

WYDZIAŁ ELEKTRONIKI I TECHNIK INFORMACYJNYCH		PODSTAWY CZUJNIKÓW POMIAROWYCH LABORATORIUM	
Ćwiczenie 3 – Wieloparametrowe metody pomiaru wielkości nieelektrycznych zadanie domowe			
Imię i Nazwisko		Numer albumu	Data
PAWEŁ RAWICKI		283529	24.10.2020

Przed wykonaniem zadania należy przeczytać materiały do ćwiczenia 3, dostępne na stronie przedmiotu na serwerze Studia.

Rozwiązane zadanie należy przesłać na adres: jsoch@ise.pw.edu.pl w terminie do 25.10.2020r.

### 1.

Wielkości wyjściowe pewnego czujnika – rezystancja  $R$  i pojemność  $C$  – zależą od dwóch wielkości wejściowych – przesunięcia  $x$  i temperatury  $T$ .

W zakresie pomiarowym

$$0 \text{ cm} \leq x \leq 50 \text{ cm}$$

$$0 \text{ }^{\circ}\text{C} \leq T \leq 50 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

zależności te mają postać

$$R [\text{k}\Omega] = 50 + 8x + 2,3T$$

$$C [\text{nF}] = 700 - 3x - 0,1x^2 - 6T + 0,03xT$$

a)

Dla 5 wybranych punktów  $(x, T)$  zakresu pomiarowego obliczyć:

- rezystancję  $R$  czujnika,

wiersze  $\rightarrow x$  kolumny  $\rightarrow T$

$x[\text{cm}] \backslash T[{}^{\circ}\text{C}]$	$0[{}^{\circ}\text{C}]$	10	20	30	40
0[cm]	50	73	96	119	142
10	130	153	176	199	222
20	210	233	256	279	302

30	290	313	336	359	382
40	370	393	416	439	462

- pojemność  $C$  czujnika,

$x[\text{cm}] \backslash T[^\circ\text{C}]$	$0[^\circ\text{C}]$	10	20	30	40
$0[\text{cm}]$	700	640	580	520	460
10	660	603	546	489	432
20	600	546	492	438	384
30	520	469	418	367	316
40	420	372	324	276	228

- wartość jacobianu  $|J|$ .

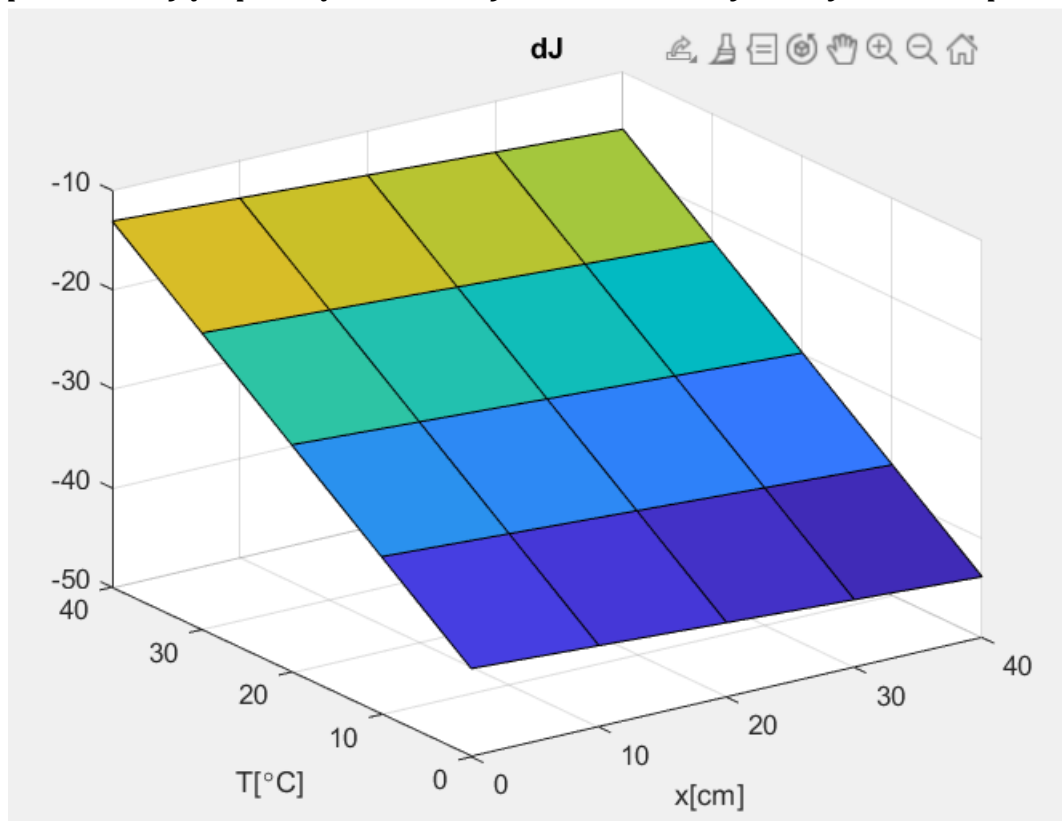
$x[\text{cm}] \backslash T[^\circ\text{C}]$	$0[^\circ\text{C}]$	10	20	30	40
$0[\text{cm}]$	-41.1	-41.79	-42.8	-43.17	-43.86
10	-34.1	-34.79	-35.38	-36.17	-36.86
20	-27.1	-27.79	-28.48	-29.19	-29.860
30	-20.1	-20.79	-21.48	-22.17	-22.86
40	-13.1	-13.79	-14.48	-15.17	-15.86

