Lab Report

on the Project of Data Compression

16307130194 陈中钰

16 级 计算机科学技术学院

Contents

1 General

1.1 完成结果

Input	Original Size	Program		Auxiliary File		Total Size	Compression Rate
		Name	Size	Name	Size		
Input 1	135,160B	1.cpp	355B	1	4,784B	5,139B	3.54%
Input 2	264,360B	2.cpp	357B	2	15,617B	15,974B	5.91%
Input 3	358,296B	3.cpp	357B	3	30,210B	30,567B	8.43%
Input 4	320,000B	4.cpp	101B			101B	
Input 5	202,920B	5.cpp	116B	5	25,365B	25,481B	12.5%
Input 6	49,152B	6.cpp	76B			76B	
Input 7	128,000B	7.cpp	224B			224B	
Input 8	79,640B	8.cpp	194B			194B	
Input 9	320,000B	9.cpp	109B			109B	
Input 10	1,179,646B	10.cpp	394B	0	8,192B	8,586B	0.69%

1.2 编码方式

ASCII 码使用指定的8位二进制数组合，来表示128种（标准 ASCII 码，仅低7位有效，最高位为0）或256种（扩展 ASCII 码，全8位均有效，用于中文编码）可能的字符。那么在没有任何压缩思绪的情况下，至少可以把每8位二进制数转换成1个字符，压缩率能达到12.5%。对于压缩后所需的附加文本，也可以采取这种方式进一步压缩。而且，如果编码转换后的文本内容是有意义的（如 input1编码转换后为 Pascal 代码），那么还能便于寻找文本规律、寻找合适的压缩方法。

此外，还有把32位二进制数转换为 int 型数字、16位二进制数转换为 short（int）型数字的整数编码方式，在某些情况下，把文本转换成一组数字，也可能便于寻找文本规律（如 input10的第三部分转换成一组 short 数字后，为0~65535的排列）。

1.3 寻找规律方法

对于 ASCII 编码或整数编码有意义的文本，可以对文本内容直接寻找规律（如 input2 编码转换后为英文短文）；而对于 ASCII 编码“乱码”、整数编码无明显意义的文本，则只能在二进制数的层次上寻找规律。通常，可以把二进制串分割成等长的短串（如10位二进制数一串或32位二进制数一串），通过观察不同短串之间的异同和关系，寻找一些特别的短串（如全为1的短串），来寻找文本整体的规律（如 input8为十皇后的棋盘描述）。

1.4 分析文本大小

对于二进制文本，首先可以分析文本大小，对文本大小进行质因数分解，获得文本大小的因数，进而可以猜测文本可以划分为多少位的短串。据此可以判断要用 ASCII 编码转换（如 input3的大小是8的倍数，可以用 ASCII 编码转换），还是用整数编码转换（如 input4的大小是32的倍数，可以用 int 型整数编码）。在二进制数层次上分析规律时，还能判断应该分割的位数（如 input8是10的倍数，可以分割为每个短串10位）。进行上述编码转换或分割后，也许能便于寻找规律。

1.5 代码压缩

由于评分准则主要看重的是代码长度，因此压缩文本后还需要压缩代码。而压缩代码主要

有以下几种方法：

1. 牺牲时间/空间复杂度。由于评分准则主要看重的是代码长度，而对于解压的时间效率、空间限制要求低，那么在某些情况下，可以修改算法，适当牺牲时间/空间复杂度，减少解压代码量。
2. 函数。如：bitset 函数。
3. 运算符优先级。如：+和|运算其实是一样的，但是运算级别不同，用上适当的符号可以省略掉不必要的括号。
4. ASCII 码。如：‘0’可以替换为48，‘1’可以替换为49，可以节省1B
5. 循环合并。在某些情况下，结合%运算，两层循环可以合并成一层。
6. 头文件。当需要用到 bitset 或者其他函数时，用#include<bits/stdc++.h>；此外，用#include<ios>就可以了。
7. using namespace std;。用了这个之后就不用 std::，但是这一段是20B，当 std:: 超过4个时才需要用 using namespace std;。
8. 自增、自减。如 i++可以在 statement 中最后出现的 i 结合，可以省1B。
9. for(;;)。如果可以把循环体的 statement 全部放在 update 部分，那么可以省去括号。
10. 宏定义。宏定义重复出现的部分，以宏定义代替。
11. 变量命名。采用 ABCD 命名法。
12. 除了#开头的必须单独一行以外，其他的代码都可以缩为1行，把所有的\t，\n 能省就省。
13. ……

以上的压缩代码方式就粗略地讲了一下，另外实在还有很多很多的压缩代码细节，能一点一点地压缩代码，在此就不一一叙述了。之后呈现的解压代码都是压缩好的，就不再展示压缩前的版本以及压缩过程了。

1.6 验证步骤

1. 假设有解压代码 code.cpp，编译生成 code.exe 可执行文件
2. 在当前文件夹打开 cmd，运行以下命令，输出结果到 output.txt
   code.exe>output.txt
3. 把原文件 input.txt 放到同一个文件夹，运行以下命令进行比较
   fc output.txt input.txt
4. 若输出“无差异”，则成功生成。

2 Input 1: Pascal

2.1 总体思想

2.2 ASCII 编码转换

文本大小是8的倍数，那么首先可以把 input1用 ASCII 编码方式转换。转换后发现是一篇有16,895个字符的 Pascal 代码。可以对代码内容直接进行压缩。

