Institute of Mathematics and Image Computing
Jan Modersitzki, Caterina Rust

MA1500: Lineare Algebra und Diskrete Strukturen 2

Übungsblatt 7 Abgabe: Freitag, 24.05.2019, 8:30 Uhr

Aufgabe 1 (5 Punkte)
Gegeben sind die folgenden Matrizen $A \in \mathbb{R}^{4,4}$, $B \in (\mathbb{Z}_5)^{2,2}$ sowie $C \in \mathbb{R}^{3,3}$:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} [2]_5 & [3]_5 \\ [1]_5 & [-6]_5 \end{pmatrix}, \qquad C := \begin{pmatrix} c & -4 & 3 \\ 2 & 1 & c^2 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie $\det(A)$, $\det(B)$ sowie $\det(2 \cdot A^7)$.

b) Berechnen Sie in Abhängigkeit von $c \in \mathbb{R}$ die Determinante von C.

Aufgabe 2 (7 Punkte)
Bestimmen Sie die Determinante von

$$B := \begin{pmatrix} 4 & -12 & -1 & 2 \\ 2 & -6 & 6 & 0 \\ 1 & 7 & 2 & 1 \\ 0 & 10 & 3 & 9 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4,4}$$

mit Hilfe des Gauß-Algorithmus (d.h. Darstellung mit Elementarmatrizen) und mit Hilfe des Laplaceschen Entwicklungssatzes.

Aufgabe 3 (8 Punkte)
Seien $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$ und sei

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \ldots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 & \ldots & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & a_3^{n-1} & \ldots & a_n^{n-1} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n,n}$$

die dazugehörige *Vandermonde-Matrix*.

a) Bestimmen Sie die Determinante von A.

b) Für welche Werte von $a_1, \ldots, a_n$ ist A invertierbar?