $V = \ln x$, $U' = 2x$, $V' = 1/x$

$f'(x) = U'V + V'U$
$= 2x \ln x + \frac{x^2}{x}$
$= 2x \ln x + x$
$= x(2\ln x + 1)$ pour $x > 0$

b/ comme $x$ toujours $> 0$ sur $]0 ; +\infty[$

donc le signe $f'(x)$ dependra du signe de $2\ln x + 1$.

$2\ln x + 1 > 0$
$2\ln x > -1$
$\ln x > -\frac{1}{2}$
$x > e^{-1/2}$ pour $\mathbb{R}$
$x > \frac{1}{\sqrt{e}}$

$2\ln x + 1 < 0$
$2\ln x < -1$
$\ln x < -\frac{1}{2}$
$x < \frac{1}{\sqrt{e}}$ et pour $\mathbb{R}$



| $x$ | $0$ | | $\frac{1}{\sqrt{e}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $2\ln x + 1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| signe de $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| variation de $f$ | $0$ | $\searrow$ | $-\frac{\ln \sqrt{e}}{e}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

$f\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^2 \ln \frac{1}{\sqrt{e}}$
$= \frac{1}{e}(\ln 1 - \ln \sqrt{e})$
$= -\frac{\ln \sqrt{e}}{e}$
$\approx -0,18$

4) a/ par lecture graphique,
$x_3$ semble $\in \,]0 ; 0,2]$

b/ Pour etudier la convexité de $f$ il faut chercher les signes de $f''(x)$.
si $f''(x) > 0$ alors $f$ est convexe
si $f''(x) < 0$ alors $f$ est concave

## Exercice 4 :

### Partie A :

$g(x) = 2x - x^2$

1/ $g'(x) = 2 - 2x$

$2 - 2x \geq 0$
$-2x \geq -2$ $\quad$ $\div -2$ $\quad$ $-2 < 0$
$x \leq 1$

$2 - 2x < 0$
$-2x < -2$ $\quad$ $\div -2$ $\quad$ $-2 < 0$
$x > 1$
impossible car $g(x)$ définie sur $[0;1]$

| $x$ | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|
| signe $g'(x)$ | | $+$ | |
| variation de $g(x)$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ |

$g(0) = 2\times 0 - 0^2$
$= 0$

$g(1) = 2\times 1 - 1^2$
$= 1$

2/ comme $g(0) = 0$ et $g(1) = 1$

~~donc~~ $g$ est continue ~~car elle~~ sur $[0;1]$ car elle est dérivable sur $[0;1]$

$g$ est strictement croissante sur $[0;1]$

donc pour $x \in [0;1]$ on $g(x) \in [0;1]$





$f'\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e}\left(2\ln\frac{1}{e} + 1\right)$
$= \frac{1}{e}\left(2(\ln 1 - \ln e) + 1\right)$
$= \frac{1}{e}\left(-2\ln e\right) + 1$
$= \frac{-2}{e} + \frac{1}{e}$
$= -\frac{1}{e}$

$f\left(\frac{1}{e}\right) = \left(\frac{1}{e}\right)^2 \ln\frac{1}{e}$
$= \frac{1}{e^2}(\ln 1 - \ln e)$
$= -\frac{1}{e^2}$

donc $y = -\frac{x}{e} + \frac{1}{e^2} - \frac{1}{e^2}$
$= -\frac{x}{e}$

puisqu on verifier si elle passe par l'origin on pour $x = 0$
$y = 0$

b/ d'apres le tableau de l'exercice 4 b
quand $x \in ]0; e^{-3/2}]$, C est en dessous de T
puisque f et concave

quand $x \in [e^{-3/2}; +\infty[$, C est au dessus de T
puisque f est convexe

## Exercice 3 :

1) a) la loi de probabilité de X n'est ni indépendante ni identique puisqu'on peut gagner différents prix.

La loi de probabilité de X est représenté par ce tableau

| $X_i$ | 9 | 4 | 0 | a |
|---|---|---|---|---|
| probabilité de $X_i$ | $\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ | $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ | $\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$ | $\frac{14}{30} = \frac{7}{15}$ |

b) cherchons a pour que le jeu soit équitable :

$E X = 0$

$\iff 9 \times \frac{1}{15} + 4 \times \frac{1}{5} + 0 \times \frac{8}{30} + a \times \frac{7}{15} = 0$

$\iff \frac{21}{15} + \frac{7a}{15} = 0$

$\iff \frac{21+7a}{15}$

$\iff a = -3$

donc pour que l'espérance soit équitable, il faut que $a = -3$

2) on note les évènement suivant :
- R « le joueur gagne 9 euros »,
- V « le joueur gagne 4 euros »
- B « le joueur ne gagne rien et ne perd rien »
- N « le joueur perd a euros »



$p(\text{un joueur gagne}) = 1 - p(B) - p(N)$

$= 1 - \frac{4}{15} - \frac{7}{15}$

$= \frac{4}{15}$

3) a) on a ici une loi binomial $\mathcal{B}(10 ; \frac{4}{15})$ car on répète 10 fois une même expérience de 2 cas possible, où X la probabilité de gagner une partie, identique et indépendante

$p(X=2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(\frac{11}{15}\right)^8$

$\approx 0,268$

b) $p(X \geq 3) \approx 0,524$

c) $E(X) = n \times p$

$= 10 \times \frac{4}{15}$

$= \frac{8}{3} \approx 2,7$

Donc en moyenne, sur 10 partie consécutives, le joueur gagnera $\frac{8}{3}$ parties

Hérédité :

On suppose qu'il existe un entier k tel que $U_k = 0{,}9^{(2^k)}$

on montre qu'alors $U_{k+1} = 0{,}9^{(2^{k+1})}$

on a $U_k = 0{,}9^{(2^k)}$ } carré

$U_k^2 = \left(0{,}9^{(2^k)}\right)^2$

$U_k = 0{,}9^{(2^k \times 2)}$

$U_k = \cancel{0{,}9} \; 0{,}9^{(2^{k+1})}$

Conclusion :

l'égalité est initialisée et héréditaire

Par principe de recurrence, pour $\forall n \in \mathbb{N}$, on à

$U_n = 0{,}9^{(2^n)}$

3)

$V_n = 1 - U_n$

$\Leftrightarrow -U_n = V_n - 1$

$U_n = -V_n + 1$

$= -\left(0{,}9^{(2^n)}\right) + 1$

4) comme $-1 < 0{,}9 < 1$ donc $-1 < q < 1$

donc $\lim_{n\to+\infty} q^n = \lim_{n\to+\infty} q^{2n} = 0$

donc Par somme $\lim_{n\to+\infty} U_n = 1$

Partie D :

a) voir Annexe

b) d'après la calculatrice :

$U_5 < 0{,}99$

$U_6 \geq 0{,}99$

donc le plus petit entier naturel tel que $U_n \geq 0{,}99$ est $n = 6$



Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) M'HIRSS

PRENOM : (en majuscules) RAYEN

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 27/06/2006

1.2

Concours / Examen : ..................... Section / Spécialité / Série : .....................

Epreuve : ..................... Matière : .....................

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : .....................

3) g est continue sur ~~g(x)=x~~ $[0;1]$

$g(x) = x$

$\Leftrightarrow 2x - x^2 = x$

$-x^2 + x = 0$

$x(-x+1) = 0$

$x = 0$ ou $-x + 1 = 0$

$x = 1$

donc l'équation $g(x) = x$ admet deux solution

$S = \{0 ; 1\}$

Partie B :

Initialisation :

pour $n = 0$

d'une part $U_0 = 0{,}1$

d'autre part $0 \leq 0{,}1 \leq 2 \times 0{,}1 - 0{,}1^2 \leq 1$

$0 \leq 0{,}1 \leq 0{,}19 \leq 1$

$0 \leq U_0 \leq U_1 \leq 1$

l'égalité est vérifié pour $n = 0$

Hérédité :

On suppose qu'il existe un entier $k$ tel que $0 \leq U_k \leq U_{k+1} \leq 1$, on va montrer qu'alors $0 \leq U_{k+1} \leq U_{k+2} \leq 1$

on a $0 \leq U_k \leq U_{k+1} \leq 1$

$g(0) \leq g(U_k) \leq g(U_{k+1}) \leq g(1)$ $g \nearrow$ sur $[0;1]$

$0 \leq U_{k+1} \leq U_{k+2} \leq 1$

Conclusion :

L'égalité est initialisée et héréditaire.

Donc par principe de récurrence, pour $\forall n \in \mathbb{N}$, on a $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

2) La suite $(U_n)$ est croissante (car $U_n \leq U_{n+1}$ comme prouver dans 1 partie B) et majorée par 1

donc d'après le théorème de convergence monotone, $(U_n)$ convergerg vers $\ell$

3) on sait que $f(U_n) = U_{n+1}$ et que $(U_n)$ converge vers $\ell$ (d'après la 2) et que $g$ est continue sur $[0;1]$

donc d'après le théorème du point fixe :

$g(\ell) = \ell$

et comme on a résolu cette équation à la question 3 de Partie A



$g(\ell) = \ell$ admet comme solution :

$\ell = 0$ ou $\ell = 1$

impossible car $(U_n)$ croissante et que $U_0 = 0,1$

donc $\lim_{n \to +\infty} U_n = 1$

Partie C :

1/ $V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

$\Leftrightarrow V_{n+1} = 1 - (2U_n - U_n^2)$

$= 1 - 2U_n + U_n^2$

$= (1 - U_n)^2$ puisque $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$= V_n^2$

2) a/ $V_0 = 1 - U_0$

$= 1 - 0,1$

$= 0,9$

$V_1 = 1 - U_1$

$= 1 - 0,19$

$= 0,81$

$V_2 = 1 - U_2$

$= 1 - 0,3439$

$= 0,6561$

b/ Initialisation :

pour $n = 0$

$V_0 = 0,9$ $V_0 = 0,9^{2^0}$

$= 0,9$

L'égalité est vérifiée pour $n = 0$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) M'HIRSE
PRENOM : (en majuscules) RAYENE
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 27/06/2006
1.2

Concours / Examen : ........ Section / Spécialité / Série : ........
Epreuve : ........ Matière : ........

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ........

2) comme on a vu précédement a l'exercice 2 partie D :
que le plus petit $n$ tel que $U_n \geq 0,99$ et $n = 6$

or d'après la calculatrice :
$w_6 < 0,99$
$w_7 \geq 0,99$
donc le plus petit entier naturel tel que $w_n \geq 0,99$ est $n = 7$

$6 < 7$

donc c'est pour cela que $(U_n)$ converge plus vite vers 1 que la suite $(w_n)$

Page / nombre total de pages

Page / nombre total de pages

Montrons : $u_{n+1} \geq u_n$ ?

$u_{n+1} - u_n = u_n - u_n^2 = u_n(1-u_n) \geq 0$

car $u_n \in [0;1]$

2) convergence :

$(u_n)$ est croissante et majorée par 1 => elle converge.

3) soit $\ell$ la limite
puisque $u_{n+1} = 2u_n - u_n^2$, on a $\ell = 2\ell - \ell^2$
$\ell = 0$ ou $\ell = 1$,
comme $(u_n)$ croît à partir de $u_0 = 0,1 > 0$,
on a $\ell = 1$.

A long terme 100% de la population aura installé l'application.

C)

1) soit $v_n = 1 - u_n$

$v_{n+1} = 1 - u_{n+1} = 1 - (2u_n - u_n^2) = 1 - 2u_n + u_n^2 = (1-u_n)^2 = v_n^2$

2)

a) $v_0 = 1 - u_0 = 0,9$
$v_1 = v_0^2 = 0,81$
$v_2 = v_1^2 = 0,6561$

b) $v_n = 0,9^{2^n}$

Initialisation : $n=0$ : $0,9^1 = 0,9 = v_0$

hérédité : $v_{n+1} = v_n^2 = (0,9^{2^n})^2 = 0,9^{2^{n+1}}$





Exercice 1 :

1) c 2) c 3) b 4) c 5) d.

Exercice 3 :

1)

a) $P(R) = \frac{2}{30}$, $P(V) = \frac{6}{30}$, $P(B) = \frac{8}{30}$, $P(N) = \frac{14}{30}$

donc

$P(X=9) = \frac{2}{30}$ $P(X=4) = \frac{6}{30}$ $P(X=1) = \frac{8}{30}$

$P(X=-a) = \frac{14}{30}$

b) $E(X) = 9 \times \frac{2}{30} + 4 \times \frac{6}{30} + 1 \times \frac{8}{30} - a \times \frac{14}{30}$

$E(X) = \frac{18 + 24 + 8 - 14a}{30}$

on pose $\frac{50 - 14a}{30} = 0$

donc :
$50 - 14a = 0$
$14a = 50$
$a = \frac{50}{14} = \frac{25}{7} \approx 3,57$

Pour que le jeu soit équitable il faudrait que la case noire donne 3,57€.

