

# Math 33B HW#7

## Chapter 9.2

30)  $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

$$(-3-\lambda)(-1-\lambda)+1=0$$

$$3+4\lambda+\lambda^2+1=0$$

$$(\lambda+2)^2=0$$

$$\lambda=-2$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-2 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = v_1$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y(t) = c_1 e^{-2t} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + c_2 e^{-2t} (\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix})$$

32)  $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

$$(-2-\lambda)(2-\lambda)+4=0$$

$$-4+\lambda^2+4=0$$

$$\lambda=0$$

$$0 \rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} = v_1$$

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y(t) = c_1 \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} + c_2 (\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix})$$

34)  $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$

$$(5-\lambda)(1-\lambda)+4=0$$

$$9-6\lambda+\lambda^2=0$$

$$(\lambda-3)^2=0$$

$$\lambda=3$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = v_1$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$y(t) = c_1 e^{3t} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} + c_2 e^{3t} (\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix})$$

36)  $y(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$c_1=0, c_2=3$$

$$y(t) = -3e^{-2t} (\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix})$$

38)  $y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$c_1=1, c_2=-3$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} - 3(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix})$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3t \\ 3t \end{bmatrix}$$

40)  $y(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$c_1=0, c_2=2$$

$$y(t) = 2e^{3t} (\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix})$$

42)  $A = \begin{bmatrix} -5 & -10 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$

$$(-5-\lambda)(5-\lambda)+50=0$$

$$-6+\lambda+\lambda^2=0$$

$$(\lambda+3)(\lambda-2)=0$$

$$\lambda=2, -3$$

$$\begin{bmatrix} -10 & -10 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$2 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = v_1$$

$$\begin{bmatrix} -5 & -10 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$-3 \rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = v_2$$

$$y(t) = c_1 e^{2t} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} + c_2 e^{-3t} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$



$$4b) A = \begin{bmatrix} -6 & 4 \\ -8 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(-6-\lambda)(2-\lambda) - 32 = 0$$

$$20 + 4\lambda + \lambda^2 = 0$$

$$\lambda = \frac{-4 \pm \sqrt{-64}}{2}$$

$$\lambda = -2 \pm 4i$$

$$\lambda = -2 + 4i$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 4 \\ -8 & 4-4i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1+i \end{bmatrix}$$

$$z(t) = e^{(-2+4i)t} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= e^{-2t} e^{4it} \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= e^{-2t} (\cos 4t + i \sin 4t) \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= e^{-2t} (\cos 4t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \sin 4t \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + i \cos 4t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + i \sin 4t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix})$$

$$= e^{-2t} \left( \begin{bmatrix} \cos 4t \\ \cos 4t - \sin 4t \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} \sin 4t \\ \cos 4t + \sin 4t \end{bmatrix} \right)$$

$$y(t) = c_1 e^{-2t} \begin{bmatrix} \cos 4t \\ \cos 4t - \sin 4t \end{bmatrix} + c_2 e^{-2t} \begin{bmatrix} \sin 4t \\ \cos 4t + \sin 4t \end{bmatrix}$$

$$50) y(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

$$c_1 = -5, c_2 = -4$$

$$y(t) = -5e^{2t} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - 4e^{-3t} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$54) y(0) = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$c_1 = 4, c_2 = -4$$

$$y(t) = 4e^{-2t} \begin{bmatrix} \cos 4t \\ \cos 4t - \sin 4t \end{bmatrix} - 4e^{-2t} \begin{bmatrix} \sin 4t \\ \cos 4t + \sin 4t \end{bmatrix}$$