

Integralrechnung

Table of Contents

1. Grundlagen.....	2
1.1 Wiederholung.....	2
1.2 Integration als Operator.....	2
1.3 Nomenklatur.....	3
2. Bestimmtes und unbestimmtes Integral sowie der Hauptsatz.....	3
2.1 Das unbestimmte Integral.....	3
2.2 Das Bestimmte Integral.....	4
2.3 Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung.....	4

1. Grundlagen

1.1 Wiederholung

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

$$(\sin)' = \cos$$

$$(\cos)' = -\sin$$

$$(\tan)' = 1/\cos^2$$

$$(\exp)' = \exp$$

$$(\ln x)' = 1/x$$

$$(g + C)' = g'$$

$$(c \cdot g)' = c \cdot g'$$

$$(g + h)' = g' + h'$$

$$(g \cdot h)' = g' \cdot h + g \cdot h'$$

$$(g/h)' = (g' \cdot h - g \cdot h')/h^2$$

$$(g(h))' = g'(h) \cdot h'$$

1.2 Integration als Operator

Integration ist die inverse operation zur Differenzierung. Die Integration wird auch auf Funktionen angewendet. Somit kann aus der ersten Ableitung auf die Originale Funktion geschlossen werden.

Operation: $y' = f'(x)$

Inverse Operation: $F(x) = \int f(x) dx$

Daher gilt: $f(x) = \int f'(x) dx = (\int f(x) dx)'$

1.3 Nomenklatur

Zeichen für Integration: \int

Direkt dahinter folgt die Funktion z.B.: $f(x)$ dessen Argument Integrant heißt z.B.: x . Dannach folgt die Integrationsvariable z.B.: dx .

“Integral von f von x de- x ”

2. Bestimmtes und unbestimmtes Integral sowie der Hauptsatz

2.1 Das unbestimmte Integral

Die Stammfunktion der Ableitung kann bis auf eine Konstante eindeutig bestimmt werden. Da $(x^2 + 2)'$ und $(x^2 - 10)$ abgeleitet $2x$ ergibt wird zusammenfassend $\int f(x)dx = F(x) + C$ geschrieben. ($F(x) + C$ ist die Stammfunktion und C ist die Integrationskonstante die ist bei einem unbestimmten Integrals unverzichtbar)

6.18)

- | | |
|-----------------------|---|
| 1) $f(x) = 2x$ | F |
| 2) $f(x) = (x + 1)^2$ | E |
| 3) $f(x) = 2$ | C |
| 4) $f(x) = 4x^3$ | A |
| 5) $f(x) = x^5$ | D |

6.19)

- | | | |
|--------------------|---------------------------|---------------------------|
| a) $f(x) = 4$ | $F_1(x) = x^5/5 + 5$ | $F_2(x) = x^5/5 - 10$ |
| b) $f(x) = 3x^2$ | $F_1(x) = x^3 + 2$ | $F_2(x) = x^3 + 8$ |
| c) $f(x) = 0$ | $F_1(x) = -4$ | $F_2(x) = 9$ |
| d) $f(x) = 4x^3$ | $F_1(x) = x^4 - 9$ | $F_2(x) = 3$ |
| e) $f(x) = -1/x^2$ | $F_1(x) = 1/x + 6$ | $F_2(x) = 1/x - 7$ |
| f) $f(x) = x + 2$ | $F_1(x) = x^2/2 + 2x - 8$ | $F_2(x) = x^2/2 + 2x + 5$ |

6.21) Richtig: B, D, E

2.2 Das Bestimmte Integral

$F(x) \Big|_a^b$ bedeutet der obere Wert der Stammfunktion wird von dem unteren Wert abgezogen. Bei der Berechnung eines bestimmten Integrals kann auf die Integralkonstante verzichtet werden.

Werden die Grenzen eines Integrals vertauscht so ändert sich das Vorzeichen.

2.3 Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Wenn $f(x)$ im Intervall $[a;b]$ stetig ist dann gilt $x \in [a;b]$

$F(x) = \int_a^x f(t) dt$ ist eine Stammfunktion von $f(x) \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Jede stetige Funktion hat eine Stammfunktion