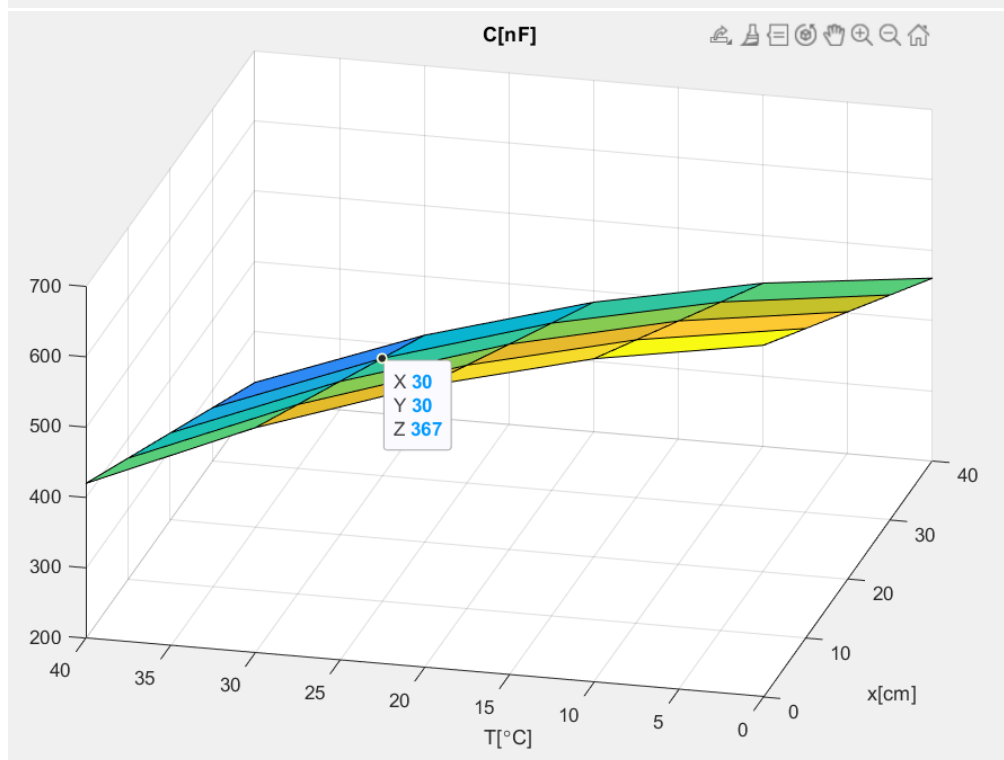
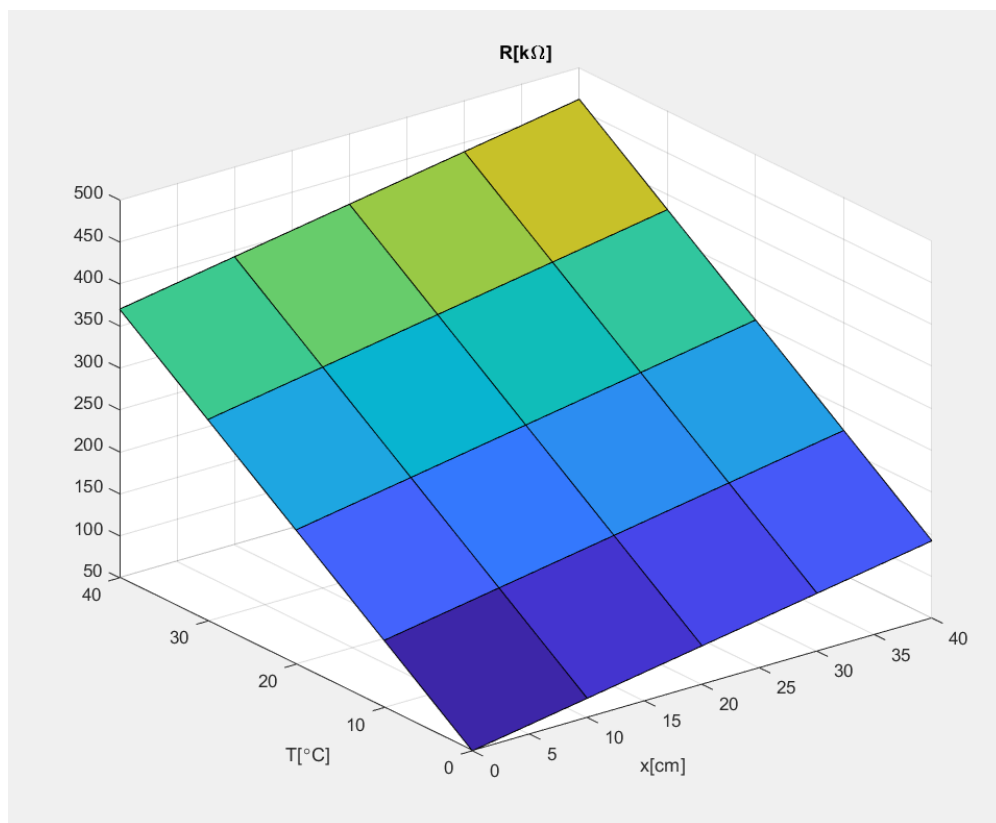
*Jaki warunek musi być spełniony, aby na podstawie pomiaru rezystancji  $R$  i pojemności  $C$  tego czujnika można było w sposób jednoznaczny wyznaczyć przesunięcie  $x$  i temperaturę  $T$ ?*

