

TAP

Technika Automatyzacji Procesów

Regulator PID i MPCS

Kacper Michalski Paweł Rawicki

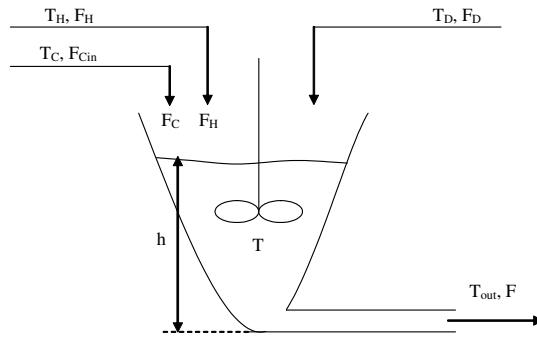
Maj 2021

Spis treści

1	Opis Zadania	3
2	Regulator PI bez odsprzęgania	4
2.1	Dobrane nastawy regulatora PI	4
2.2	PI dla przykładowych przebiegów z obiektem nielinowym	4
2.3	PI dla przykładowych przebiegów z obiektem zlinearyzowanym .	8
2.4	PI ze zmianą zakłócenia z obiektem nielinowym	10
2.5	Napełniania zbiornika do punktu pracy PI z modelem nieliniowym	13
3	Regulator PI z odsprzęganiem	14
3.1	Dobrane nastawy regulatora PI	14
3.2	PI dla przykładowych przebiegów z obiektem nielinowym	14
3.3	PI dla przykładowych przebiegów z obiektem zlinearyzowanym .	15
3.4	PI ze zmianą zakłócenia z obiektem nielinowym	19
3.5	Napełniania zbiornika do punktu pracy PI z modelem nieliniowym	22
4	Analityczny regulator predykcyjny MPCS	24
5	Porównanie dwupętlowego regulatora PI z analitycznym regu- latorem MPCS	32
5.1	Podobieństwa	32
5.2	Różnice	32
6	Numeryczny regulator predykcyjny MPCS	33
7	Porównanie numerycznej i analitycznej wersji MPCS	37
7.1	Podobieństwa	37
7.2	Różnice	37

1 Opis Zadania

Zbiornik z mieszaniem
(zadanie 1)



Mieszanie wody gorącej (T_H, F_H) z zimną (T_C, F_C) z dopływem zakłócającym (T_D, F_D).

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = F_H + F_C + F_D - F(h) \\ V \frac{dT}{dt} = F_H \cdot T_H + F_C \cdot T_C + F_D \cdot T_D - (F_H + F_C + F_D) \cdot T \\ F(h) = \alpha\sqrt{h}, \quad V(h) = C \cdot h^2, \quad T_{out}(t) = T(t - \tau), \quad F_C(t) = F_{cin}(t - \tau_C) \end{cases}$$

Stale:

$$C = 0,7, \alpha = 7;$$

Punkt pracy:

$$T_C = 23 \text{ }^\circ\text{C}, T_H = 62 \text{ }^\circ\text{C}, T_D = 33 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$F_C = 37 \text{ cm}^3/\text{s}, F_H = 14 \text{ cm}^3/\text{s}, F_D = 12 \text{ cm}^3/\text{s},$$

$$\tau_C = 180 \text{ s}, \tau = 120 \text{ s}, h = 81 \text{ cm}, T = 33,57 \text{ }^\circ\text{C};$$

Wielkości regulowane: h, T_{out} ;

Wielkości sterujące: F_H, F_{cin} .

Regulacja wokół punktu pracy, przy zmianach wartości zadanych i zakłóceń.

Algorytm: MPCS

2 Regulator PI bez odsprzęgania

Regulator PI z odsprzęganiem radzi sobie zadowalająco na zadanych przebiegach. Widać ewidentny wpływ zmiany wartości zadanej jednego wyjścia na wyjście drugie.

2.1 Dobrane nastawy regulatora PI

Dobieranie nastaw regulatora PI zostało wykonane metodą heurystyczną, kierując się charakterystykami otrzymanych sygnałów sterowania i wyjściowych oraz również dążąc do minimalizacji błędów kwadratowych, tak by osiągnąć kompromis pomiędzy tymi wskaźnikami

Wskaźnik jakości był wyliczany w następujący sposób dla przykładowych trajektorii zadanych:

```
e=rVector(ct,:)-y; % wartosc zadana - wyjscie  
errorH=e(1)^2;  
errorT=e(2)^2;
```

Na regulator nałożono także następujące ograniczenia na minimalną i maksymalną wartość sterowania taką samą dla obu regulatorów:

$$U_{min} = 0 \quad U_{max} = 300$$

W regulatorze działa także mechanizm anti windup zaczerpnięty z link

Dobrane parametry są następujące:

$$KpFh = 0.9 \quad KiFh = 0.01$$

$$KpFcin = -0.2 \quad KiFcinc2 = -0.002$$

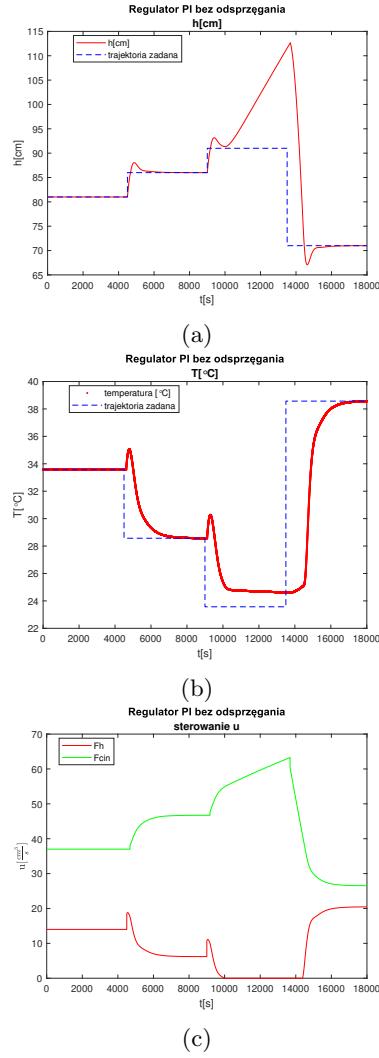
2.2 PI dla przykładowych przebiegów z obiektem nieliniowym

Na poniższych wykresach zostały przedstawione przykładowe przebiegi dla różnych wartości zadanych. Wyliczane wartości sterowania były podawana na model nieliniowy obiektu.

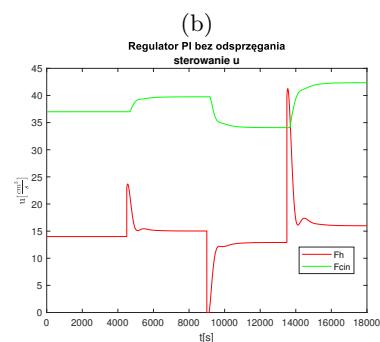
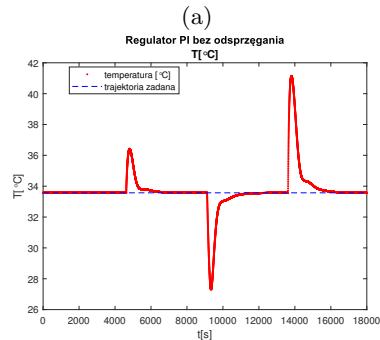
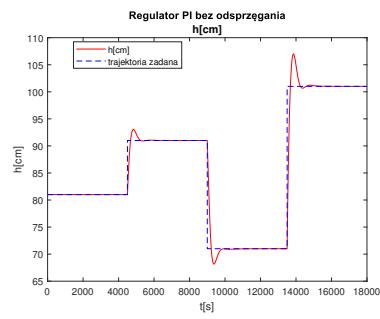
Można zaobserwować, że zmiana jednej wartości zadanej dla jednego wyjścia wpływa na wyjście drugie. Spowodowane jest to głównie opóźnieniami w obiekcie, które sprawiają, że regulator potrzebuje czasu aby się dostosować.

