b. C La représentation graphique de la fonction $f(x)$.

Donc C est convexe sur $[0;1,1]$ alors ses tangentes sont au dessus.

c.

Modèle CCYC : ©DNE

NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BEN AYED

PRENOM : (en majuscules) HAFEDH

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)

Liberté • Égalité • Fraternité

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : 01/12/2008

Prof KLIBI

1.2

Concours / Examen : Bac Blanc

Section / Spécialité / Série :

Epreuve : Math

Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

Exercice 1 :

Question 1 :

L'affirmation B est VRAI, (D) et (P) sont sécants en $M(-2;0;2)$

Question 2 :

L'affirmation C est VRAI, non coplanaires sont (d) et (d')

Question 3 :

L'affirmation D est VRAI ; A, B, C et D ne sont pas coplanaires

Question 4 :

L'affirmation C est VRAI ; Le plan (P) : $x+y-2z+7=0$

Question 5 :

L'affirmation C est VRAI ; les coordonnées du point H sont : $(1;0;4)$

Exercice 2 :

1- On considère a et b des réels strictement positifs

$f(ab) = (ab)^2 \ln(ab) = a^2 b^2 (\ln a + \ln b)$

$= b^2 (a^2 \ln a) + a^2 (b^2 \ln b)$

$= b^2 f(a) + a^2 f(b)$

Donc on trouve bien $f(ab) = b^2 f(a) + a^2 f(b)$

2-

$\lim\limits_{x \to 0} x^2 = 0$ et $\lim\limits_{x \to 0} \ln x = -\infty$ donc par croissance comparé $\lim\limits_{x \to 0} x^2 \ln x = 0^+$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$ donc par produit

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \ln x = +\infty$

3-a-

$f'(x) = U \times V$ $\quad U = x^2$ $\quad V = \ln x$

$= U'V + V'U$ $\quad U' = 2x$ $\quad V' = \frac{1}{x}$

$f'(x) = 2x \times \ln x + \frac{1}{x} \times x^2$

$= 2x \ln x + \frac{x^2}{x}$

$= 2x \ln x + x$

$= x(2 \ln x + 1)$

b- $x > 0$ $\quad 2 \ln x + 1 > 0$

$2 \ln x > -1$

$\ln x > -\frac{1}{2}$ $\quad e^x > 0$

$x > e^{-\frac{1}{2}}$ $\quad e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}}$

x	0		$\frac{1}{\sqrt{e}}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$f\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$	$\nearrow$	$+\infty$

4-a-

D'aprés le graphique $x_I \approx 0,6$ point d'inflexion car la courbe change de variation.

b- D'aprés le graphique f est convexe sur $[0;1,1]$

et $I(0,6 ; -0,18)$

5-a-

$T : y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Partie B :

1_ P_n : " $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ "

Initialisation :

Pour $n = 0$

$U_0 = 0,1$ et $U_1 = 2 \times U_0 - U_0^2$ $\quad 0 \leq 0,1 \leq 0,19 \leq 1$

$= 0,2 - 0,01$ $\quad$ on a bien $0 \leq U_0 \leq U_1 \leq 1$

$= 0,19$

la propriété à était initialiser

Hérédité :

Supposons que la propriété P_n : " $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$ " est vraie pour un entier n. On veut alors démontrer qu'elle est vraie pour P_{n+1} : " $0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$ ".

$0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$ $\quad \times 2 > 0$

$0 \leq 2U_n \leq 2U_{n+1} \leq 2$ $\quad -U_n^2 > 0$

$-U_n^2 \leq 2U_n - U_n^2 \leq 2U_{n+1} - U_n^2 \leq 2 - U_n^2$

$0 \leq -U_n^2 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1 \leq 2 - U_n^2$

$0 \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

Conclusion :

La propriété à était initialisée et héréditaire donc :

P_n : $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$ est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 3 :

1_ a_

X	a	0	4	9
$P_i(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

b_

$E(X) = \frac{1}{4} \times a + \frac{1}{4} \times 0 + \frac{1}{4} \times 4 + \frac{1}{4} \times 9$

$= \frac{1}{4} a + 1 + \frac{9}{4}$

$\frac{1}{4} a + 1 + \frac{9}{4} = 0$

$\frac{1}{4} a = -1 - \frac{9}{4}$

$\frac{1}{4} a = -\frac{13}{4}$

$a = \dfrac{-\frac{13}{4}}{\frac{1}{4}}$ $\qquad a = -13$

Pour que le jeux soit équitable il faut que $a = -13$

2 –

La probabilité pour qu'un joueur gagne est de $\frac{1}{2}$ car

la probabilité de tomber sur une case rouge ou verte qui sont gagnante est de $\frac{1}{4}$.

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ alors $P=\frac{1}{2}$

3 – a –

$$P(X=2)=\binom{10}{2}\times\left(\frac{4}{15}\right)^2\times\left(\frac{11}{15}\right)^8$$

$$\approx 0{,}268$$

la probabilité pour qu'un joueur gagne exactement deux fois est de $0{,}268$.

b –

$$P(X\geq 3)=1-P(X\leq 2)$$

$$\simeq 0{,}524$$

la probabilité pour qu'un joueur gagne au moins trois fois est d'environ $\simeq 0{,}524$.

c –

Cette loi de probabilité est une loi binomiale car elle suit une épreuve de Bernoulli ayant pour succès "le joueur gagne une partie" et pour echec l'évènement contraire du succès. De plus chaque partie est independante. On peut donc assimiler cette expérience a un tirage successif et independant.

$$E(X)=p\times n$$

$$=\frac{4}{15}\times 10=\frac{8}{3}$$

Après un grand nombre de simulation on éspere que un joueur gagne environ $2{,}66$ partie sur 10.

