PAWEŁ RAWICKI 283 529

M1 PR

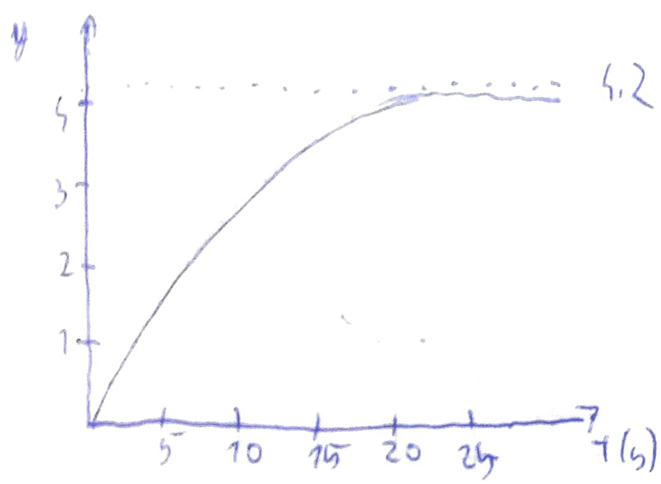
ZADANIE 1

Odpowiedź skokowa: odpowiedź na pobudzenie skokiem

$$G(s)=\frac{K}{Ts+1}$$

$$y(s)=\frac{1}{s}\,G(s)\cdot\frac{K}{Ts+1}\cdot\frac{1}{s}$$

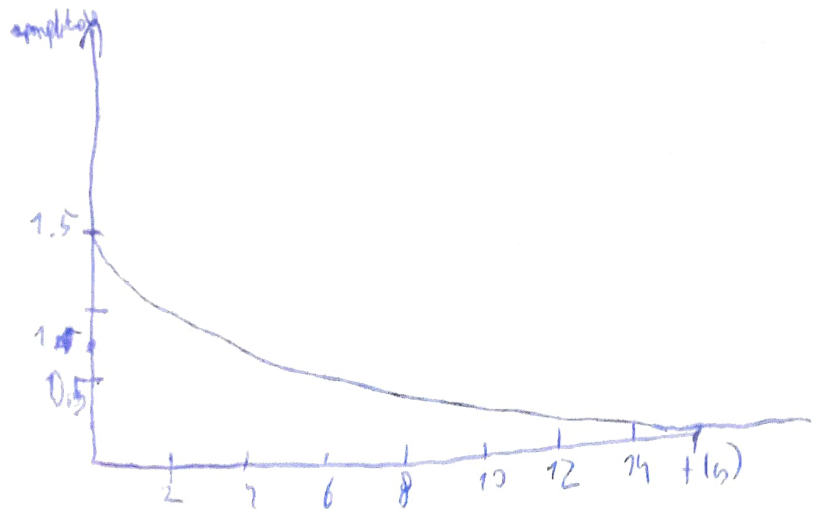
Odwrotne przekształcenie Laplace'a $\to \mathbb{1}(t)\left(1-\exp\left(-\frac{t}{T}\right)\right)\cdot k = y(t)$



Odpowiedź impulsowa: pobudzenie deltą diraca

$$\mathcal{L}^{-1}(G(s)) \to G(s)\cdot 1 \to e^{-\frac{t}{T}}\mathbb{1}(t)\cdot\frac{k}{T}=y(t) \to G(s)=\frac{K}{T}\cdot\frac{1}{s+\frac{1}{T}}$$