2.3 初始想法

Pascal 代码，和一般的代码一样，最大的特点是有很多重复的字段，如各种关键字、变量名。那么，首先想到的一种可行的压缩方法是，给每个重复字段指定打印的位置，如 inline 出现在了1位置、10位置，tx 出现在了53位置、60位置，可以用 map<string,vector<int>>来进行位置的记录，压缩过程是 O(n)的。但是解压时，需要遍历全部，直到找到当前位置要输出的字符串，才能输出，所以是 $O(n^2)$的。

但是这种压缩方式，有很多的弊端。位置范围大，16895个字符需要用15位的地址表示，而对于大量的单独出现的字符、同一字符连续出现等情况，由于要记录很多位置信息，在重复串不多、重复长度短的情况下压缩效果很差，还很可能不减反增。因此这种方式不可取。

2.4 LZ77压缩

虽然不能记录每个重复串的位置，但是在输出过程中是可以利用前面出现过的字符的。如果记录好当前串与上一个重复串的距离 d、重复长度 l，那么在解压时，可以往前 d 个字符，取出长度为 l 的串，并打印出来，那么将能达到不错的压缩效果。根据这个思想，我找到了 LZ77算法。

14. 定义

(1) lookahead buffer：等待编码的区域

(2) search buffer：已经编码的区域，搜索缓冲区

(3) 滑动窗口：指定大小的窗，包含“搜索缓冲区”（左） + “待编码区”（右）

15. 编码思想

为了编码待编码区，编码器在滑动窗口的搜索缓冲区查找直到找到匹配的字符串。匹配字符串的开始字符串与待编码缓冲区的距离称为“偏移值”，匹配字符串的长度称为“匹配长度”。编码器在编码时，会一直在搜索区中搜索，直到找到最大匹配字符串，并输出(d, l)，其中 d 是偏移值，l 是匹配长度。然后窗口滑动 l，继续开始编码。如果没有找到匹配字符串，则输出(0, 0, c)，c 为待编码区下一个等待编码的字符，窗口滑动1。以上所有信息都采用二进制编码，编码完成后，还能转换为 ASCII 编码，压缩为原来的1/8。

16. 编码过程

(1) 设置编码位置为输入流的开始

(2) 在滑窗的待编码区查找搜索区中的最大匹配字符串

(3) 如果找到字符串，输出(偏移值 d， 匹配长度 l)，窗口向后滑动 l

(4) 如果没有找到，输出(0, 0, 待编码区的第一个字符 c)，窗口向后滑动一个单位

(5) 如果待编码区不为空，回到步骤2；否则结束

17. 伪代码

```
while( lookAheadBuffer not empty )
{
    get a pointer (position, match) to the longest match
    in the window for the lookAheadBuffer;
    output a (position, length, char());
    shift the window length+1 characters along;
}
```

18. 解压过程

(1) 从辅助文件中读取信息

(2) 如果为(0,0,c)，输出 c；否则为(d,l)，那么输出 d 距离前长度为 l 的串

(3) 如果辅助文件读取结束，则结束；否则转(1)

2.5 LZ77优化

但是 LZ77有几个问题需要优化/细化：

1. (0,0,c)中使用了2个0，浪费储存空间。
2. 二元组和三元组的结构定义不方便区分。

其实只需要在每组信息开头用1或0进行标识，如果是1，那么接下来要读取 d、l，如果是0，那么接下来要读取 c，然后接着输出即可。而且，对于标准 ASCII 码，本来字符开头的 MSD 就是0，故对于单独的 c 的编码，0标识可以省略——当读取到0标识时，接下来要读取7个 bit，并组成一个 c 输出。

3. d 的编码长度、单独编码的界限

对于上述的压缩方法，重复串、单独 c 的编码长度是：

(1) l_{repeat} = 1 + d 的编码长度 + l 的编码长度

(2) l_{single} = 8

设重复串的长度为 x，那么当 x * l_{single} < l_{repeat} 时，就应当单独输出这 x 个字符，而不应该编码为重复串（当 = 成立时两种编码长度一样，随便一种就可以）。而我所预估的 l_{single} > 16，故 x<=2时将单独编码，当 x>=3时编码为重复串。

由于所有重复串至少有3个字符，那么编码时重复长度 l 可以统一减去3，在解压的时候统一加上3，那么对于 n 位编码长度的 l，原来可以编码的长度是0~2^{n-1}，优化后的编码范围为3~2^{n-1}+3，重复长度的范围从2^{n-1}增大为2^{n-1}+3，在编码长度不变的情况下提高了重复长度上限，进而提高压缩率。

2.6 调整参数

以上的压缩、解压方法都是基于事先固定好 d、l、c 的编码长度，才可以实现，其中 d、l 的长度是需要设定的。

项目	编码长度为 n	如果编码长度 n 变大，虽然编码变长，但是可以
d	搜索缓冲区长度2^n	提高重复的可能性，增大重复长度
l	重复长度2^{n-1}+3	提高重复长度上限

