

一〇八學年度高級中學資訊學科能力競賽

彰雲嘉區複賽程式設計試題(一)

共 9 頁

一、通用商品碼校驗碼產生器(10 分)

零售商品可以用通用商品碼(Universal Product Code：UPC)做商品辨識，一個通用商品碼有 12 個十進位數字，第一個數字是商品種類，接下來五個數字為廠商代碼，然後是五個數字的商品代碼，最後一個數字為校驗碼，計算校驗碼是根據同餘算式：

$$3x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + 3x_5 + x_6 + 3x_7 + x_8 + 3x_9 + x_{10} + 3x_{11} + x_{12} \equiv 0 \pmod{10}$$

其中 x_1 代表商品碼由左至右的第一個數字， x_2 代表由左至右的第二個數字，餘此類推， x_{12} 代表校驗碼。此題的任務是寫一個商品碼校驗碼產生器。

輸入說明：

輸入資料中第一列為一整數 n ，代表接下來有 n 個測試資料。

第二列開始每列皆為 11 個相連的十進位數字，分別代表 x_1 到 x_{11} 。

輸出說明：

一個代表校驗碼的數字，若輸入錯誤，則輸出-1。

範例輸入：

```
2
79357343104
78598872140
```

範例輸出：

```
2
5
```

二、計算芮氏地震規模所釋放的能量 (10 分)

芮氏地震規模 (Richter magnitude scale) 是計算地震所釋放的能量，透過震央附近觀測站所記錄到的地震波最大振幅的常用對數演算而來。各地的震度級數 (Seismic intensity) 則是指各地受地震的影響程度，透過各地觀測站所記錄到的地震晃動之最大加速度來進行分級。

(1) 芮氏地震規模與能量關係的等式為 $\log_{10} E = 4.8 + 1.5 \times M$ ，其中 M 為芮氏地震規模， E 為地震所釋放的能量，單位為焦耳 (J)。舉例來說，當芮氏地震規模 $M=3.0$ 時，地震所釋放的能量 $E = 10^{9.3} \cong 10^{0.3} \times 10^9 \cong 1.9952 \times 10^9$ 焦耳。

(2) 1 公斤黃色炸藥(TNT)的能量約為 4.184×10^6 焦耳，因此，3.0 芮氏地震規模所釋放的能量相當於 $(1.9952 \times 10^9) \div (4.184 \times 10^6) \cong 476.9$ 公斤的 TNT 黃色炸藥。

本題請輸入芮氏地震規模的數字 R ， $1.0 \leq R \leq 10.0$ (精確到小數點以下 1 位數)，請輸出芮氏地震規模 R 所釋放的能量相當於多少公斤的 TNT 黃色炸藥(顯示到小數點以下 1 位數)。C/C++ 的次方函數可以使用 `pow()`。

輸入說明：

輸入資料中第一列為一整數 n ，代表接下來有 n 個測試資料。

第二列開始每列皆為一個浮點數(介於 1.0 到 10.0 之間且精確到小數點以下 1 位數)，代表某一個地震的芮氏地震規模。

輸出說明：

針對每列芮氏地震規模資料依序輸出，每列資料需輸出所釋放能量相當於 TNT 黃色炸藥的公斤數(顯示到小數點以下 1 位數,四捨五入)。

範例輸入：

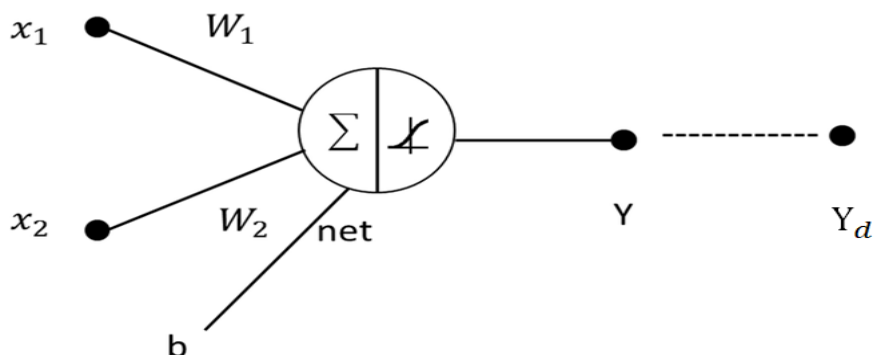
```
6
1.0
3.0
5.4
7.9
9.1
10.0
```

範例輸出：

```
0.5
476.9
1898490.0
10675994076.3
673609687204.7
15080242458895.7
```

三、類神經網路感知器學習訓練 (10 分)