Widać też, że regulator sobie nie radzi dla przypadku gdy temperatura zadana jest bliska temperaturze zimnej wody. Występuje wtedy uchyb na temperaturze, zaś wysokość cieczy rośnie. Pokazuje to ograniczenia regulatora oraz to, że zadawanie wartości skrajnych lub poza zakresem pracy może być niebezpieczne dla obiektu, gdy regulator ma jedne człony o większej wadze od innych. Tutaj przyczyną będzie całkowanie uchybu temperatury i zwiększenie dopływu zimnej wody oraz fakt, że cały czas jest dopływ zakłócenia o temperaturze wyższej niż temperatura zimnej wody. Czyli nie jest możliwe osiągnięcie zadanej temperatury, jednak regulator ciągle próbuje ją osiągnąć. Z tego powodu w realnym zastosowaniu należałyby podać zakres możliwych wartości zadanych, gdyż błąd

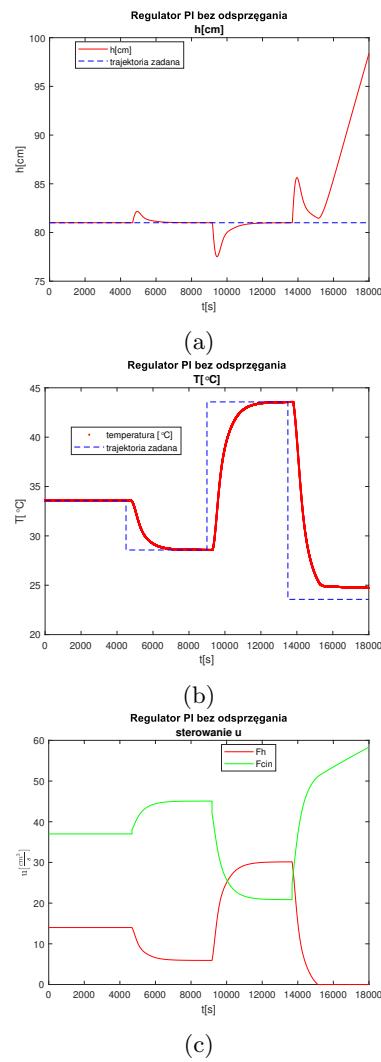
operatora, wynikający z braku świadomości wpływu zakłócenia, może zniszczyć układ.



Rysunek 1: Wykresy dla regulatora PI bez odsprzegania.



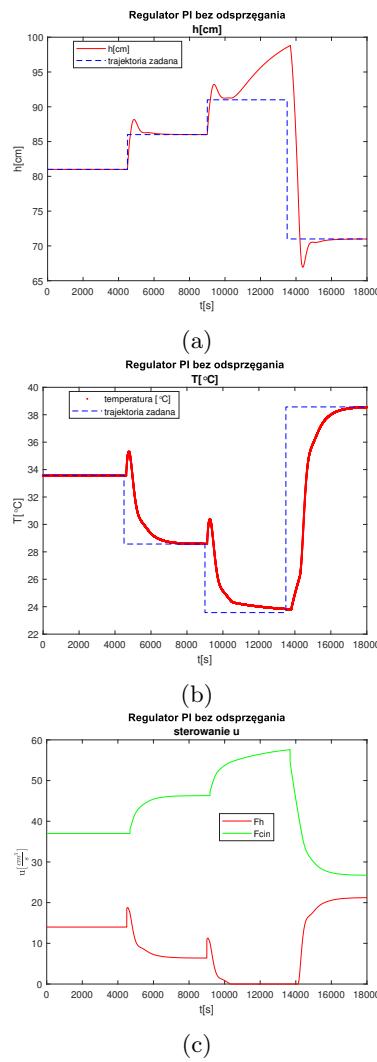
Rysunek 2: Wykresy dla regulatora PI bez odsprzegania.



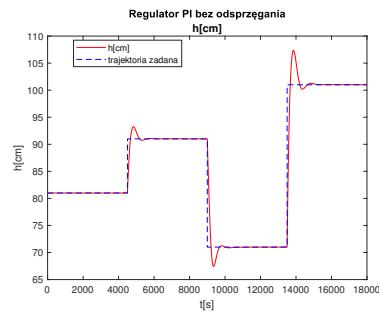
Rysunek 3: Wykresy dla regulatora PI bez odsprzegania.

2.3 PI dla przykładowych przebiegów z obiektem zlinearyzowanym

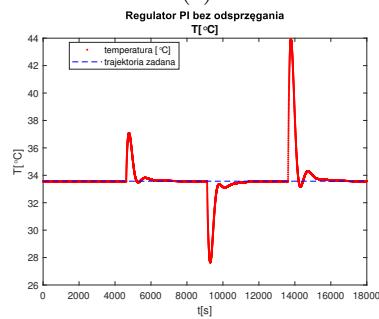
Badając jak zachowa się regulator po symulacji na obiekcie zlinearyzowanym widać, że zachowuje się on trochę bardziej stabilnie w wartości skrajnej temperatury zadanej. Jest to zachowanie niebezpieczne, ponieważ wynik z symulacji nie ma przełożenia na rzeczywisty obiekt. Czyli w tym wypadku jest pokazane, że zadana temperaturę można osiągnąć, gdy w rzeczywistości nie jest to możliwe. Należy zatem mieć to na uwadze ograniczenia wynikające z możliwości modelu liniowego.



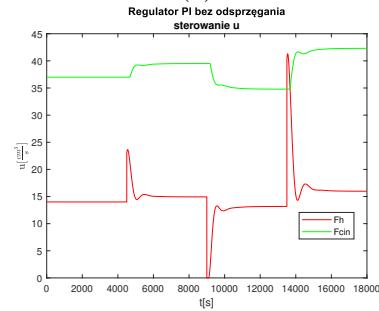
Rysunek 4: Wykresy dla regulatora PI bez odsprzęgania.