因此针对不同的文本 d、l 是存在一个最优的平衡的。

定义结构：d 编码长度 C_d - l 编码长度 C_l – l 重复串长度下限 C_{least}

1. 其中，如上文中提到的，C_{least} 设为 x * l_{single} < l_{repeat} 中 x 的最大解+1。
2. 另外，C_d < $\log_2$(文本长度)+1，因为 C_d = $\log_2$(文本长度)+1时已经能覆盖整篇文章了，增加编码长度也没有用了。
3. 如，14-6-3表示 d 编码长度为14，l 编码长度为6，重复串长度下限为3。

最开始预设时为14-6-3，然后不断测试临近范围的版本，试图寻找最优的编码长度设置。

版本	大小	版本	大小
12-4-2	40,231 B	14-5-3	38,272 B
13-4-2	39,798 B	14-6-3	38,376 B
13-5-3	38,385 B	15-4-3	41,672 B
13-6-3	38,636 B	15-5-3	39,786 B
14-4-3	39,988 B	15-6-3	39,824 B

从中14-5-3有最短的编码长度，比邻近的14-3、14-6、15-5、13-5、15-6、13-4都要短，因此这个编码长度的设置是最优的。

最后再对编码文件进行 ASCII 编码，在解压的时候先把辅助文件中的所有字符都变成二进制数并储存，然后再进行解压缩即可。

2.7 最终实现（包括复杂度分析）

1. 压缩过程

#include <iostream> #include <algorithm> #include <string> #include <bitset> #define BUFFER 16384 #define LOOK 34 #define DISTANCE 14 #define LENGTH 5 using namespace std; string content; int main() {	
freopen("pascal.txt", "rb", stdin); freopen("feature14-5.txt", "wb", stdout);	读入 Pascal 代码，输出到辅助文件
unsigned char c; string s;	
while (~scanf("%c",&c)) {s = c;content += s;}	把整段 Pascal 代码存在 string 里方便遍历。复杂度为 O(n)。
int ci, bi;int tci, tbi;int ml, md;int l; int i, j;int eight;int length; length = content.size();	
cout << bitset<8>(content[0]); for (ci = 1; ci < length; ci += ml)	编码第一个字符 遍历 string，编码剩下的字符
{	

md = ml = 0;
for (bi = ci - 1; bi >=0 && bi >= ci - BUFFER; bi--)
{l = 0;
for (tbi = bi, tci = ci; ;)
{
if (l >= LOOK || tci >= length)
{ml = l;md = ci - bi;l = 0;break;}
if (content[tci] == content[tbi])
{l++;tci++;tbi++;}
else
{
if (l > ml)
{ml = l;md = ci - bi;}
	Brute Force 遍历搜索缓冲区，以寻找最长重复串的长度 l 和距离 d。复杂度为 O(16384*34)。加上外层循环后为 O(n*16384*34)。

break; } } }	

if (ml - 3< 0)
{ml=1;cout<<bitset<8>(content[ci]);}
else
	如果最长重复串长度 l 小于下限长度，则单独编码当前字符

{cout << 1; cout << bitset<DISTANCE>(md); cout << bitset<LENGTH>(ml - 3); } } }	否则，编码为重复串

总体的复杂度大约为 O(n*16384*34)，由于 n=16,895，34>$\log_2 n$，则复杂度级别约为 O($n^2 \log_2 n$)。

2. 解压过程

#include<bits/stdc++.h> #define G(x,i,d) for(x=0,j=d;j>0;j--)x|=s[i+j]-48<<d-j; using namespace std;	
string s,a; int p,i,j,k,x,y; main() {	输出先输出字符到 string，最后再遍历转换为二进制数输出

freopen("1","rb",stdin);
while(~scanf("%c",&x))
s+=bitset<8>(x).to_string();
	读入文件，转换为二进制数，存到 string 中。复杂度 O(n)。

while(i<s.size())
if(s[i]-48)
{G(x,i,14)G(y,i+14,5)while(y--+3)a+=a[p++-x];i+=20;}
	读入编码，输出。由于重复串回溯长度最大为34，比 $\log_2 n$ 大，复杂度约为 O(n*$\log_2 n$)。

else {G(x,i,7)a+=x;p++;i+=8;}	重复串，读入 d、l，在输出 string 中对应位置找到重复串，接到 string 后面 单独字符，接到 string 后面
while(k<p)cout<<bitset<8>(a[k++]); }	遍历输出 string，把字符转换为二进制码输出。复杂度为 O(n)。

总体的复杂度约为 O(n*$\log_2 n$)。

3 Input 2: English

3.1 总体思想

3.2 ASCII 编码转换

文本大小是8的倍数，那么首先可以把 input2用 ASCII 编码方式转换。转换后发现是一篇有33,045个字符的 English 文章。可以对代码内容直接进行压缩。

3.3 复用 Input 1代码

这次的文本是一篇 English 文章，本质上与 Pascal 代码也是一样的，也有不少的重复单词/句型出现，那么可以使用相同的方法来进行压缩和解压。因此可以复用 Input 1的代码。

3.4 调整参数

但是针对不同的文本，d、l 存在一个不同的最优平衡，因此还需要重新设置参数。

最开始预设时为14-5-3，然后不断测试临近范围的版本，试图寻找最优的编码长度设置。

版本	大小	版本	大小
13-2-2	131,048 B	14-4-3	127,344 B
13-3-2	125,276 B	14-5-3	132,020 B
13-4-2	128,008 B	14-6-3	137,621 B
13-5-3	132,918 B	15-3-3	125,302 B
13-6-3	138,652 B	15-4-3	130,520 B
14-2-3	132,335 B	15-5-3	135,150 B
14-3-3	124,976 B	15-6-3	140,688 B