3)

a) L'expérience à 2 issues :

R : "gagner la partie"
$\bar{R}$ : "perdre la partie".

Cette épreuve de Bernoulli de paramètre $p = \frac{4}{15}$ où p est la probabilité de gagner la partie.
On répète $n = 10$ fois ~~cette~~ au jeu de manière indépendante avec cette même épreuve de Bernoulli où $p(R) = \frac{4}{15}$

On est donc en présence d'un schéma de Bernoulli de paramètre $n = 10$, $p = \frac{4}{15}$ et où X est la variable aléatoire associée à cette probabilité
$X \sim B_p(10 ; \frac{8}{15})$

$p(X = 2) = \binom{10}{2} \left(\frac{8}{15}\right)^2 \left(\frac{7}{15}\right)^8$

$= 0,028$



B) $p(X \geqslant 3) = 1 - p(X \leqslant 2)$

On calcule $p(0) + p(1) + p(2)$
$\simeq 0,965$

c) $E(X) = np$

$E(X) = 10 \times \frac{8}{15}$

$E(X) = \frac{80}{15} = \frac{16}{3} \simeq 5,33$

Exercice 4

A)

1) $g'(x) = 2 - 2x = 2(1-x) \geqslant 0$ sur $[0;1]$
donc g est croissante sur $[0;1]$

2) $g(x) \in [0;1]$ :

$g(0) = 0$ , $g(1) = 1$

g croissante $\Rightarrow$ si $x \in [0;1]$, $0 = g(0) \leqslant g(x) \leqslant g(1) = 1$

3) $2x - x^2 = x \Leftrightarrow x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x(1-x) = 0$
Donc $x = 0$ ou $x = 1$

B) $u_{n+1} = g(u_n)$ $u_0 = 0,1$

1) $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$ :

• par récurrence : $u_0 = 0,1 \in [0;1]$
d'après (A.2)

5)

a) Tangente T à C en A $\left(\frac{1}{e} ; -\frac{1}{e^2}\right)$ :

$y + \frac{1}{e^2} = -\frac{1}{e}\left(x - \frac{1}{e}\right) \Rightarrow y = -\frac{x}{e}$

Elle passe par $(0;0)$ donc elle passe bien par l'origine du repère.

b) $h(x) = f(x) - \left(-\frac{x}{e}\right) = x^2 \ln x + \frac{x}{e}$

On a $h\left(\frac{1}{e}\right) = 0$

pour $x > 0$ et $x \neq 1$, on vérifie que $h(x) > 0$.

Par exemple $h(1) = 0 + \frac{1}{e} > 0$,
$h(0,5) \hat{=} 0,25 \times (-0,693) + 0,184 \hat{=} 0,011 > 0$

Donc C est au dessus de T pour $x \neq \frac{1}{e}$

c) cherchons $t > 0$ tel que la tangente en t passe par O

$0 - f'(t)(-t) \Rightarrow -t \times t(2\ln t + 1)$
$+ t^2 \ln t = 0$
$\Rightarrow t^2(-\ln t - 1) = 0 \Rightarrow \ln t = -1 \Rightarrow t = \frac{1}{e}$

Test l'unique tangeante passant par O ca seule solution

Page / nombre total de pages 08 / 08

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) (en majuscules) : ABID
PRENOM (en majuscules) : YOUSEF
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 01 / 02 / 2008
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : mathématiques
Matière :

CONSIGNES
• Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
• En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
• Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
• Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
• Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

3) $u_n = 1 - v_n = 1 - 0,9^{2n}$

4) Comme $0,9 \in (0;1)$,
$\lim_{n \to +\infty} 0,9^{2n} = 0$
donc $v_n \to 0$ et $u_n \to 1$ (cohérent).

D):

6) $u_0 = 0,1$
$u_1 = 0,19$
$u_2 \hat{=} 0,3439$
$u_3 \hat{=} 0,5696$
$u_4 \hat{=} 0,8146$
$u_5 \hat{=} 0,9655 \geq 0,95$
$u_6 \hat{=} 0,999$
La fonction renvoie $n = 6$

2) On compare $u_n$ (modèle logistique) et $w_n$ (linéaire)
• $1 - u_n = 0,9^{2^n}$ → décroît doublement exponentiellement
• Pour n grand, $0,9^{2^n}$ devient très très bien bien plus vite que $0,9 \times 0,95^n$.
Ainsi $u_n$ approche 1 beaucoup plus rapidement que $w_n$ → $w_n$ ne converge pas plus vite

Page / nombre total de pages 05 / 08

## Exercice 2.

1) $f(ab) = ab^2 \ln(ab) = a^2 b^2(\ln a + \ln b)$

$= b^2(a^2 \ln a) + a^2(b^2 \ln b) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$.

2) En $0^+$

Posons $X = \ln x \underset{}{\to} -\infty$, $x^2 = e^{2X}$, $f(x) = e^{2X} \times X$

Or $e^{2X} X$ tend vers $0 \cdot (-\infty)$ forme indéterminée.

$f(x) = \dfrac{\ln x}{\frac{1}{x^2}}$ $\quad \dfrac{-\infty}{+\infty}$

$\dfrac{\frac{1}{x}}{\frac{-2}{x^3}} = -\dfrac{x^2}{2} \to 0$ donc $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$

3) a) $f'(x) = 2x \ln x + x^2 \times \frac{1}{x} = 2x\ln x + x$

$= x(2\ln x + 1)$



b) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $2\ln x + 1 = 0$

$\Rightarrow \ln x = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow x = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}}$

Pour $0 < x < e^{-1/2}$, $\ln x < -1/2 \Rightarrow 2\ln x + 1 < 0$

$\Rightarrow f'(x) < 0$

| $x$ | $0^+$ | | $e^{-\frac{1}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $0$ | $\searrow$ | $-\frac{1}{2e}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Valeur en $e^{-\frac{1}{2}}$, $f(e^{-\frac{1}{2}}) = (e^{-1}) \times (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2e}$

4)

a) La courbe est décroissante de 0 à 0,6 puis croissante. point d'inflexion où la courbe change vers $x \approx 0,4$ à $0,5$.

$0,4 < x_I < 0,5$.

b) $f''(x) = (2\ln x + 1) + x \times \frac{2}{x} = 2\ln x + 1 + 2$

$= 2\ln x + 3$

$f''(x) < 0$ pour $x < e^{-\frac{3}{2}}$ (concave),

$f''(x) > 0$ pour $x > e^{-\frac{3}{2}}$ (convexe.

Donc point d'inflexion en $x_I = e^{-\frac{3}{2}}$ $\approx 0,223$

$y_I = f(e^{-\frac{3}{2}}) = e^{-3} \times (-\frac{3}{2}) = -\frac{3}{2e^3}$.

On garde la valeur de 1, car $(U_n)$ est minorée par 0 et croissante, elle ne peut pas converger vers son minorant.

On en déduit que :

$$\lim_{n \to +\infty} (U_n) = 1$$

Au bout d'un grand nombre de semaines n, la proportion de la population ayant installé l'application ~~atteindra~~ se rapprochera de 100 %.

Partie C :

1)

$$\begin{aligned} V_{n+1} &= 1 - U_{n+1} && \forall n \in \mathbb{N} \\ &= 1 - 2U_n - U_n^2 && \text{''} \quad \text{''} \\ &= 1 - U_n^2 - 2U_n && \text{''} \quad \text{''} \\ &= (1-U_n)(1+U_n) && \text{''} \quad \text{''} \\ &= 1^2 - U_n^2 && \text{''} \quad \text{''} \\ &= (1-U_n)^2 && \text{''} \quad \text{''} \\ &= V_n^2 && \text{''} \quad \text{''} \end{aligned}$$

2) a)

$$\begin{aligned} V_0 &= 1 - U_0 \\ &= 1 - 0,1 \\ &= 0,9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_2 &= 2 \times U_1 - (U_1)^2 \\ &= 2 \times 0,19 - (0,19)^2 \\ &= 0,3439 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_1 &= 1 - U_1 \\ &= 1 - 0,19 \\ &= 0,81 \end{aligned}$$



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BARCHICHE
PRENOM : (en majuscules) INÈS AMÉLIE
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 30 / 12 / 2008
1.2

Concours / Examen : Bac blanc Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Matière : Maths (EDS)



Session :

Exercice 4 :

Partie A :

1) $g = U + V$

où $U(x) = 2x$ et $U'(x) = 2$ $\forall x \in [0;1]$

où $V(x) = -x^2$ et $V'(x) = -2x$ " "

$g' = U' + V'$

$$\begin{aligned} g'(x) &= 2 - 2x && \text{''} \quad \text{''} \\ &= -2x + 2 && \text{''} \quad \text{''} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2x + 2 &= 0 \qquad a = -2 \\ -2x &= -2 \\ x &= 1 \qquad S = \{1\} \end{aligned}$$

| $x$ | 0 | | 1 |
|---|---|---|---|
| $-2x+2$ | | signe de $(-a)$ + | 0 |

La fonction g est croissante sur l'intervalle $[0;1]$.

2) $g$ est croissante sur $[0;1]$
donc :
$g(x) \geqslant x$

3) $g(x) = x \quad \forall x \in [0;1]$
$2x - x^2 = x$ " "
$2x - x^2 - x = 0$ " "
$-x^2 + x = 0$ " "
$-x(x-1) = 0$ " "

$x = 0$ ou $x - 1 = 0$ " "
$x = 1$

$S = \{0;1\}$

Partie B :
1) Initialisation pour $n = 0$
$U_0 = 0{,}1$
$U_1 = 0{,}19$

or $0 \leqslant 0{,}1 \leqslant 0{,}19 \leqslant 1$
donc $0 \leqslant U_0 \leqslant U_1 \leqslant 1$

La propriété est ~~vraie~~ vérifiée pour le rang $n = 0$



Hérédité :
Supposons qu'il existe un rang $k \in \mathbb{N}$ tel que : $0 \leqslant U_k \leqslant U_{k+1} \leqslant 1$.
Montrons que $0 \leqslant U_{k+1} \leqslant U_{k+2} \leqslant 1$ est vraie aussi.

$0 \leqslant U_k \leqslant U_{k+1} \leqslant 1$, on applique la
$g(0) \leqslant g(U_k) \leqslant g(U_{k+1}) \leqslant g(1)$ fonction $g$
$0 \leqslant U_{k+1} \leqslant U_{k+2} \leqslant 1$ croissante sur $[0;1]$

La propriété est héréditaire.
Conclusion :
D'après le raisonnement par récurrence, on a montré que $0 \leqslant U_n \leqslant U_{n+1} \leqslant 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

2)
La suite $(U_n)$ est croissante et majorée par 1, alors d'après le théorème de convergence monotone, la suite $(U_n)$ est convergente. ~~vers un réel~~

3)
La suite $(U_n)$ est définie par récurrence :
$g(U_n) = U_{n+1}$.
La fonction $g$ est continue et dérivable sur son ensemble de définition.
La suite $(U_n)$ converge vers un réel $\ell$.
Alors d'après le théorème d'unicité de la limite :
l'équation $g(\ell) = \ell$ admet pour solution le réel $\ell$.

D'après 3)
$\ell = 0$ ou $\ell = 1$
impossible

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BARCHICHE

PRENOM : (en majuscules) INÈS AMÈLIE

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 30/12/2008

1.2

Concours / Examen : Bac blanc

Section / Spécialité / Série :

Epreuve :

Matière : Maths (EDS)

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

$V_2 = 1 - U_2$

$= 1 - 0,3439$

$= 0,6561$

b) Initialisation pour $n=0$

$0,9^{(2^0)} = 0,9^1$

$= 0,9$

or d'après 2) a) $V_0 = 0,9$

La propriété est vérifiée pour $n=0$

Hérédité

Supposons qu'il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que $V_k = 0,9^{(2^k)}$

Montrons que $V_{k+1} = 0,9^{(2^{k+1})}$ est vraie aussi.

$(V_k)^2 = \left(0,9^{(2^k)}\right)^2$

$= 0,9^{(2^k \times 2)}$

$= 0,9^{(2^{k+1})}$

$= V_{k+1}$

La propriété est héréditaire

Conclusion

D'après le raisonnement par récurrence, on a montré que $V_n = 0,9^{(2^n)}$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

3) $V_n = 1 - U_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow U_n = 1 - V_n \quad$ " "

or $V_n = 0{,}9^{(2^n)} \quad \forall n \in \mathbb{N}$ d'après 2) b)

donc :

$$U_n = 1 - 0{,}9^{(2^n)} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

4) $\lim_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$

$\lim_{n \to +\infty} 0{,}9^{(2^n)} = 0^+$ car $-1 < 0{,}9 < 1$

$\lim_{n \to +\infty} 1 - 0{,}9^{(2^n)} = 1$

Donc $\lim_{n \to +\infty} (U_n) = 1$

Partie D :

1) b) La valeur renvoyée par l'appel de cette fonction est 7.