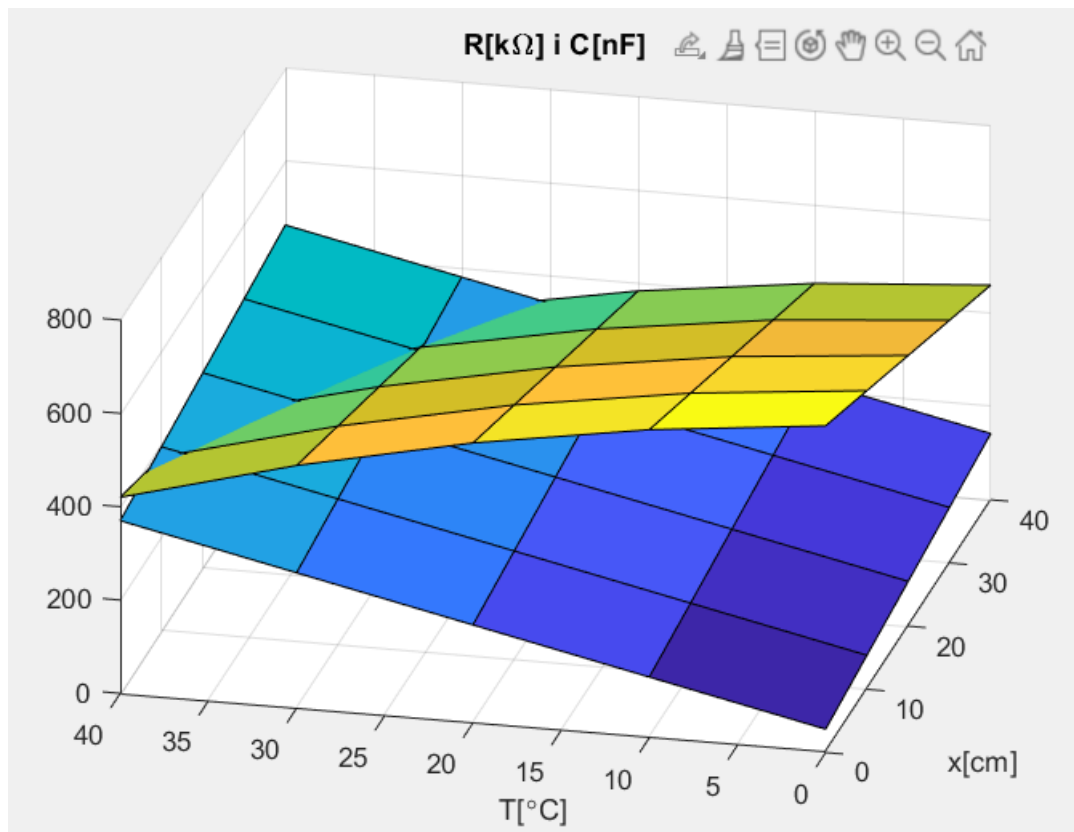
***Aby na podstawie pomiarów można było w sposób jednoznaczny wyznaczyć przesunięcie  $x$  i  $T$  to przekształcenie z  $x$  i  $T$  na  $R$  i  $C$  musi być różnowartościowe. To znaczy, że dane  $R$  i  $C$  można wyznaczyć tylko dla jednego zestawu parametrów. Można to sprawdzić poprzez sprawdzenie wyznacznika jacobianu danej funkcji, czy jest on różny od zera.***

Czy wykonane obliczenia zdają się potwierdzać taką hipotezę?