Exercice 4 : Partie A :

1 – $g(x)=2x-x^2$

$g'(x)=2-2x$

$2-2x>0$ $\quad -2x>-2$

$x>\frac{-2}{-2}$

$x>1$

donc $g(x)$ est décroissante sur $[0;1]$

x	0 $\qquad$ 1
$g'(x)$	$-$
$g(x)$	$\searrow$

2 – $g(0)=2\times 0-0^2$
$=0$

$g(1)=2\times 1-1^2$
$=2-1=1$

donc pour tout $x\in[0;1]$ on a $g(x)\in[0;1]$

3 – $g(x)=x$

$2x-x^2=x$

$x-x^2=0$

$x(1-x)=0$

$x=0$ ou $1-x=0$

$x=1$

l'équation $g(x)=x$ a pour solution $S\{0;1\}$

Modèle CCYC : ©DNE
NOM DE FAMILLE (naissance) : (en majuscules) BEN AYED
PRENOM : (en majuscules) HAFEDH
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation, si besoin demander à un surveillant.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : 07/12/2008
1.2

Concours / Examen : Bac Blanc
Section / Spécialité / Série :
Epreuve : ~~Bac~~ Math
Matière :

CONSIGNES
- Remplir soigneusement en MAJUSCULES le cadre d'identification sur toutes les copies.
- En dehors de ce cadre d'identification, aucun signe distinctif ne doit permettre d'identifier le candidat.
- Ne joindre aucun brouillon et n'effectuer aucun collage et aucun agrafage.
- Ecrire à l'encre foncée et éviter d'utiliser du blanc correcteur. Ne pas composer dans la marge.
- Numéroter chaque page et préciser le nombre total de pages.

Session :

2 –

$U_{n+1} \geq U_n$ donc croissante et bornée

U_n est croissante et majorée par 1 donc d'après le théoreme de convergence monotonne, la suite U_n converge.

3 –

On pose $g(x) = 2x - x^2$

– la fonction g est continu car derivable

– la suite U_n est convergente

– U_n à pour limite la résolution de l'équation $g(x) = x$

D'après le théoreme du point fixe la limite de U_n est la résolution de l'équation $g(x) = x$.

$g(x) = x$ à pour solution $S\{0;1\}$

donc $l = 1$ car U_n converge vers 1.

Partie C :

1 –

$V_{n+1} = 1 - U_{n+1}$

$= 1 - 2U_n - U_n^2$

$= 1^2 - 2 \times 1 \times U_n + U_n^2$

$= (1 - U_n)^2$

$= V_n^2$

2 – a –

$V_0 = 1 - U_0$
$= 1 - 0{,}1$
$= 0{,}9$

$V_1 = 1 - U_1$
$= 1 - 0{,}19$
$= 0{,}81$

$V_2 = 1 - U_2$
$= 1 - 0{,}3439$
$= 0{,}6561$

b –
P_n : " $V_n = 0{,}9^{(2^n)}$ $\forall n \in \mathbb{N}$ "

Initialisation :
Pour $n = 0$ $\qquad 0{,}9^{(2^0)} = 0{,}9^1 = 0{,}9$
$V_0 = 0{,}9$
La propriété à était initialisée

Hérédité :
Supposons que pour un entier n, la propriété P_n : " $V_n = 0{,}9^{(2^n)}$ " est vraie.
On veut alors démontrer qu'elle est vraie au rang P_{n+1} : " $V_{n+1} = 0{,}9^{(2^{n+1})}$ "

$V_{n+1} = V_n^2$
$V_{n+1} = \left(0{,}9^{(2^n)}\right)^2$
$V_{n+1} = 0{,}9^{2^{n+1}}$

Conclusion :
La propriété à était initialisée et héréditaire donc
P_n : $V_n = 0{,}9^{(2^n)}$ est vraie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$

3 –
$V_n = 1 - U_n$
$0{,}9^{(2^n)} = 1 - U_n$
$U_n = 1 - 0{,}9^{(2^n)}$

4 –
$\lim\limits_{n \to +\infty} 1 = 1$ on pose $X = 2^n$ $\lim\limits_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$

par composée de limite $\lim\limits_{n \to +\infty} 0{,}9^X = 0$ car $-1 < 0{,}9 < 1$

donc par somme $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 1$

Partie D :
1 – a – sur l'annexe
b –
$U_n \geqslant 0{,}99$
$1 - 0{,}9^{(n+1)} \geqslant 0{,}99$
$0{,}9^{(n+1)} \leqslant 0{,}01$

$(n+1)(\ln(0{,}9)) \leqslant \ln 0{,}01$
$n+1 \geqslant \dfrac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}9)}$

$n+1 \geqslant 43{,}71$
$n = 44$
la valeur renvoyé par cette fonction est 44

2 –
D'après la calculatrice
$W_{33} = 1$ et $U_8 = 1$
Donc la suite U_n converge plus vite vers 1 que la suite W_n.