2) $U_{n+1} = 2U_n - U_n^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$W_{n+1} = 0{,}5 W_n + 0{,}5 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Dans la suite $(U_n)$, le terme précédent est multiplié par 2, tandis que le terme précédent de la suite $(W_n)$ est multiplié par 0,5. On comprend que la suite $(U_n)$ croît beaucoup plus vite que la suite $(W_n)$, c'est pour cette raison qu'elle converge



beaucoup plus vite vers 1 que la suite $(W_n)$.

$2\ln(x) + 3 > 0$

$2\ln(x) > -3 \quad \div\, 2 > 0$

$\ln(x) > -\frac{3}{2}$ de même

$e^{\ln(x)} > e^{-\frac{3}{2}}$

$x > e^{-\frac{3}{2}}$

| $x$ | $0$ | | $e^{-3/2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $2\ln(x)+3$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |

La fonction $f$ est concave sur $]0 ; e^{-\frac{3}{2}}]$.
La fonction $f$ est convexe sur $[e^{-\frac{3}{2}} ; +\infty[$
$C$ admet un point d'inflexion $I(e^{-\frac{3}{2}} ; f(e^{-\frac{3}{2}}))$

5) a)

$T : y = f'(\frac{1}{e})(x - \frac{1}{e}) + f(\frac{1}{e})$

$y = \frac{1}{e}(2\ln(\frac{1}{e}) + 1)(x - \frac{1}{e}) + (\frac{1}{e})^2 \times \ln(\frac{1}{e})$

$y = \frac{1}{e}(2\times(-\ln(e)) + 1)(x - \frac{1}{e}) + (\frac{1}{e})^2 \times (-\ln(e))$

$y = \frac{1}{e}(2\times(-1) + 1)(x - \frac{1}{e}) + (\frac{1}{e})^2 \times (-\ln(e))$

$y = \frac{1}{e}\overset{(-1)}{\cancel{(2\times 0)}}(x - \frac{1}{e}) + (\frac{1}{e})^2 \times (-\ln(e))$

$y = \cancel{(\frac{1}{e})^2 \times (-\ln(e))} - \frac{1}{e}x + (\frac{1}{e})^2 + (\frac{1}{e})^2 \times (-1)$

$y = \cancel{f(\frac{1}{e})} - \frac{1}{e}x$

La tangente $T$ à $C$ au point d'abscisse $\frac{1}{e}$ passe par l'origine $O$ du repère, car il s'agit d'une droite linéaire.





Exercice 1 :

1) C.
2) C.
3) B.
4) C.
5) D.

Exercice 2 :

1) $f(a) = a^2\ln(a)$ " " $\quad f(b) = b^2\ln(b)$ " "

$f(ab) = (ab)^2\ln(ab) \quad \forall a>0$ et $\forall b>0$

$= (ab)^2(\ln(a) + \ln(b))$ " "

$= a^2b^2\ln(a) + a^2b^2\ln(b)$ " "

$= b^2 f(a) + a^2 f(b)$ " "

2)

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x^2\ln(x) = 0^+$ par croissance comparée

Donc $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = 0^+$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$

par produit $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln(x) = +\infty$

Donc $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

3) a)

$f = U \times V$

où $U(x) = x^2$ et $U'(x) = 2x$ $\quad \forall x > 0$

où $V(x) = \ln(x)$ et $V'(x) = \frac{1}{x}$ $\quad$ " "

$f' = U' \times V + U \times V'$

$f'(x) = 2x(\ln(x)) + x^2 \times \frac{1}{x}$ $\quad$ " "

$= 2x(\ln(x)) + x$ $\quad$ " "

$= x(2\ln(x) + 1)$ $\quad$ " "

b) $x(2\ln(x)+1) = 0$

$x \neq 0$ donc $2\ln(x) = 0$ ; $\div 2 > 0$

car $x > 0$

$\ln(x) = 0$ ;

$e^{\ln(x)} = e^0$ ; on applique

$x = 1$ la fonction

$2\ln(x) > 0$ ;

$\ln(x) > 0$ ; de même $e^x > 0$ sur $\mathbb{R}$

$e^{\ln(x)} > e^0$ ;

$x > 1$



| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | ‖ | $+$ | | $+$ | |
| $2\ln(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x(2\ln(x)+1)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |

D'après 2) et le tableau de signe de $f'$ on a :

Tableau de variations de $f$ :

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| variation de $x^2\ln(x)$ | ‖ $0$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

4) a) $x_I$ $[0,2 ; 0,4]$

b)

$f' = W \times L$

où $W(x) = x$ et $W'(x) = 1$

où $L(x) = (2\ln x + 1)$ $\quad L'(x) = \frac{2}{x}$

$f'' = W'L + WL'$

$f''(x) = 1 \times (2\ln x + 1) + x \times \frac{2}{x}$

$= 2\ln x + 1 + 2$

$= 2\ln(x) + 3$

c) $E(X) = n \times p$
$= 10 \times \frac{4}{15}$
$= \frac{8}{3}$

En moyenne, le joueur espère gagner 3 fois.



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BARCHICHE
PRENOM : (en majuscules) INÈS AMÈLIE
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté · Égalité · Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 30/12/2008
1.2
Concours / Examen : Bac blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve :
Matière : Maths (Eds)

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

b) La fonction $f$ est concave sur $]0; e^{-\frac{3}{2}}]$, donc $T$ est au dessus de $C$ sur $]0; e^{-3/2}]$
La fonction $f$ est convexe sur $[e^{-3/2}; +\infty[$, donc $T$ est en dessous de $C$ sur $[e^{-3/2}; +\infty[$.

c)
On doit résoudre $f(x) = y$

## Exercice 3 :

1) a)

| $x_i$ | $+9$ | $+4$ | $0$ | $-a$ |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | $\frac{1}{15}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{4}{15}$ | $\frac{7}{15}$ |

b)

$E(X) = 0$

$\sum x_i \times p_i = 0$

$(9 \times \frac{1}{15}) + (4 \times \frac{1}{5}) + (0 \times \frac{4}{15}) + (-a \times \frac{7}{15}) = 0$

$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} + 0 + (-a \times \frac{7}{15}) = 0$

$\frac{7}{5} - a \times \frac{7}{15} = 0$

$-a \times \frac{7}{15} = -\frac{7}{5}$

$a = \dfrac{\frac{7}{5}}{\frac{7}{15}}$

$= 3$

Pour que le jeu soit équitable a doit être égal à 3.



2) Soit p la probabilité qu'un joueur gagne :

$p = P(R) + P(V)$

$= \frac{1}{15} + \frac{1}{5}$

$= \frac{1}{15} + \frac{3}{15}$

$= \frac{4}{15}$

3)
On répète 10 fois de manière successive, aléatoire et indépendante une expérience de Bernoulli à deux issues :
$p$ : " gagner la partie " , le succès
$p'$ : " perdre la partie " , l'échec
Dont la probabilité du succès est $p = \frac{4}{15}$
Soit $X$ la variable aléatoire qui représente le nombre de fois où on gagne.
Alors $X$ suit une loi binomiale de paramètres :
$B(10 ; \frac{4}{15})$

a)

$P(X = 2) = \binom{10}{2} \times p^2 \times (1-p)^{10-2}$

$= \binom{10}{2} \times (\frac{4}{15})^2 \times (\frac{11}{15})^8$

$= 0,2636$ arrondi au millième

$P(X \geqslant 3) = 1 - P(X \leqslant 2)$

$= 0,5238$ arrondi au millième

4) a. Par lecture graphique, on donnera l'encadrement de l'abscisse $x_I$ au dixième tel que :

$$0{,}6 < x_I < 0{,}7$$

b. on a $f'(x) = x(2\ln(x)+1) \quad \forall x>0$

$$f' = u \times v$$

$u(x) = x \qquad v(x) = 2\ln(x)+1$

$u'(x) = 1 \qquad v'(x) = \frac{2}{x}$

$$f'' = u'v + uv'$$

$$f''(x) = (2\ln(x)+1) + 2 \quad \forall x>0$$

$$f''(x) = 2\ln(x) + 3 \quad \forall x>0$$

où $f''(x)$ s'annule

$$2\ln(x)+3 = 0$$

$\iff 2\ln(x) = -3$

$\iff \ln(x) = \frac{-3}{2}$

$\overset{e^x}{\iff} x = e^{-\frac{3}{2}}$

| $x$ | $0$ | | $e^{-\frac{3}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $2\ln(x)+3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f''$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f'$ | | $\searrow$ | $f(e^{-\frac{3}{2}})$ | $\nearrow$ | |



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) PERON
PRENOM : (en majuscules) RAYAN
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 12/08/2008
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Mathématique
Matière : Mathématique

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exercice 1/

Question 1) B.

Question 2) C.

Question 3) D.

Question 4) C.

Question 5) C.

Exercice 2/ $f$ sur $]0;+\infty[$

$$f(x) = x^2\ln(x) \quad \forall x>0$$

$f(ab) = (ab)^2\ln(ab) \qquad f(a) = a^2\ln(a)$

$f(b) = b^2\ln(b)$

1) $f(ab) = a^2 \times b^2 \times (\ln(a) + \ln(b))$

$$f(ab) = a^2 \times b^2 \ln(a) + a^2 \times b^2 \ln(b)$$

$$f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b) \quad \forall a \text{ et } b > 0$$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) \iff \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln(x)$

or $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$
et $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$

$\Big\}$ Ainsi $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln(x) = +\infty$ par produit

Donc $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) \iff \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x^2 \ln(x)$

or $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x^2 = 0$

et $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \ln(x) = -\infty$

C'est donc une forme indéterminée

Cependant par croissance comparé

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x^2 \ln(x) = 0$

Donc $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = 0$

3) a. $\forall x > 0$

$f(x) = x^2 \ln(x)$

$f = u \times v$



$u(x) = x^2 \qquad v(x) = \ln(x)$

$u'(x) = 2x \qquad v'(x) = \frac{1}{x}$

$f' = u'v + uv'$

$f'(x) = 2x \ln(x) + x^2 \times \frac{1}{x}$

$f'(x) = 2x \ln(x) + x$

Lorsqu'on factorise, on obtient :

$f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$

Donc $\forall x > 0 \; f'(x) = x(2\ln(x) + 1)$

b.

| $x$ | $0$ | | $e^{-\frac{1}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | $+$ | | $+$ | |
| $2\ln(x)+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | $0$ | | $f(e^{-\frac{1}{2}})$ | | $+\infty$ |

$2\ln(x) + 1 = 0 \iff 2\ln(x) = -1$
$\iff \ln(x) = -\frac{1}{2}$
$\overset{\times e^x}{\iff} x = e^{-\frac{1}{2}}$

$f(e^{-\frac{1}{2}}) = (e^{-\frac{1}{2}})^2 \times \ln(e^{-\frac{1}{2}}) \approx -0{,}303$ à $10^{-3}$ près

a. En utilisant la formule de la loi binomiale

$p(X=k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$

on a $n = 10$ $p = \frac{4}{15}$ et $k = 2$

$p(X=2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(1 - \frac{4}{15}\right)^{10-2}$

$p(X=2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(\frac{11}{15}\right)^8$

$p(X=2) \approx 0{,}268$ au millième près

La probabilité qu'il gagne exactement 2 fois est d'environ 0,268

b. On a $n = 10$ $p = \frac{4}{15}$ et $k = 3$

$p(X \geqslant 3) \approx 0{,}524$ au millième près

d'après la calculatrice, la probabilité qu'il gagne au moins 3 fois est ~~de~~ environ 0,524

c. $E(X) = np$

$E(X) = 10 \times \frac{4}{15}$

$E(X) = \frac{8}{3} \approx 2{,}7$

En moyenne un joueur sur 10 lancés gagnera $\frac{8}{3}$ fois.