感知器(perceptron)的概念與數學模型最早於 1943 被心裡學家與數學家提出，目的是希望能夠模擬類似神經元的傳遞資訊的機制。一個感知器原則上可以表示成以下架構：輸入部分有 x_1 , x_2 , b , W_1 , W_2 輸出為 Y 與 Y_d 。



其中 x_1, x_2 是輸入信號， W_1, W_2 是感知器的內部權重(weight)， b 是閾值， net 是感知機的狀態， Y 是感知機的輸出， Y_d 是期望的輸出值。感知器的狀態(net)數學的關係式可以表示成：

$$net = W_1 \times x_1 + W_2 \times x_2 + b \text{ 與 } Y = f(net)$$

其中激活函數(Activation function) f 是一種非線性函數，用來將感知器的狀態值(net)重新映射出去，在不同的類神經網路的架構裡有不同的激活函數。此處的激活函數採用簡易的函數，若 net 值大於或等於 0 則輸出 1，否則輸出 -1。

$$f(net) = \begin{cases} 1, & \text{if } net \geq 0 \\ -1, & \text{if } net < 0 \end{cases}$$

為了衡量感知器輸出 $Y = f(net)$ 與期望輸出 Y_d 的誤差，我們用誤差函數(loss function)來量化感知器輸出 Y 與期望輸出 Y_d 的差異，本題使用的函數為平方誤差函數(square loss function)，公式如下：

$$0.5 \times (\text{期望輸出} - \text{實際輸出})^2 = 0.5 \times (Y_d - Y)^2。$$

感知機的訓練機制說明如下，感知器的輸出信號取決於權重和閾值，因此透過不斷的根據輸入以及期望輸出來之誤差來修正權重，透過不斷重複以測試資料輸入，讓感知器輸出值逼近期望輸出值。而感知器透過調整權重值 W_1, W_2 來減少感知器實際輸出 Y 與期望輸出 Y_d 的誤差。

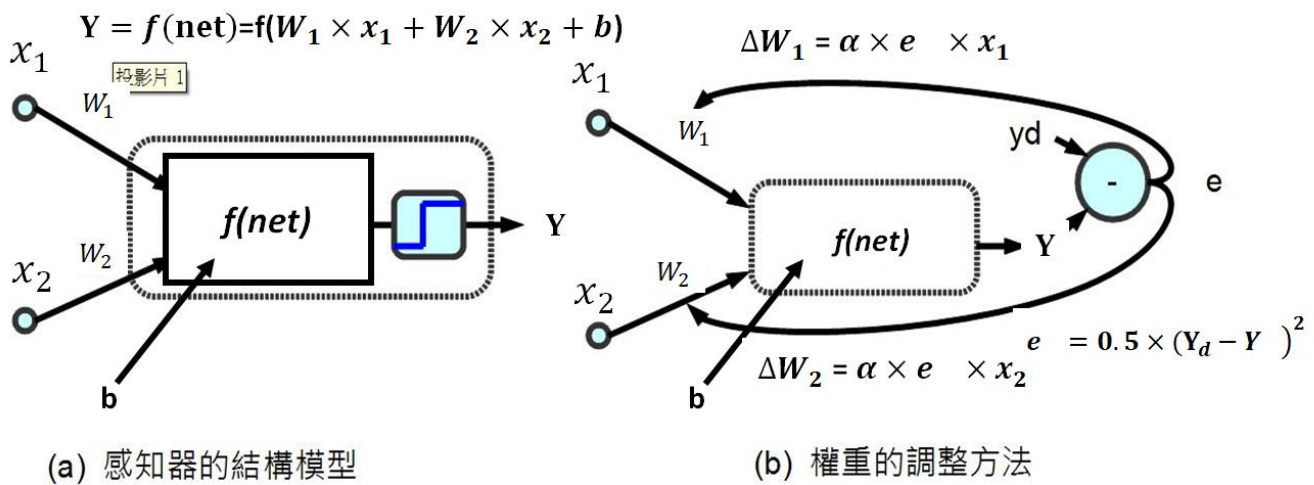
而對於感知器，權重調整的過程非常簡單，假設反覆迭代訓練 p 次，第 p 次的期望輸出為 Y_d ，實際輸出為 Y^p ，那麼第 p 次誤差 e^p 套用前述的平方誤差函數為：