从中14-3-3有最短的编码长度，比邻近的14-2、14-4、13-3、15-3、15-4、13-2都要短，因此这个编码长度的设置是最优的。

最后再对编码文件进行 ASCII 编码，由于编码文件不是8的倍数，因此在文件结尾补上了6个0，再进行 ASCII 编码。而解压的时候先把辅助文件中的所有字符都变成二进制数并储存，然后再进行解压缩，且无视掉最后的6个0即可。

3.5 最终实现（包括复杂度分析）

1. 压缩、解压过程与 input 1的一致，只是参数不一样而已，故不再叙述。
2. 压缩的复杂度约为 O(n*16384*10)，又 n=33,045，故为 $O(n^2 \log_2 n)$。对于解压过程，由于重复串回溯长度最大为10，略小于 $\log_2 n$，那么复杂度约为 $O(n*\log_2 n)$。
3. 由于文本重复单词少且短，导致了压缩率相比于 input 1有所下降。

4 Input 3: Chinese

4.1 总体思想

4.2 ASCII 编码转换

文本大小是8的倍数，那么首先可以把 input3用 ASCII 编码方式转换。转换后发现是一篇有44,787个字符的中文文章。可以对代码内容直接进行压缩。

4.3 复用 Input 1代码

这次的文本是一篇中文文章，本质上与 English 也是一样的，也有不少的重复单词/句型出现，那么可以使用相同的方法来进行压缩和解压。因此可以复用 Input 1的代码。

4.4 调整编码

中文与英文不同的是，中文的 ASCII 编码用的是扩展的 ASCII 编码，因此单独输出的 c 的 MSD 是可能为1的。那么之前的“通过检查到0，就判断为单独输出字符，读取7bit，并输出字符”的方式不再适用。因此编码时还必须要在单独输出的字符前加上标识0，那么在编码单独输出字符时，在输出字符编码之前先输出一个0即可。此时 $l_{single} = 9$，对应的重复串长度下限 C_{least} 也需要按照上文的公式重新计算，在此不再叙述。

4.5 调整参数

针对不同的文本，d、l 存在一个不同的最优平衡，因此还需要重新设置参数。最开始预设时为14-4-2，然后不断测试临近范围的版本，试图寻找最优的编码长度设置。

版本	大小	版本	大小
14-2-2	131,048 B	14-4-2	127,344 B
13-3-2	125,276 B	14-5-3	132,020 B
13-4-2	128,008 B	14-6-3	137,621 B
13-5-2	132,918 B	15-3-2	125,302 B
13-6-3	138,652 B	15-4-3	130,520 B
14-2-2	132,335 B	15-5-3	135,150 B

从中15-3-2有最短的编码长度，比邻近的15-2、15-4、14-3、14-2都要短，因此这个编码长度的设置是最优的。

最后再对编码文件进行 ASCII 编码，由于编码文件不是8的倍数，因此在文件结尾补上了4个0，再进行 ASCII 编码。而解压的时候先把辅助文件中的所有字符都变成二进制数并储存，然后再进行解压缩，且无视掉最后的4个0即可。

4.6 最终实现（包括复杂度分析）

1. 压缩、解压过程与 input 1的一致，只是编码稍有不同、参数不一样而已，故不再叙述。
2. 压缩的复杂度约为 $O(n*32768*10)$，又 n=44,787，故约为 $O(n^2 \log_2 n)$。对于解压过程，由于重复串回溯长度最大为10，小于 $\log_2 n$，那么复杂度约为 $O(n*\log_2 n)$。
3. 由于单独输出字符前要加上标识0，而且文本重复单词少且短，导致了压缩率相比 input 1、2大幅下降。

5 Input 4: Random Numbers

5.1 总体思想

5.2 寻找规律

1. 文件大小为320,000，是8的倍数。但用 ASCII 编码为乱码，没用。
2. 文件也是32的倍数。尝试用 int 型数字编码，输出10,000个数字。
3. 分析数字。首先分析到数字的范围为-2147432634~2147238465，且没有重复。因此这是一个大范围的、无重复的、大量的一组 int 数，猜测可能与随机数有关。
4. 直接循环输出一组 rand()的十进制及二进制表示（一般默认种子为1），观察该组随机数与文本中的数是否有算术运算或逻辑运算上的关系。算数上，十进制 rand()与十进制的文本没有明显的和差关系；但是逻辑运算上，发现二进制 rand()与二进制文本有关系，文本的第一个数与 rand()的第一个数、第二个数有如下重叠的关系：

----------00000000000101001100100000100011	input 4第一个数
------00000000000000000000000000101001	rand()第一个数
----------00000000000000000100100000100011	rand()第二个数

5. 经过对 input 4的前10个数进行检验，发现：
   input 4中第 x 个数=rand()第2*x 个数<<15|rand()第2*x+1个数
   那么猜测整个文本都符合这个规律。但是这一规律是否正确还需要验证。

5.3 生成

在程序中，第 n 次调用 rand()就会输出第 n 个随机数。那么根据上面这个规律，只要不断地输出 rand()<<15|rand()的二进制表示即可。

5.4 实现并验证（包括复杂度分析）

#include<bits/stdc++.h>
int i;
main()
{
while(i++<1e4)
std::cout<<std::bitset<32>(rand()<<15|rand());
}
	循环输出逻辑运算结果，复杂度为O(n)。