D'après le tableau

la fonction $f$ est concave sur $]0 ; e^{-\frac{3}{2}}]$

la fonction $f$ est convexe sur $[e^{-\frac{3}{2}} ; +\infty[$

Son point d'inflexion a pour coordonnées : $I\left(e^{-\frac{3}{2}} ; f\left(e^{-\frac{3}{2}}\right)\right)$

5) a. $T : y = f'(a)(x-a) + f(a) = 0$

$a = \frac{1}{e}$

$T : y = \left[\frac{1}{e}\left(2\ln\left(\frac{1}{e}\right)+1\right)\right]\left(x - \frac{1}{e}\right) + \left(\frac{1}{e}\right)^2 \ln\left(\frac{1}{e}\right)$

$T : y = x = 0$ d'après la calculatrice

La tangente $T$ à $C$ au point d'abscisse $\frac{1}{e}$ passe par l'origine $O$ du repère puisque $x = 0$

b. sur $]0 ; +\infty[$

la tangente est en dessous de la courbe $C$ puisque les positions sur $y$ de $T$ sont toujours inférieures ou égal aux positions sur $y$ de $C$ d'après la calculatrice.

c.

Exercice 3 / Il y a 30 cases :

14 cases noires (N) => gagne $-a$ €
8 cases bleues (B) => 0 €
6 cases vertes (V) => gagne 4 €
2 cases rouges (R) => gagne 9 €

1) a.

| X | $-a$ | 0 | 4 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| p | $\frac{14}{30}$ | $\frac{8}{30}$ | $\frac{6}{30}$ | $\frac{2}{30}$ |

b. On cherche $-a$ tel que $E(X) = 0$

$$E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + x_4 p_4$$

$$0 = (-a) \times \frac{14}{30} + 0 \times \frac{8}{30} + 4 \times \frac{6}{30} + 9 \times \frac{2}{30}$$

$$0 = (-a) \times \frac{14}{30} + \frac{42}{30}$$

$$-a = \frac{\left(-\frac{42}{30}\right)}{\left(\frac{14}{30}\right)}$$



$$-a = -3$$

Donc pour que le jeu soit équitable $-a$ doit l'être égal à $-3$ donc $a = 3$

Ainsi :

| $x$ | $-3$ | 0 | 4 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| p | $\frac{14}{30}$ | $\frac{8}{30}$ | $\frac{6}{30}$ | $\frac{2}{30}$ |

2) Pour que le joueur obtienne un gain strictement positif il faut que sa flèche atteigne une case verte ou une case rouge

Ainsi ~~p(G)~~ p(G) tel que G désigne gagnant est égal à la somme de p(V) et p(R) tel que R désigne une case rouge et V désigne une case verte.

$$p(G) = p(V) + p(R)$$

$$p(G) = \frac{6}{30} + \frac{2}{30}$$

$$p(G) = \frac{8}{30}$$

La probabilité ~~pour qu'un~~ qu'un joueur gagne est de $\frac{8}{30}$ ou $\frac{4}{14}$ lorsqu'on simplifie.

3) La loi suivie est une loi binomiale puisqu'il s'agit d'une loi de Bernoulli, c'est à dire à 2 issus : G « le joueur est gagnant » et $\bar{G}$ « le joueur est perdant », répété $n = 10$ fois de manière successive, identique et indépendante de paramètre $n = 10$ et $p = \frac{4}{15}$
$X \sim \mathcal{B}\left(10 ; \frac{4}{15}\right)$.

2) D'après le raisonnement par récurrence la suite $(U_n)$ est strictement croissante et est majoré par 1 donc d'après le théorème de la convergence monotone, $(U_n)$ converge vers 1.

3) $\lim\limits_{n \to 0} U_n = 0$

$\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 1$

Donc la suite $(U_n)$ converge vers 0 lorsque n tend vers 0, et converge vers 1 lorsque n tend vers $+\infty$.

$0 \leq U_n \leq 1$

Partie C)

$V_n = 1 - U_n$ $\qquad U_n = 1 - V_n$

$U_{n+1} = 2U_n - U_n^2$

1) $\Leftrightarrow V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

$\Leftrightarrow V_{n+1} = 1 - (2U_n - U_n^2)$

$\Leftrightarrow V_{n+1} = 1 - 2U_n + U_n^2$

$\Leftrightarrow V_{n+1} = 1 - 2(1 - V_n) + (1 - V_n)^2$

$\Leftrightarrow V_{n+1} = -1 + 2V_n + 1 - 2V_n + V_n^2$

$\Leftrightarrow V_{n+1} = V_n^2$

2) a) $V_0 = 1 - U_0 = 1 - 0{,}1$

$V_0 = 0{,}9$

$V_1 = V_0^2 = 0{,}81$

$V_2 = V_1^2 = 0{,}6561$



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) PERON
PRENOM : (en majuscules) RAYAN
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 12/08/2008
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Mathématique Matière : Mathématique


Session :

Exercice 4 / $U_{n+1} = 2U_n - U_n^2$ $\qquad U_0 = 0{,}1$

Partie A) $g(x) = 2x - x^2 \ \forall x \in [0;1]$

1) $g = u - v$

$u(x) = 2x$ $\qquad v(x) = x^2$

$u'(x) = 2$ $\qquad v'(x) = 2x$

$g' = u' - v'$

$g'(x) = 2 - 2x$ $\qquad 2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$\forall x \in [0;1]$

| $x$ | 0 $\qquad$ 1 |
|---|---|
| $2-2x$ | + |
| $g'$ | + |

2) $0 \leq x \leq 1$ ) $\times 2$

$0 \leq 2x \leq 2$ ) $-$ (valeur initial)$^2$

$0 - 0^2 \leq 2x - x^2 \leq 2 - 1^2$

$0 \leq 2x - x^2 \leq 1$

$\Leftrightarrow 0 \leq g(x) \leq 1$

Donc $\forall x \in [0;1]$, on a $g(x) \in [0;1]$

3) dans $[0;1]$

$g(x) = x$

$\Leftrightarrow 2x - x^2 = x$

$\Leftrightarrow x - x^2 = 0$

Il s'agit d'un polynôme du second degré

$a = -1 \quad b = 1 \quad c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 1 - 4 \times (-1) \times 0$
$\Delta = 1$
$\Delta > 0$ Il y a donc 2 solutions

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{1}}{2 \times (-1)} \qquad x_2 = \frac{-1 + \sqrt{1}}{2 \times (-1)}$

$x_1 = 1 \qquad x_2 = 0$



Partie B) On cherche à démontrer $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$ :

1) Initialisation :

Montrons pour $n = 0$

$0 \leq U_0 \leq U_1 \leq 1$
$\Leftrightarrow 0 \leq 0{,}1 \leq 2U_0 - U_0^2 \leq 1$
$\Leftrightarrow 0 \leq 0{,}1 \leq 2 \times 0{,}1 - 0{,}1^2 \leq 1$
$\Leftrightarrow 0 \leq 0{,}1 \leq 0{,}19 \leq 1$

La propriété a été initialisée et est vraie pour $n = 0$.

Hérédité :

Supposons qu'il existe un entier naturel k tel que $0 \leq U_k \leq U_{k+1} \leq 1$
montrons que $0 \leq U_{k+1} \leq U_{k+2} \leq 1$

On a : $0 \leq U_k \leq U_{k+1} \leq 1$ $\times 2$

$0 \leq 2U_k \leq 2U_{k+1} \leq 2$ $-{}^2$ (valeur initiale)

$0 \leq 2U_k - U_k^2 \leq 2U_{k+1} - U_{k+1}^2 \leq 2 - 1^2$

$\Leftrightarrow 0 \leq U_{k+1} \leq U_{k+2} \leq 1 \quad \forall k \in \mathbb{N}$

La propriété est héréditaire $\forall k \in \mathbb{N}$

Conclusion :

La propriété a été initialisée et est héréditaire donc $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ d'après le raisonnement par récurrence

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) PERON
PRENOM : (en majuscules) RAYAN
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 12/08/2008
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Mathématique
Matière : Mathématique

CONSIGNES
• Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
• En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
• Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
• Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
• Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

b. On veut démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $V_n = 0{,}9^{(2^n)}$

Initialisation :

pour $n = 0$ On a $V_0 = 0{,}9$

$0{,}9^{(2^n)} \overset{n=0}{\Rightarrow} 0{,}9^{(2^0)} = 0{,}9^1 = 0{,}9 = V_0$

la propriété est vraie pour $n = 0$

Hérédité :

Supposons qu'il existe un entier naturel k tel que $V_k = 0{,}9^{(2^k)}$

Montrons que $V_{k+1} = 0{,}9^{(2^{k+1})}$

On a $V_{k+1} = V_k^2$ $\forall k \in \mathbb{N}$

$\Leftrightarrow V_{k+1} = 0{,}9^{(2^k)^2}$

~~$\Leftrightarrow V_{k+1} = 0{,}9^{(2^{2k})}$~~

~~$\Leftrightarrow V_{k+1} = 0{,}9^{+2}$~~

$\Leftrightarrow V_{k+1} = 0{,}9^{(2^{k+1})}$

La propriété est héréditaire $\forall k \in \mathbb{N}$

Page / nombre total de pages
Page / nombre total de pages 13/15

Conclusion :

La propriété est ~~héréditaire~~ initialisée et est héréditaire donc $V_n = 0,9^{(2^n)}$ d'après le raisonnement par récurrence.

3) $V_n = 1 - U_n$

$\Leftrightarrow 0,9^{(2^n)} = 1 - U_n$

$\Leftrightarrow -1 + 0,9^{(2^n)} = -U_n$

$\Leftrightarrow U_n = 1 - 0,9^{(2^n)}$

4) $\lim_{n \to +\infty} U_n \Leftrightarrow \lim_{n \to +\infty} 1 - 0,9^{(2^n)}$

~~$0 \quad -0,9^{(2^n)}$~~

or $\lim_{n \to +\infty} -0,9^{(2^n)} = 0$

puisque $\lim_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$

Donc $\lim_{n \to +\infty} 1 - 0,9^{(2^n)} = 1$ par somme

$\lim_{n \to +\infty} U_n = 1$

$\lim_{n \to 0} U_n \Leftrightarrow \lim_{n \to 0} 1 - 0,9^{(2^n)}$

or $\lim_{n \to 0} -0,9^{(2^n)} = -1$

Donc $\lim_{n \to 0} 1 - 0,9^{(2^n)} = 0$ par somme



$\lim_{n \to 0} U_n = 0$

Partie D)

1) b. D'après la calculatrice la valeur renvoyé par le code python est 6 car

$U_5 = 0,9656$

et $U_6 = 0,9988$

2) $U_8 = 1$ $\quad W_{35} = 1$

D'après la calculatrice la suite $(U_n)$ atteint 1 au 8ème terme alors que la suite $(W_n)$ atteint 1 seulement au 35ème terme, donc $(U_n)$ converge plus rapidement vers 1 que $(W_n)$

4) a) on conjecture l'encadrement de $x_i$

$$0{,}6 \leq x_1 \leq 0{,}7$$

4) b) $f'(x) = x(2\ln(x)+1) \quad \forall x \in ]0;+\infty[$

$f'' = u \times v$ donc $f''(x) = u'v + v'u$

avec $u(x) = x$ et $v(x) = 2\ln(x)+1$

$u'(x) = 1$ $\quad v'(x) = \frac{2}{x}$

$$f''(x) = 1(2\ln(x)+1) + \frac{2}{x}(x)$$

$$f''(x) = 2\ln(x)+1+2$$

$$f''(x) = 2\ln(x)+3.$$

$2\ln(x)+3 = 0$ $\quad\quad 2\ln(x)+3 > 0$

$2\ln(x) = -3$ $\quad\quad 2\ln(x) > -3$

$\ln(x) = -\frac{3}{2}$ $\quad\quad \ln(x) > -\frac{3}{2}$

$x = e^{-\frac{3}{2}}$ $\quad\quad x > e^{-\frac{3}{2}}$

| $x$ | $0$ | | $e^{-\frac{3}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $2\ln(x)+3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

La fonction est concave sur $]0;e^{-\frac{3}{2}}]$

La fonction est convexe sur $[e^{-\frac{3}{2}};+\infty[$

On en déduit que les coordonées point d'inflexion est son $I(e^{-\frac{3}{2}}; f(e^{-\frac{3}{2}}))$



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) JABEUR
PRENOM : (en majuscules) RAMY
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 29/05/2008
1.2
Concours / Examen : bac blanc Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Mathématiques. Matière :



Exercice 1

Question 1 : C

Question 2 : C

Question 3 : D

Question 4 : C

Question 5 : D.