$$e^p = 0.5 \times (Y_d - Y^p)^2, p = 1, 2, 3, \dots$$

再依據 e^p 值調整權重。調整的機制考慮為第 p 次感知器的輸入 $x_i^p, i=1, 2$ 。於是：假設第 $p+1$ 次感知器權重調整的規則如下：

$$W_i^{p+1} = W_i^p + \Delta W_i^p = W_i^p + \alpha \times e^p \times x_i^p$$

其中 α 定義為學習率(learning rate)，為一大於 0 小於 1 的正實數(為輸入參數)。定義 $\Delta W_i^p = \alpha \times e^p \times x_i^p$ 為第 p 次時的權重校正值，而 W_i^{p+1} 為修正後新的權重，參考下列圖示。



設計一個程式可以實現感知器的訓練。

輸入說明：

輸入格式說明如下，首先輸入四個實數，依序為初始權重 W_1, W_2 ，閾值 b ，學習率 α ；再輸入兩個整數，依序代表反覆回合數 p 與資料組數 k ；在後續輸入與訓練資料，每組資料由 3 個實數組成，共 $3k$ 個實數。每組訓練資料中，前兩個資料代表 x_1 與 x_2 ，第三個資料代表該組的期望輸出 Y_d 。每一回合須將 k 組資料依讀入順序依序送至感知器中訓練。參考以下輸入 0.3 0.1 0.5 0.1 5 4 0 0 0 1 1 0 1 1 0 1。本例中初始權重 $W_1=0.3, W_2=0.1, b=0.5, \alpha=0.1, p=5, k=4$ 。每一回合的訓練資料均為此四組資料($x_1=0, x_2=0, Y_d=0$), ($x_1=1, x_2=1, Y_d=1$), ($x_1=0, x_2=1, Y_d=1$), ($x_1=1, x_2=0, Y_d=1$)且相同順序。每一回合均需要將這四組資料輸入做訓練，總共訓練 5 回合，並依誤差函數調整權重。

輸出說明：

輸出訓練 p ($=5$)次，每次 k ($=4$)組資料後，最後之權重 W_1 與 W_2 值，至小數點以下 2 位(四捨五入)。

範例輸入一：

0.5 0.5 0.5 0.1 4 4 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0 1

範例輸出一：

0.50 0.50

範例輸入二：

0.5 0.5 0.5 0.1 4 4 0 0 0 1 1 1 0 1 0 1 0 0

範例輸出二：

0.70 0.70

範例輸入三：

0.5 0.5 0.5 0.1 100 4 0 0 0 1 1 1 0 1 0 1 0 0

範例輸出三：

5.50 5.50

四、計算兩字串的特性(10 分)

給定兩個相同長度的字串，且在每一個字串中每個字母最多只會出現一次，也就是，相同字母不會在同個字串中重複出現。將兩個字串對齊，若某個字母在兩字串相同位置出現，則我們稱這個字母具有”甲”的特性。若是相同的字母出現在兩字串中不同的位置，則稱這個字母具有”乙”的特性。例如：AED 與 KEA 兩個字串，A 具有乙的特性，而 E 則是具有甲的特性。請撰寫一程式，計算兩字串具有幾個甲的特性，幾個乙的特性。注意：大小寫英文字母視為不同字母。