经过文件对比，发现没有不同，说明这个猜想是正确的。复杂度为 O(n)。

6 Input 5: Photo

6.1 总体思路

6.2 寻找规律

1. 用 ASCII 编码转换，乱码，没意义。
2. 尝试在二进制文本下寻找规律。发现文本中很多 1111 1111，也就是 255，于是针对这一特点查找资料，发现这一特点与 jpeg 图片的编码很类似，因此猜测这可能是一张图片的二进制编码。
3. 于是，把文本的 ASCII 编码转换后的.txt 文件后缀改为.jpeg，打开后发现是一张“愤怒的丘吉尔”的图片。

6.3 LZ77压缩

1. 尝试：复用 input 1的代码来压缩 input 5.txt。结果只短了一点点，压缩效果极差。
2. 原因分析：input 5用 ASCII 编码后的文本为乱码，文本重复度极小，使得重复的字符串中长度超过下限 C_{least} 的极少，极大部分字符都是单独输出的，故压缩效果很差。

6.4 Huffman 压缩

1. 尝试：用 Huffman 编码对 ASCII 编码后的文本进行压缩。结果反而变长了，不可行。
2. 原因分析：input 5的文本很可能是已经经过 Huffman 编码压缩的了，故再次压缩会反而变长。

6.5 最终实现（包括复杂度分析）：ASCII 编码

最终都没有找到很好的压缩方式，因此最终采取 ASCII 编码进行压缩。

1. 压缩过程

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int main()
{
int i, k;char c;
freopen("input5.txt", "rb", stdin);
freopen("photo.txt", "wb", stdout);
do
{
for (i = 0, k = 0; i < 8 && (c = getchar()); i++)
k = k * 2 + c - '0';
} while (c != EOF && cout << (char)k);
}
	读入 input 5文本，输出到辅助文件
	把8个 bit 转换为1个 char，并输出到文件。复杂度为 O(n)。

总的复杂度是 O(n)的。

2. 解压过程

#include<bits/stdc++.h>
int c;
main()
{
freopen("5","rb",stdin);
	读入辅助文件

while(~scanf("%c",&c))
std::cout<<std::bitset<8>(c);
}
	输出每个字符的二进制表示。复杂度为O(n)。

总的复杂度为 O(n)。

7 Input 6: Gray Code

7.1 总体思路

7.2 寻找规律

1. 尝试用 ASCII 编码转换，结果乱码无意义。
2. 由于文件还是32的倍数，尝试把每32 Byte 转换为一个对应的 int，获得1,536个数字，显然没有单调性。对这些数字用 map 统计，发现数据范围大，较分散，每个数也只出现一次，没有获得什么特殊规律。
3. 转向在二进制层面寻找规律。初步观察，发现文件开头和结尾0比较多，中间1比较多，有一种递增再递减的效果。仔细观察开头，由于0较多，1较少，故注意到1上面，大概看出来在差不多长的部分中都会有少量1出现。
4. 尝试把文件中的01串分成等长的部分，观察部分与部分之间有没有特别的关系。由于第一行中的1分布似乎较均匀，故尝试在第一个1的前后断开，尝试以这个长度来分割整个文件，也就是12 B 一部分或者13 B 一部分。由于13并不是49,152的因数，而12是，故把文件分成12 B 的一段段。

   000000000000
   100000000000
   110000000000
   010000000000
   011000000000
   111000000000
   101000000000
   ……

   观察了前几段，每部分与上下部分都只有一位不一样，故猜测文件是12 bit 格雷码，但仍需要进一步生成并验证。

7.3 递归法生成（线性递归）

1. 基础：1位格雷码

   0
   1

2. 递归：n-1位格雷码生成 n 位格雷码（以 n=4为例）

n-1=3位格雷码	正序	右补0	n=4位格雷码

000 100 110 010 011 111 101 001	000 100 110 010 011 111 101 001	0000 1000 1100 0100 0110 1110 1010 0010	0000 1000 1100 0100 0110 1110 1010 0010 0011 1011 1111 0111 0101 1101 1001 0001
	反序	右补1	
	001 101 111 011 010 110 100 000	0011 1011 1111 0111 0101 1101 1001 0001	

3. 退出：不断递归直至生成12位格雷码。
4. 实现（含复杂度分析）

#include<iostream> #include<vector> using namespace std;	
vector<vector<int>> gray_code(int bit) {	递归函数
vector<int> vi; vector<vector<int>> vvi;	

if (bit == 1)
{
vi.push_back(0);
vvi.push_back(vi);
vi[0] = 1;
vvi.push_back(vi);
}
	当位数为1时，生成1位格雷码。

else
{
vvi = gray_code(bit - 1);
int length = 1 << (bit - 1);
int sub_length = bit - 1;
int i;
	通过 n-1位格雷码生成 n 位格雷码。

for (i = 0; i < length; i++)
vvi[i].push_back(0);
for (i--; i >=0 ; i--)
	给正序的 n-1位格雷码的后面补上0。复杂度为 O(n)。

