HW3 Report

- Q1

  由於迷宮只能往下走或往右走，因此定出從(i,j)到終點所需的最低花費為：

  $$cost[i][j] = M[i][j] + min(cost[i+1][j], cost[i][j+1])$$

  (i,j)為終點時，$cost[i][j] = M[i][j]$。再來只要從終點開始一步一步回推即可：

```cpp
    for (int i = 0; i < N; i++) {
        for (int j = 0; j < M; j++) {
            cin >> a[i][j];
        }
    }

    for (int i = N - 2; i >= 0; i--) { a[i][M - 1] += a[i + 1][M - 1]; }
    for (int j = M - 2; j >= 0; j--) { a[N - 1][j] += a[N - 1][j + 1]; }

    for (int i = N - 2; i >= 0; i--) {
        for (int j = M - 2; j >= 0; j--) {
            a[i][j] += min(a[i + 1][j], a[i][j + 1]);
        }
    }

    cout << a[0][0] << endl;
```

- Q2

  其實我一開始看不太懂題目，想說去 Leetcode 刷個幾題找靈感結果就找到原題了，不過我還是有想到解法。這題主要是在定義對字串的三個操作，並轉換成遞迴的方程式，就可以解出來。

  將字串使用字元的方式來 index，可以把本來要算 s1 轉換到 s2 的字串轉成 s1[1…i+1]轉換成 s2[1…j+1]的問題（寫程式的時候我轉回從 0 開始）。然後定義：

  $if\,(s1[i] == s2[j])$:

  $$t(i,j) = t(i-1, j-1)$$

  $else$:

  $$t(i,j) = 1 + min\big(t(i-1,j), t(i,j-1), t(i-1,j-1)\big)$$

  其中當$min(-)$取到

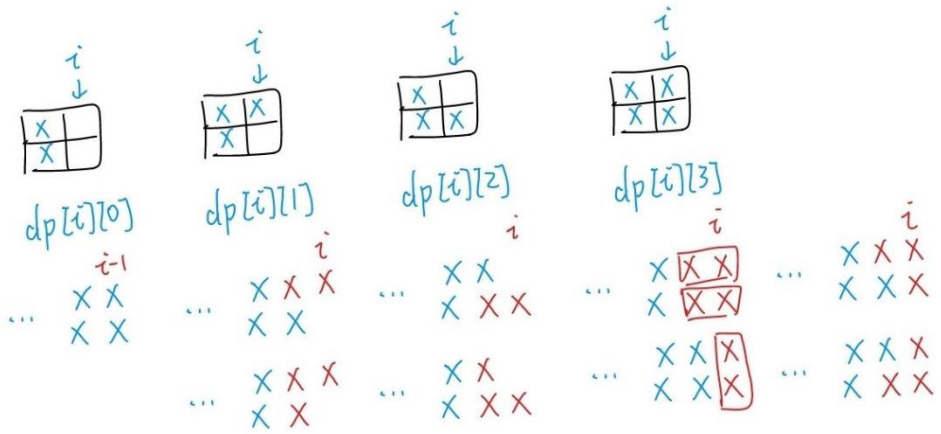
  - $t(i-1,j)$代表將 s1 移除一個字元
  - $t(i,j-1)$代表將 s2 移除一個字元（可以看作是在 s1 插入原本 s2 上的字元，因此維持前一個狀態）
  - $t(i-1,j-1)$代表將 s1 上的字元用 s2 替換掉

  +1 的部分就是執行操作的開銷，然後設定當 i 或 j 等於 0 的時候是空字串，因此 base case 就是$t(0,j) = j, t(i,0) = i$，即為從空字串插入字元所需的開銷。

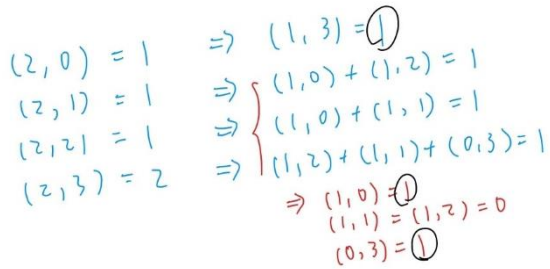
```cpp
    for (int i = 0; i <= s1_len; i++) { dp[i][0] = i; }
    for (int j = 0; j <= s2_len; j++) { dp[0][j] = j; }

    for (int i = 1; i <= s1_len; i++) {
        for (int j = 1; j <= s2_len; j++) {
            dp[i][j] = s1[i-1] == s2[j-1] ? dp[i-1][j-1]:
                                            1 + min(dp[i-1][j], dp[i][j-1], dp[i-1][j-1]);
        }
    }

    cout << dp[s1_len][s2_len] << endl;
```

- Q3

第三題我是用一個一個 col 的方式來看的，然後用二進制的方式來對第 i 個 col 的不同狀態做編碼（假設前 i-1 個 column 都有排滿磚頭），如下圖所示：



然後底下是排出各種使用第 i-1, i-2 的狀態來拼出第 i 個狀態的方法（我一開始卡了很久，最後才發現是沒有考慮到兩個磚頭橫放的排法…）。
接下來是設定初始條件，由於會需要前兩個狀態的結果，因此需要先把 i=0, 1 時



的狀態先找出來。這邊為了保險起見，所以我是用手算把這兩組狀態算出來。
程式如下（MOD 的部分我也是弄了很久才發現…）：

```
        const int MOD = 1000000007;

        dp[0][3] = 1;
        dp[1][0] = 1;
        dp[1][3] = 1;

        for (int i = 2; i <= N; i++) {
            dp[i][0] = dp[i - 1][3];
            dp[i][1] = (dp[i - 1][0] + dp[i - 1][2]) % MOD;
            dp[i][2] = (dp[i - 1][0] + dp[i - 1][1]) % MOD;
            dp[i][3] = (dp[i][0] + dp[i - 1][2] + dp[i - 1][1] + dp[i - 2][3]) % MOD;
        }

        cout << dp[N][3] << endl;
```

可以發現 0, 3; 1, 2 這兩組狀態其實是重疊的，因此可以進行壓縮，最終的程式如下：

```
    dp[0][0] = 1;
    dp[1][0] = 1;

    for (int i = 2; i <= N; i++) {
        dp[i][0] = (dp[i - 1][0] + dp[i - 1][1] * 2 + dp[i - 2][0]) % MOD;
        dp[i][1] = (dp[i - 2][0] + dp[i - 1][1]) % MOD;
    }

    cout << dp[N][0] << endl;
```