***Dla wykonanych obliczeń wyznacznik jacobianu jest różny od 0, co jest również widoczne na pierwszym załączonym wykresie. Zatem wykonane obliczenia potwierdzają hipotezę, że można jednoznacznie wyznaczyć  $T$  i  $x$  na podstawie  $R$  i  $C$ .***







b)

Zmierzono następujące wartości wielkości wyjściowych czujnika:

$$R = (220 + a) \text{ k}\Omega$$

$$C = (490 - a) \text{ nF}$$

gdzie  $a$  oznacza dwie ostatnie cyfry numeru albumu studenta.

**A=29**

*Przy jakich wartościach przesunięcia  $x$  i temperatury  $T$  wykonano te pomiary?  
Czy odpowiedź jest jednoznaczna w zakresie pomiarowym czujnika?*

**R=249 kΩ**

**C=471 nF**

**Wartość przesunięcia  $x$  i temperatury  $T$  otrzymano przy pomocy funkcji solve Matlaba.**

**Otrzymane wyniki to:**

**$x=[83.05, 17.09]$**

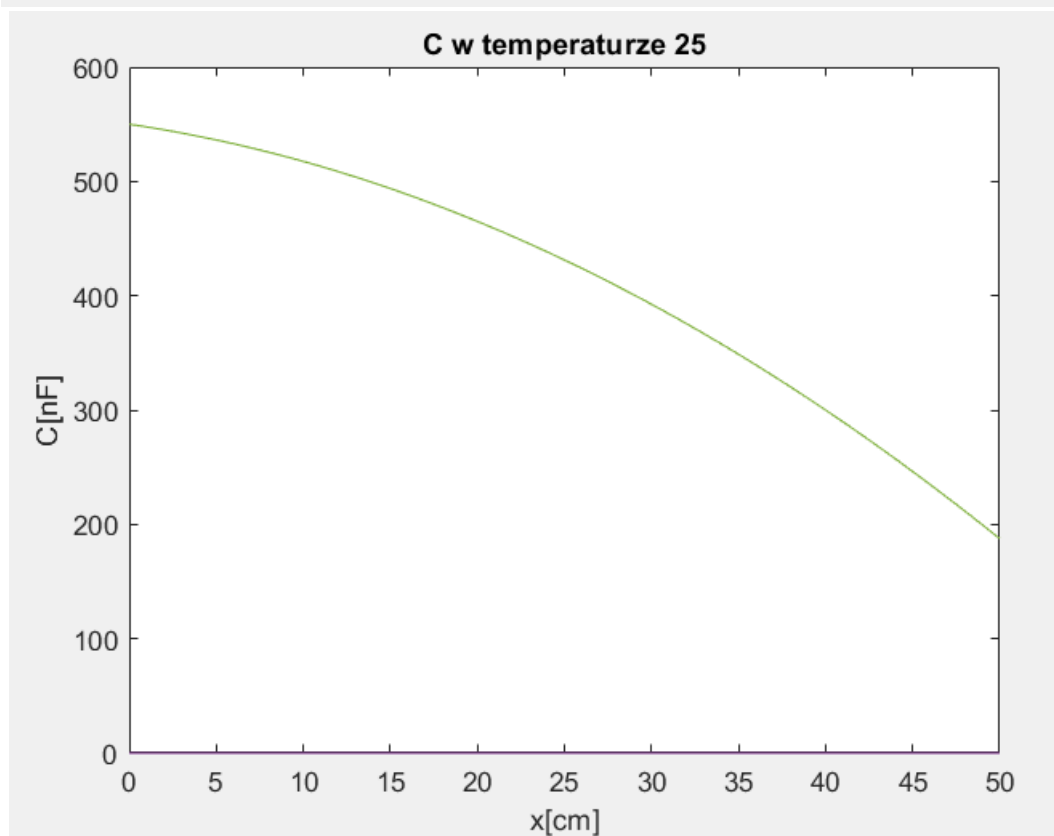
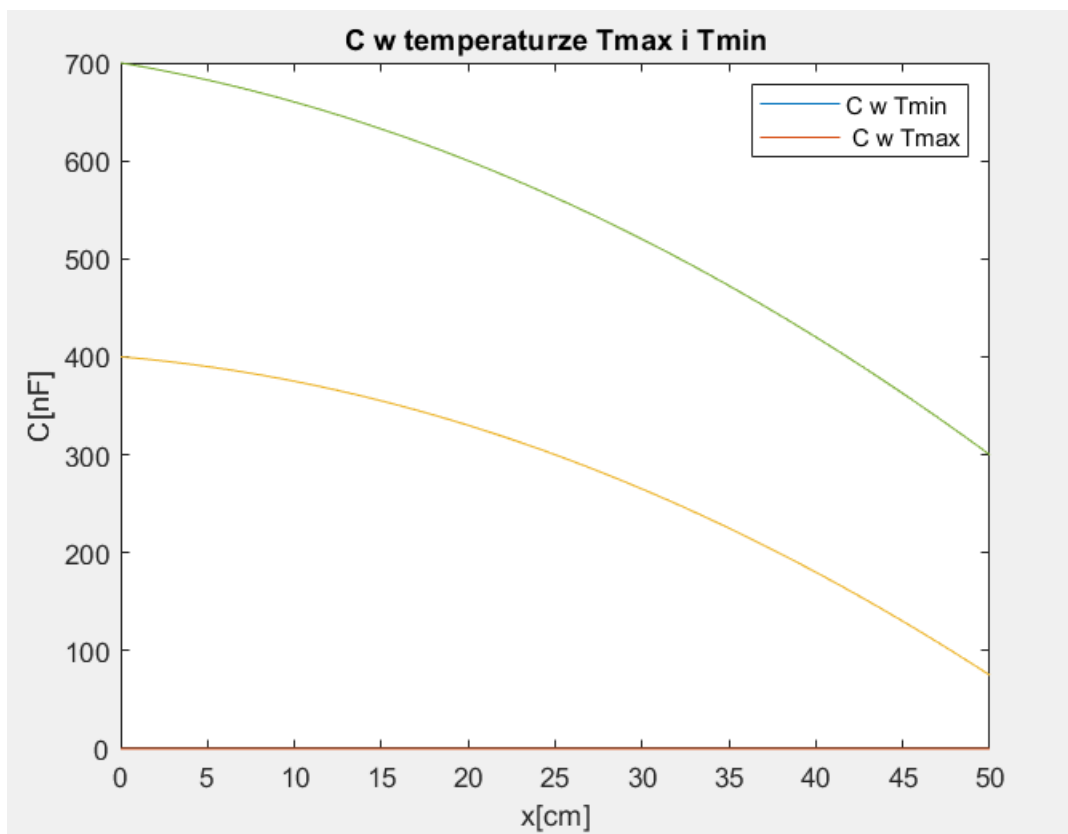
**$T=[-202.36, 27.06]$**