{
vi = vvi[i];
vi[sub_length] = 1;
vvi.push_back(vi);
}
}
return vvi;
}
	反序复制 n-1位格雷码，并把最后一位改为1。复杂度约为 O(n*2^n)。

int main()
{
freopen("graycode.txt", "wb", stdout);
vector<vector<int>> vvi =
gray_code(12);
for (int i = 0; i < 4096; i++)
for (int j = 0; j < 12; j++)
cout << vvi[i][j];
}
	递归下去
	
	递归生成并输出

总复杂度约是 O(n*2^n)。

5. 验证

结果验证为正确，说明 input 6的确为12位格雷码（4096个）的全体。

6. 优化

(1) 上述算法采用的是线性递归，因此可以转换为非递归实现（类似于 Fibonacci 的递归转非递归），减少堆栈的生成和消除，能提高效率、减少代码量。

(2) 另外，可以把 vector 实现改为数组实现，还能较大减少代码量。

(3) 但是即使优化过了，这种方法的复杂度还是太高了，代码量也仍然太大了。

7.4 异或生成

1. 格雷码生成公式

grey(x)=x^(x>>1)； 其中，x>=0

2. 调整

按照上述公式可以按顺序生成格雷码，但是与 input 6中的格雷码顺序刚好相反了

x	grey(x)	grey(x) in input 6
000000000000	000000000000	000000000000
000000000001	000000000001	100000000000
000000000010	000000000011	110000000000
……	……	……

可以更改为以下公式，逐位生成 grey(x)，首先生成 LSD，最后生成 MSD。那么就能生成倒叙的格雷码。

```
for (i = 0; i< 12; i++)
    cout << (((x >> i) ^ (x >> (i + 1))) & 1);
```

3. 实现（含复杂度分析）

#include<ios> int x; main()	

{
for(;x<49152;putchar((x/12^x/24)>>x++%12&1|48));
}
	此处把两层循环合并成一个循环。其中，外层循环为4096个自然数，内层循环为12，以生成倒叙的格雷码，共为4096*12=49152。

总的复杂度为4096*12=49152。

4. 结果

这个方式的复杂度低很多，代码量也极简，效果很好。

8 Input 7: π

8.1 总体思路

8.2 寻找规律

文本大小是8的倍数，那么首先可以把 input7用 ASCII 编码方式转换。转换后发现是 π 的小数点后16,000位。那么可以运用 π 的高精度计算公式直接生成。

8.3 Spigot 公式

$$\frac{\pi}{2} = 1 + \frac{1}{3}\left(1 + \frac{2}{5}\left(1 + \frac{3}{7}\left(1 + \frac{4}{9}(1 + \cdots)\right)\right)\right).$$

计算 π 的高精度公式有很多，但是由于需要用程序实现，因此选取的公式最好仅限于整数的加减乘除运算，而这公式恰好只对整数做加、乘运算，很理想。

8.4 实现思想

1. 对公式整体*2，以计算出 π 。
2. 公式中每计算14项，便能获得4位精确的小数。故迭代14次后输出4位并储存到 string 中。
3. 由于公式计算的是31415926……而文本中的是1415926……故要生成16,000位，那么第一位要去掉，最后还要加上一位，由于计算过程以4位为一个单位，故一共生成16,004位，并输出1~16,000位（以第0位开始）。
4. 生成16,004位，一共要迭代16,004/4*14=56014次。
5. 模拟长除法运算过程，用一个数组储存余数，下一步运算时先把余数扩大，做除法运算得到商，再做%运算获得余数并储存到数组中，在下一次运算的时候使用。以此生成高精度结果。

8.5 最终实现（含复杂度分析）

#include<ios>
int a=1e4,b,c=7e4,p,d,e,f[70001],g;
main()
{
char x[c];
for(;d=0,g=c*2;c-=14,
sprintf(x+4*p++,"%.4d",e+d/a),e=d%a)
for(b=c;d+=(p?f[b]:2e3)*a,f[b]=d%--g,
d/=g--,--b; d*=b);
for(;b<128e3;
putchar(x[b/8+1]>>7-b++%8&1|48));
}	

	外层循环：4位4位地输出精确的小数到string 中，复杂度约为 O(n)。
	内层循环：按公式计算14项，以生成精确的4位小数，复杂度为常数级别。
	输出循环：输出1~16,000位的二进制表示，复杂度约为 O(n)。

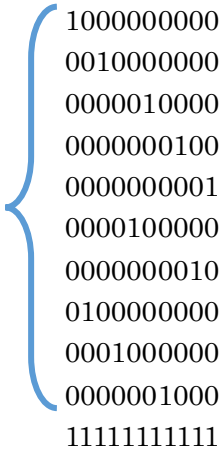
总的复杂度约为 O(n)。

9 Input 8: Ten Queens

9.1 总体思路

9.2 寻找规律

1. ASCII 编码为乱码，无意义。
2. 转向在二进制层次上寻找规律。发现文本中隔一定的距离，就会出现约10个连续的1，因此把文本划分为10位一段。发现每10段后都会出现1段全1，而每10段中，每一段都只有1个1。那么可以猜想，每10段为一部分，随后全1的一段起到了分割的作用。仔细观察开头的第一部分，发现不仅每行只有一个1，而且每列、每条斜线上都只有一个1。因此判断这是10*10版本的八皇后问题，那么称之为十皇后。



