问题：数轴原点处有可数无穷个小球，使用自然数$\mathbb{N}=\{0,1,...\}$进行编号。设每个小球每一步左移概率为p，右移概率相应地为$1-p$。今让第k个小球随机移动$2k$步，则所有可数无穷个小球完成移动后，原点处小球数量为$1/|1-2p|$。

证明：第k个小球回到原点的概率为$\binom{2k}{k}p^k(1-p)^k$，这里$\binom{2k}{k}=C_{2k}^k=\dfrac{(2k)!}{k!k!}$。故所求值为

$$\sum_{k=0}^{\infty}\binom{2k}{k}(p-p^2)^k$$

注意到

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{\infty}\binom{2k}{k}x^k=&\sum_{k=0}^{\infty}\frac{2^k\cdot 1\cdot 3\cdot 5\cdots(2k-1)}{k!}x^k\\=&\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1/2)\cdot(-3/2)\cdots(-n+1/2)}{k!}\cdot(-4x)^k\\=&\sum_{k=0}^{\infty}\binom{-1/2}{n}(-4x)^n\\=&(1-4x)^{-1/2}\end{aligned}$$

回代$x=p-p^2$得$(1-4(p-p^2))^{-1/2}=\dfrac{1}{|1-2p|}$。

连续化后可得相应结论：设大量分子于通过原点的某一平面Γ上自由释放后做布朗运动，外加匀强力场$\mathbf{F}$（忽略分子间的相互作用力）。设$N(t)$为t时刻处于平面Γ上的分子数量，则

$$\int_0^{\infty}N(t)\mathrm{d}t=\infty\Leftrightarrow|\mathbf{F}|=0$$