(a)

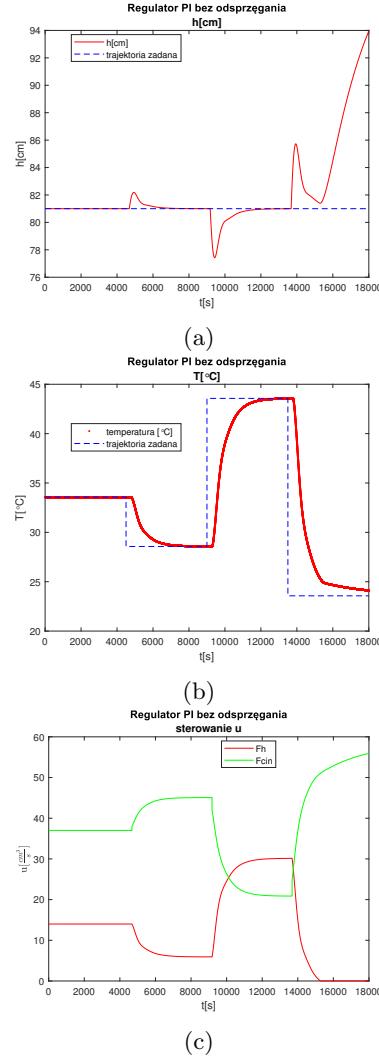


(b)



(c)

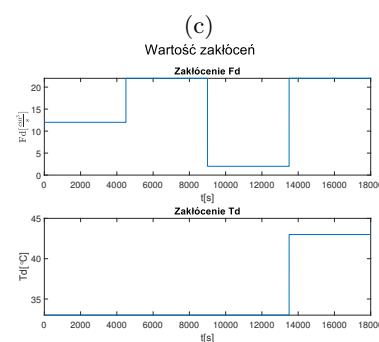
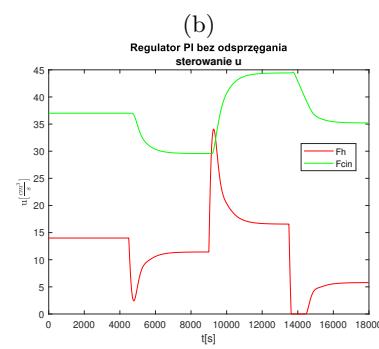
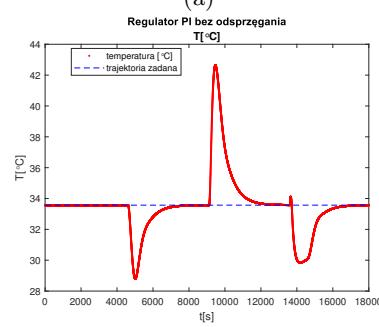
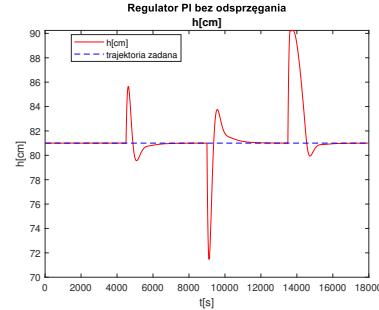
Rysunek 5: Wykresy dla regulatora PI bez odsprzegania.



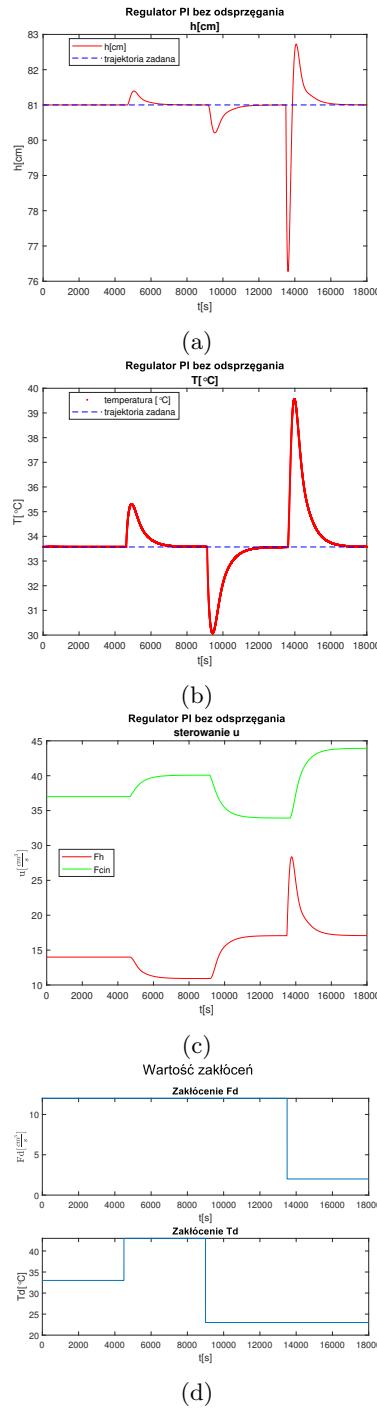
Rysunek 6: Wykresy dla regulatora PI bez odsprzegania.

2.4 PI ze zmianą zakłócenia z obiektem nielinowym

Z wykresów zaprezentowanych w tej sekcji można zaobserwować, że regulator radzi sobie dobrze ze zmianą zakłócenia. Na początku wyjścia odbiegają od wartości zadanych, nie są to jednak są duże wartości. Regulator jest w stanie szybko skompensować zakłócenie i działać potem poprawnie.



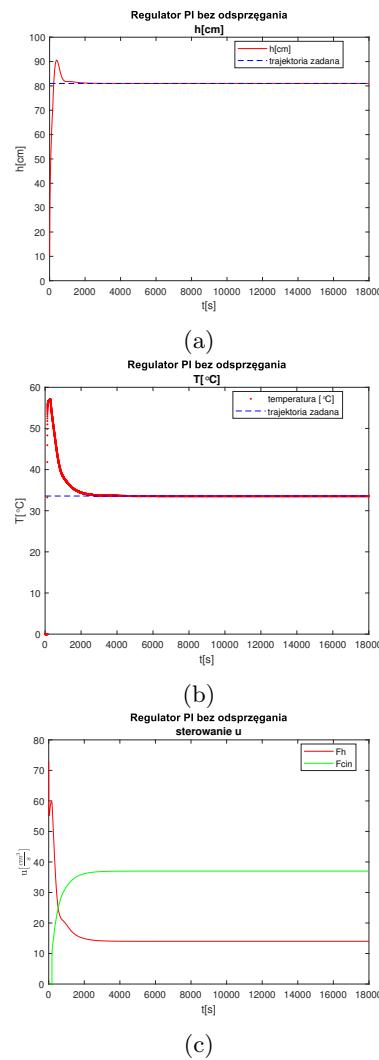
Rysunek 7: Wykresy dla regulatora PI bez odsprzegania dla różnych wartości zakłóceń



Rysunek 8: Wykresy dla regulatora PI bez odsprzegania dla różnych wartości zakłóceń

2.5 Napełniania zbiornika do punktu pracy PI z modelem nieliniowym

W ramach testów zostało sprawdzone jak regulator radzi sobie z zapełnianiem zbiornika. W związku z tym, że sterownie dojścia zimnej wody jest opóźnione występuje znaczące przergulowanie temperatury, ponieważ głównie to regulator odpowiadający za dopływ ciepłej wody odpowiada za strumień wejściowy. Dzieje się tak ponieważ temperatura zadana jest wyższa niż obecna w zbiorniku oraz że zimna woda działa z opóźnieniem. Po chwili gdy wejście zimnej wody również zaczyna mieć wpływ w obiekcie układ się stabilizuje.



Rysunek 9: Wykresy dla regulatora PI bez odsprzęgania.

3 Regulator PI z odsprzęganiem

Pierwszy otrzymany regulator z odsprzęganiem działał dużo gorzej od regulatora PID. Wynikalo, to głównie z faktu, że bloki odsprzęgające są jak niżej zaprezentowano elementem liniowym lub w przybliżeniu liniowym (czyli ich stosunek tez był liniowy, gdy jedna z wartości osiągała wartość 0). Toteż gdy sygnały z regulatorów były przycinane tak jak dla regulatora bez odsprzęgania regulator nie był w stanie osiągnąć temperatury wyższej niż w punkcie pracy. Rozwiążaniem tego problemu było wprowadzenie ograniczenia ujemnego dla sygnałów wyjściowych z regulatora i wprowadzenie minimalnej wartości sygnału sterowania 0 dopiero po z sumowaniu sygnału z regulatora z sygnałem z bloku odsprzęgającego. Po tym zabiegu widać czasem pozytywny wpływ bloku odsprzęgającego na jakość regulacji.