$$y(t)=\mathbb{1}(t)\,\frac{k}{T}\,e^{-\frac{t}{T}}$$



2MI
PR

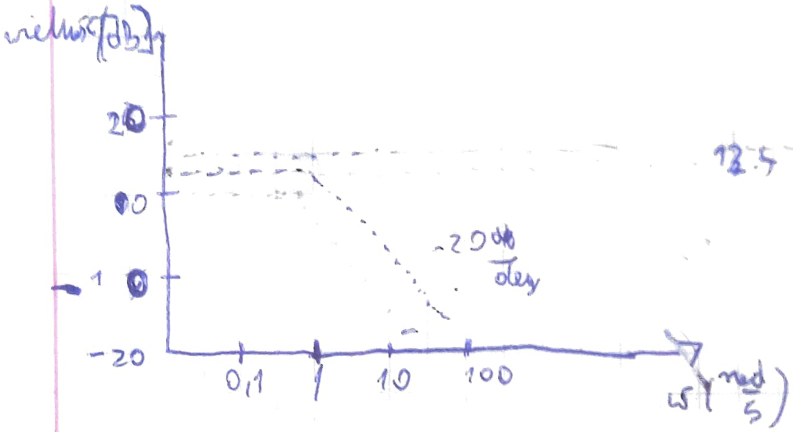
ZADANIE 1

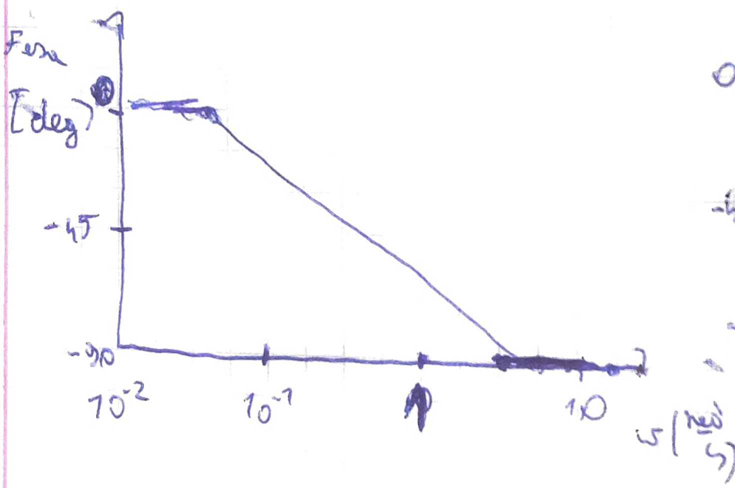
Odpowiedzi częstotliwościowe

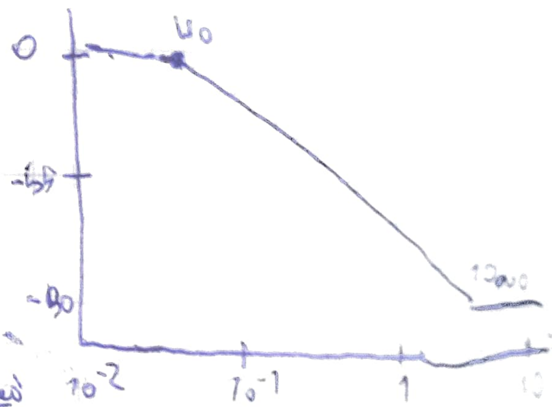
Diagramy bodego

$K = 12.5\,dB$

$\omega_0 = 0.357 = \frac{1}{T}$







Powiązania

$$y_{skokowa}(t) = \int_0^{\infty} y_{impulsowa}(t)\, dT$$

odp częstotliwościowe $G(j\omega) = \lim_{s \to j\omega} G(s)$

ZADANIE 2

3M PR

ARIMA → ARMA → model stacjonarny, jeśli nie ma różniczkowania ARIMA staje się ARMA

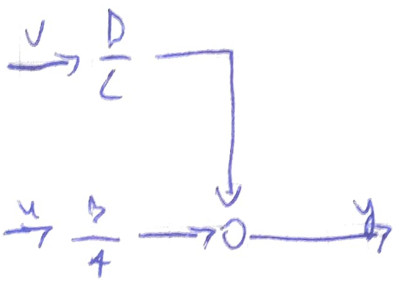
$n_A = 3$ $n_B = 1$ $n_C = 2$ $n_D = 2$

$$y(k) = \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} v(k)$$ $\cdot\, z^{-d}$ = opóźnienie

$$D = d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}$$

$$C = 1 + c_1 \cancel{d} z^{-1} + c_2 z^{-2}$$

BOX · JENKINS



$$y(k) = z^{-d} \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k) + \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} v(k)$$

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1}$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}$$

$$D(z^{-1}) = d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}$$

4MI PR

ZADANIE 3

a) można uśrednić wyniki w dziedzinie czasu i potem wyznaczyć charakterystykę

b) z poszczególnych otrzymanych charakterystyk dla różnych sygnałów testowych można wyznaczyć uśrednione charakterystyki częstotliwościowe

pierwszy pomijamy

$$y = \begin{bmatrix} \cancel{0} \\ 1.1 \\ -0.2 \\ 0.1 \\ 0.9 \\ 1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ -1.1 \\ -0.8 \\ -0.1 \end{bmatrix} \quad 0$$

$$\psi = uu = \begin{bmatrix} u(1) & u(2) \\ u(2) & u(3) \\ \vdots & \\ u(9) & u(10) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} = \hat{\Theta}$$

$$y = uu \cdot \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{y} = \psi \cdot \hat{\Theta}$$

$$\hat{\Theta} = (\psi^T \psi)^{-1} \psi^T \cdot y$$

$$\psi^T \cdot \psi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.1 & -0.2 & 0.1 & 0.9 & 1 & 0.1 & -1.1 & -0.8 & -0.1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1.1 \\ 1.1 & -0.2 \\ -0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \\ 1 & 0.1 \\ 0.1 & -1.1 \\ -1.1 & -0.8 \\ -0.8 & -0.1 \\ -0.1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{matrix}$$

$$(\psi^T \cdot \psi)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.1429 & 0 \\ 0 & 0.1429 \end{bmatrix}$$

$$(\psi^T \cdot \psi)^{-1} \cdot \psi^T = \begin{bmatrix} 0.1429 & -0.1429 & 0.1429 & 0.1429 & 0.1429 & -0.1429 & -0.1429 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1429 & 0.1429 & 0.1429 & 0.1429 & +0.1429 & 0.1429 & -0.1429 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(\psi^T\psi)^{-1}\psi^T \cdot Y = \begin{bmatrix} 0.61 \\ 0.51 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix}$$