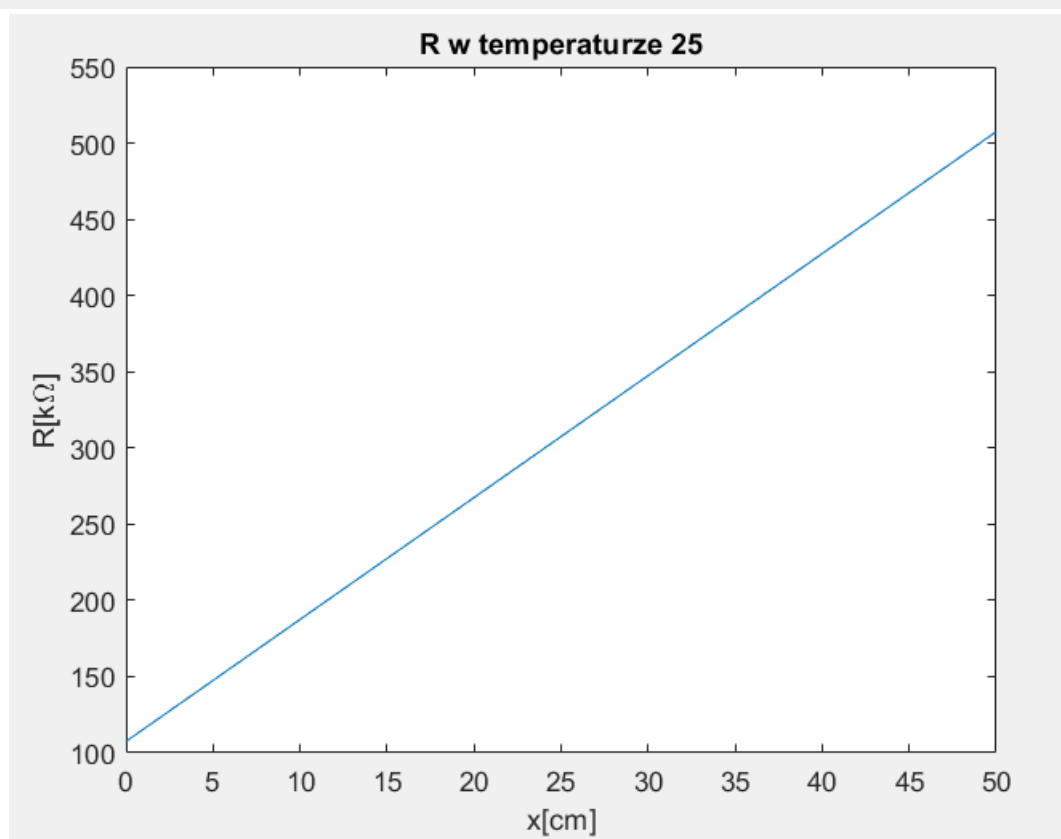
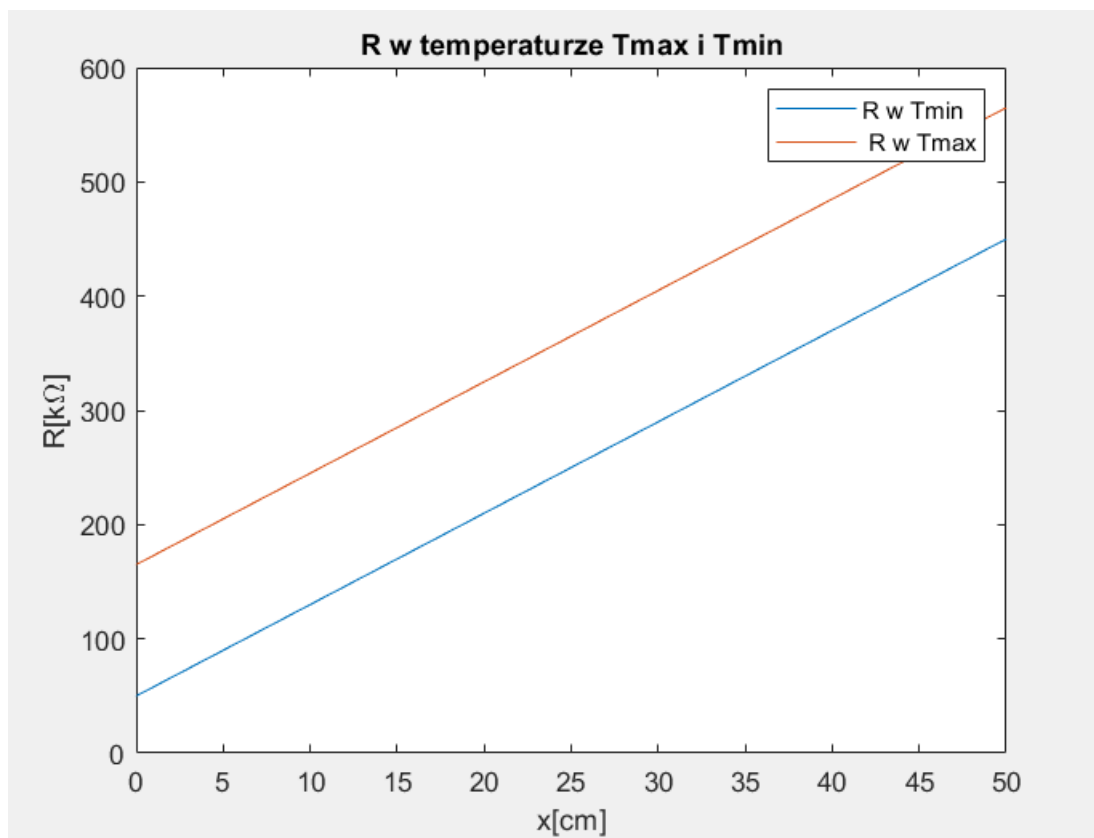
**Zatem w zakresie pomiarowym czujnika odpowiedź jest jednoznaczna i wynosi  $x = 17.09$ ,  $T = 27.06$**