輸入說明：

輸入兩個英文字串，兩字串長度相同，長度大於 2 且小於 52；兩個字串中間以空白鍵分隔。

輸出說明：

輸出格式：M N （M 與 N 分別表示甲與乙特性的個數，兩個數字中間以空白鍵分隔。）

範例輸入一：

ADBE FABE

範例輸出一：

2 1

範例輸入二：

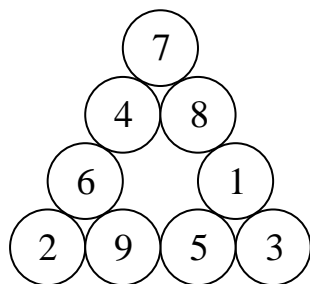
kfGMc mGcfY

範例輸出二：

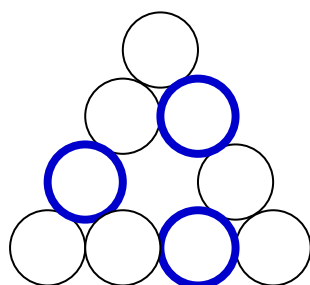
0 3

五、魔術三角形 (10 分)

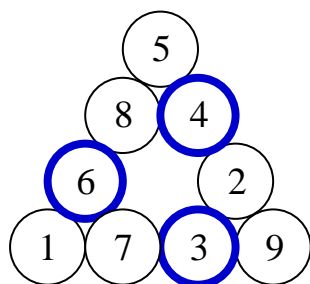
魔術三角形是一個由 1 到 9 的數字所形成之三角形，每邊由 4 個數字組成，邊與邊之間會有 1 個數字共用，而且每邊 4 個數字相加之總和是一樣的。舉例來說，下圖是一個魔術三角形，三個邊的數字和均為 19。我們以三角形最上面的數字 7 為起點，順時針方向列出所有的 9 個數字來表示這個三角形，表示為”781359264”。



在本題中，若我們將一個空三角形之 3 個預設空格(如下圖藍色粗框處)預先填入 3 個數字，請找出三角形其餘空格應填之數字以使其形成一個魔術三角形。



舉例來說，若預先填入藍色粗框之數字以三角形起點順時針來看為 4、3、6，則我們可以找到一個魔術三角形，表示為”542937168”，如下圖所示。



輸入說明：

輸入 3 個數字，分別表示填入藍色粗框之 3 個數字

輸出說明：

將所形成魔術三角形之 9 個數字合併成一個十進位數字輸出，若存在多個答案，則輸出十進位數字最小者。若無法形成魔術三角形，則輸出 1 個 0。

範例輸入一：

4 3 6

範例輸出一：

542937168

範例輸入二：

4 6 7

範例輸出二：

249561873

六、象棋馬的移動 (10 分)

在象棋中馬走法為：每一回合可以沿任何方向的直線走一步然後沿斜綫一步，即沿著漢字「日」的對角線從一段走向另一端，因始在一 $X*Y$ 的座標平面中，左下角為 $(0,0)$ ，右下角為 $(X-1,0)$ 。若馬的位置在 $(5,5)$ ，他下一步可移動到 $(4,3)$ 、 $(6,3)$ 、 $(3,4)$ 、 $(7,4)$ 、 $(3,6)$ 、 $(7,6)$ 、 $(4,7)$ 、 $(6,7)$ 任一點。現若馬的起始點是 (a,b) ，要找出其到 (c,d) 的最短步數。

輸入說明：

輸入資料中第一列為一整數 n ，代表接下來有 n 組測試資料。

第二列開始每列中有 6 個正整數，以空格分開，分別代表 X ， Y ， a ， b ， c ， d 。其中 $X, Y \leq 10000$

輸出說明：

針對每列依序輸出所需之最短步數。

範例輸入：

```
2
10 10 3 4 7 6
10 10 3 4 9 9
```

範例輸出：

```
2
5
```