Exercice 2

soit $f(x) = x^2\ln(x)$ ~~en~~ $\forall x \in ]0;+\infty[$

1) $f(a) = a^2\ln(a)$ et $f(b) = b^2\ln(b)$

$$\begin{aligned} f(ab) &= (ab)^2 \times \ln(ab) \quad \forall a,b \in \mathbb{R}^{+*} \\ &= (ab)^2 (\ln(a)+\ln(b)) \\ &= (ab)^2 \times \ln(a) + (ab)^2 \times \ln(b) \\ &= a^2 \times b^2 \times \ln(a) + a^2 + b^2 \times \ln(b) \\ &= b^2 \times f(a) + a^2 + f(b) \end{aligned}$$

3) 1a) $f(x) = x^2 \ln(x) \quad \forall x \in ]0;+\infty[$

$f$ est sous la forme de $u \times v$

donc $f' = u'v + v'u$

on a $u(x) = x^2$ et $v(x) = \ln(x)$

$u'(x) = 2x \qquad v'(x) = \frac{1}{x}$

$$f'(x) = 2x(\ln(x)) + \frac{1}{x} \times x^2$$
$$= 2x\ln(x) + x$$
$$= x(2\ln x + 1)$$

2) $f(x) = x^2 \times \ln(x) \quad \forall x \in ]0;+\infty[$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$

par produit $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \times \ln(x) = +\infty$

pour conclure $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f(x) = \cancel{x^2 \times l} \; \frac{\ln(x)}{\frac{1}{x^2}} \quad \forall x \in \mathbb{R}^{+*}$

$\lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1}{x^2} = 0$



par ~~quotient~~ croissance comparée $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\ln(x)}{\frac{1}{x^2}} = 0$ donc $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$

3) b)

$2\ln x + 1 = 0$
$2\ln x = -1$
$\ln x = -\frac{1}{2}$
$x = e^{-\frac{1}{2}}$

$2\ln(x) + 1 > 0$
$2\ln(x) > -1$
$\ln(x) > -\frac{1}{2}$
$x > e^{-\frac{1}{2}}$

(nous rappelons que la fonction exp est strictement croissante.

| $x$ | 0 | | $e^{-\frac{1}{2}}$ | | $+\infty$ | $\forall x \in ]0;+\infty[$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | + | | + | | |
| $2\ln(x)+1$ | | − | 0 | + | | |
| $f'(x)$ | | − | 0 | + | | |

nous pouvons donc conclure le tableau de variation suivant

| $x$ | 0 | | $e^{-\frac{1}{2}}$ | | $+\infty$ | $\forall x \in ]0;+\infty[$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | 0 | ↘ | $-\frac{1}{2e}$ | ↗ | $+\infty$ | |

$$f(e^{-\frac{1}{2}}) = e^{-\frac{1}{2} \cdot 2} \times \ln(e^{-\frac{1}{2}}) = -\frac{1}{2e}$$

Conclusion :

$\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

d'après la démonstration par recurrence.

2) La suite est croissante et possède une limite, d'après le théorème de convergence monotone la suite $(u_n)$ est donc convergente.

3) · Nous avons $g(u_n) = u_{n+1}$

lim

· $u_n$ est convergente

· la fonction $g$ est strictement continue sur $[0;1]$.

d'après le théorème du point fixe $g(l)=l$ est la limite or nous savons d'après 3) $g(l)=l$ admet comme solution $S=\{0;1\}$ or la fonction est croissante donc sa limite est la solution la plus grande donc 1 : $l=1$

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$$

Dans ce contexte, et d'après cette modélisation tout les habitants de cette ville vont installer cette application.

Partie C

$v_n = 1 - u_n$





5)a) $y = g'\left(\frac{1}{e}\right)\left(x - \frac{1}{e}\right) + g\left(\frac{1}{e}\right)$

$g'\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e}\left(2\ln\left(\frac{1}{e}\right)+1\right)$ $\quad \forall x \in ]0;+\infty[$

$= -\frac{2}{e} + \frac{1}{e}$

$= -\frac{1}{e}$

$g\left(\frac{1}{e}\right) = \left(\frac{1}{e}\right)^2 \times \ln\left(\frac{1}{e}\right)$

$= -\frac{1}{e^2}$

$y = -\frac{1}{e}\left(x - \frac{1}{e}\right) + -\frac{1}{e^2}$

$y = -\frac{x}{e^2}$

Exercice 4.

$g(x) = 2x - x^2 \quad \forall x \in [0;1]$

$g'(x) = 2 - 2x$

$g'(x) = 2(1-x)$

| | |
|---|---|
| $1-x=0$ | $1-x>0$ |
| $-x=-1$ | $-x>-1$ |
| $x=1$ | $x<1$ |

| $x$ | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|
| $2$ | | $+$ | |
| $1-x$ | | $+$ | $0$ |
| $g'(x)$ | | $+$ | |

On en déduit que $g$ croît en $[0;1]$.

2) $\lim\limits_{x \to 1^-} 2x - x^2 = 1$

et $\lim\limits_{x \to 0^+} 2x - x^2 = 0$.

donc $\forall x \in [0;1]$ nous avons $g(x) \in [0;1]$

3) $g(x) = x \iff 2x - x^2 = x$

$-x^2 - x = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 1$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$\boxed{x_1 = 0}$

$x_2 = \frac{-b + \sqrt{2}}{2a}$

$\boxed{x_2 = 1}$



$S : \{0;1\}$.

Partie B.

1) Initialisation

$0 \leq U_0 \leq U_1 \leq 1$ sachant que $U_0 = 0,1$ don $U_1 = 0,19$

$0 \leq 0,1 \leq 0,19 \leq 1$.

~~b~~ Initialisation vérifiée pour le rang $n = 0$

Hérédité:

Supposon $\exists\, n \in \mathbb{N}$ tel que $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

Montrons que c'est également vrai pour le ~~en~~ rang $n+1$ tel que $0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

hypothèses: $g(U_n) = U_{n+1}$ avec $g(U_n)$ strictement ~~po~~ croissante sur $[0;1]$.

$U_{n+1} = 2U_n - U_n^2$

$U_{n+2} = 2U_{n+1} - U_{n+1}^2$

d'après 3)

$0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

$\rightarrow f(0) = 0 \leq f(U_{n+1}) \leq f(U_{n+2}) \leq f(1) = 1$

$0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$ hérédité vérifiée

Exercice 3. question 1)b) traitée dans la page 13

2) On sait que seulement les cases rouge et verte nous permettent d'obtenir un gain strictement positif, or il y a 4 couleurs en tout et chacune des cases ont la même probabilité. Donc la probabilité d'avoir un gain positif est 50% : $P(G) = 0,5$.

3)

Nous répétons 10 fois l'épreuve de bernoulli, d'une manière consécutive, équitable et indépendante à deux issues possible.

$P(S) = \frac{4}{15}$ $P(\bar{S}) = \frac{11}{15}$

$\mathcal{B}(10 ; \frac{4}{15})$

3)a) $\cancel{P(X)} = P(X=2) = \binom{n}{k} \times p^{k} \times p^{n-k}$

$P(X=2) \approx 0,268$ arrondi à $10^{-3}$ près

3)b) $P(X \leqslant 3) \approx 0,736$ arrondi à $10^{-3}$ près d'après la calculatrice

3)c) $E(X) = n \times p$

$E(x) = 10 \times \frac{4}{15}$

$= \frac{8}{3}$

En moyenne, un joueur va gagné $\frac{8}{3}$ euros après 10 parties jouées.





1) $V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

$V_{n+1} = 1 - 2U_n - U_n^2$

or $(V_n)^2 = (1 - U_n)^2$

$= 1 - 2 \times U_n - (U_n)^2$

donc $V_{n+1} = (V_n)^2$

2)

$V_0 = 1 - U_0$ $V_1 = (V_0)^2$ $V_2 = (V_1)^2$

$V_0 = 0,9$ $V_1 = 0,81$ $V_2 = 0,6561$

2)b) I initialisation

On sait que $V_0 = 0,9$

$0,9^{2^0} = 0,9^1 = 0,9$.

initialisation vérifiée.

II hérédité

Supposons $\exists n \in \mathbb{N}$ tel que $V_n = 0,9^{2^n}$

Montrons qu'il est également vrai pour $n+1$ tel que $V_{n+1} = 0,9^{2^{n+1}}$

Hypothèse : $V_{n+1} = V_n^2$

on remplace : $V_{n+1} = (0,9^{2^n})^2$

$V_{n+1} = 0,9^{2^n \times 2}$

$V_{n+1} = 0,9^{2^{n+1}}$

hérédité vérifiée.

III conclusion :

$\forall n \in \mathbb{N}$, $V_n = 0,9^{2^n}$ ~~telque~~ d'après la démonstration par récurrence.

3) on sait que

$V_n = 1 - U_n$

donc $0,9^{2^n} = 1 - U_n$ $\forall n \in \mathbb{N}$

alors $U_n = -0,9^{2^n} + 1$

4) $\lim\limits_{n \to +\infty} -0,9^{2^n} = 0$

alors $\lim\limits_{n \to +\infty} -0,9^{2^n} + 1 = 1$

pour conclure $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 1$



Partie D

1)b) $2x - x^2 \geq 0,99$

$2x - x^2 - 0,99 \geq 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= 0,04$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \frac{9}{10}$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_2 = 1,1 \notin [0;1]$

$x_1 = \frac{9}{10}$ or $n$ ~~est~~ $\in \mathbb{N}$ donc nous

(~~devons arrondir, le programme va renvoyer le~~)

donc le programme va renvoyer $n = 0,9$.

2) Notre modèle converge plus vite car les termes sont de plus haut degrés donc la différence est plus grande.

→

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) JABER
PRENOM : (en majuscules) RAMY
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 29/05/2008
1.2

Concours / Examen : ................ Section / Spécialité / Série : ................
Epreuve : ................ Matière : ................

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ................

Exercice 3 (Question 1)

1) ~~b~~ a) $E(x) \sum_{i=0}^{i=4} = x_i \, p_i$.

| $x_i$ | $a$ | $0$ | $4$ | $9$ |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | $0{,}25$ | $0{,}25$ | $0{,}25$ | $0{,}25$ |

$E(x) = 0 \iff 0 + 0{,}25a + 1 + \cancel{4}9 \times 0{,}25 = 0$

$0{,}25a + 3{,}25 = 0$

$0{,}25a = -3{,}25$

$a = -\frac{3{,}25}{0{,}25}$

$a = -13.$

Pour que le jeu soit équitable a doit avoir 13 comme valeur.

1) a)

Page / nombre total de pages 13/13

*Page / nombre total de pages*

2. $\lim_{x\to 0} \ln x = -\infty$ et $\lim_{x\to 0} x^2 = 0$

Par croissance comparée, $\lim_{x\to 0} x^2 \ln x = 0$

$\lim_{x\to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$

Donc $\lim_{x\to+\infty} x^2 \ln x = +\infty$ par produit.

3. a) $f'(x) = 2x \ln x + x^2 \frac{1}{x}$ $\forall x > 0$

$= 2x \ln x + x$

$= x(2\ln x + 1)$

$f'(x) = x(2\ln x+1)$ $\forall x > 0$.

b) $x$ étant strictement positif sur $]0;+\infty[$, le signe de $f'(x)$ dépend du signe de $2\ln x+1$

$2\ln x + 1 > 0$

$\Leftrightarrow 2\ln x > -1$

$\Leftrightarrow \ln x > -\frac{1}{2}$ car $2>0$

$\Leftrightarrow e^{\ln x} > e^{-1/2}$ car $x \mapsto e^x$ est croissante $\forall x \in ]0;+\infty[$

$\Leftrightarrow x > e^{-1/2}$

$2\ln x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2\ln x = -1$

$\Leftrightarrow \ln x = -1/2$

$\Leftrightarrow x = e^{-1/2}$ donc $f'(x)$ s'annule en $e^{-1/2}$ et est croissante sur l'intervalle $[e^{-1/2}; +\infty[$.

| $x$ | $0$ | | $e^{-1/2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | \|\| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | \|\| $0$ | ↘ | $-\frac{1}{2e}$ | ↗ | $+\infty$ |

$f(e^{-1/2}) = (e^{-1/2})^2 \ln e^{-1/2}$

$= e^{-1} \times (-\frac{1}{2})$

$= -\frac{1}{2e}$





Exercice 1 :

Question 1 : C.

Question 2 : C.

Question 3 : D.

Question 4 : C.

Question 5 : B.

Exercice 3 :

1. a) Toutes les cases ayant la même probabilité d'être atteintes ;

Il y a 2 cases rouges, ~~(donc P(R) =)~~ soit $P(R)$ la probabilité qu'une case rouge soit atteinte, $P(R) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$.

Soit $P(V)$ la probabilité d'atteindre une case verte. Il y a 6 cases vertes, donc $P(V) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

Soit $P(B)$ la probabilité qu'une case bleue soit atteinte, $P(B) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$ car il y a 8 cases bleues.

Soit $P(N)$ la probabilité qu'une case noire soit atteinte, il y a 14 cases noires donc $P(N) = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$.