Człony odsprzęgające prezentują się następującymi równaniami:

$$D12 = -1 \quad (1)$$

$$D21 = \frac{0.00619z + 2.122e - 5}{0.002301z + 7.897e - 6} = 2.69 \quad (2)$$

Transmitancja $D21$ sprowadza się do równania różnicowego:

$$y(k) = \frac{7.897e - 6y(k-1) + 0.00619u(k) + 2.122e - 5u(k-1)}{0.002301} \quad (3)$$

W przypadku członu odsprzęgającego $D21$ zbadano zarówno odsprzęganie w przybliżonej formie po wyzerowaniu składowych bliskich zeru) jak i wyrażone za pomocą równania różnicowego. Różnice były niezauważalne, na wykresach zostały przedstawione regulatory przy użyciu bardziej zaawansowanej formy.

3.1 Dobrane nastawy regulatora PI

Parametry regulatora zostały dobrane w ten sam sposób co dla regulatora bez odsprzęgania. Również zostały zastosowane takie same ograniczenia na maksymalną wartość na maksymalną wartość sterowania oraz ten sam algorytm anti-windup. Minimalna wartość sterowania jest równa maksymalnej maksymalnej pomnożonej przez minus jeden. Przycinanie sygnałów jest również zrealizowana na wyjściu członów odsprzęgających.

Dobrane parametry są następujące:

$$KpFh = 0.04 \quad KiFh = 0.0004$$

$$KpFcin = 0 \quad KiFcinc2 = -0.01$$

3.2 PI dla przykładowych przebiegów z obiektem nieliniowym

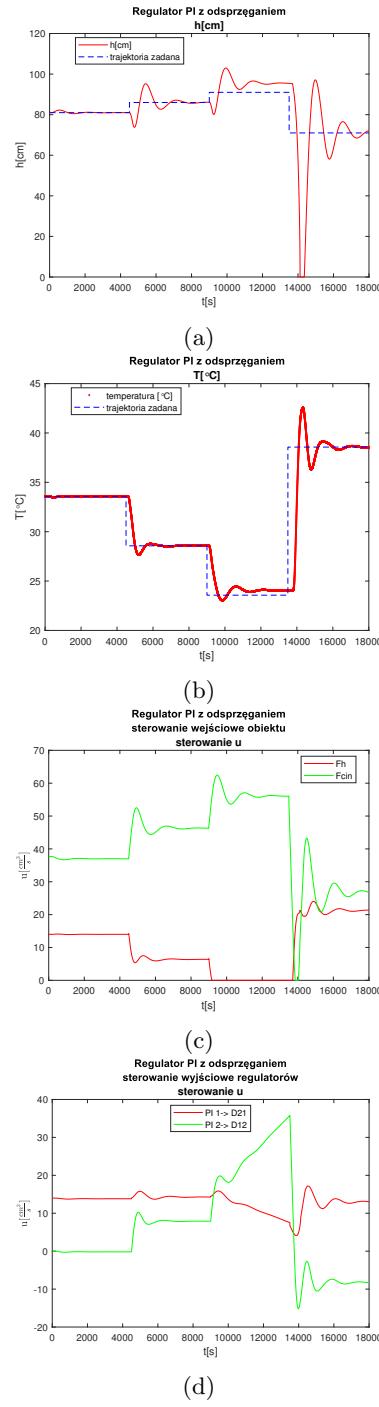
Największą zaletą jaką widać po wprowadzeniu bloku odsprzęgania jest fakt, że układ jest bardziej odporny na zadanie wartości skrajnej, jak w tym wypadku temperatury bliskiej minimalnej. Regulator już nie próbuje usunąć uchybu

ustalonego i układ się stabilizuje.

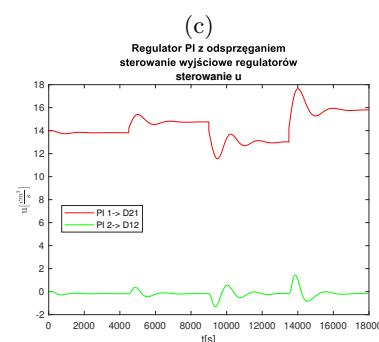
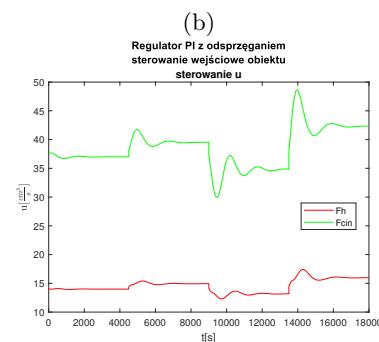
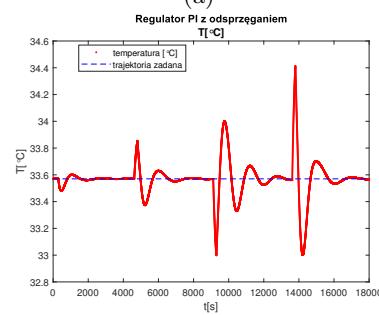
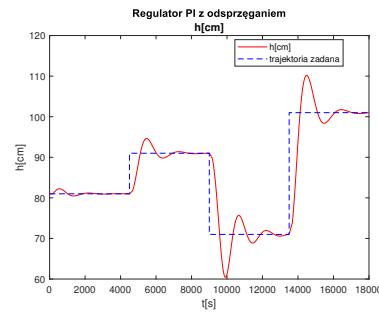
Negatywnym zjawiskiem jest przypadek gdy wysokość słupa cieczy dąży do zera dla jednoczesnego wzrostu temperatury zadanej i zmniejszenia wysokości zadanej. Wynika to z faktu, że regulator próbuje zmniejszyć wysokość słupa cieczy, ale przez odsprzęganie wyłącza oba dopływy.

3.3 PI dla przykładowych przebiegów z obiektem zlinearyzowanym

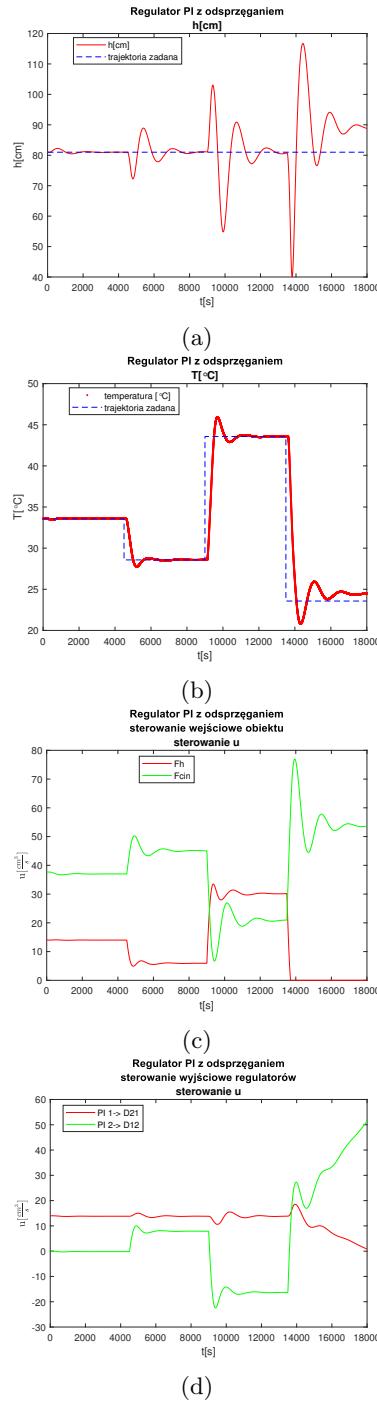
Zostało również zbadane jak będzie się zachowywała się symulacja gdy sterowania podamy na model zlinearyzowany. W tym wypadku zastosowanie modelu zlinearyzowanego do symulacji jest jeszcze bardziej niebezpieczne, ponieważ można osiągnąć wartość minimalną mniejszą niż jest w ogóle możliwa (temperatura mniejsza jest od T_c w przypadku przeręguowania).



