Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Tarea 02

Lógica proposicional y circuitos digitales

Presenta

Valeria Camacho Hernández - 322007273

Asignatura

Estructuras Discretas 2025-2

Profesor

Ulises Rodríguez Domínguez

Ayudante

Irvin Javier Cruz González

Fecha

Sábado 08 de marzo del 2025

Tarea 02

1. Clasificación de fórmulas.

Clasifica en tautología, contradicción o fórmula contingente las siguientes fórmulas utilizando para ello tableaux. Dibuja el tableau resultante en cada caso.

- $(P \wedge (\neg Q \vee \neg R)) \rightarrow ((R \wedge \neg S) \rightarrow (P \wedge \neg Q))$.

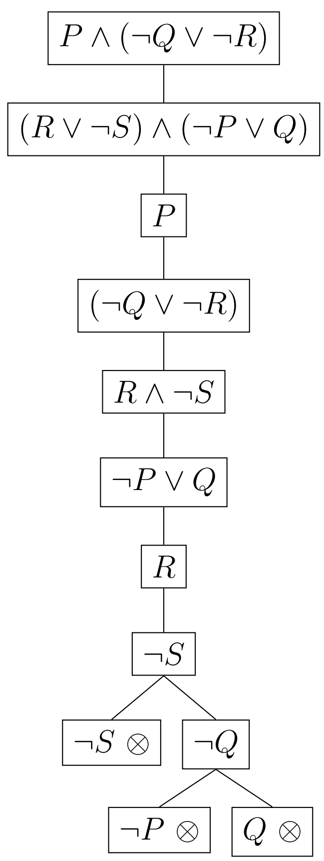
Respuesta: Primeramente simplificamos. Utilizo la equivalencia de la implicación, $A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$, para quitar la implicación, y aplico las negaciones. Entonces tengo:

$$\neg\,(P \wedge (\neg Q \vee \neg R)) \vee ((R \wedge \neg S) \Rightarrow (P \wedge \neg Q)))$$
$$\neg\,(P \wedge (\neg Q \vee \neg R)) \vee (\neg(R \wedge \neg S) \vee (P \wedge \neg Q))$$
$$(\neg P \vee (Q \wedge R)) \vee ((\neg R \vee S) \vee (P \wedge \neg Q))$$

Procederé por contradicción, entonces niego toda la fórmula.

$$\neg[(\neg P \vee (Q \wedge R)) \vee ((\neg R \vee S) \vee (P \wedge \neg Q))]$$
$$(P \wedge (\neg Q \vee \neg R)) \wedge ((R \wedge \neg S) \wedge (\neg P \vee Q))$$

Tengo 2 fórmulas: 1) $(P \wedge (\neg Q \vee \neg R))$ y 2) $((R \wedge \neg S) \wedge (\neg P \vee Q))$. Procedo para el tableux con 1):



$\therefore$ Como negué y se cierran todas las ramas, es tautología.

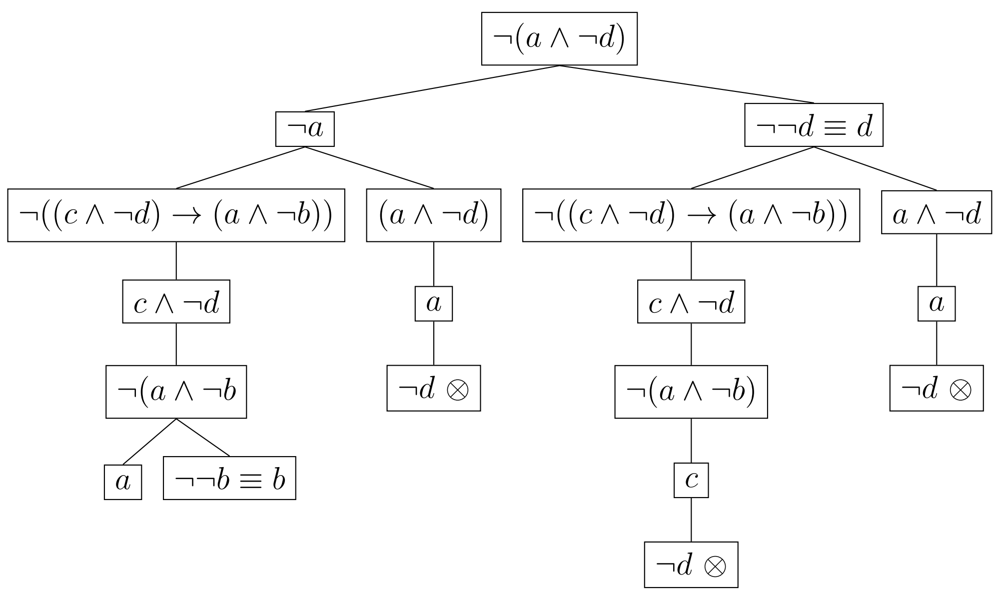
- $(a \wedge \neg b) \leftrightarrow ((c \wedge \neg d) \rightarrow (a \wedge \neg b))$.

