

1 1 次のノイズシェイピングの量子化雑音の F 特

出力量子化雑音の伝達関数 $H_1(z)$ は

$$H_1(z) = 1 - z^{-1} \quad (1)$$

出力量子化雑音の F 特 $|H_1(e^{j\omega})|$ は

$$|H_1(e^{j\omega})| = \sqrt{\Re(1 - e^{-j\omega})^2 + \Im(1 - e^{-j\omega})^2}$$

角周波数 ω は, サンプル周波数 f_c , 信号周波数 f とすると $\omega = \frac{2\pi f}{f_c}$ で表される周波数.
 $e^{j\omega} = \cos(\omega) + j \sin(\omega)$, $\Re(e^{-j\omega}) = \cos(-\omega) = \cos(\omega)$, $\Im(e^{-j\omega}) = \sin(-\omega) = -\sin(\omega)$ より

$$\begin{aligned} |H_1(e^{j\omega})| &= \sqrt{(1 - \cos(\omega))^2 + \sin^2(\omega)} \\ &= \sqrt{1 - 2\cos(\omega) + \cos^2(\omega) + \sin^2(\omega)} \end{aligned}$$

$\cos^2(\omega) + \sin^2(\omega) = 1$, $1 - \cos(\omega) = \sin^2(\frac{\omega}{2})$ より

$$\begin{aligned} |H_1(e^{j\omega})| &= \sqrt{2 - 2\cos(\omega)} \\ &= \sqrt{2(1 - \cos(\omega))} \\ &= \sqrt{4\sin^2(\frac{\omega}{2})} \\ &= 2|\sin(\frac{\omega}{2})| \end{aligned}$$

$$\therefore |H_1(e^{j\omega})| = 2|\sin(\frac{\omega}{2})| \quad (2)$$

2 2 次のノイズシェイピングの量子化雑音の F 特

出力量子化雑音の伝達関数 $H(z)$ は

$$H_2(z) = 1 - 2z^{-1} + z^{-2} \quad (3)$$

出力量子化雑音の F 特 $|H_2(e^{j\omega})|$ は

$$\begin{aligned} |H_2(e^{j\omega})| &= \sqrt{\Re(1 - 2e^{-j\omega} + e^{-2j\omega})^2 + \Im(1 - 2e^{-j\omega} + e^{-2j\omega})^2} \\ &= \sqrt{\{1 - 2\cos(\omega) + \cos(2\omega)\}^2 + \{2\sin(\omega) - \sin(2\omega)\}^2} \end{aligned}$$

$\cos(2\omega) = 2\cos^2(\omega) - 1$, $\sin(2\omega) = 2\sin(\omega)\cos(\omega)$, $\cos^2(\omega) + \sin^2(\omega) = 1$ より

$$\begin{aligned} |H_2(e^{j\omega})| &= \sqrt{\{1 - 2\cos(\omega) + 2\cos^2(\omega) - 1\}^2 + \{2\sin(\omega) - 2\sin(\omega)\cos(\omega)\}^2} \\ &= \sqrt{\{2\cos(\omega)(1 - \cos(\omega))\}^2 + \{2\sin(\omega)(1 - \cos(\omega))\}^2} \\ &= \sqrt{(1 - \cos(\omega))^2(4\cos^2(\omega) + 4\sin^2(\omega))} \\ &= \sqrt{4(1 - \cos(\omega))^2} \\ &= 2|1 - \cos(\omega)| \end{aligned}$$

$$\therefore |H_2(e^{j\omega})| = 2 - 2\cos(\omega) \quad (4)$$