Rysunek 10: Wykresy dla regulatora PI z odsprzeganiem.



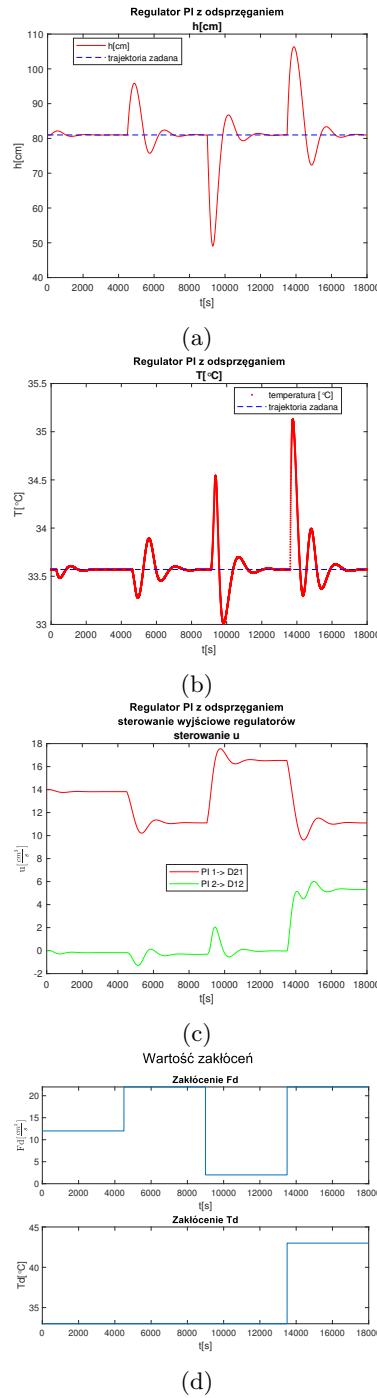
Rysunek 11: Wykresy dla regulatora PI z odsprzeganiem.



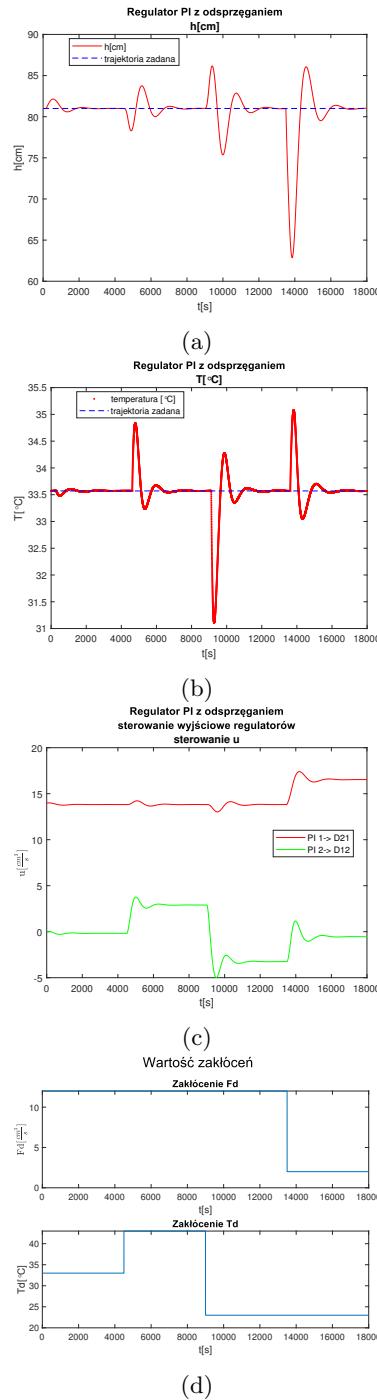
Rysunek 12: Wykresy dla regulatora PI z odsprzeganiem.

3.4 PI ze zmianą zakłócenia z obiektem nielinowym

Regulator radzi sobie porównywalnie z regulatorem bez odsprzęgania gdy są podane zakłócenia. Miejscami uchyby są mniejsze lub wprost minimalne. Są jednak przypadki gdy wartości uchybów są większe niż dla regulatora bez odsprzęgania.



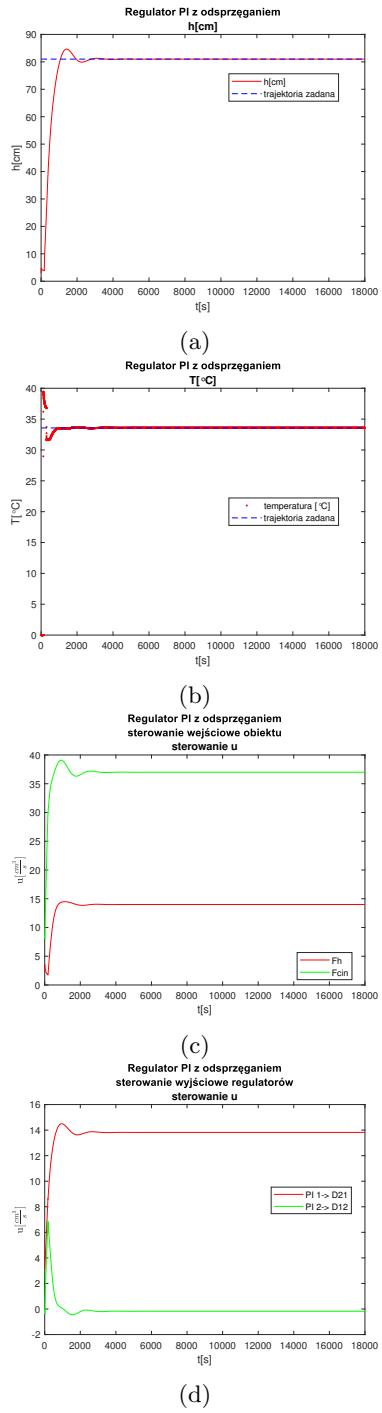
Rysunek 13: Wykresy dla regulatora PI z odsprzeganiem dla różnych wartości zakłóceń



Rysunek 14: Wykresy dla regulatora PI z odsprzeganiem dla różnych wartości zakłóceń

3.5 Napełniania zbiornika do punktu pracy PI z modelem nieliniowym

Sprawdzając jak zachowa się układ dla napełniania zbiornika przy użyciu odpręgania można zauważyc, że układ regulacji radzi sobie zdecydowanie lepiej niż w przypadku bez odpręgania. Występujące prze regulowania są znikome i szybko zostają stłumione. Z charakterystyk sterowania widać, że regulator odpowiadający za dopływ zimnej wody daje na wyjściu daje wartości ujemne. Jednak człon odpręgający koryguje tą zależność na podstawie wyliczonego dopływu cieplej wody. Zatem charakterystyka sygnału sterującego w stanie ustalonym daje dość szybko sygnały sterujące w punkcie pracy.



