

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS



Tarea 5

PRESENTA

Valeria Camacho Hernández
322007273

ASIGNATURA

Autómatas y Lenguajes Formales 2026-1

PROFESOR

Enrique F. Soto-Astorga

AYUDANTE

Laura Itzel Rodríguez Dimayuga

FECHA

Diciembre 10 del 2025

Tarea 5

3. Una MT con una cinta doblemente infinita es una MT donde la cinta no tiene un fin del lado izquierdo (y pues tampoco del derecho, jaja). Si imaginas la cinta de la TM clásica como una tabla con índices tomados en los naturales, entonces la cinta doblemente infinita toma índices en los enteros. Demuestra que la clase de MT con cinta doblemente infinita reconoce los lenguajes de la MT con una cinta tradicional.

Respuesta: Sea M una MT clásica con cinta semi-infinita. Construimos una MT con cinta doblemente infinita D que simula a M de la siguiente manera.

Primero elegimos una celda fija de la cinta doble, digamos la celda con índice 0, para representar la celda 0 de la cinta de M . Luego copiamos la entrada de M en las celdas $0, 1, 2, \dots$ de la cinta de D , y marcamos la celda 0 para recordar que es el lado izquierdo de la cinta clásica. Para las demás celdas de D (tanto a la izquierda de la 0 como las no usadas a la derecha) se quedan en blanco.

Para el estado inicial y posicional del cabezal, D comienza en el mismo estado inicial que M y el cabezal de D se coloca sobre la celda 0, igual que el cabezal de M .

Durante la simulación, D consulta el símbolo bajo su cabezal y el estado actual, y determina qué haría M en esa situación según su función de transición. Tenemos los casos siguientes:

- Caso 1: Si M escribe un símbolo en la celda actual, entonces D escribe ese mismo símbolo en la celda correspondiente de su cinta.
- Caso 2: Si M mueve el cabezal a la derecha, entonces D también mueve su cabezal una celda a la derecha.
- Caso 3: Si M mueve el cabezal a la izquierda, hay dos casos:
 - Si M está en una celda distinta de la 0, entonces D mueve su cabezal una celda a la izquierda.
 - Si M está en la celda 0 y quiere moverse a la izquierda, entonces D escribe el símbolo correspondiente (si la transición de M lo indica), no mueve su cabezal (se queda en la celda 0 pues en la cinta semi-infinita de M el cabezal no puede ir a la izquierda de la celda 0) y cambia al estado siguiente que M tendría después de esa transición.

Sobre el manejo de la cinta izquierda en D , aunque la cinta de D se extiende infinitamente hacia la izquierda, durante la simulación las celdas con índice negativo (los enteros negativos) de D nunca son visitadas porque D solo se mueve a la izquierda cuando M lo haría desde una celda mayor que 0. Dado que M nunca va más allá de su lado izquierdo, D tampoco accederá a posiciones negativas durante la simulación.

Por último, D acepta la entrada si y solo si en algún momento M entraría en un estado de aceptación. Como D replica exactamente los estados de M , esto ocurre exactamente en los mismos casos.

En esta simulación, D imita exactamente las transiciones de M , la única diferencia aparece cuando M intenta mover el cabezal a la izquierda estando en la celda 0. En ese caso, como M no puede acceder a posiciones negativas, definimos que D simplemente permanece en la celda 0. Todos los demás movimientos y escrituras se realizan igual que en M .

De esta forma, D reproduce paso a paso la ejecución de M y acepta exactamente las mismas cadenas. Por lo tanto, toda MT clásica puede ser reconocida por una MT con cinta doblemente infinita.

Así, $L(M) \subseteq L(D)$.

\therefore La clase de la MT con cinta doblemente infinita reconoce los lenguajes de la MT con una cinta tradicional. ★