Ainsi, la loi de probabilité de X est la suivante :

| k | $-a$ | 0 | 4 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| $p(X=k)$ | $\frac{7}{15}$ | $\frac{4}{15}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{15}$ |

b) $E(X)=0 \iff \frac{7}{15}\times(-a)+0\times\frac{4}{15}+4\times\frac{1}{5}+9\times\frac{1}{15}=0\ ;\ a>0$

$\iff \frac{-7a}{15}+\frac{4}{5}+\frac{9}{15}=0 \quad ;\ a>0$

$\cancel{(;\ a>0)}$

$\iff \frac{4\times3+9}{15}=\frac{7}{15}a \quad ;\ a>0$

$\cancel{(;\ a>0)}$

$\iff \frac{7}{5}=\frac{7}{15}a \quad ;\ a>0$

$\cancel{(;\ a>0)}$

$\iff \frac{15\times7}{5}=7a \quad ;\ a>0$

$\iff 21=7a \quad ;\ a>0$

$\iff a=\frac{21}{7}=3$

(c) Pour que le jeu soit équitable, il faut que $a=3$, soit que le joueur perde 3 euros lorsqu'il atteint une case noire.

2. $p(X>0)=p(X=4)+p(X=9)$
$=\frac{1}{5}+\frac{1}{15}=\frac{4}{15}$

La probabilité p qu'un joueur gagne est de $\frac{4}{15}$.



3. a) On considère l'épreuve "jouer une partie", à deux issues, et de succès "gagner la partie" de probabilité $p=\frac{4}{15}$. On répète cette épreuve 10 fois, et il est précisé que chaque partie est indépendante. Soit Y la variable aléatoire qui compte le nombre de succès, Y suit une loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=\frac{4}{15}$.

Ainsi, $p(Y=2)=\binom{10}{2}p^2(1-p)^{10-2}$

$p(Y=2)=\binom{10}{2}\left(\frac{4}{15}\right)^2\left(\frac{11}{15}\right)^8$

$p(Y=2)=0{,}268$

b) $P(Y\geq3)=1-P(Y\leq2)$

$P(Y\geq3)=0{,}524$

c) Y suivant une loi binomiale, $E(Y)=np$

$E(Y)=\frac{4}{15}\times10=\frac{40}{15}=\frac{8}{3}$

En moyenne, on gagnera $\frac{8}{3}$ euros lorsqu'il joue 10 parties consécutives.

Exercice 2 :

1. $\cancel{(f(ab)=(ab)^2\ln(ab))}$

$f(a)=a^2\ln a\ ;\ a>0$ et $f(b)=b^2\ln b\ ;\ b>0$

$f(ab)=(ab)^2\ln(ab)$ avec $a>0$ et $b>0$
$=a^2b^2(\ln a+\ln b)$
$=b^2a^2\ln a+a^2b^2\ln b$
$=b^2f(a)+a^2f(b)$

$f(ab)=b^2f(a)+a^2f(b) \quad \forall\ a>0$ et $\forall\ b>0$

Exercice 4 :

Partie A :

1. $g'(x) = 2-2x \quad \forall x \in [0;1]$

$2-2x > 0$

$\Leftrightarrow 2 > 2x$

$\Leftrightarrow 1 > x$ car $2>0$

Donc $g'(x) > 0$ lorsque $x \leq 1$

$2-2x = 0$

$2 = 2x$

$x = 1$ donc $g'(x)$ s'annule lorsque $x = 1$.

| $x$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|
| $g'(x)$ | $+$ | $0$ |
| $g(x)$ | $\nearrow$ | |

g est strictement croissante sur $[0;1]$

2. $g(0) = 2\times 0 - 0^2$
$= 0$

et $g(1) = 2\times 1 - 1^2$
$= 1$.

g étant strictement croissante sur $[0;1]$, avec $g(0)=0$ et $g(1)=1$, $\forall x \in [0;1]$, on a $g(x) \in [0;1]$.

~~3. $g(x) = 0$~~

~~$\Leftrightarrow 2x - x^2 = 0$~~

~~$\Leftrightarrow 2x = x^2$ $\Leftrightarrow x(2-x) = 0$~~

~~$\Leftrightarrow x = 0$ ou $2-x = 0$~~

~~$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$~~

3. $g(x) = x$

$\Leftrightarrow 2x - x^2 = x$

$\Leftrightarrow x - x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x(1-x) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$.



Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BOUASSIDA
PRENOM : (en majuscules) ILYES
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 28 / 09 / 2008
1.2
Concours / Examen : Baccalauréat Blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : Spécialité Mathématiques
Matière :



4. a) On conjecture par lecture graphique $0,25 \leq x_I \leq 0,3$, avec $x_I$ l'abscisse du point d'inflexion de $\mathcal{C}_f$, I.

b) $f'(x) = x(2\ln x + 1) \quad \forall x > 0$

$f''(x) = 1\times(2\ln x + 1) + x\times\left(\frac{2}{x} + 0\right)$

$= 2\ln x + 1 + \frac{2x}{x}$

$= 2\ln x + 3$

$2\ln x + 3 > 0$

$\Leftrightarrow 2\ln x > -3$

$\Leftrightarrow \ln x > -\frac{3}{2}$ car $2>0$

$\Leftrightarrow e^{\ln x} > e^{-\frac{3}{2}}$

$\Leftrightarrow x > e^{-\frac{3}{2}}$ donc $f''(x)$ est strictement positif quand $x \in ]e^{-\frac{3}{2}};+\infty[$

$2\ln x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow 2\ln x = -3$

$\Leftrightarrow \ln x = -\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow x = e^{-\frac{3}{2}}$ donc $f''(x)$ s'annule lorsque $x = e^{-\frac{3}{2}}$

| $x$ | $0$ | | $e^{-3/2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | concave | $-\frac{3}{2e^3}$ | convexe | |

$$f(e^{-\frac{3}{2}}) = (e^{-\frac{3}{2}})^2 \ln e^{-\frac{3}{2}}$$
$$= e^{-3} \times (-\tfrac{3}{2})$$
$$= -\frac{3}{2e^3}$$

$f$ admet un point d'inflexion de coordonnées $\left(e^{-3/2} ; -\frac{3}{2e^3}\right)$.

5. a) $T : y = f'(\tfrac{1}{e})(x - \tfrac{1}{e}) + f(\tfrac{1}{e})$

$$y = \frac{1}{e}(2\ln e^{-1} + 1)(x - \tfrac{1}{e}) + (\tfrac{1}{e})^2 \ln e^{-1}$$
$$y = \frac{-2+1}{e}(x - \tfrac{1}{e}) + \frac{1}{e^2} \times -1$$
$$y = -\frac{x}{e} \pm (-\tfrac{1}{e})(-\tfrac{1}{e}) - \frac{1}{e^2}$$
$$y = -\frac{x}{e} + \frac{1}{e^2} - \frac{1}{e^2}$$
$$T : y = -\frac{x}{e}$$

Pour que $T$ passe par l'origine $(0;0)$, il faut que pour $x = 0$, $y = 0$
$y = -\frac{0}{e} = 0$.

$T$ passe bien par l'origine.
La tangente $T$ à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse $\frac{1}{e}$ passe par l'origine $O$ du repère.

b) On sait que $\mathcal{C}$ admet un point d'inflexion avec pour ~~(abscisse)~~ abscisse $e^{-3/2}$, et que $\mathcal{C}$ est convexe $\forall x \in ]e^{-\frac{3}{2}} ; +\infty[$.

$-1 > -\frac{3}{2}$
donc $e^{-1} > e^{-3/2}$ car $x \mapsto e^x$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
Ainsi, $e^{-1} \in ]e^{-\frac{3}{2}} ; +\infty[$.
$f$ étant convexe sur cet intervalle, la courbe est au dessus de toutes ses tangentes. $\frac{1}{e}$ faisant partie de cet intervalle, la tangente $T$ au point d'abscisse $\frac{1}{e}$ est en dessous de $\mathcal{C}$.

c. Soit $a \in ]0 ; +\infty[$.

$$T_a : y = f'(a)(x-a) + f(a)$$
$$y = a(2\ln a + 1)(x-a) + a^2 \ln a.$$
$$y = (2a\ln a + a)(x-a) + a^2 \ln a$$
$$y = 2ax\ln a + ax - 2a^2\ln a - a^2 + a^2 \ln a$$
$$y = a(2x\ln a + x - 2a\ln a - a + a\ln a)$$
$$T_a : y = a((2x-a)\ln a + x - a)$$

~~$T_a : y = a(2x-a)(\ln a + \frac{1}{2})$~~

~~$T_a$ passe par l'origine $\iff a(2\times 0 - a)(\ln a + \frac{1}{2})$~~

Si $T_a$ passe par l'origine, alors $a(2\times 0 - a)\ln a + 0 - a = 0$

$\iff a \times (-a)\ln a - a = 0$

$\iff -a(a+1)\ln a = 0$

$\iff -\ln a = 0$ ou $-a(a+1) = 0$

$-a = 1$ $\quad$ $a > 0$ donc $S = \emptyset$

$a = -1$

4. $\lim_{n\to+\infty} 2^n = +\infty$ et $\lim_{X\to+\infty} 0{,}9^X = 0$

donc par composition, $\lim_{n\to+\infty} 0{,}9^{(2^n)} = 0$

et $\lim_{n\to+\infty} 1-0{,}9^{(2^n)} = 1$ par somme.

Ainsi, $\lim_{n\to+\infty} u_n = 1$.

Partie D :

1. A l'aide d'un tableau de valeurs sur la calculatrice :

$u_5 \approx 0{,}967 \leqslant 0{,}99$

$u_6 \approx 0{,}999 \geqslant 0{,}99$.

$u_6$ étant la première valeur de la suite à arriver à 0,99, la fonction renvoi la valeur 6.

2. $(u_n)$ étant divisée par 2 à chaque rang, elle ne croit pas assez vite que lorsqu'on double ~~(notre som)~~ la valeur dans notre suite, malgré l'ajout de 0,5.
De plus, ~~$(u_n)$~~ $u_n$ étant toujours inférieur à 1, son carré décroit rapidement, et devient insignifiant très vite.





$0 \in [0;1]$ et $1 \in [0;1]$,
donc $g(x) = x$ admet 2 solution dans $[0;1]$, 0 et 1.

Partie B :

1. $u_{n+1} = 2u_n - u_n^2$ $\forall n \in \mathbb{N}$ avec $u_0 = 0{,}1$

~~On a donc $u_{n+1} = g(u_n)$~~

Démontrons par récurrence que $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

Initialisation :

Pour $n=0$, $u_0 = 0{,}1$ et $u_1 = 2\times 0{,}1 - (0{,}1)^2$
$= 0{,}19$.

On a bien $0 \leqslant 0{,}1 \leqslant 0{,}19 \leqslant 1$
soit $0 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 1$

Donc $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$ pour $n=0$.

Hérédité :

Supposons que $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$ pour un entier $n$ donné.
Nous voulons démontrer que $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 1$.
Nous savons que $g(x) = 2x - x^2$.
pour $x = u_n$, nous avons $g(u_n) = 2u_n - u_n^2 = u_{n+1}$

$0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$

$\Leftrightarrow$ $f(0) \leqslant f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$ car $f$ est croissante sur $[0;1]$

$\Leftrightarrow$ $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 1$.

Conclusion :

$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ étant vérifiée pour $n=0$ et héréditaire, on conclut que $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

2. $u_n \leq u_{n+1}$ donc $(u_n)$ est croissante.
$u_n \leq 1$ donc $(u_n)$ est majorée par 1.
$(u_n)$ étant croissante et majorée, $(u_n)$ converge.

3. $u_{n+1} = g(u_n)$, avec g une fonction continue (~~et croissante sur~~) car dérivable sur $[0;1]$ et croissante sur $[0;1]$.
$(u_n)$ converge donc d'après le théorème du point fixe, $(u_n)$ admet une limite $\ell$ telque $g(\ell)=\ell$.
$g(\ell)=\ell$ admet les solutions 0 et 1, mais $(u_n)$ étant croissante avec $u_0 = 0,1 > 0$,
$\ell = 1$.
On en déduit qu'il ne peut pas y avoir plus de 100% de la population ayant installé l'application.

Partie C :

1. $v_n = 1 - u_n$ $\forall n \in \mathbb{N}$.
$v_{n+1} = 1 - u_{n+1}$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

$\Leftrightarrow v_{n+1} = 1 - 2u_n - u_n^2$ $\forall n \in \mathbb{N}$

$\Leftrightarrow v_{n+1} = (1-u_n)(1-u_n)$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

$\Leftrightarrow v_{n+1} = v_n^2$ $\forall n \in \mathbb{N}$.