c)

Sporządzić wykresy charakterystyk  $R = f_1(x)$  i  $C = f_2(x)$  w temperaturze  $T_0 = 25^\circ\text{C}$  oraz (na wspólnym rysunku) w temperaturach skrajnych  $T_{\min} = 0^\circ\text{C}$  i  $T_{\max} = 50^\circ\text{C}$  w zakresie pomiarowym

$$0 \text{ cm} \leq x \leq 50 \text{ cm}$$





*Co można powiedzieć o niepewności pomiarów przesunięcia  $x$  tym czujnikiem metodą jednoparametrową?*



**Dla pomiaru temperatury zależność jest liniowa, więc niepewności są takie same na całym zakresie pomiaru. Dla pomiaru pojemności większe niepewność jest w górnym zakresie pomiarowym  $x \rightarrow$  około 50 cm ponieważ w tym zakresie zakres mierzonych pojemności jest mniejszy.**

**2.**

a) Wartości pewnej funkcji  $y = f(x)$ , określonej w przedziale  $<0; 10>$ , zmierzono w 20 równo rozmieszczonych punktach i poddano aproksymacji metodą najmniejszych kwadratów za pomocą wielomianu stopnia 16. Wyniki tej aproksymacji przedstawiono na Rys.1.

*W których miejscach dziedziny funkcji błąd aproksymacji jest największy? Czy rozkład punktów pomiarowych wydaje się optymalny? Zaproponuj korzystniejsze rozmieszczenie punktów pomiarowych.*

**Największy błąd aproksymacji wystąpił na krańcach dziedziny. Zatem rozkład punktów pomiarowych wydaje się nieoptymalny. Bardziej optymalnym rozkładem powinno być rozmieszczenie punktów pomiarowych nieliniowo- więcej tam gdzie błąd jest większy, czyli zagęszczenie punktów na krańcach dziedziny.**

b) Następnie, nie zmieniając liczby punktów ani stopnia wielomianu, zagęszczono punkty pomiarowe w pobliżu brzegów dziedziny funkcji, uzyskując wyniki przedstawione na Rys.2.

*Czy uzyskane wyniki potwierdzają intuicyjną propozycję?*

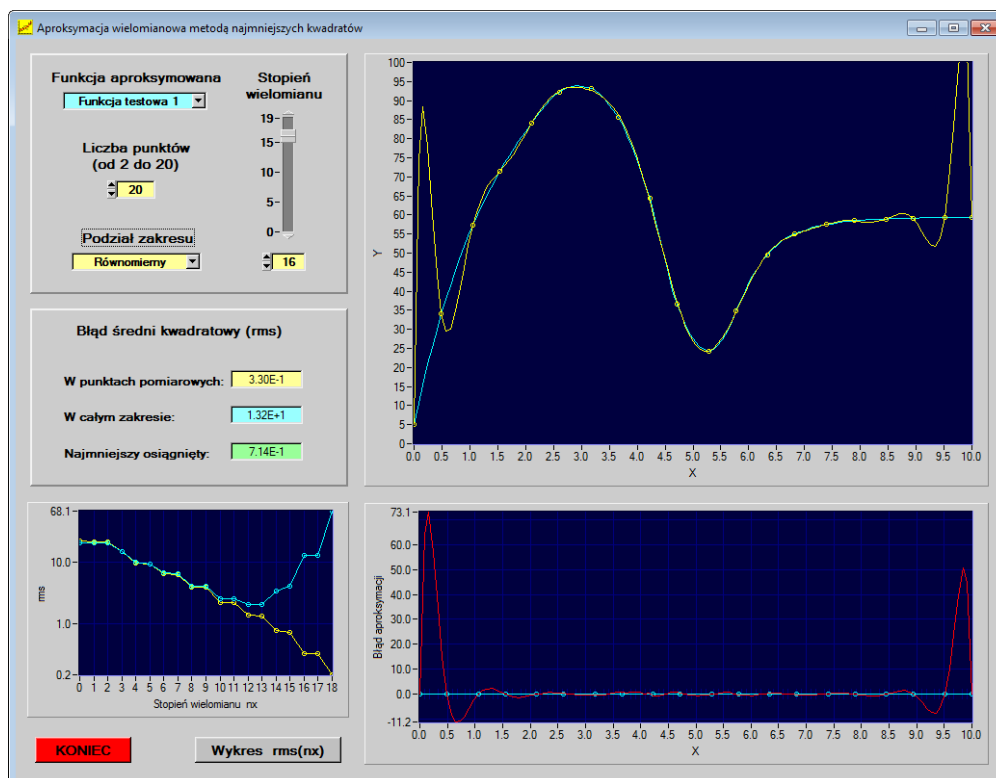
**Tak, uzyskane wyniki potwierdzają intuicyjną propozycję.**

c) Tę samą funkcję aproksymowano wielomianem stopnia 2, uzyskując wyniki przedstawione na Rys.3.