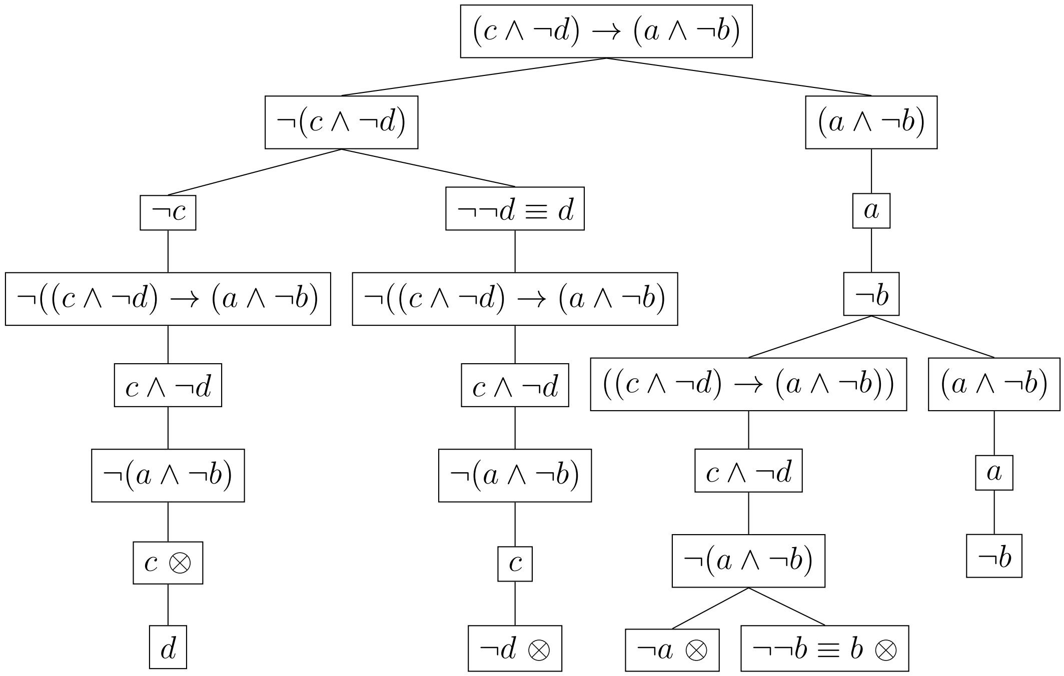
Respuesta: Primeramente divido la biconicional en dos implicaciones:

$$[(a \wedge \neg b) \leftarrow ((c \wedge \neg d) \rightarrow (a \wedge \neg b))] \wedge [(a \wedge \neg b) \rightarrow ((c \wedge \neg d) \rightarrow (a \wedge \neg b))]$$

Entonces tengo:
1) $(a \wedge \neg b) \leftarrow ((c \wedge \neg d) \rightarrow (a \wedge \neg b))$.
2) $(a \wedge \neg b) \rightarrow ((c \wedge \neg d) \rightarrow (a \wedge \neg b))$.

Tomo el 2) para desarrollar, el cual se divide en dos partes, es decir, en 2 ramas, pero por espacio, al pasarlo a látex aparece como 2 árboles separados, sin embargo el primero que aparece es el lado izquierdo y el segundo el derecho.




