

November 9, 2023

```
[1]: import pandas as pd
import numpy as np
```

```
[2]: file = 'ionosphere.data'
data = pd.read_csv(file, header=None)
# removendo a ultima coluna dos dados
# The 35th attribute is either "good" or "bad" according to the definition
# → summarized above. This is a binary classification task.
data = data.iloc[:, :-1]
print(data.shape)
```

(351, 34)

```
[3]: # Calcular a média de cada variável
mean_vector = np.mean(data, axis=0)
print(mean_vector.shape)
```

(34,)

```
[4]: # Centralizando os dados
centered_data = data - mean_vector
print(centered_data.shape)
```

(351, 34)

```
[5]: # Matriz de covariância global
N = data.shape[0]
print(N)
Cmy = (centered_data.T @ centered_data) / N
print(Cmy.shape)
```

351

(34, 34)

## 1 Comando np.cov()

```
[6]: Cref = np.cov(data, rowvar=False) # rowvar=False = linhas representam  
↪ observações e as colunas representam variáveis (atributos).  
print(Cref.shape)
```

(34, 34)

## 2 Norma da matriz de diferenças $E = C_{my} - C_{ref}$

```
[7]: E = np.abs(Cmy - Cref)  
print(E)
```

	0	1	2	3	4	5	\
0	0.000276	0.0	1.332600e-04	2.554893e-06	7.196239e-05	0.000052	
1	0.000000	0.0	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000	
2	0.000133	0.0	7.057363e-04	8.973808e-05	3.513156e-04	0.000017	
3	0.000003	0.0	8.973808e-05	5.551700e-04	7.530833e-07	0.000110	
4	0.000072	0.0	3.513156e-04	7.530833e-07	7.699601e-04	0.000026	
5	0.000052	0.0	1.683690e-05	1.102904e-04	2.615553e-05	0.000605	
6	0.000097	0.0	3.075482e-04	3.347591e-05	4.356636e-04	0.000007	
7	0.000013	0.0	6.436809e-06	1.670067e-04	2.297921e-05	0.000188	
8	0.000085	0.0	3.390925e-04	1.927908e-04	3.382949e-04	0.000080	
9	0.000022	0.0	3.287473e-05	1.263868e-04	2.453438e-05	0.000127	
10	0.000017	0.0	2.596946e-04	1.347129e-04	3.754214e-04	0.000216	
11	0.000032	0.0	1.192651e-04	1.965725e-04	3.143725e-05	0.000106	
12	0.000057	0.0	1.919730e-04	1.167605e-04	4.442773e-04	0.000251	
13	0.000087	0.0	1.154675e-04	1.472569e-04	9.324347e-05	0.000088	
14	0.000066	0.0	1.835705e-04	2.078429e-04	3.856730e-04	0.000308	
15	0.000041	0.0	6.129148e-05	1.071497e-04	5.973681e-05	0.000095	
16	0.000032	0.0	1.940608e-04	1.952015e-04	2.544026e-04	0.000257	
17	0.000033	0.0	1.211570e-04	9.212055e-05	2.029793e-05	0.000123	
18	0.000111	0.0	2.533368e-04	2.616589e-04	2.054833e-04	0.000171	
19	0.000009	0.0	1.109942e-04	1.091795e-04	3.225799e-05	0.000042	
20	0.000094	0.0	1.291669e-04	2.155771e-04	2.946474e-04	0.000092	
21	0.000071	0.0	1.014426e-04	2.306960e-05	1.256029e-04	0.000090	
22	0.000006	0.0	2.147436e-04	1.091298e-04	4.496901e-04	0.000171	
23	0.000039	0.0	9.401269e-06	1.089202e-04	7.677277e-05	0.000198	
24	0.000009	0.0	2.500852e-04	7.611849e-05	2.082407e-04	0.000135	
25	0.000068	0.0	5.278092e-05	1.515550e-04	2.429162e-05	0.000028	
26	0.000093	0.0	5.702791e-05	3.045387e-05	1.077238e-04	0.000119	
27	0.000005	0.0	9.619911e-05	5.139910e-07	1.503137e-04	0.000050	
28	0.000068	0.0	2.812813e-04	2.976022e-05	2.197557e-04	0.000022	
29	0.000055	0.0	4.169765e-05	2.186799e-04	3.842102e-05	0.000105	
30	0.000085	0.0	1.998744e-04	1.238189e-04	3.384315e-04	0.000075	
31	0.000046	0.0	6.796197e-06	7.930841e-05	1.953393e-05	0.000214	
32	0.000076	0.0	1.951696e-04	1.012050e-04	2.968457e-04	0.000012	

