Ｃｈａｐｔｅｒ１　「n進数」の扱いに慣れる

１－２　基数変換〔解答・解説〕

問１　エ
〔解説〕$(101.11)_2$ ＝４＋１＋０.５＋０.２５＝５.７５

問２　イ
〔解説〕０.６８７５＝０.5（０.１）+０.１２５（０.００１）+０.０６２５（０．０００１）
※（）内は２進数

問３　ウ
〔解説〕$(0.C)_{16}$ ＝$(0.1100)_2$
＝０.５＋０.２５
＝０.７５

問４　ア
〔解説〕まず 16 進小数 2A.4C を２進数に変換する。16 進数の１桁が２進数の４桁分に対応するので
２　Ａ　．　４　　C
0010 1010. 0100 1100
になる。乗数の数え方は、小数点の１つ左が 2^0、小数点の１つ右は 2^{-1} となる。

問５　エ
〔解説〕$(11110000)_2$ ＝１２８＋６４＋３２＋１６＝２４０

問６　イ
〔解説〕$(0.75)_{16}$ ＝$(0000.0111\ 0101)_2$
＝$2^{-2}+2^{-3}+2^{-4}+2^{-6}+2^{-8}$

問７　ア
〔解説〕ｎを５進数に変換した値は，ｐ×５＋２（ｐ＝１～４）と表すことができる。
よって，ｎは7，１２，１７，２２のいずれかであり，
このうち，３進数に変換して１の位が0になる（３で割り切れる）のは１２である。

問８　ウ
〔解説〕１６進数の６Ｄは，２進数では，０１１０　１１０１ となるので，ａ，ｃ，ｄ，ｆ，ｇが点灯する。

問９　イ
〔解説〕ある自然数xとして2進数にすると1と0が交互に並ぶ「10」を当てはめて各式を検証していく。
10進数10は2進数で1010、このときの桁数は4なので、
$2n=4$ →「$n=2$」
となる。左辺$x+x/2$は共通で、
$10+10/2=15$
なので右辺が15になる式が正解となる。
ア　$2^{2n}=2^4=16$
イ　$2^{2n}-1=2^4-1=\underline{15}$　正解
ウ　$2^{2n+1}=2^5=32$
エ　$2^{2n+1}-1=2^5-1=31$

問 10　イ
〔解説〕４５＋５３の値が１３１になるのだから、その計算を一けたずつやってみると,

$$\begin{array}{r} 45 \\ +\ \ 53 \\ \hline 131 \end{array}$$

← 　５＋３の１の位の答えが８ではなく１になる(７で繰り上がり)
よって７進法で成立する式になる・

問 11　イ
〔解説〕１３１×５の値が１０１５になるのだから，その計算を一けたずつやってみると,

$$\begin{array}{r} 131 \\ \times\ \ \ 5 \\ \hline 5 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 131 \\ \times\ \ \ 5 \\ \hline 155 \end{array}$$

↑
ここの数値が１になる（１５が繰り上がって２１になる）のは７進数である。

問 12　エ
〔解説〕$(0.1)_2=0.5$，$(0.01)_2=0.25$，$(0.001)_2=0.125$などの組合せの和で表現できない１０進数は，２進数に変換したとき無限小数となる。

問 13　ア
〔解説〕
ア　正解。２進数０.１を１０進数で表現すると０.５。同様に０.０１(２)→０.２５(１０),
０.００１(２)→０.１２５(１０)というように必ず有限の１０進数に変換できる。
イ　８進数の０.１を２進数で表現すると０.００１となる。同様に０.０１(８)→０.０００００１(２)…というように必ず有限小数で変換できる。
ウ　８進数０.１を１０進数で表現すると０.１２５。同様に０.０１(８)→０.０１５６２５(１０)…というように必ず有限小数で変換できる。
エ　１０進数の０.１を８進数で表現すると０.０６３１４６３１４…というように循環小数になってしまう。したがって有限小数になるとは限らない。

問14　エ
〔解説〕ｎ進数ｍけたで表現できる数の数値は，n^{m-1} ～n^m-1と表せるので,
$10^D \fallingdotseq 2^B$
$\log_{10} 10^D \fallingdotseq \log_{10} 2^B$
$D \fallingdotseq B \log_{10} 2$

問 15　ウ

〔解説〕7／32(7÷32)を

4／32＋2／32＋1／32

と 3 つに分解する。さらに約分を施し、

1／8＋1／16＋1／32

次のように分母を 2 の累乗で表すと、

1／2^3＋1／2^4＋1／2^5

以上のように変換できるので、2 進小数で表すと「0.00111」になる。

問 16　エ

〔解説〕16 進小数の各桁は、小数点の右に進むにつれて、

0.1(16)→1／16(10),

0.01(16)→1／256(10),

0.001(16)→1／4096(10),

0.00…00(16)→1／16n(10)

というように、16^{-n}を表している。

1／32 の分母を 16 進小数の小数点第 2 位の 1／256 と通分すると 8／256 になるので、小数点第 2 位を 8 にした 0.08 が正解となる。

問 17　ウ

〔解説〕10 進数の小数部を N 進数の小数に変換する方法の一つとして、10 進小数に基数 N を掛けて演算結果の整数部を取り出し、さらに演算結果の小数部に基数 N を掛けて整数部を取り出して…と繰り返すものがある。この計算過程で小数部が 0 になれば有限小数である。

例えば選択肢「ア」の場合、

0.3×8＝2.4
0.4×8＝3.2
0.2×8＝1.6
0.6×8＝4.8
0.8×8＝6.4

小数部が再び 0.4 になり、後は無限に繰り返すことになる。

正解の「ウ」の場合、0.5×8＝4.0 と小数部が 0 になるので有限小数と言える。