Rysunek 15: Wykresy dla regulatora PI z odsprzeganiem.

4 Analityczny regulator predykcyjny MPCS

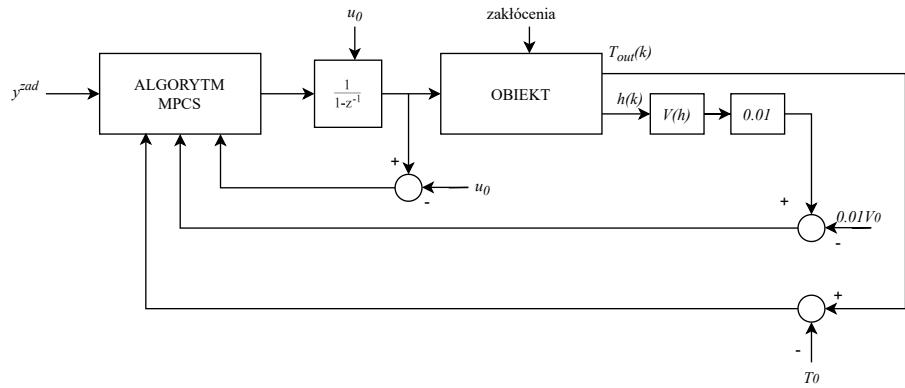
Do obliczeń regulatora predykcyjnego MPCS wykorzystano model liniowy obiektu w oparciu o równania stanu postaci zgodnej z równaniem 4. Wektor stanu x i wejścia u odpowiadał zmiennym zgodnie z równaniem 5. Po wykonaniu obliczeń, współczynniki macierzy A , B , C , oraz D wynosiły tyle ile na równaniu 6. Zmienna k_{const_0} odpowiada dodatkowej stałej dodawanej do obliczeń objętości, jest ona nieistotna dla pracy regulatora. Należy zauważyć, że zmienną wyjściową modelu jest zmienna V . Ponieważ znana jest zależność między V a H , zamiana z jednej zmiennej na drugą jest prosta. Pojawia się za to problem uwarunkowania macierzy B . Wartości objętości są o około 2 rzędy większe niż wartości temperatury. Dlatego regulator wykonuje obliczenia na modelu o 100 krotnie zmniejszonej objętości, a więc także o 100 krotnie zmniejszonym pierwszym wersie macierzy B , regulator nie bierze również pod uwagę wejść niesterowalnych, macierz B wykorzystywana przez regulator ma więc postać B_{reg} , zgodnie ze wzorem 7. Ogólna struktura regulacji przedstawiona jest na Rys. 16. Na wykresach pokazane jest działanie regulatora dla przykładowego przebiegu wartości zadanych, różnych wartości horyzontów N i N_u , oraz parametru λ , dla obiektu określonego liniowymi równaniami stanu oraz dla obiektu nieliniowego zdyskretyzowanego metodą rk4. Przyjęto wartości sterowania w zakresie $\langle 0 : 100 \rangle$, oraz maksymalną zmianę sterowania w jednej chwili k za ± 0.2 . Należy zauważyć, że zmienna T obarczona jest znacznym błędem linearyzacji. Jak można zauważyć na podstawie wykresów, regulator MPCS charakteryzuje się niewielkim uchybem ustalonym dla zmiennej T , może on wynikać z błędu linearyzacji. Poza tym problemem, regulator działa bardzo dobrze nawet z ograniczeniami, dla horyzontów o wartościach na poziomie kilkuset próbek. Wartości zmiennych sterowanych szybko zbiegają do wartości zadanych, a przeregulowania są względnie niewielkie. Dla dużych zmian wartości zadanych jednak regulator ten nie może być dobrze zastosowany, ze względu na błędy wynikające z linearyzacji obiektu. Oczywiście obiekt oparty o równania przestrzeni stanu nie jest obarczony tymi problemami i regulacja w jego przypadku jest niemal idealna. Na ostatnim wykresie przedstawiono również działanie regulatora dla zmiennego zakłócenia F_d . Jak widać, nie radzi on sobie zbyt dobrze ze zmiennym zakłóceniem.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \tag{4}$$

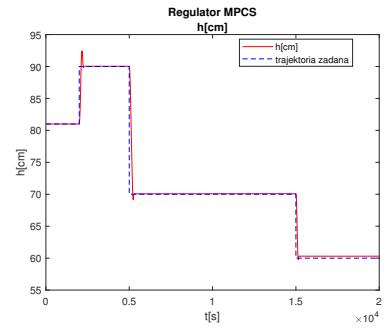
$$x = \begin{bmatrix} V \\ T \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} F_H \\ F_C \\ F_D \\ T_H \\ T_C \\ T_D \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
k_{const_0} &= -47.25 \\
A &= \begin{bmatrix} 0.9966 & 0 \\ -4.23e-09 & 0.9864 \end{bmatrix} \\
B &= \begin{bmatrix} 0.9983 & 0.9983 & 0.9983 & 0 & 0 & 0 \\ 0.006148 & -0.002286 & -0.0001233 & 0.003028 & 0.008001 & 0.002595 \end{bmatrix} \\
C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
D &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{6}$$

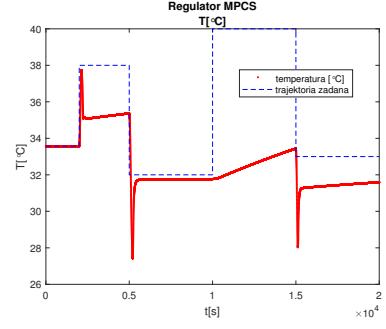
$$B_{reg} = \begin{bmatrix} 0.009983 & 0.009983 \\ 0.006148 & -0.002286 \end{bmatrix} \tag{7}$$



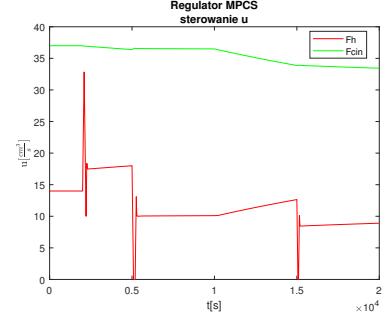
Rysunek 16: Ogólny schemat regulacji z wykorzystaniem algorytmu MPCS



(a)

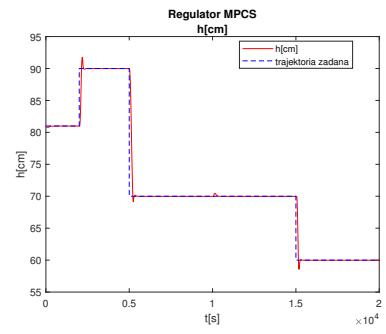


(b)

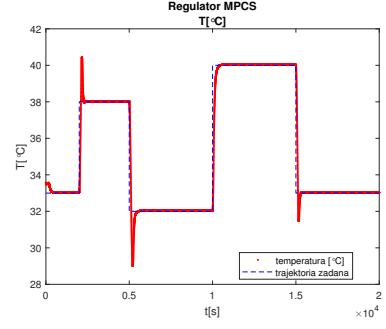


(c)

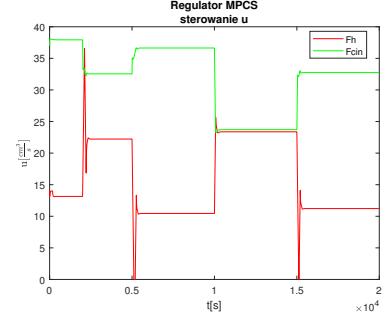
Rysunek 17: Wykresy dla regulatora MPCS, obiekt nieliniowy, $N = 50$, $N_u = 10$, $\lambda = 1$.



