5 Algorithm for the Numerical Experiments

Voici l'algorithme qu'il nous faudrait mettre en œuvre pour un ensemble de jeux de paramètres bien choisi...

Algorithm 1: Tabulation de la loi de la stat de test

Parameters : ϕ, $\{f_1(\,.\,;\theta_1) : \theta_1 \in \Theta_1\}$, θ_1^*, $\{f_2(\,.\,;\theta_2) : \theta_2 \in \Theta_2\}$, $nexp$, n, $\tilde{n}$, $\mathcal{D}(\Theta_1^d)$, $\mathcal{D}([0,1])$, $\mathcal{D}(\Theta_2)$, $\tilde{\mathcal{D}}(\Theta_2)$, $(p_i)_{1\leq i\leq I} \in [0,1]^I$

Let $r_1 = \cdots = r_I = 0$ and for $k \in \{1,\ldots,nexp\}$

1. sample $X_1,\ldots,X_n \overset{iid}{\sim} f_1(\,.\,;\theta_1^*).d\lambda$
2. let $t_k = \max_{\theta_2\in\mathcal{D}(\Theta_2)} \sqrt{\frac{n}{a_n(\theta_2)}}\hat{\pi}(\theta_2)$
3. for $\tilde{k} \in \{1,\ldots,\tilde{n}\}$
   (a) sample $(X_t)_{t\in\tilde{\mathcal{D}}(\Theta_2)} \sim \mathcal{N}\big(0, (\frac{b_n(t,t')}{\sqrt{a_n(t)a_n(t')}})_{t,t'\in\tilde{\mathcal{D}}(\Theta_2)}\big)$
   (b) let $\tilde{t}_{k,\tilde{k}} = \max_{t\in\tilde{\mathcal{D}}(\Theta_2)} X_t$
4. for $i \in \{1,\ldots,I\}$, let
   $r_i = r_i + \frac{1}{nexp}\mathbb{1}_{t_k \geq \text{quantile\_empirique}((\tilde{t}_{k,\tilde{k}})_{\tilde{k}\in\{1,\ldots,\tilde{n}\}}, p_i)}$

Return $(t_1,\ldots,t_{nexp}, (\tilde{t}_{k,\tilde{k}})_{\substack{1\leq k\leq nexp\\ 1\leq\tilde{k}\leq\tilde{n}}}, r_1,\ldots,r_I)$

$\mathcal{D}(\Theta_1^d)$, $\mathcal{D}([0,1])$, $\mathcal{D}(\Theta_2)$ et $\tilde{\mathcal{D}}(\Theta_2)$ sont des discrétisations des ensembles correspondants : leur finesse est un paramètre important.

Notons

$$m^t : (\pi,\theta_1) \mapsto m_{\pi,\theta_1,t}$$

$$\psi_n^t = dm^t_{|(\hat{\pi}(t),\hat{\theta}_1(t))} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial\pi}m^t \\ \frac{\partial}{\partial\theta_1}m^t \end{pmatrix}_{|(\hat{\pi}(t),\hat{\theta}_1(t))}$$

et

$$H_n^t = d^2m^t_{|(\hat{\pi}(t),\hat{\theta}_1(t))} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial\pi\partial\pi}m^t & \frac{\partial^2}{\partial\pi\partial\theta_1}m^t \\ \frac{\partial^2}{\partial\pi\partial\pi}m^t & \frac{\partial^2}{\partial\theta_1\partial\theta_1}m^t \end{pmatrix}_{|(\hat{\pi}(t),\hat{\theta}_1(t))}.$$

$a_n(t)$ est la valeur en $(1,1)$ de la matrice

$$(\mathbb{P}_nH_n^t)^{-1}\mathbb{P}_n(\psi_n^t\psi_n^{tT})(\mathbb{P}_nH_n^t)^{-1}$$

et b_n est la valeur en $(1,1)$ de la matrice

$$(\mathbb{P}_nH_n^t)^{-1}\mathbb{P}_n(\psi_n^t\psi_n^{t'T})(\mathbb{P}_nH_n^{t'})^{-1}.$$

Cela permettra de vérifier numériquement le niveau du test que nous avons défini (par les r_i). Cela nous permettra aussi de comparer la distribution de $(t_k)_{k\in\{1,\ldots,nexp\}}$ à celle de chacun des $(t_{k,\tilde{k}})_{\tilde{k}\in\{1,\ldots,\tilde{n}\}}$.