$(c \wedge \neg d) \to (a \wedge \neg b)$
$\neg(c \wedge \neg d)$
$(a \wedge \neg b)$
$\neg c$
$\neg\neg d \equiv d$
a
$\neg((c \wedge \neg d) \to (a \wedge \neg b)$
$\neg((c \wedge \neg d) \to (a \wedge \neg b)$
$\neg b$
$c \wedge \neg d$
$c \wedge \neg d$
$((c \wedge \neg d) \to (a \wedge \neg b))$
$(a \wedge \neg b)$
$\neg(a \wedge \neg b)$
$\neg(a \wedge \neg b)$
$c \wedge \neg d$
a
$c \otimes$
c
$\neg(a \wedge \neg b)$
$\neg b$
d
$\neg d \otimes$
$\neg a \otimes$
$\neg\neg b \equiv b \otimes$

2. Análisis de argumentos

Utiliza el método directo o el método indirecto para demostrar si los siguientes argumentos son correctos.

- $(B \wedge A) \to C, (C \wedge A) \to B \therefore (C \wedge B) \to A.$

Respuesta: Utilizo método indirecto

1) $I(B \wedge A) \to C = 1$; hipótesis.
2) $I(C \wedge A) \to B) = 1$; hipótesis.
3) $I((C \wedge B) \to A) = 0$; refutación.

4) $I(A) = 0$; por 4) y 7).
5) $I(C \wedge B) = 1$; por 3) y 4).
6) $I(C) = 1$; por 5).
7) $I(B) = 1$; por 5).

8) $I(B \wedge A) = 0$; por 4) y 7).
9) $I(B \wedge A) \to C) = 1$; por 4), 6) y 7).
10) $I(C \wedge A) = 0$; por 4) y 6).
11) $I(C \wedge A) \to B) = 1$; por 4), 6) y 7).
12) $I(C \wedge B) = 1$; por 6) y 7).
13) $I(C \wedge B) \to A) = 0$; por 11) y 12).

$\therefore$ Como negué y no llegué a contradicción de la hipótesis, es incorrecto el argumento.

- $\neg((a \vee b) \to ((c \to d) \wedge e)) \to ((a \vee b) \wedge \neg(c \to d) \wedge \neg e)$.

Para éste último caso:

(a) Utiliza sustituciones textuales para reducir el número de variables.

(b) Trabaja con el esquema resultante tras la sustitución.

(c) Utiliza el método directo o el método indirecto para verificar si la fórmula es una tautología o no.

Respuesta: Primeramente defino las sustituciones:

$X \equiv a \vee b$, $Y \equiv c \to d$, $Z \equiv e$.

Entonces tengo la forma $\neg A \to B$ como: $\neg(X \to (Y \vee Z)) \to (X \wedge (\neg(Y \wedge \neg Z)))$

1) $I(X \to (Y \vee Z)) = 1$; hipótesis.
2) $I(X \wedge (\neg(Y \wedge \neg Z))) = 0$; refutación.

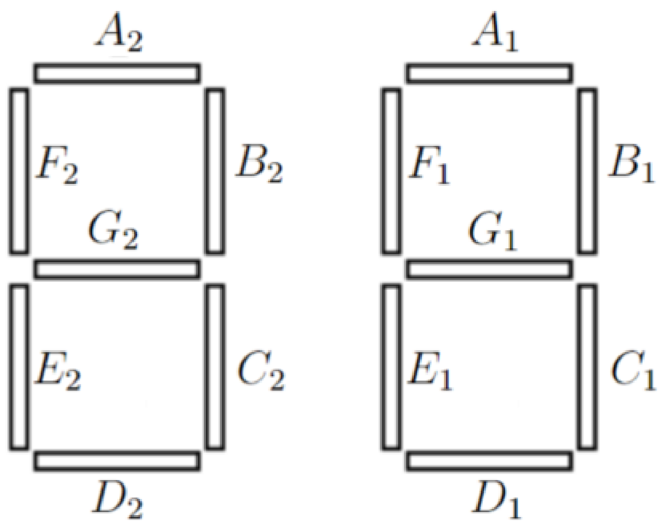
3) $I(X) = 0$; por 2).
4) $I(\neg(Y \wedge \neg Z)) = 0$; por 2).
5) $I(Y \wedge \neg Z) = 1$; por 4).
6) $I(Y) = 1$; por 5).
7) $I(\neg Z) = 1$; por 5).
8) $I(Z) = 0$; por 5) y 7).
9) $I(Y \vee Z) = 1$; por 6), 8) y 1).