33 0.000004 0.0 3.878719e-07 2.038449e-05 6.900286e-05 0.000114

	6	7	8	9	...	24	25	26 \
0	0.000097	0.000013	0.000085	0.000022	...	0.000009	0.000068	0.000093
1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	...	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.000308	0.000006	0.000339	0.000033	...	0.000250	0.000053	0.000057
3	0.000033	0.000167	0.000193	0.000126	...	0.000076	0.000152	0.000030
4	0.000436	0.000023	0.000338	0.000025	...	0.000208	0.000024	0.000108
5	0.000007	0.000188	0.000080	0.000127	...	0.000135	0.000028	0.000119
6	0.000691	0.000110	0.000329	0.000061	...	0.000233	0.000063	0.000071
7	0.000110	0.000773	0.000253	0.000268	...	0.000154	0.000100	0.000195
8	0.000329	0.000253	0.000733	0.000176	...	0.000298	0.000079	0.000128
9	0.000061	0.000268	0.000176	0.000667	...	0.000203	0.000031	0.000179
10	0.000327	0.000304	0.000546	0.000262	...	0.000340	0.000108	0.000242
11	0.000014	0.000315	0.000120	0.000301	...	0.000190	0.000055	0.000166
12	0.000551	0.000329	0.000505	0.000349	...	0.000374	0.000178	0.000265
13	0.000058	0.000186	0.000064	0.000221	...	0.000171	0.000051	0.000228
14	0.000564	0.000341	0.000583	0.000337	...	0.000491	0.000216	0.000326
15	0.000014	0.000285	0.000022	0.000211	...	0.000200	0.000119	0.000211
16	0.000329	0.000451	0.000566	0.000334	...	0.000564	0.000116	0.000388
17	0.000081	0.000051	0.000144	0.000090	...	0.000144	0.000299	0.000146
18	0.000327	0.000372	0.000609	0.000407	...	0.000567	0.000157	0.000391
19	0.000116	0.000060	0.000050	0.000001	...	0.000171	0.000299	0.000127
20	0.000502	0.000335	0.000434	0.000340	...	0.000556	0.000142	0.000358
21	0.000139	0.000163	0.000178	0.000029	...	0.000067	0.000298	0.000024
22	0.000316	0.000242	0.000307	0.000265	...	0.000531	0.000045	0.000505
23	0.000083	0.000006	0.000123	0.000074	...	0.000070	0.000270	0.000028
24	0.000233	0.000154	0.000298	0.000203	...	0.000953	0.000065	0.000428
25	0.000063	0.000100	0.000079	0.000031	...	0.000065	0.000737	0.000008
26	0.000071	0.000195	0.000128	0.000179	...	0.000428	0.000008	0.000759
27	0.000084	0.000059	0.000117	0.000055	...	0.000160	0.000345	0.000047
28	0.000243	0.000119	0.000274	0.000098	...	0.000618	0.000095	0.000431
29	0.000011	0.000059	0.000023	0.000006	...	0.000011	0.000207	0.000122
30	0.000333	0.000141	0.000261	0.000123	...	0.000486	0.000135	0.000316
31	0.000006	0.000116	0.000050	0.000011	...	0.000114	0.000253	0.000121
32	0.000400	0.000156	0.000260	0.000147	...	0.000397	0.000065	0.000361
33	0.000050	0.000251	0.000065	0.000063	...	0.000086	0.000150	0.000057