SZUM

$$n = y - \hat{y}$$

$$\hat{y} = \psi \hat{\Theta}$$

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} 0.61 \\ -0.1 \\ 0.1 \\ 1.12 \\ 1.12 \\ -0.1 \\ 1.12 \\ -0.51 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad n = \begin{bmatrix} -0.49 \\ 0.1 \\ 0 \\ 0.22 \\ 0.12 \\ -0.2 \\ -0.02 \\ 0.29 \\ 0.1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

~~średnia~~

ŚREDNIA SZUMU $\rightarrow = \left(\sum_{i=1}^{10} n(k)\right) \cdot \frac{1}{10} = 0.12 \cdot \frac{1}{10} = 0.012$ nic

$$\sigma^2 = E\{n^2\} - (E\{n\})^2 = \left(\sum_{i=1}^{10} n(k)^2\right) \cdot \frac{1}{10} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{10} n(k)}{10}\right)^2$$ ← średnia

$$= 0 - \text{średnia}^2 \cdot 10 = 0.0014$$

ZADANIE 5

GLS

Sygnał błędu, który jest nieskorelowany jest zastępowany szumem kolorowym

$$\xi(z) = \frac{1}{F(z^{-1})} e'(z)$$, gdzie $e'(z)$ jest nieskorelowany

ELS

Wykorzystywany jest model ARMAX ze skorelowanym szumem

$$\xi(z) = D(z^{-1}) e'(z^{-1})$$

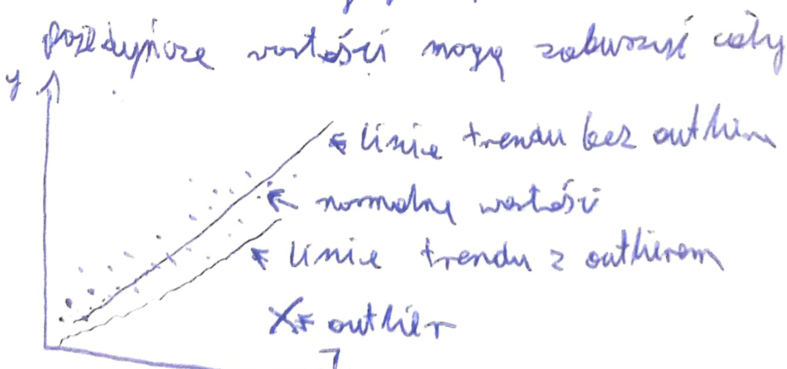
TLS

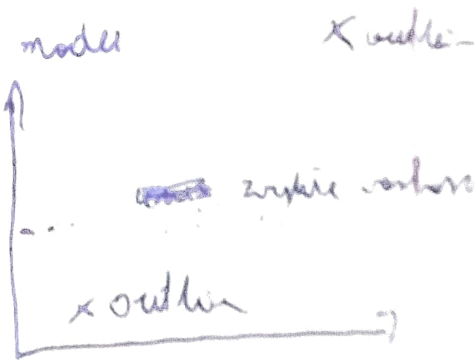
Założenie w klasycznym modelu, że tylko wyjście jest zakłócone,

$$y - e = \Psi \Theta \qquad \hat{\Theta} = \arg\min \|e\|_2^2$$

ZADANIE 6

outlier → są to wartości odstające, czyli odbiegające od spodziewanego trendu. Są bardzo niebezpieczne dla modelowania, gdy się ich nie uwzględni, ponieważ pojedyncze wartości mogą zaburzyć cały model





Aby wyeliminować:

- odrzucić skrajne wartości skrajne
- uśrednić Θ (moving average - choć jak są bardzo duże, też nie pomoże)

ZADANIE 8

Są one optymalne w tym sensie, że dopasowana linia trendu pokrywa się z układem danych. Chodzi o, to że ~~[illegible]~~ dobrane parametry są kompromisem dla danych ~~[illegible]~~ (wszystkich pomiarów). Założenie jest takie, że nie ma wartości odstających (outlierów, które mogłyby zepsuć trend) - lub są usunięte.

ARMAX - ich liniowość polega na tym, że spełniają założenia liniowości, że wyjście zależy liniowo od wejścia są opisane za pomocą liniowych wielomianów różnicowych.