(a)

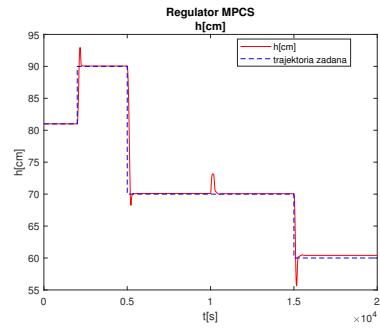


(b)

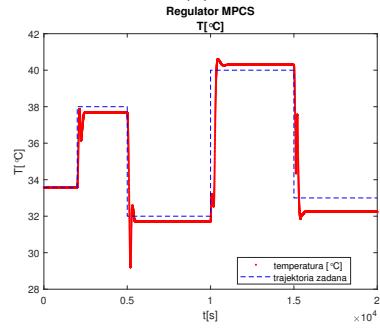


(c)

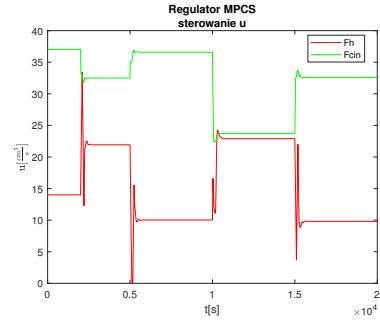
Rysunek 18: Wykresy dla regulatora MPCS, obiekt liniowy, $N = 300$, $N_u = 100$, $\lambda = 0.1$.



(a)

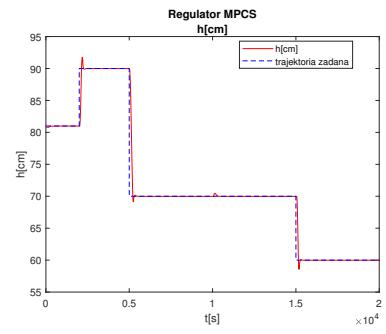


(b)

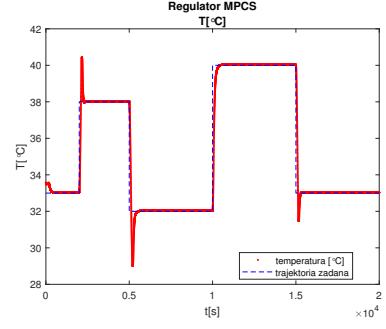


(c)

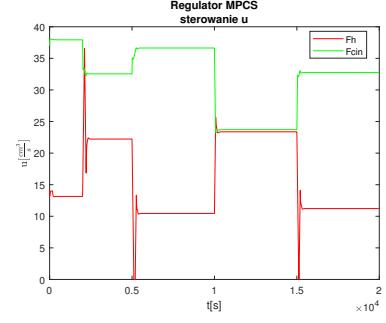
Rysunek 19: Wykresy dla regulatora MPCS, obiekt nieliniowy, $N = 300$, $N_u = 100$, $\lambda = 0.1$.



(a)

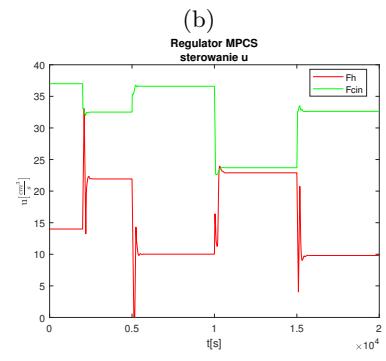
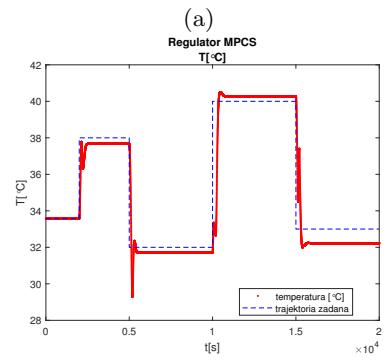
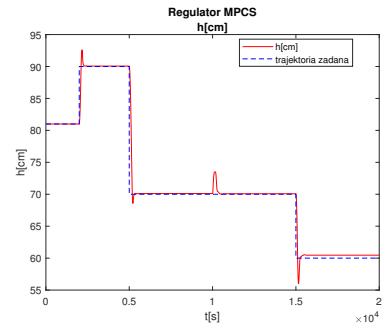


(b)

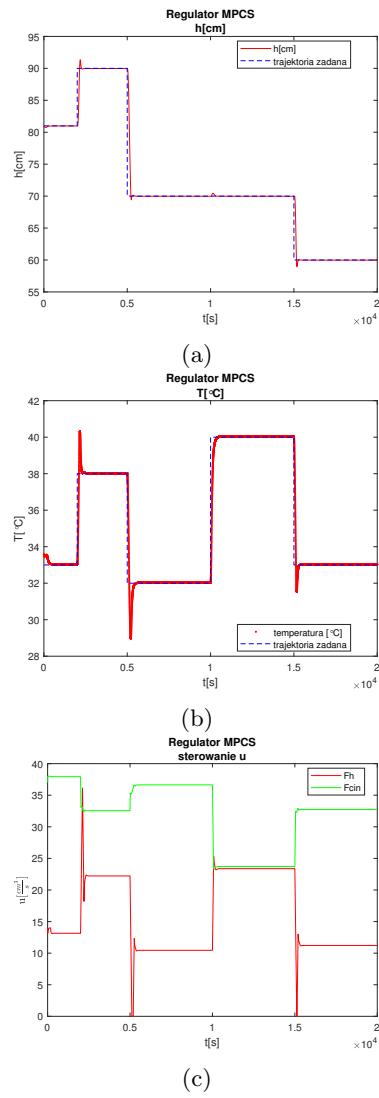


(c)

Rysunek 20: Wykresy dla regulatora MPCS, obiekt liniowy, $N = 300$, $N_u = 100$, $\lambda = 0.1$.



Rysunek 21: Wykresy dla regulatora MPCS, obiekt nielinowy, $N = 500$, $N_u = 60$, $\lambda = 0.4$.



Rysunek 22: Wykresy dla regulatora MPCS, obiekt liniowy, $N = 500$, $N_u = 60$, $\lambda = 0.4$.

5 Porównanie dwupętlowego regulatora PI z analitycznym regulatorem MPCS

W poniższych podrozdziałach zostaną zaprezentowane podobieństwa i różnice pomiędzy analitycznym regulatorem MPCS i dwupętlowym PI. Wynika z nich, że jeśli dysponuje się małą mocą obliczeniową lepszy rozwiązaniem będzie prosty PI. Jeśli ma się do dyspozycji bardziej wydajny sprzęt i jest taka potrzeba podczas produkcji wskazane jest użycie regulatora predykcyjnego.