10) $I(X \to (Y \vee Z)) = 1$; por 3) y 9).
11) $I(C \wedge B) = 1$; por 6) y 7).
13) $I(X \wedge (\neg(Y \wedge \neg Z))) = 0$; por 3) y 4).

$\therefore$ Como negué y no llegué a contradicción de la hipótesis, el correcto el argumento.

3. Desplegando potencias de dos.

El visualizador de siete segmentos es un formato común para desplegar dígitos decimales en calculadoras y relojes digitales. Cada segmento en estos visualizadores puede estar en el estado de encendido o apagado, por lo que cada segmento puede representar la salida de una función Booleana. Se tienen las variables binarias X_4, X_3, X_2, X_1, que codifican a un número decimal, con X_1 el número binario menos significativo, X_2 el siguiente y así hasta llegar al número binario más significativo X_4. Obtén un circuito digital para desplegar el número binario de cuatro bits en formato de número decimal en dos visualizadores de siete segmentos mostrados en la siguiente figura:



Lo anterior distinguiendo dos casos, cuando el número es una potencia de dos y cuando no lo es.

(a) Obtén la tabla de verdad para relacionar las entradas X_4, X_3, X_2, X_1 con las salidas $A_i, B_i, C_i, D_i, E_i, F_i, G_i$ para $i = 1, 2$. Cuando se tiene un número de entrada que es una potencia de dos, en los segmentos de los visualizadores se debe desplegar el número decimal correspondiente. Por otro lado, cuando el número de entrada no es una potencia de dos, se debe desplegar el mensaje "NO", es decir, activando las salidas $A_2 = B_2 = C_2 = E_2 = F_2 = 1$ y $A_1 = B_1 = C_1 = D_1 = E_1 = F_1 = 1$.

Respuesta:

N	Entrada				Primer Visualizador							Segundo Visualizador							S
	X_4	X_3	X_2	X_1	A_1	B_1	C_1	D_1	E_1	F_1	G_1	A_2	B_2	C_2	D_2	E_2	F_2	G_2	
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	SI
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	SI
3	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	SI
5	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
6	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
7	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	SI
9	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
10	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
11	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
12	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
13	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
14	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	NO

(b) A partir de la tabla de verdad, obtén la función Booleana para cada salida en los visualizadores y simplifícala lo más que puedas aplicando leyes, reglas de equivalencia y propiedades relevantes.

Respuesta: Los minterms son $1, 2, 4, 8$. Procedo por la Forma Normal Conjuntiva (FNC), la cual se enfoca en los 0's en vez de los 1's.

Para $A_1, D_1, E_1 = (X_4 + X_3 + X_2 + \overline{X_1}) \cdot (X_4 + \overline{X_3} + X_2 + \overline{X_1}) = (X_4 \cdot X_2) + (X_3 \cdot X_1) + \overline{(X_3 \cdot X_1)}$

$= (X_4 + X_2) + \overline{(X_3 \oplus X_1)}$

Para $B_1 = 1$.

Para $C_1, C_2, E_2, F_1, F_2 = (X_4 + X_3 + \overline{X_2} + X_1) = X_4 \oplus X_3 \oplus X_2 \oplus X_1$

(c) Dibuja el circuito resultante con las 4 entradas, 14 salidas y las compuertas lógicas involucradas en el circuito. En caso de que se extienda el mismo, puedes dibujarlo por partes, indicando apropiadamente cómo se conecta cada parte.

Frase del jueves 6 de marzo del 2025: "Your competition isn't other people, your competition is your bad habits, your distractions, your procrastinatiosn and your fear."