这篇文章将讲解，我在做一道数学题时运用的思维。

可能有点难懂，不过后文将附上例子详细说明。

可能废话很多，毕竟这种文章我也不太会怎么写……

可能没什么作用，额，毕竟思维这种东西不太会教，我自己数学也不敢说很好……

1、从条件思考

题干大概分两种，“条件”和“要求”。本段将讲讲“条件”。

1-1、读题

拿到一道数学题之后，可以看一下，这些题有什么条件。

不要试图盯着一整道题看。你不可能一口吃下一大碗饭吧？所以，一句一句，以标点符号为分割地读吧。

给与题目无关的干扰条件是小学才做的事情，我上初中之后就没见过了。

对于每一个条件，有些条件很简单，就只是为了其它条件服务的。所以，第一次读题，如果十秒钟之内不知道一个条件是什么作用的，就跳过去吧，或许它只是为了后面的条件服务的。

看起来越复杂的条件，越有可能成为破题点。

1-2、分析条件

当找到觉得有作用的条件时，我们可以想一下，这个条件意味着什么？根据这个条件，可以推出怎样的条件以供继续解题？有什么知识点是符合这个条件的？

条件的转化一定要有依据。**一个依据也是要符合要求才能用的。**如果看到一个条件差一点就可以根据一个依据转化，我们可以试试把这个条件通过一些变换，先让这个条件符合要求，再使用这个依据。

这里的依据，可以来自课本，也可以来自平常学习中积累的一些 Trick。

条件的转化最好转化为充分必要条件，使得这两个条件可以互相双向转化。如果不能，需要注意分类讨论。

一般情况下，足够多的“必要非充分条件”合并起来，也可以成为“充分必要条件”。对此有个俗称叫“细心”，“注意到了题目的坑点”。

而足够多的“充分非必要条件”合并起来，也可以成为“充分必要条件”。这就是所谓的“分类讨论”。

例如，我们看到“两个非零向量，$\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}$ 与 $\overrightarrow{a}-t\overrightarrow{b}$互相垂直，向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 不共线且长度已给出“，我们就应该转化为，$(\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b})\cdot(\overrightarrow{a}-t\overrightarrow{b})=0$，然后，由于向量与自己的数量积等于向量长度的平方，我们就可以将其转化为一个一元二次方程，进而求解问题。反之亦然。

1-3、耐心点，能做什么做什么，一步一步慢慢来

看看一道式子，能做什么就做什么吧，搞不好会与其它条件搭配，成为一个很厉害的条件。如果不确定的话，还是在草稿纸上多算算吧。

这里的“能做什么”，其实有时候你认真看题就会发现，也没啥可做……

条件转换在一道题里通常很多。没有关系，别着急。

1-4、别忘记所有条件

在做题时别忘了之前所有的条件。比如说，有一次，我在作业里写“当 $m > 0$ 时怎么怎么样，当 $m = 0$ 时怎么怎么样，当 $m < 0$ 时怎么怎么样”。结果写完了，抬头看看题，“今有**正**实数 m……”。我都被气死了……

再比如，在某次周测上，我求出了 $t \in (-2, +\infty)$ 就兴冲冲地结束了，却忘了题目中的“今有**正**实数 t”。

2、从要求思考

接着看看“要求”。

所谓“要求”，其实就是题目要求的东西，或者题目要证明的式子。

我们可以看看，要先算出/证明出这个要求，需要先算出/证明出哪些条件，这又要算出/证明出哪些条件。如果“从条件思考”和“从要求思考”能汇合，这道题就解出来了。

3、关于未知数

3-1、带着未知数计算

有些时候，题目中的一些式子是需要用未知数表示的。但未知数也是数，也可以进行四则运算。所以，结合上文的“1-2、分析条件”，列出算式和方程后，便可进行求解。

3-2、使用少量未知数表示出很多东西

这个方法的典型运用是几何中动点（或者动线、动角）问题。我们可以将“时间 t”作为“少量变量”，然后将与解题有关的点的坐标、线段长度等用这个 t 表示。接着，根据题目要求，可以列个方程，完成求解。

尽可能使未知数少，如果可以的话最好只有一个。这样在列方程的时候，由于未知数很少，更方便解出来。

4、例子

让我们来看一道题。

今有定义域为 R 的奇函数 $f(x)$，且 $f(3) = 3$。对于所有的 $x_1, x_2 \in [0, +\infty), x_1 = x_2$，都有 $\frac{x_1 f(x_1) - x_2 f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$。试求不等式 $(x+2)f(x+2) < 9$ 的解。

首先，我们看到这个 $\frac{x_1 f(x_1) - x_2 f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$。这**并不**意味着 $f(x)$ 单调递增，因为题目可没说 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$。**可见，依据也是要符合要求才能用的。**

但是，我们注意到这里的函数，格式都很统一，都是 $x \times f(x)$ 的形式。那么，我们便可以重构函数，设 $g(x) = x \times f(x)$。接着，重写整个题目中的 $f(x)$，变成 $g(3) = 3 \times f(3) = 3 \times 3 = 9$，对于所有的 $x_1, x_2 \in [0, +\infty), x_1 = x_2$，都有 $\frac{g(x_1) - g(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$。试求不等式 $g(x+2) < 9$ 的解。**可见，转化条件可以依靠平常积累的Trick，因为这个做法课本上没讲……**

接着，回顾所有条件。我们终于得到了一个在 $[0, +\infty)$ 单调递增的函数 $g(x)$。但是，$g(x)$ 只是在 $[0, +\infty)$ 单调递增啊，区间 $(-\infty, 0]$ 可没说。

我们想想，这么个将一个区间的条件推广到另一个区间的做法（还是 y 轴左右两边的区间），一般会用什么知识点？对，奇偶函数。**数学考试争分夺秒，熟练掌握各种知识点，才能在考场上快速想出来，并使用。**

但是 $g(x)$ 是奇函数还是偶函数呢？我们再想想，证明一个函数的奇偶性，一般用什么方法？对，计算 $g(-x) = (-x) \times f(-x) = x \times f(x) = g(x)$，所以函数 $g(x)$ 是偶函数。等等，$f(-x) = -f(x)$ 怎么来的？因为题目的第一句话就是 $f(x)$ 是奇函数啊。**可见，我们可以根据式子的形式，推测出需要知识点，并回顾之前所有条件，找出条件证明。**

好，我们集齐了 $g(-3)=g(3)=9, g(x+2)<9$，因此 $g(x+2)<g(3), -3<x+2<3$。等等，为什么 $-3<x+2$？可以画个标准的二次函数看看，设 $f(x)=x, g(x)=x\times f(x)=x^2$，这个函数符合题目中所有条件。然后，再画一条 $y=9$ 的横线，我们需要让函数值在这条横线之下。

最后，根据 $-3<x+2<3$ 可以算出 $x\in(-5,1)$。搞定。