	27	28	29	30	31	32 \
0	5.229378e-06	0.000068	0.000055	0.000085	0.000046	0.000076
1	0.000000e+00	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
2	9.619911e-05	0.000281	0.000042	0.000200	0.000007	0.000195
3	5.139910e-07	0.000030	0.000219	0.000124	0.000079	0.000101
4	1.503137e-04	0.000220	0.000038	0.000338	0.000020	0.000297
5	4.966224e-05	0.000022	0.000105	0.000075	0.000214	0.000012
6	8.445004e-05	0.000243	0.000011	0.000333	0.000006	0.000400
7	5.905849e-05	0.000119	0.000059	0.000141	0.000116	0.000156
8	1.166580e-04	0.000274	0.000023	0.000261	0.000050	0.000260

9	5.460426e-05	0.000098	0.000006	0.000123	0.000011	0.000147
10	1.742788e-04	0.000367	0.000061	0.000270	0.000020	0.000285
11	4.752495e-05	0.000169	0.000099	0.000168	0.000007	0.000133
12	1.431267e-04	0.000284	0.000085	0.000360	0.000038	0.000439
13	5.192950e-05	0.000175	0.000069	0.000119	0.000049	0.000071
14	1.679527e-04	0.000381	0.000085	0.000473	0.000013	0.000477
15	1.576049e-04	0.000120	0.000097	0.000137	0.000068	0.000123
16	1.631912e-04	0.000410	0.000067	0.000361	0.000014	0.000331
17	2.256468e-04	0.000096	0.000049	0.000128	0.000187	0.000044
18	2.018423e-04	0.000486	0.000078	0.000427	0.000114	0.000416
19	2.214382e-04	0.000181	0.000298	0.000258	0.000095	0.000083
20	7.015423e-05	0.000480	0.000063	0.000508	0.000109	0.000560
21	3.305502e-04	0.000074	0.000243	0.000064	0.000157	0.000070
22	1.965091e-04	0.000535	0.000145	0.000530	0.000142	0.000453
23	3.115641e-04	0.000145	0.000278	0.000110	0.000065	0.000166
24	1.597677e-04	0.000618	0.000011	0.000486	0.000114	0.000397
25	3.445672e-04	0.000095	0.000207	0.000135	0.000253	0.000065
26	4.712147e-05	0.000431	0.000122	0.000316	0.000121	0.000361
27	8.619025e-04	0.000038	0.000307	0.000007	0.000403	0.000102
28	3.790369e-05	0.000945	0.000009	0.000519	0.000047	0.000497
29	3.068407e-04	0.000009	0.000735	0.000135	0.000221	0.000137
30	7.285743e-06	0.000519	0.000135	0.000930	0.000024	0.000589
31	4.030365e-04	0.000047	0.000221	0.000024	0.000751	0.000010
32	1.022354e-04	0.000497	0.000137	0.000589	0.000010	0.000778
33	2.765109e-04	0.000063	0.000265	0.000029	0.000353	0.000092

33

0	4.478993e-06
1	0.000000e+00
2	3.878719e-07
3	2.038449e-05
4	6.900286e-05
5	1.138809e-04
6	5.026075e-05
7	2.505638e-04
8	6.467833e-05
9	6.333595e-05
10	1.144537e-04
11	4.396109e-05
12	5.407042e-05
13	6.368242e-05
14	1.044662e-04
15	1.478250e-04
16	5.230519e-05
17	3.586748e-05
18	1.218518e-06
19	1.308596e-04
20	2.112126e-06

```
21  9.184916e-05
22  3.970304e-05
23  6.663764e-05
24  8.573868e-05
25  1.503715e-04
26  5.714628e-05
27  2.765109e-04
28  6.339632e-05
29  2.651982e-04
30  2.865527e-05
31  3.529034e-04
32  9.194330e-05
33  6.248996e-04
```

```
[34 rows x 34 columns]
```

Calculando a diferença absoluta duas matrizes de covariância, podemos comparar as duas formas de calcular. Quando os resultados dão próximo a zero, quer dizer que os resultados foram semelhantes, validando a fórmula apresentada em sala de aula. Analisando as colunas de atributos individualmente, notamos que algumas possuem resultados um pouco mais discrepantes, sugerindo que podemos usar ajustes em um dos métodos.

```
[8]: norma = np.linalg.norm(E, 'fro')
      print(norma)
```

```
0.009635453827673893
```

O resultado da norma das matrizes mostra que a diferença entre os resultados é pequena, mostrando que, em termos globais, as matrizes são bastante próximas e equivalentes.