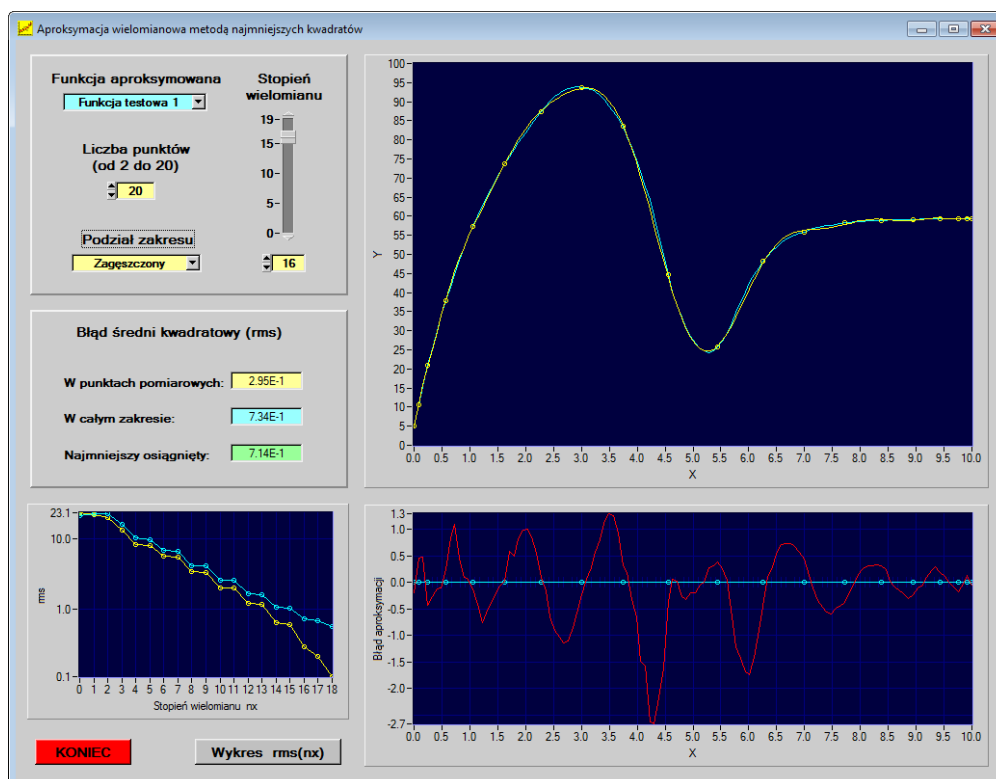
*Czy przy tak niskim stopniu wielomianu można było się spodziewać dokładnej aproksymacji? Jak nazywa się taki rodzaj błędu aproksymacji?*

**Przy tak niskim stopniu wielomianu nie można było się spodziewać dokładnej aproksymacji.**

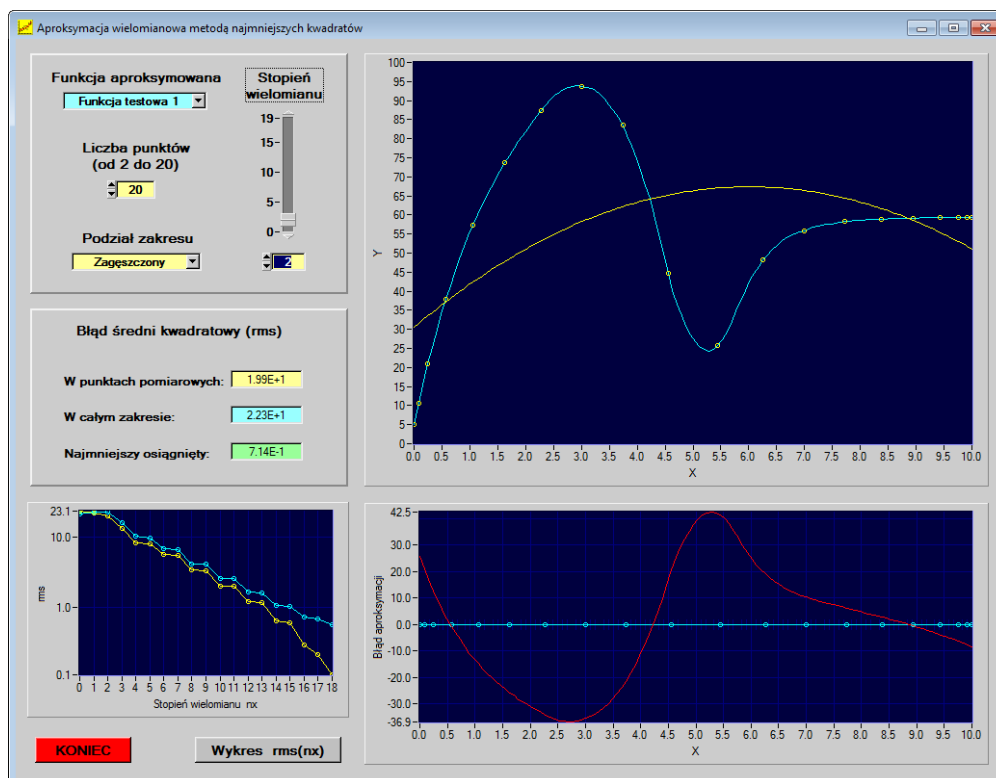
**Taki rodzaj błędu aproksymacji nazywa się błędem modelu- $\rightarrow$ klasa funkcji uniemożliwia poprawne odwzorowanie badanej zależności.**



Rys.1. Aproksymacja wielomianowa funkcji przy równomiernym rozmieszczeniu punktów pomiarowych.



Rys.2. Aproksymacja wielomianowa funkcji przy zagęszczeniu punktów pomiarowych w pobliżu brzegów jej dziedziny.



Rys.3. Aproksymacja funkcji o skomplikowanym kształcie (dwa ekstrema) wielomianem niskiego stopnia.