MA1500: Lineare Algebra und Diskrete Strukturen 2

Übungsblatt 6 Abgabe: Freitag, 17.05.2019, 8:30 Uhr

Aufgabe 1 (7 Punkte)
Sei

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & t & t+1 & 2t & 5 \\ 2 & t^2 & 6 & 8 & 10 \\ 0 & 4-t & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4,5}.$$

Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $t \in \mathbb{R}$

a) Rang(A) und

b) die Dimension von Kern(A).

Aufgabe 2 (8 Punkte)
Gegeben ist die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 5 & 2 \\ -1 & 5 & 9 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3,4}.$$

a) Bestimmen Sie eine Basis von Kern(A).

b) Bestimmen Sie Rang(A).

c) Bestimmen Sie eine Basis und die Dimension des Spaltenraums SR(A) von A.

Aufgabe 3 (5 Punkte)
Gegeben ist die Matrix $A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 6 \end{pmatrix} \in \mathrm{GL}_3(\mathbb{R})$. In dieser Aufgaben wird eine Methode vorgestellt, um die inverse Matrix $A^{-1} \in \mathrm{GL}_3(\mathbb{R})$ zu bestimmen.

a) Seien zunächst $B \in \mathbb{K}^{m \times n}$ und $C \in \mathbb{K}^{n \times l}$ beliebig. Die k-te Spalte von C sei mit $c_k \in \mathbb{K}^n$ bezeichnet. Beweisen Sie, dass BC die Form $BC = (Bc_1| \dots |Bc_l)$ besitzt.

b) Nutzen Sie diesen Zusammenhang um die Matrix A^{-1} zu bestimmen, für die $A \cdot A^{-1} = E_3$ gilt.