

Zadanie 5 (sterowanie optymalne).

Dana jest transmitancja $G(z)$ pewnego układu dyskretnoczasowego.

1. Znaleźć model stanowy (np. wyznaczając graf na podstawie transmitancji, a następnie model stanowy na podstawie grafu).

Podpowiedź. Dla transmitancji:

$$G(z) = \frac{z^2 + z + 1}{z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0} \quad (1)$$

przykładowy model stanowy ma postać

$$\begin{aligned} x[n+1] &= Ax[n] + Bu[n] \\ y[n] &= Cx[n] + Du[n] \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie macierze

$$A = \begin{bmatrix} -a_2 & -a_1 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 1 \quad 1] \quad D = 0 \quad (3)$$

2. Korzystając z modelu stanowego znaleźć (pokazać na wykresie) odpowiedź skokową układu (czyli $y[n]$, przy $x[0] = 0$ oraz $u[n] \equiv 1$ dla $n = 0, 1, 2, \dots$). Czy układ jest stabilny?
3. Zaimplementować dyskretnoczasowy sterownik optymalny LQR ze sprzężeniem od stanu (wykład 6). Jako macierz Q przyjąć $c_1 * I$, natomiast jako R przyjąć c_2 , gdzie c_1 i c_2 to pewne stałe, natomiast I to macierz jednostkowa o odpowiednim wymiarze. Następnie wyznaczyć macierz P będącą rozwiązaniem dyskretnoczasowego równania Riccatiego korzystając np. z metody iteracyjnego podstawiania ($P_{\text{krok następny}} = \text{funkcja}(P_{\text{krok poprzedni}}$)).
4. Przedstawić odpowiedź skokową układu wraz ze sterownikiem (w przypadku sprzężenia od stanu sterownik modyfikuje macierz A układu na $A_{\text{nowe}} = A - B * F$). Na tym samym wykresie przedstawić sygnał sterujący $u[n]$. Jaki wpływ na odpowiedź układu oraz na sygnał sterujący ma dobór stałych c_1 i c_2 ?

Transmitancje:

$$1. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 2.55z^2 + 1.175z - 0.15}$$

$$10. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 3.8z^2 + 2.55z - 0.45}$$

$$2. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 2.85z^2 + 1.85z - 0.3}$$

$$11. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 4.1z^2 + 3.6z - 0.9}$$

$$3. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 3.15z^2 + 2.525z - 0.45}$$

$$12. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 4.4z^2 + 4.65z - 1.35}$$

$$4. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 3.55z^2 + 1.725z - 0.225}$$

$$13. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 3.05z^2 + 2.325z - 0.45}$$

$$5. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 3.85z^2 + 2.7z - 0.45}$$

$$14. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 3.35z^2 + 3.15z - 0.9}$$

$$6. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 4.15z^2 + 3.675z - 0.675}$$

$$15. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 3.65z^2 + 3.975z - 1.35}$$

$$7. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 2.8z^2 + 1.75z - 0.3}$$

$$16. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 4.05z^2 + 3.375z - 0.675}$$

$$8. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 3.1z^2 + 2.5z - 0.6}$$

$$17. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 4.35z^2 + 4.5z - 1.35}$$

$$9. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 3.4z^2 + 3.25z - 0.9}$$

$$18. \frac{z^2 + z + 1}{z^3 - 4.65z^2 + 5.625z - 2.025}$$