3. 猜想是否正确还需要进一步的生成并验证。

9.3 递归法

1. 十皇后规则：在10*10的棋盘上放置10个棋子，每行、每列、每个斜线上只能有一个棋子。
2. 递归（深度遍历）所有可能的情况：一行行地放棋子，每一行中，逐个位置放置棋子，如果违反十皇后规则，则放下一个位置，再次判断是否符合规则，直至放置好这一行的棋子，接着递归到下一行棋子的放置。如果10行都放置好了，接着输出棋盘和最后的一行1，并返回，继续处理下一种可能的棋盘。
3. 用 int c[10]记录每一行放置的棋子位置，放置好最后一行后，根据该数组输出二进制表示的棋盘。如 c[5]=7，表示第5行（从第0行开始算）的棋子放在第7列（从第0列开始算），也就应该输出0000001000。

9.4 最终实现（含复杂度分析）

#include<ios> int c[10],g=1,x,i;	
q(int a) {	递归（深度遍历）函数

if(a>9)
for(i=0;i<110;)
putchar(i%10==c[i/10]|i++/100|48);
	如果棋盘放置完毕，输出棋盘，并返回。输出的两层循环合成了一层，因此复杂度为 O(n^2)。

for(int b=0;b<10;c[a]=b++,g?q(a+1):g++)
for(i=0;i<a;i++)
x=b-c[i],g*=a-i^x&&x&&i-a^x;
}
	按顺序遍历当前行，直至找到可以放置的位置，记录位置，递归到下一行。每行每列都遍历，以及每个位置都要遍历判断是否合乎规则，故深度遍历的过程复杂度约为 O(n^3)

main(){q(0);}	主函数设置递归起点。

最终输出结果与文本一致，说明猜想是正确的。

总的复杂度约为 O(n^3)。

10Input 9: Random Numbers

10.1总体思路

10.2寻找规律

1. ASCII 码转换为乱码，无意义。
2. 把文本转换为 int 型数字。这 10,000 个数全都是正数，最大数为 2147460346，所有数字没有重复，和 input 4 的感觉很像，像是随机数。于是尝试同样用 rand()函数（默认种子为 1）来生成这一组数，但是尝试过很多的算数运算、逻辑运算组合后，依然找不到合适的方式。
3. 于是转向寻找其他的生成随机数的方式。
4. 首先找到的是迭代取中法。但是这个方法是产生小数随机数的，而且很容易退化成0，跟文本中大量不重复的数矛盾。因此应该不是这个方法。

5. 第二个找到的方法是线性同余法。

10.3线性同余法

1. 作用

用于产生整数随机数，在计算机中生成随机数多用这种方法，而且 rand()函数本身也是基于这种方法实现的，能生成大量不重复数，效果很好。

2. 公式

rand[n+1]=(rand[n]*a+b)%c

事先给出初始种子 rand[0]，跟据上述公式可以迭代生成大量随机数。

3. 关键是要求出公式中的参数 a、b、c 以及初始的种子 rand[0]
4. c

(1) 如果 c 越大，那么余数则可能越大；

(2) 如果 c 的因数越少，那么余数重复的可能越大

由于文本中的数最大有2147460346，而且不重复数量大，因此 c 是一个很符合上面性质的一个数，而2^31-1就是这样的一个数。因此猜测 c=2^31-1。

5. 由于随机数很大，c 也很大，很容易会溢出，而且本身所有随机数都为正数，故设置随机数的类型为 unsigned int。
6. a 和 b

(1) 联立方程

rand[1]=(rand[0]*a+b)%c

rand[2]=(rand[1]*a+b)%c

其中：c=2147460347, rand[0]=1162414137, rand[1]=1035654704, rand[2]=893643089

(2) 利用公式

(x+y)%c=(x%c+y%c)%c

通过这个公式可以消去 b，先求出 a

(3) 消去 b

(rand[1]-rand[2])%c=(rand[0]-rand[1])*a%c

从0开始遍历所有的 a，求得 a=16807或991511918是成立上述条件的

(4) 先取 a=16807，代入 rand[1]=(rand[0]*a+b)%c，从最小的数开始暴力遍历 b，求得 b=0是符合条件的。

(5) 获得一个可能的公式 rand[n+1]=(rand[n]*16807)%((1<<31)-1)

(6) 在实现的过程中，发现从 rand[-1]开始计算会减少代码量，因此计算

rand[0]=(rand[-1]*16807)%((1<<31)-1)

求得 rand[-1]= 1508303647

(7) 验证证明公式正确

10.4最终实现（含复杂度分析）

#include<ios>
unsigned a=1508303647,i=32e4;
main()
{
while(i)
putchar((i--%32?
a:a=a*16807%~(1<<31))>>i%32&1|48);
}
	设置初始种子及范围
	