2. a) $v_0 = 1 - u_0$
$= 1 - 0,1$
$v_0 = 0,9$
$v_1 = v_0^2$
$= 0,9^2$
$v_1 = 0,81$

$v_2 = v_1^2$
$= 0,81^2$
$v_2 = 0,6561$

b) Démontrons par récurrence que $v_n = 0,9^{(2^n)}$ $\forall n \in \mathbb{N}$.
Initialisation :
Pour $n=0$, $v_0 = 0,9$
et $0,9^{(2^0)} = 0,9^1 = 0,9 = v_0$.
$v_n = 0,9^{(2^n)}$ pour $n=0$.

Hérédité :
Supposons que $v_n = 0,9^{(2^n)}$ pour un entier n donné.
Nous cherchons à démontrer que $v_{n+1} = 0,9^{(2^{n+1})}$.
Nous savons que $v_{n+1} = v_n^2$
$v_{n+1} = (0,9^{(2^n)})^2 = 0,9^{(2^n \times 2)}$
$= 0,9^{(2^{n+1})}$
Conclusion :
$v_n = 0,9^{(2^n)}$ étant vraie au rang $n=0$, et héréditaire, alors $v_n = 0,9^{(2^n)}$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

3. $v_n = 1 - u_n$ $\forall n \in \mathbb{N}$.
$0,9^{(2^n)} = 1 - u_n$ $\forall n \in \mathbb{N}$.
$u_n = 1 - 0,9^{(2^n)}$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

$$f(e^{-\frac{3}{2}}) = (e^{-\frac{3}{2}})^2 \ln(e^{-\frac{3}{2}})$$
$$= e^{-3} \times \frac{-3}{2}$$
$$= \frac{1}{e^3} \times \frac{-3}{2}$$
$$= \frac{-3}{2e^3}$$

Ainsi $I$ a pour coordonnées $\left(e^{-\frac{3}{2}} ; \frac{-3}{2e}\right)$

Sur l'intervalle $]0 ; e^{-\frac{3}{2}}]$, $f$ est concave
Sur l'intervalle $[e^{-\frac{3}{2}} ; +\infty[$ ; $f$ est convexe

5 – a) $T_a : y = f'(a)(x-a) + f(a)$

$\Leftrightarrow T_{\frac{1}{e}} : y = f'(\frac{1}{e})(x - \frac{1}{e}) + f(\frac{1}{e})$

~~$T : y = \frac{1}{e} \times 2\ln(\frac{1}{e})$~~

$f'(\frac{1}{e}) = e^{-1} \times 2\ln(e^{-1}) + e^{-1}$
$= e^{-1} \times (-2) + e^{-1}$
$= -e^{-1}$

$f(\frac{1}{e}) = (e^{-1})^2 \ln(e^{-1})$
$= e^{-2} \times -1$
$= -e^{-2}$

$T_{\frac{1}{e}} : y = -e^{-1}(x - e^{-1}) + -e^{-2}$
$T_{\frac{1}{e}} : y = -e^{-1}x + \cancel{e^{-2}} - \cancel{e^{-2}}$
$T_{\frac{1}{e}} : y = -e^{-1}x$

Cette tangeante passe par l'origine quand $x = 0$

b – $\frac{1}{e} \in [e^{-\frac{3}{2}} ; +\infty[$, Ainsi, puisque la fonction est convexe sur cet intervalle là, $T$ est en dessous de $C$





NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) OUCDERNi

PRENOM : (en majuscules) RAFiF

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 21/11/2008

1.2

Concours / Examen : EDS Maths    Section / Spécialité / Série :

Epreuve :    Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exercice 1

Question 1 : C

Question 2 : C

Question 3 : B

Question 4 : C

Question 5 : D

Exercice 2 :

1 – Soit $a$ et $b \in ]0 ; +\infty[$,

$f(a) = a^2 \ln(a)$    $f(b) = b^2 \ln(b)$

$$f(ab) = (ab)^2 \ln(ab)$$
$$= a^2 b^2 (\ln(a) + \ln(b))$$
$$= a^2 b^2 \ln(a) + a^2 b^2 \ln(b)$$
$$= b^2 a^2 \ln(a) + a^2 b^2 \ln(b)$$
$$= b^2 f(a) + a^2 f(b)$$

2- $\lim\limits_{x\to 0} x^2\ln(x) = 0$ , par croissance comparée

$\lim\limits_{x\to +\infty} x^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \ln(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to +\infty} x^2\ln(x) = +\infty$ , par produit.

3- a) $f$ est dérivable sur $]0;+\infty[$ en tant que produit de fonctions de référence de forme $U\times V$.

Ici, $U = x^2$ $\quad V = \ln(x)$

$U' = 2x$ $\quad V' = \frac{1}{x}$

$$f'(x) = 2x\ln(x) + \frac{1}{x}\,x^2$$

$$= 2x\ln(x) + x$$

$$= x(2\ln(x)+1)$$

b) $f'(x) > 0$

$\Leftrightarrow x(2\ln(x)+1) > 0$ ; $x > 0$

$\Leftrightarrow 2\ln(x)+1 > 0$

$\Leftrightarrow 2\ln(x) > -1$

$\Leftrightarrow \ln(x) > -\frac{1}{2}$ ; Application de la fct $e^x$ strictement ~~positiv~~ croissante

$\Leftrightarrow x > e^{-\frac{1}{2}}$



| $x$ | $0$ | | $e^{-\frac{1}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| Var de $f$ | $0$ | ↘ | $-\frac{1}{2e}$ | ↗ | $+\infty$ |

$$f(e^{-\frac{1}{2}}) = \left(e^{-\frac{1}{2}}\right)^2 \ln(e^{-\frac{1}{2}})$$

$$= e^{-1} \times -\frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{e} \times -\frac{1}{2}$$

$$= -\frac{1}{2e}$$

4- a) Par lecture graphique, ~~je~~ nous conjecturons ~~de~~ que : $0{,}2 < x_I < 0{,}3$

b) On sait que : $f(x) = x^2\ln(x)$

$f'(x) = x(2\ln(x)+1)$

Ainsi, $f''(x) = 1\times(2\ln(x)+1) + \cancel{x} \times \frac{2}{\cancel{x}}$

$$= 2\ln(x)+1+2$$

$$f''(x) = 2\ln(x)+3$$

$f''(x) > 0$

$\Leftrightarrow 2\ln(x)+3 > 0$

$\Leftrightarrow 2\ln(x) > -3$

$\Leftrightarrow \ln(x) > -\frac{3}{2}$ ; Application de la fct $e^x$ strictement croissante.

$\Leftrightarrow x > e^{-\frac{3}{2}}$

2 – Puisque $g$ est strictement croissante sur $[0;1]$, alors elle admet un minimum en 0 et un maximum en 1.

Ainsi, $g(0) \leq g(x) \leq g(1)$

$g(0) = 0$ $\Leftrightarrow$ $0 \leq g(x) \leq 1$

$g(1) = 1$

Ainsi, $\forall x \in [0;1]$ ; $g(x) \in [0;1]$.

3 – $g(x) = x$

$\Leftrightarrow 2x - x^2 = x$

$\Leftrightarrow x^2 - x = 0$

$\Leftrightarrow x^2 = x$

Donc, $x = 1$ ou $x = 0$

$$S = \{0 ; 1\}$$

Partie B :

1 – Soit la propriété $P(n)$ : « $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$ »

Initialisation : au rang $n = 0$ :

D'une part : $U_0 = 0{,}1$   D'autre part : $U_1 = 2 \times U_0 - U_0^2$

$= 2 \times 0{,}1 - 0{,}1^2$

$= 0{,}19$

On retrouve : $0 \leq U_0 \leq U_1 \leq 1$

La propriété est vérifiée au rang $n = 0$.





Suite exercice 2 :

c) Voir feuille 12 et 13.

6 –

Exercice 3 :

1 –

| $x_i$ | 9 | 4 | 0 | $-a$ |
|---|---|---|---|---|
| $p_{x_i}$ | $\frac{1}{15}$ | $\frac{3}{15}$ | $\frac{4}{15}$ | $\frac{7}{15}$ |

b) $E(X) = 9 \times \frac{1}{15} + 4 \times \frac{3}{15} + 0 \times \frac{4}{15} - a \times \frac{7}{15}$

$E(X) = \frac{9}{15} + \frac{12}{15} - \frac{a7}{15}$

$E(X) = \frac{21}{15} - \frac{7}{15} a$

Pour que le jeu soit équitable, il faut que

$E(X) = 0 \Leftrightarrow \frac{21}{15} - \frac{7}{15} a = 0$

$\Leftrightarrow \frac{7}{15} a = \frac{21}{15}$

$\Leftrightarrow \quad a = \frac{21 \times 15}{7 \times 15}$

$\Leftrightarrow \quad a = 3$

Pour que le jeu soit équitable, il faut que $a = 3$.

2 – La probabilité qu'un joueur gagne, est l'addition des probabilités des issus dans lesquels il gagne.
D'après la loi de probabilité de $X$ :

$p = \frac{1}{15} + \frac{3}{15}$

$p = \frac{4}{15}$

La probabilité qu'un joueur gagne est $\frac{4}{15}$

3 – Nous avons ici, 10 repetitions d'une épreuve identique, indépendantes à 2 issues (gagner ou pas). La probabilité de gagner est de $\frac{4}{15}$. On note $X$ la variable aléatoire a laquelle on associe gagner une partie. Ainsi, $X$ suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = \frac{4}{15}$.

a) $P(X=2) = \binom{10}{2} \times \left(\frac{4}{15}\right)^2 \times \left(1 - \frac{4}{15}\right)^{10-2}$

$= 0,268$



b) $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$

$= 0,524$

c) $E(X) = n \times p$

$= 10 \times \frac{4}{15}$

$= \frac{8}{3}$

Sur 10 parties, le joueurs ~~p~~ espère gagner $\frac{8}{3}$ des parties, soit environ 2,7 parties.

Exercice 4 :

Partie A :

1 – Soit $x \in [0;1]$,

La fonction est derivable sur $[0;1]$ en tant que somme de fonctions de reference.

$g'(x) = 2 - 2x$

$g'(x) > 0 \Leftrightarrow 2 - 2x > 0$

$\Leftrightarrow -2x > -2$

$\Leftrightarrow x < 1$

D'après le signe de sa dérivée, la fonction $g$ est strictement croissante sur $[0;1]$

$\lim\limits_{n\to+\infty} 0{,}9^{2^n} = 0$ par composé de limite

$\lim\limits_{n\to+\infty} 1 - 0{,}9^{2^n} = 1$ par somme

La limite de la suite Un est 1.

Partie D :

1 – a)

b) Cette fonction va renvoyée 6.

2 – La suite converge beaucoup plus vite vers 1 que la suite Wn car ~~pour Un, plus Un croit, plus l'écart entre Un et Un+1 augmente. Cependant, pour Wn, l'écart au debut entre Wn et Wn+1 est grand mais il diminue plus Wn croit. Ces differences~~ $U_{n+1} - U_n$ croît quand n augmente tandis que $W_{n+1} - W_n$ décroit lorsque n augmente. Ainsi Un converge vers 1 plus rapidement, car elle croît plus rapidement

Exercice 2 :

c) Pour qu'un tangeante passe par O, il faut qu'elle soit de forme
$T : y = mx$

Or, $T : y = f'(a)(x-a) + f'(a)$
$T : y = f'(a)x - af'(a) + f(a)$

Donc, il faut que $f(a) - af'(a) = 0$

$\Leftrightarrow a^2\ln(a) - a^2(2\ln(a)+1) = 0$
$\Leftrightarrow a^2\ln(a) = a^2(2\ln(a)+1)$
$\Leftrightarrow \ln(a) = 2\ln(a) + 1$
$\Leftrightarrow \ln(a)(1-2) = 1$
$\Leftrightarrow -\ln(a) = 1$





Exercice 4 (suite)

1 – Heredité :
Supposons que P(n) est vrai à un rang n quelconque, montrons alors qu'elle est vraie pour un rang n+1 aussi.

On a : $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$
g est strictement croissante sur [0;1] $\Leftrightarrow g(0) \leq g(U_n) \leq g(U_{n+1}) \leq g(1)$
$\Leftrightarrow 0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

P(n) est hereditaire.
D'après le principe du raisonnement par recurrence, P(n) est vraie.

2 – D'après la question precedente,

Un est une suite croissante et majorée par 1.

Ainsi, d'après le theorème de la convergence monotone, la suite Un converge.