5.1 Podobieństwa

Dla obu zmiana zadanej wartości wyjścia sprawia, że na drugim wyjściu pojawia się uchyb. Oba regulatory są w stanie odpowiednio ustawić sterowania, by osiągnąć wartości zadane. Oba są podatne na błędy linearyzacji.

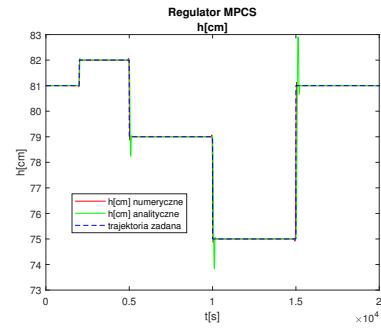
5.2 Różnice

- Regulator PI działa zdecydowanie szybciej i wymaga mniejszej mocy obliczeniowej
- Regulator PI ma generalnie większe wartości uchybów na wyjściu drugim wyjściu po zmianie wartości zadanej na pierwszym wyjściu.
- Sygnały sterujące dla regulatora predykcyjnego są mniej rozmyte, tzn regulator szybciej dobiera odpowiednią wartość sterowania dla wartości zadanej.

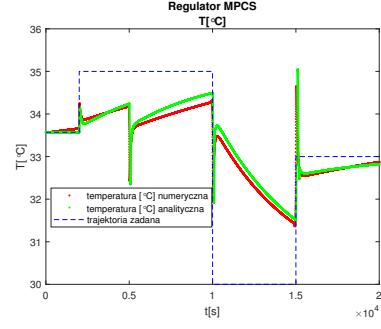
6 Numeryczny regulator predykcyjny MPCS

W numerycznym regulatorze w każdej chwili k rozwiązywane jest zadanie programowania kwadratowego, które uwzględnia ograniczenia sterowania. Znacznie zwiększa to już i tak dosyć długi czas obliczeń, dlatego przedstawione zostały jedynie przypadki tych regulatorów dla niewielkich wartości horyzontów, przez co jakość regulacji jest względnie niska. Musi również istnieć rozwiązanie quadprog dla danych trajektorii wartości zadanych, zostały więc one zmienione, żeby sterowanie było nieco prostsze.

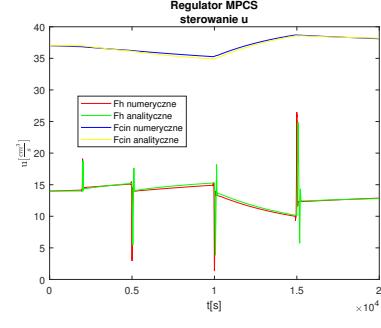
Wykresy przedstawiają działanie regulatora analitycznego oraz numerycznego dla takich samych parametrów regulatora. Regulator numeryczny działał zauważalnie lepiej dla wyjścia V , ale radził sobie nieco gorzej z opóźnieniami na wyjściu T , należy również zauważać, że ze względu na krótszy czas obliczeń, regulator analityczny może brać pod uwagę większą ilość elementów odpowiedzi skokowej, podczas gdy regulator numeryczny działa z akceptowalną częstotliwością próbkowania, jedynie dla względnie niskich horyzontów predykcji, przez co w rzeczywistości regulator analityczny może się sprawdzać lepiej. Regulatory działały z obiektem nieliniowym.



(a)

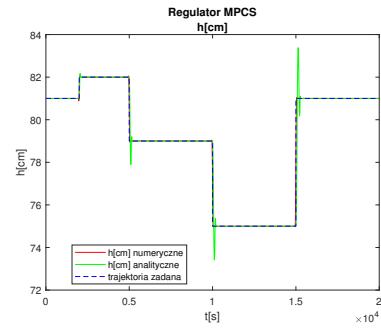


(b)

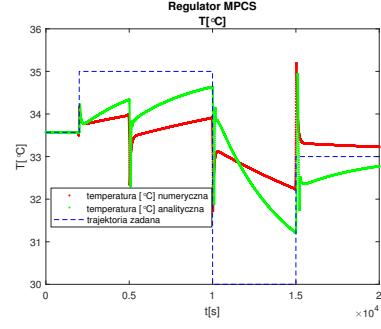


(c)

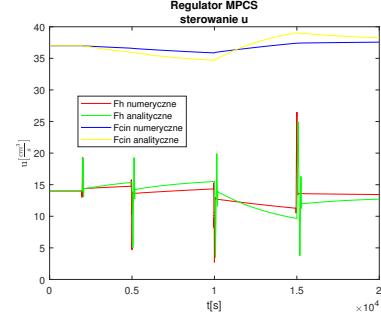
Rysunek 23: Wykresy dla regulatora MPCS, obiekt nielinowy, $N = 100$, $N_u = 50$, $\lambda = 0.5$.



(a)

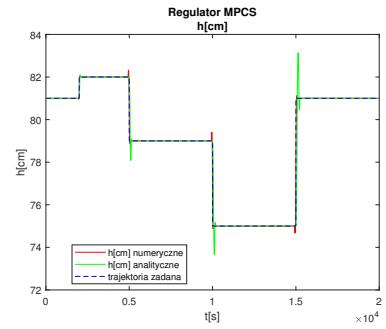


(b)

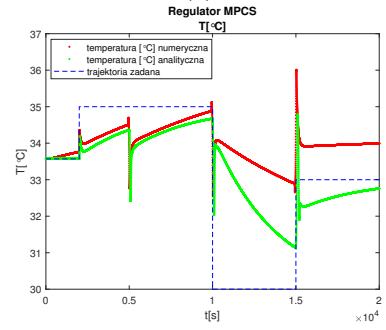


(c)

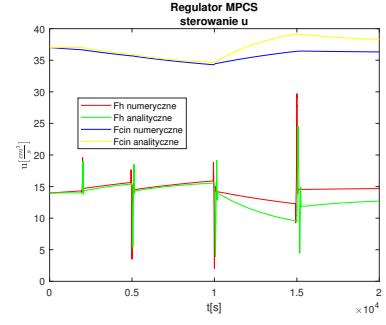
Rysunek 24: Wykresy dla regulatora MPCS, obiekt nieliniowy, $N = 50$, $N_u = 10$, $\lambda = 0.2$.



(a)



(b)



(c)

Rysunek 25: Wykresy dla regulatora MPCS, obiekt nieliniowy, $N = 80$, $N_u = 30$, $\lambda = 0.3$.

7 Porównanie numerycznej i analitycznej wersji MPCS

7.1 Podobieństwa

- Dla niskich wartości horyzontów predykcji zbiegają dosyć wolno do wartości zadanej
- Wysoka złożoność obliczeniowa
- Dobre działanie dla odpowiednio dobranych parametrów
- Brak sprzężenia zwrotnego, podatność na błędy linearyzacji
- W ogólności powinny działać lepiej niż PI

7.2 Różnice

- Wersja numeryczna ma niewielkie przeregulowania i niewielkie oscylacje dla niskich wartości horyzontów, analityczna mocno dla nich oscyluje
- Wersja analityczna działa nieco lepiej dla niskich opóźnień, a wersja numeryczna nieco lepiej dla wysokich opóźnień
- Pomimo iż oba są wymagające obliczeniowo, wersja numeryczna wymaga znacznie większej ilości obliczeń niż wersja analityczna