	迭代生成。这里把迭代的循环和输出随机数的二进制表示的循环合并了。复杂的约为 O(n)。

总复杂度约为 O(n)。

11Input 10: Permutation

11.1总体思路

11.2寻找规律

1. ASCII 编码为乱码，无结果。
2. 二进制层面上找规律。发现中间有 65535 个连续的 1（第二部分），猜想这个和 input 8 中连续的 10 个 1 一样起到分割的作用，而这一部分前面有 65535（第一部分），后面有 1048576（第三部分）。
3. 单独对第一、第三部分进行截断，尝试在二进制层面上寻找规律，但是最终没有结果。另外还尝试转换为 char、int 等格式，也没有找到特别的规律。
4. 最终，猜想第一部分可能和第三部分之间有关系（如果没有关系的话不就会分成两个 input 了吗？）。而第一部分差 1 才是 65536=2^16，第三部分是 2^20=2^16*16。于是对第三部分尝试用 16 位转换为一个数字，发现第三部分是 0~65535 共 65536 个数字的排列。
5. 于是进而寻找该排列的规律。最终没找到什么规律。这是想起来，第一部分可能与第三部分有关系，那么有可能是第一部分的信息指定了第三部分中数字排列的顺序，那么转向寻找这种指定关系。
6. 经过了不断的折腾之后，最后发现：如果把第一部分的 01 串倒过来，发现 0 和 1 恰好对应着第三部分排列的增减性。但是这样的性质不足以生成排列，还需要更强的条件。
7. 既然 01 对应着增减性，那么 01 的个数可能与数字的出现位置有关。最后统计第一部分中每个数字附近的0、1的个数，发现第一部分倒过来，把第一个数编号为65535，并以此递减编号，发现除了编号 1、2 之外，如果编号后边连续的 0 越多，在第三部分出现的越靠前。
8. 根据这一性质，给第一部分中每个数字都编上号，并按照后面的跟着的连续 0 的个数多少作为关键字来排序，然后按连续 0 个数从多到少顺序输出对应的编号，结果失败。仔细看，发现基本顺序是对的，但是对于后继连续 0 的个数相同的几个数的顺序不对。
9. 于是忽略掉第一层连续 0 后面的连续 1，继续统计第二层连续 0 的个数，把这个个数作为第二关键字进行排序。然而还是有的编号具有相同的第一层、第二层连续 0 的个数，于是继续求第三层、第四层、……的连续 0 的个数，直至求出第 10 层连续 0 的个数后，发现不同的编号所有的关键字不完全相同。
10. 检验的时候出现一个小问题，从 15 到 3，第一优先级的连续 0 结束之后，第二优先级的连续 0 就到了文末，使得第二优先级特别小，但是正确的结果表明 15 到 3 的第二优先级应该是最高的，所以在文末又加了 45 个 0。
11. 最后编码 1 和 2 特判，然后 0 当做 65536。
12. 最后按照这个方法生成，结果正确！（代码就不再给出了）求连续 0 的个数的复杂

度约 $O(n*\log_2 n)$，而排序的复杂度约为 $O(n*\log_2 n)$，故总的复杂度约为 $O(n*\log_2 n)$。

13. 优化：上述方法主要是根据连续 0 的个数来进行排序的，然而如果直接按照每个数字后面的一定长度的字符串（称为特征串）来进行排序，也同样反映了连续 0 的个数，故效果也是一样的。但是这样修改这之后，原来的求 1~10 层连续 0 的个数的循环，可以简单地改为用 s.substr(position,length)来获取 s 在 position 位置的长度为 length 的后缀子串，而且最后按照 string 这一个关键字进行排序就行了，在 struct 函数中定义按照 string 进行排序的 bool 函数，比定义按照储存在数组中的 10 层连续 0 的个数来进行排序的代码少得多。综上，复杂度与原方法量级相同，为 $O(n*\log_2 n)$，但是常数会稍大一点（因为之前的求完第 10 层就停了，但是这个 length 至少要取最短的长度，故常数会稍大些），尽管如此，代码量将大大减少，更符合评比标准。
14. 还有一些需要修正的细节在下文中叙述。
15. 最后按照这个方法实现，生成的顺序与第三部分也是一致的。
16. 最后还要对作为生成第三部分的依据信息的第一部分进行 ASCII 编码，作为辅助文件。在最终生成函数中，首先输出辅助文件的二进制表示，再输出分割的 1，再根据第一部分生成第三部分。

11.3最终实现（含复杂度分析）

#include<bits/stdc++.h> using namespace std; int i,q=65536,p;	
struct e	定义结构体：编号、作为比较关键字的 string、按照 string 进行排序的比较函数
{ int p; string s; bool operator<(e&n) {return s<n.s;}	
}a[65536]; main() {	定义为一个 65536 的数组，以对全部数进行排序。
freopen("0","rb",stdin);	读入第一部分的文件
string s;char c;	
while(~(c=getchar())) s+=bitset<8>(c).to_string();	读入第一部分信息，转换为二进制并储存。
a[0].s=s;	特殊处理编号为 0 的特征串
cout<<s.substr(++i,q);	输出第一部分
for(;i<q;i++) cout<<1;	输出第二部分

for(;--i;)
{
a[i].s=s.substr(++p,99);
a[i].s[0]=49;
a[i].p=i;
	复制剩下的子串。总复杂度约为 O(n)

}
 	
a[1].s=48;
	特殊处理编号 1 的子串

sort(a,a+q); for(;i<q;)	按照字符串进行排序。复杂度约为 O(n*log$_2$n)。
cout<<bitset<16>(a[i++].p); }	按照获得的顺序输出编号

总的复杂度为 O(n*log$_2$n)。

12Reflections

通过这次 Project，第一次接触到压缩方面的知识，学习到了压缩算法、代码优化、代码压缩这些以前从来没有尝试、了解过的东西，也锻炼了自己寻找文本规律、辨析数据特征的能力，虽然总是会被一些 input 卡了好久好久，但是总的来说收获还是满满的！