3_ La suite $U_n$ converge et $U_{n+1} = f(U_n)$, alors d'après le théorème du point fixe, la limite $\ell$ de la suite $U_n$ vérifie l'équation $g(\ell) = \ell$.
D'après la question Partie A_3_, les solutions à cette équation sont 0 et 1.
Or puisque la suite est croissante et définie sur $[0;1]$, alors la valeur qu'il faut choisir est 1.
La limite de la suite $U_n$ est 1.

Ainsi, Au bout d'un grand nombre de semaines, 100 % de la population aura l'application.

Partie C :

1_ Soit $n \in \mathbb{N}$,

$$V_{n+1} = 1 - U_{n+1} = 1 - (2U_n - U_n^2) = 1 - 2U_n + U_n^2 = (1-U_n)^2 = V_n^2$$

2_ $V_0 = 1 - U_0 = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$ $\quad V_1 = V_0^2 = 0{,}81$ $\quad V_2 = V_1^2 = 0{,}6561$



b) On a une propriété $P(n)$ : $V_n = 0{,}9^{2^n}$.

Initialisation : au rang $n=0$ :

D'une part : $V_0 = 0{,}9$

D'autre part : $V_0 = 0{,}9^{2^0}$, $V_0 = 0{,}9^1$, $V_0 = 0{,}9$

$0{,}9 = 0{,}9$

$P(n)$ est vérifiée au rang $n=0$.

Hérédité : Supposons que $P(n)$ est vraie à un rang $n$ quelconque, Démontrons qu'elle est vraie au rang $n+1$.

On a, $V_n = 0{,}9^{(2^n)}$
$\iff V_{n+1} = 0{,}9^{2^{n+1}}$
$\iff V_{n+1} = 0{,}9^{2^n \times 2}$
$\iff V_{n+1} = \left(0{,}9^{2^n}\right)^2$
$\iff V_{n+1} = V_n^2$

On retrouve la forme $V_{n+1} = V_n^2$ de l'énoncé.

Ainsi, $P(n)$ est héréditaire.
D'après le principe du raisonnement par récurrence, $P(n)$ est vraie.

3_ On a, $V_n = 1 - U_n$
$\iff U_n = 1 - V_n$
$\iff U_n = 1 - 0{,}9^{(2^n)}$

4_ $\lim\limits_{n\to+\infty} 1 = 1$

$\lim\limits_{n\to+\infty} 2^n = +\infty$ $\quad$ On pose $N = 2^n$

puisque $-1 < 0{,}9 < 1$, $\lim\limits_{N\to+\infty} 0{,}9^N = 0$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) OUEDERNI
PRENOM : (en majuscules) RAFIF
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 21/11/2008
1.2
Concours / Examen : EDS Maths
Section / Spécialité / Série :
Epreuve :
Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exercice 2 c) (suite) :

$\Leftrightarrow -\ln(a) = 1$

$\Leftrightarrow \ln(a) = -1$

$\Leftrightarrow a = e^{-1}$

$\Leftrightarrow a = \frac{1}{e}$

Ainsi, ~~$\frac{1}{e}$ est le seul point d'abscisse~~ la tangeante au point d'abscisse $\frac{1}{e}$ est la seule qui passe par l'origine O.

et puisque la derivée seconde s'annule et change de signe pour $x = e^{-\frac{3}{2}}$,
f admet un point d'inflexion pour $x = e^{-3/2}$ et $f(x) = f(e^{-3/2})$ $I(x; f(x))$

$f(x) = -\frac{3}{2e^3}$

les coordonnée du point d'inflexion sont donc $I(e^{-3/2}; -\frac{3}{2e^3})$

5) a/ $T: y = f'(\frac{1}{e})(x - \frac{1}{e}) + f(\frac{1}{e})$

$T: y = -\frac{1}{e}(x - \frac{1}{e}) - \frac{1}{e^2}$

$T: y = -\frac{1}{e}x + \frac{1}{e^2} - \frac{1}{e^2}$

$T: y = -\frac{1}{e}x$

Donc la tangente T à C au point d'abssice $\frac{1}{e}$ passe bien par l'origine O du repère puisque $-\frac{1}{e} \times 0 = 0$

b/ Puisque $f(x)$ est concave sur $]0; e^{-3/2}]$ alors T est au dessus de $\mathcal{C}$ et puisque $f(x)$ est convexe sur $[e^{-3/2}; +\infty[$ alors T est en dessous de $\mathcal{C}$

c/ supposons qu'il existe une autre tangeante passant par O(0;0) cela voudrait dire que pour x = 0 l'équation de la tangente vaut 0 ~~prenons~~ établissons l'équation d'une tangeante au point d'abssice a strictement ~~positif~~ positif pour x = 0

$T': y' = f'(a)(-a) + f(a)$

$y' = [a(2\ln a + 1)](-a) + a^2 \ln a^2$

a étant strictement positive donc y' ne pourra jamais être égal à 0 donc finalement $\mathcal{C}$ n'admet pas d'autre tangente passant par O.



Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) HAMAIED

PRENOM : (en majuscules) EMNA

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 26 / 09 / 2008

1.2

Concours / Examen : ..................

Section / Spécialité / Série : ..................

Epreuve : ..................

Matière : Math

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session : ..................

Exercice n°1 :

1) C

2) C

3) B

4) C

5) D

Exercice n°2 :

1) $f(ab) = (ab)^2 \times \ln(ab)$

$f(ab) = (a^2b^2) \times (\ln a + \ln b)$

$f(ab) = a^2b^2 \times \ln(a) + a^2b^2 \times \ln b$

et on a $f(a) = a^2 \ln a$ et $f(b) = b^2 \ln b$

donc $f(ab) = b^2 \times a^2 \ln(a) + a^2 \times b^2 \ln(b)$

$f(ab) = b^2 \times f(a) + a^2 \times f(b)$.

Pour tout réel a, b strictement positif $f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2) $\lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$

donc par produit $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

Par croissance comparée
$\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$.

3) a/ $f(x) = x^2 \ln x$
$f'(x) = 2x \ln x + \frac{1}{x} \times x^2$
$f'(x) = 2x \ln x + x$
$f'(x) = x\ (2\ln(x) + 1)$

Pour tout $x > 0$, $f'(x) = x(2\ln(x)+1)$

b/ $x > 0$ puisque $x \in ]0; +\infty[$

$2\ln x + 1 > 0$
quand $2\ln x > -1$
$\ln x > -\frac{1}{2}$
$x > e^{-\frac{1}{2}}$

. Puisque $x > 0$ donc le signe de $f'(x)$ dépend de ceuil de $2\ln(x)+1$ et $2\ln(x)+1$ est strictement superieur a 0 quand $x \in ]e^{-1/2}; +\infty[$

| $x$ | $0$ | | $e^{-1/2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| variation de $f$ | $0$ | $\searrow$ | $f(e^{-1/2})$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

$f(e^{-\frac{1}{2}}) = (e^{-1/2})^2 \times \ln(e^{-1/2})$
$f(e^{-1/2}) = -\frac{1}{2e}$



4) a) Par lecture graphique, un encadrement de l'abssice des point d'inflextion serait

$0{,}2 < x_I < 0{,}3$

c'est le moment où la tangente traverse la courbe $\mathcal{C}$.

b) Pour étudier la convexité de $f$, il faut d'abord étudier le signe de $f''(x)$.

$f'(x) = x\ (2\ln(x)+1)$
$f''(x) = (2\ln(x)+1) + \frac{2}{x} \times x$
$f''(x) = 2\ln(x) + 1 + 2$
$f''(x) = 2\ln(x) + 3$
etudions le signe de $f''(x)$ :
$2\ln(x) + 3 > 0$
quand $2\ln(x) > -3$
$\ln(x) > -\frac{3}{2}$

$x > e^{-\frac{3}{2}}$

$f''(x) > 0$ quand $x \in ]e^{-\frac{3}{2}}; +\infty[$

| $x$ | $0$ | $e^{-\frac{3}{2}}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| signe de $f''(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| convexité de $f(x)$ | concave | | convexe |

. donc puisque sur $]0; e^{-3/2}]$, $f''(x) \leq 0$ donc $f$ est concave sur cet intervalle

. Puisque sur $[e^{-\frac{3}{2}}; +\infty[$, $f''(x) \geq 0$ ; donc $f$ est convexe sur cet intervalle

Partie C

1. $V_n = 1 - U_n$

$V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

$V_{n+1} = 1 - 2U_n - U_n^2$

2. a. $V_n = 1 - U_n$ $\quad U_0 = 0,1$

$V_0 = 1 - 0,1$ $\quad U_1 = 0,19$

$= 0,9$

$V_1 = 1 - 0,19$

$= 0,81$

$V_{n+1} = V_n^2$

$V_2 = V_1^2$

$= 0,6561$

b. Initialisation

$V_0 = 0,9$

$V_1 = (0,9)^{2\times1}$

$= 0,81$

La propriété est demontré

Heredité

On suppose que $V_n = 0,9^{(2n)}$ $\forall n \in \mathbb{N}$, demontrons alors que la propriété est valable au rang suivant, $V_{n+1} = 0,9^{(2n+1)}$

$V_n = 0,9^{(2n)}$

$V_{n+1} = 0,9^{(2n+1)}$

Conclusion : $\forall n \in \mathbb{N}$ $\quad V_n = 0,9^{(2n)}$





Exercice 4

Partie A

1. $g(x) = 2x - x^2$ sur $[0;1]$

$g'(x) = 2 - 2x$

$g'(x) > 0$

$2 - 2x > 0$

$-2x > 2$

$x < -1$

| $x$ | $0$ $\qquad$ $1$ |
|---|---|
| signe de $g'$ | $+$ |
| variation de $g$ | $0 \nearrow 1$ |

La variations d'une fonction depend du signe de sa dérivée, $g(x)$ est donc strictement croissante sur $[0;1]$

2. On calcule $g(x)$ aux bornes de l'intervalle $[0;1]$, $g(0) = 0$ ; $g(1) = 1$

$\forall x \in [0;1]$, on a bien $g(x) \in [0;1]$

3. $g(x) = x$ $\qquad = 3x - x^2 = 0$

$\Leftrightarrow 2x - x^2 = x$ $\quad$ On réajuste l'equation pour obtenir une equation de 2nd degré

$= 2x - x^2 + x = 0$

$-x^2+3x+0$

$\Delta = 3^2-(4)(-1)(0)$

$=\sqrt{9}=3$

$x_1 = \frac{-3+3}{-2}$ $\quad x_2 = \frac{-3-3}{-2}$

$x_1 = 0$ $\quad x_2 = 3$

$x_2 \notin [0;1]$, on a donc une solution, $x_1 = 0$ pour l'équation $g(x)=x$

Partie B

1. Initialisation

$u_0 = 0,1$

$u_1 = 2\times 0,1-(0,1)^2$

$= 0,19$

$0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$

La propriété est établie

Hérédité

On suppose que $0\leq u_n \leq u_{n+1}\leq 1$

démontrons alors que $0\leq u_{n+1}\leq u_{n+2}\leq 1$

$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$

$0\leq 2u_n \leq 2u_{n+1} \leq 2$ $\quad \times 2>0$ ordre conservé

$-u_n^2 \leq 2u_n - u_n^2 \leq 2u_{n+1}-u_n^2 \leq 2-u_n^2$ $\quad -u_n^2$, soustraction change pas l'ordre

$0 \leq -u_n^2 \leq \underbrace{2u_n-u_n^2}_{u_{n+1}} \leq 2u_{n+1}-u_n^2 \leq 2-u_n^2 \leq 1$



Conclusion

$\forall n\in\mathbb{N},\ 0\leq u_n\leq u_{n+1}\leq 1$

2. D'après la question 1, $0\leq u_n\leq u_{n+1}\leq 1$, la suite est donc croissante et majorée par 1, d'après le théorème de convergence monotone, la suite $(u_n)$ est convergente.

3. $g(x) = 2x - x^2$

$u_{n+1} = 2u_n - u_n^2$

g est la fonction modélisatrice de la suite,

- $u_{n+1} = g(u_n)$
- La suite $(u_n)$ converge vers une limite $\ell$,
- $g(x)$ est un polynôme, g est continue sur $[0;1]$

D'après le théorème du point fixe $g(x)=x$, est une solution de la limite de $(u_n)$.

On a déjà résolu l'équation dans la partie A question 3, $x_1=0$, la limite de la suite $(u_n)$, $\ell = 0$.

Comme précisé dans l'énoncé, 0,1 signifie que 10 % de la population possède l'application au départ, comme la suite modélisant la proportion de la population ayant installé l'application est majorée par 1 et sa limite est 0, On en déduit alors que le taux de personnes possédant cette application augmentera mais atteindra jamais les 100 %, il y aura toujours une partie, aussi petite qu'elle soit, de personnes n'ayant pas cette application.